

논문 2008-45TC-4-1

OFDM 시스템을 위한 복잡도가 감소된 ZF 등화기법

(A low complexity ZF Equalization for OFDM Systems over Time-varying Channels)

박 지 현*, 황 승 훈**, 황 금 찬***

(Ji Hyun Park, Seung Hoon Hwang, and Keum Chan Whang)

요 약

OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) 시스템에서 무선 채널의 시변 특성으로 인해 인접캐리어 간의 간섭(ICI: intercarrier interference)이 발생하며 이로 인해 시스템 성능이 저하되게 된다. 이러한 현상은 도플러(doppler) 주파수가 커질수록 보다 크게 나타나게 된다. ICI의 영향을 완화하기 위하여 일반적인 ZF(zero-forcing) 선형 등화기를 사용할 수 있으나, 이 방식은 큰 행렬의 역행렬 계산이 요구되어 높은 복잡도를 가지게 된다. 본 논문에서는 OFDM 시스템에서 발생하는 ICI의 영향을 제거하기 위하여 적은 계산량을 가지는 ZF 등화 방식을 제안하고자 한다. 제안된 ZF 등화 방식은 역행렬 연산을 위한 수치적인 방법인 2차의 Neumann 급수와 특정한 부반송파에서 발생하는 ICI는 주로 인접 부반송파로부터 온다는 ICI의 특징을 이용한다. 또한, 적은 연산량으로 성능을 향상시키기 위하여 부분 ICI 제거 방법이 사용된다. 복잡도 비교와 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 ZF 등화 방식이 계산량을 크게 줄이면서도 일반적인 ZF 등화기법과 거의 동일한 성능을 보임을 확인한다.

Abstract

In orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system, the time selectivity of wireless channel introduces intercarrier interference (ICI), which degrades system performance in proportion to Doppler frequency. To mitigate the ICI effect, we can generally employ a classical zero-forcing (ZF) equalizer. However, the ZF scheme requires an inverse of a large matrix, which results in prohibitively high computational complexity. In this paper, we propose a low complexity ZF equalization scheme for suppressing the ICI caused by highly time-varying channels in OFDM systems. From the fact that the ICI on a subcarrier is mainly caused by several neighboring subcarriers, the proposed scheme exploits a numerical approximation for matrix inversion based on Neumann's Series (truncated second order). To further improve performance, the partial ICI cancellation technique is also used with reduced complexity. Complexity analysis and simulation results show that the proposed scheme provides the advantage of reducing computational complexity significantly, while achieving almost the same performance as that of the classical ZF approach.

Keywords : OFDM, equalization, intercarrier interference

I. 서 론

OFDM(orthogonal frequency division multiplexing) 방

식은 다중 경로 주파수 선택적 채널 환경에서 발생하는 ISI(inter-symbol interference)를 적절한 길이의 보호 구간(guard interval)을 사용함으로써 효과적으로 제거할 수 있다. 그러나 고속 이동 통신 시스템에서 OFDM이 사용될 경우, 하나의 OFDM 심볼을 전송하는 동안에 채널의 상태가 변화하게 되면, ICI(inter-carrier interference)가 발생하게 되어 부반송파들 간의 상호 직교성 상실로 인해 시스템 성능 저하를 초래하게 된다^[1~3].

OFDM 시스템에서 ICI의 영향을 제거하기 위하여 다

* 학생회원, *** 정회원, 연세대학교 전기전자공학과 (School of Electrical & Electronic Engineering at Yonsei University)

** 정회원, 동국대학교 전자공학과 (School of Electronic Engineering at Dongguk University)

접수일자: 2008년3월21일, 수정완료일: 2008년4월18일

양한 방법들이 제안 되었으며 크게 2개의 그룹으로 나눌 수 있다. 첫 번째 방법은 ZF(zero-forcing)과 같은 선형 등화기로써 이 방식의 적용을 위해서는 채널 행렬의 역행렬을 구하여야 하며, 그 결과 N^3 에 비례하는 복잡도를 가지게 된다. 여기서 N 은 OFDM의 부반송파의 개수 이다. 따라서 부반송파의 개수가 클 경우, 실제 시스템에 적용하기 어렵게 된다. 두 번째 방법은 ICI 제거 기법들을 사용한 비선형 등화기이다. 일반적으로 비선형 등화기가 선형 등화기보다 성능이 우수하지만, 선형 등화기의 출력은 비선형 등화기에서 ICI 제거 기법을 적용하기 위한 초기 값으로 사용되어지기 때문에 대부분의 비선형 등화기들은 선형 등화기를 포함하게 된다. 따라서 복잡도가 감소된 선형 등화기의 설계는 매우 중요하다.

ZF 등화기법의 연산량을 개선하기 위해서 하나의 부반송파에서 발생하는 ICI는 대부분 인접 부반송파로부터 온다는 ICI의 특징으로부터 채널 행렬을 계산이 용이한 밴드 행렬(band matrix) 형태로 변환하는 방법과 하나의 큰 행렬의 역행렬을 구하는 대신 여러 개의 작은 행렬의 역행렬을 구하는 방법이 제안되었다^[3]. 그러나 이 방법은 여전히 역행렬 연산 과정이 요구되며 향상된 성능을 얻기 위해선 많은 양의 계산량이 요구된다. 한 OFDM 심볼 블록 내에서 채널이 선형적으로 변화한다는 가정 하에서 채널 행렬은 특별한 구조의 행렬로 표현되며 그 행렬의 역행렬을 구하기 위해 Neumann 급수를 사용하는 기법이 제안되었다^[4]. 그러나 이 방법은 ICI 특징을 고려하지 않고 전체 채널 행렬을 역 변환하는 과정에서 근사화 오차 증가로 인해 낮은 성능을 보이는 단점이 있다. 밴드 행렬의 역행렬을 효과적으로 구하기 위하여 Newton의 반복 기법을 적용하는 방법이 제안되었다^[5]. 그러나 이 방법은 3회 이상의 반복 후에야 성능을 보여 여전히 많은 연산량을 필요로 한다.

본 논문에서는 특정 부반송파에서의 주된 ICI는 인접 부반송파로부터 온다는 ICI의 특징과 Neumann 급수를 결합하여 수치적 오차를 줄이면서도 복잡도가 낮은 ZF 등화기법을 제안한다. 일반적으로 높은 차수의 Neumann 급수를 사용 할수록 정확도는 높아지나 계산량이 증가하는 단점이 있기 때문에 최적의 차수를 찾기 위하여 밴드 폭과 차수의 관계를 분석하였다. 또한 부분 ICI 제거 기법(partial parallel interference cancellation)을 사용하여 연산량을 크게 증가시키지 않으면서도 향상된 성능을 얻도록 하였다. 본 논문의 II장에서 OFDM 시스템의 구조와

ICI의 특징을 분석하고, III장에서는 Neumann 급수 기법을 근사화 오차 관점에서 분석하고 복잡도가 개선된 ZF 등화기법을 제안한다. 또한 기존의 ZF 방법들과의 복잡도 비교를 통해 제안된 기법이 보다 낮은 연산량을 가짐을 보인다. IV장에서는 제안된 기법이 시변 채널 환경에서 발생하는 ICI를 효과적으로 제거할 수 있음을 모의실험을 통해서 살펴본 후, V장에서 결론을 내린다.

II. 시스템 모델 및 ICI 분석

일반적인 OFDM 시스템에서 주파수 도메인의 입력 데이터 심볼 스트림은 길이 N 의 블록으로 나누어지며 각 블록은 N -포인트 IFFT(inverse fast fourier transform)에 의해서 변조 된다. i 번째 전송된 하나의 OFDM 심볼 블록 $\mathbf{X}^{(i)} = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]$ 에 대해서 인덱스 i 를 삭제한 형태로 표시하면 다음 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} X_m e^{j2\pi nm/N}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (1)$$

여기서 x_n 은 시간 도메인 심볼을 의미하며 부반송파의 개수는 N 이다. 다중 경로 페이딩 채널에 발생하는 ISI 현상을 제거하기 위하여 채널의 최대지연 보다 긴 보호구간을 둘 경우, 전송되는 신호와 다중 경로채널의 convolution은 circular convolution이 되며 수신된 신호는 다음 식 (2)과 같이 표현된다.

$$y_n = \sum_{l=0}^{L-1} h_{n,l} x_{n-l} + w_n \quad (2)$$

여기서 채널은 L 개의 독립된 경로를 갖는 다중채널을 가정 하였으며 $h_{n,l}$ 은 시간 n 에서 l 번째 경로의 채널 응답이다. 또한 w_n 은 시간 도메인상의 가산성 백색 가우시안 잡음(AWGN: additive white gaussian noise)이다. 위 식 (2)을 FFT/IFFT 행렬을 사용하여 벡터 형태로 표현하면 다음 식 (3)으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{X}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{F}^H \mathbf{X} \quad (3)$$

여기서 $(\cdot)^H$ 는 공액 전치 연산자이며 \mathbf{F} 는 다음 식 (4)과 같은 $N \times N$ FFT 행렬이다.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\sqrt{N}} [\exp^{-j2\pi mn/N}]_{n,m=0,1,\dots,N-1} \quad (4)$$

또한 \mathbf{H}_t 은 시간 도메인 채널 행렬이며 \mathbf{H}_t 의 n 번째 행에 l 번째 열에 해당하는 원소는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$H_t(n,l) = h_{n,(n-l)_N}$, $0 \leq n \leq N-1$, $0 \leq l \leq L-1$. 여기서 $(k)_N$ 은 모듈러 N 의 연산을 의미한다. 일반적으로 채널의 독립적인 경로 L 은 부반송파의 개수 N 보다 매우 작기 때문에 H_t 은 sparse 행렬이 된다. 수신된 신호에 FFT를 취해 OFDM 복조한 후에, 입력과 수신신호의 관계는 다음 식 (5)과 같이 표현된다.

$$Y = FH_t F^H X + FW_t = HX + W \quad (5)$$

여기서 W_t 와 W 은 각각 $N \times 1$ 시간 및 주파수 도메인 가산성 백색 가우시안 잡음 행렬이며 H 는 주파수 도메인 채널 행렬이다. H 의 m 번째 행과 k 번째 열에 해당하는 원소 $H(m,k)$ 는 식 (2)에 FFT를 취함으로써 식 (6)과 같이 얻을 수 있다.

$$H(m,k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} h_{n,l} e^{-j2\pi[k(l-n)+nm]/N} \quad (6)$$

여기서 만약 한 OFDM 심볼 블록 내에서 채널의 상태가 변화하지 않는다면 $H(m,k) = 0$, $m \neq k$, 이며 H 는 대각 (diagonal) 행렬이 되기 때문에 기존의 단일 탭 등화기로 충분히 데이터 심볼들을 검출할 수 있다. 그러나 시변 채널 환경에서 한 OFDM 심볼 블록 내에서 채널의 상태가 변화하게 되는 경우에는 H 의 비 대각 성분들(off-diagonal entries)은 더 이상 영이 아니며, 따라서 ICI가 발생하게 되어 도플러 주파수 f_m 가 증가함에 따라 시스템 성능이 크게 저하되게 된다.

시변 다중 채널 환경에서 발생하는 ICI의 특징을 분석하기 위해 도플러 주파수 f_m 과 한 OFDM 심볼 구간의 길이 T_s 을 곱한 정규화 도플러 주파수, $f_d = f_m T_s$ 의 변화에 따라 심볼 X_k 의 m 번째 부반송파에서의 에너지, $E[|H(m,k)|^2]$ 의 변화를 식 (7)을 통해 살펴본다.

$$E[|H(m,k)|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{n'=0}^{N-1} \sum_{l'=0}^{L-1} E[h_{n,l} h_{n',l'}^*] \times e^{-j2\pi(l-n-l'+n')k/N} e^{-j2\pi(n-n')m/N} \quad (7)$$

여기서 $(\cdot)^*$ 는 공액 연산자이다. Jake 모델에 근거한 WS SUS(wide-sense stationary un-correlated scattering) Rayleigh 페이딩 채널 모델에서 자기 상관 함수는 다음과 같다.

$$E[h_{n,l} h_{n',l'}^*] = J_0(2\pi f_d(n'-n)/N) \sigma_l^2 \delta(l-l') \quad (8)$$

여기서 $J_0(\cdot)$ 는 첫 번째 종류의 영 번째 차수 Bessel 함수이다. 또한 σ_l^2 은 정규화 된 채널에서의 분산을 의미한다.

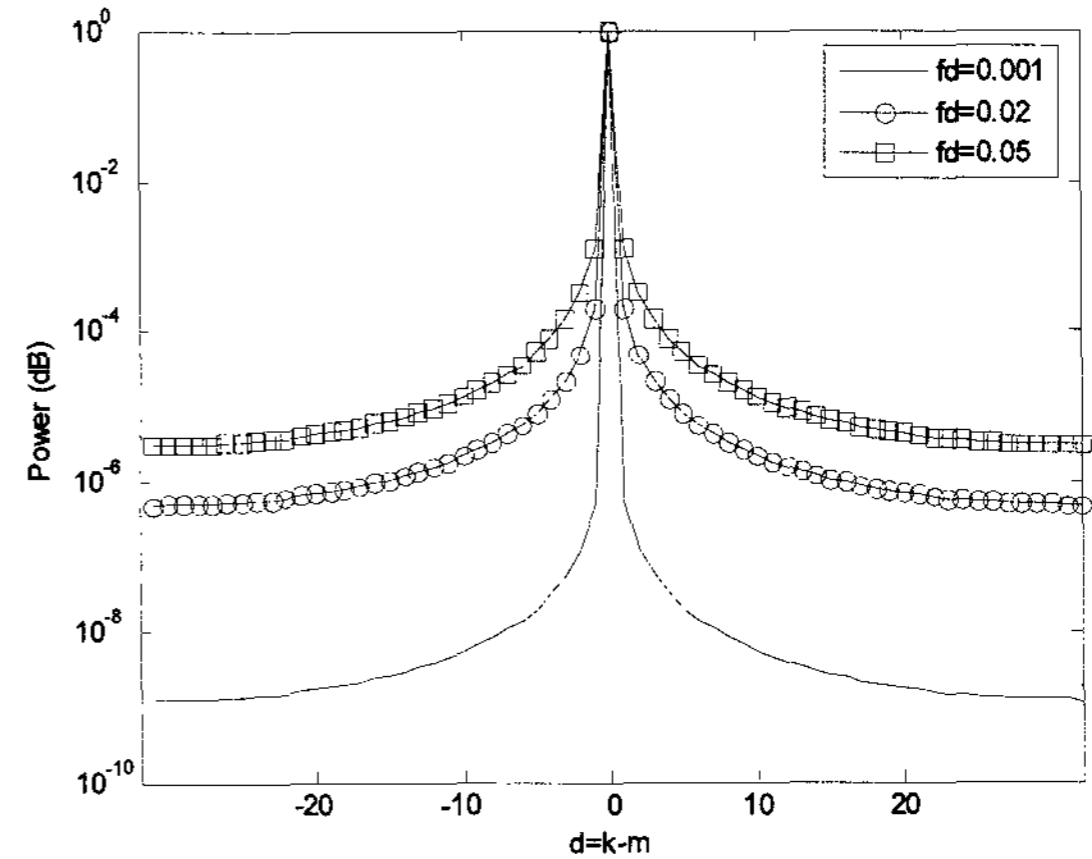


그림 1. 다양한 f_d 에서 d 의 변화에 따른 $E[|H(m,k)|^2]$ 의 변화

Fig. 1. $E[|H(m,k)|^2]$ versus d for various f_d .

식 (8)을 (7)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻게 된다.

$$E[|H(m,k)|^2] = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{n'=0}^{N-1} J_0(2\pi f_d(n'-n)/N) \times e^{-j2\pi(n'-n)(k-m)/N} \quad (9)$$

여기서 $E[|H(m,k)|^2]$ 는 $d = k - m$ 의 함수가 되며 $N = 64$ 인 OFDM 시스템에서 다양한 f_d 환경에서 $E[|H(m,k)|^2]$ 의 변화를 그림 1을 통해서 확인하여 다음과 같은 ICI의 특징을 얻을 수 있다. 1) f_d 가 증가함에 따라 H 의 비 대각 성분들의 에너지가 증가하여 ICI가 보다 크게 발생하게 되며, 2) H 의 주 대각 성분들의 평균 에너지는 비 대각 성분들에 비해서 그 크기가 상대적으로 매우 크며, 3) 특정 부반송파의 주된 ICI 성분은 인접 부반송파로부터 온다는 것이다. 이와 같은 내용은 ICI의 특징을 분석한 여러 논문들의 결과와 동일함을 알 수 있다^[1~3].

따라서 대부분의 심볼 에너지는 주 대각에 위치하고 있다고 볼 수 있으며 중요하지 않은 ICI 성분들을 제거함으로써 H 을 밴드 행렬 B 로 간략화 할 수 있다^[1, 3].

$$H(m,k) = 0, \quad \text{for } |m - k| > Q \quad (10)$$

여기서 Q 는 주 대각에 인접한 비 대각 개수의 절반을 의미하며 밴드 행렬 B 는 $(2Q+1)$ 의 밴드 폭을 가지게 된다.

III. 복잡도가 감소된 ZF 등화기법

ZF 등화방식을 사용하여 X 의 추정치 \hat{X} 을 구하기 위해서 다음 식 (11)과 같이 H^{-1} 또는 B^{-1} 의 계산이 필요

하며 각각 N^3 에 비례하는 연산량이 요구된다.

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{Y} \approx \mathbf{B}^{-1}\mathbf{Y} \quad (11)$$

따라서 비록 간소화된 밴드 행렬 \mathbf{B} 을 사용하여도 기본적으로 ZF 등화기법의 복잡도는 크게 개선 될 수 없다. 본 장에서는 효율적인 ZF 등화기를 구현하기 위하여 역 행렬 연산을 위한 수치적 근사 기법인 Neumann 급수 기법을 분석하며 이를 통해 복잡도가 개선된 ZF 등화기법을 제안한다. 또한 복잡도 분석을 통해 기존에 제안된 기법들 보다 제안된 방식이 작은 계산량을 가짐을 확인한다.

1. Neumann's Series에 의한 ZF 등화기법

임의의 $N \times N$ 정방 행렬 \mathbf{T} 에 대해서, 만약 $\|\mathbf{T}\| \leq 1$, 또는 $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{T}^k = 0$ 조건을 만족할 경우 역 행렬 연산을 위한 Neuman 급수는 식 (12)과 같이 표현된다^[8].

$$(\mathbf{I} - \mathbf{T})^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{T}^k \quad (12)$$

여기서 \mathbf{I} 는 $N \times N$ identity 행렬을 의미하며 $\|\mathbf{T}\|$ 는 행렬의 Norm이며 다음과 같이 정의되어 진다. $\|\mathbf{T}\| = \max_i \sum_j |a_{i,j}|$. 먼저 식 (11)에 Neumann 급수 기법을 적용하기 위해서 밴드 행렬 \mathbf{B} 를 두 개의 행렬로 분리한다. 즉, 대부분의 심볼 에너지를 가지고 있는 \mathbf{B} 의 주 대각 성분들로 구성된 대각 행렬 \mathbf{D} 와 ICI 성분만을 가지고 있는 \mathbf{R} 행렬로 나눈다. 따라서 $\mathbf{R} = \mathbf{B} - \mathbf{D}$ 가 되며 \mathbf{R} 은 $2Q$ 밴드 폭의 ICI 성분을 가지게 된다. \mathbf{D} 와 \mathbf{R} 행렬을 사용함으로써 \mathbf{B} 의 역행렬, \mathbf{B}^{-1} 은 다음의 식 (13)으로 표현될 수 있다.

$$\mathbf{B}^{-1} = (\mathbf{D} + \mathbf{R})^{-1} = [\mathbf{D}(\mathbf{I} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{R})]^{-1} \quad (13)$$

여기서 $\mathbf{A} = -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{R}$ 라고 설정하면 식 (13)은 다음의 식 (14)과 같이 Neumann 급수에 의한 식으로 표현될 수 있다.

$$\mathbf{B}^{-1} = [\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{D}^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{A}^k \mathbf{D}^{-1} \quad (14)$$

앞에서 언급된 바와 같이, \mathbf{R} 의 성분들은 \mathbf{D} 의 성분들에 비해서 그 크기에 있어서 매우 작기 때문에 $\|\mathbf{A}\| \leq 1$ 의 조건을 만족함으로써 식 (14)을 통해서 \mathbf{B}^{-1} 을 얻을 수 있다. 그러나 Neumann 급수의 실제적인 적용에 있어서 K 번째 차수만을 사용하게 되며 식 (11)의 ZF 등화 방정식은 다음 식 (15)로 표현될 수 있다.

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{Y} \approx \sum_{k=0}^K \mathbf{A}^k \mathbf{D}^{-1}\mathbf{Y} \quad (15)$$

여기서 전체 Neumann 급수 대신 K 번째 차수만을 사용하기 때문에 수치적 오차가 발생하게 되고 결과적으로 올바른 $\hat{\mathbf{X}}$ 을 얻기가 어렵게 된다.

발생되는 수치적 오차를 분석하기 위해 식 (15)에서 전체 급수를 사용하여 얻은 추정치 $\tilde{\mathbf{X}}$ 과 K 차수만을 이용하여 구한 추정치 $\hat{\mathbf{X}}$ 의 차이를 다음 식 (16)과 같이 정의한다.

$$\tilde{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{X}} = \left[(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} - \sum_{k=0}^K \mathbf{A}^k \right] \mathbf{D}^{-1}\mathbf{Y} \quad (16)$$

여기서 식 (16)의 양변에 각각 행렬의 Norm을 취하고 $\|\tilde{\mathbf{X}}\|$ 로 나누어 주면 Norm의 특성에 의해서 식 (16)은 다음과 같은 부등식으로 표현될 수 있다.

$$\frac{\|\tilde{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{X}}\|}{\|\tilde{\mathbf{X}}\|} \leq \frac{\left\| (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} - \sum_{k=0}^K \mathbf{A}^k \right\|}{\|(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\|} \quad (17)$$

여기서 식 (17)의 오른쪽 항을 K 번째 차수의 에러 $e(K)$ 라 정의하고 다음 식 (18)과 같이 간략히 표현할 수 있다.

$$e(K) = \frac{\|\mathbf{A}^{K+1}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\|}{\|(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\|} \leq \|\mathbf{A}^{K+1}\| \quad (18)$$

다양한 Q 및 K 값에 대해서 정규화 된 도플러 주파수 f_d 가 변화함에 따라 $e(K)$ 의 변화를 관찰하기 위해 컴퓨터 모의실험을 수행 하였다. 모의실험을 위하여 사용된 OFDM 시스템은 부반송파의 개수는 64이고 16-QAM 변조방식을 사용하였으며 채널은 독립된 2개의 경로를 갖고 각각의 채널 탭은 Jake 모델에 의해서 발생하는 시변 채널을 가정하였다. 그림 2는 밴드 행렬 \mathbf{B} 의 밴드 폭을 $Q=1$ 로 고정하고 K 값을 변화 시켰을 때, $e(K)$ 평균의 변화를 나타낸다.

그림 2에서 확인할 수 있듯이 도플러 주파수가 증가함에 따라 수치적 에러가 증가하며 K 가 증가함에 따라 서서히 에러가 줄었으며 $K=1$ 과 $K=2$ 사이에서 $e(K)$ 의 차이가 가장 큼을 알 수 있다. 그림 3은 $K=2$ 에 대해서 Q 값이 변화될 때 $e(K)$ 의 변화를 보인 것으로 도플러 주파수가 낮은 경우에는 Q 의 증가에 대해 $e(K)$ 의 차이가 작지만 도플러 주파수가 커지게 되면 그 차이가 점점 더 커지게 됨을 볼 수 있다. 따라서 ZF 등화 기법에 Neumann 급수 기법을 사용하기 위해선 전체

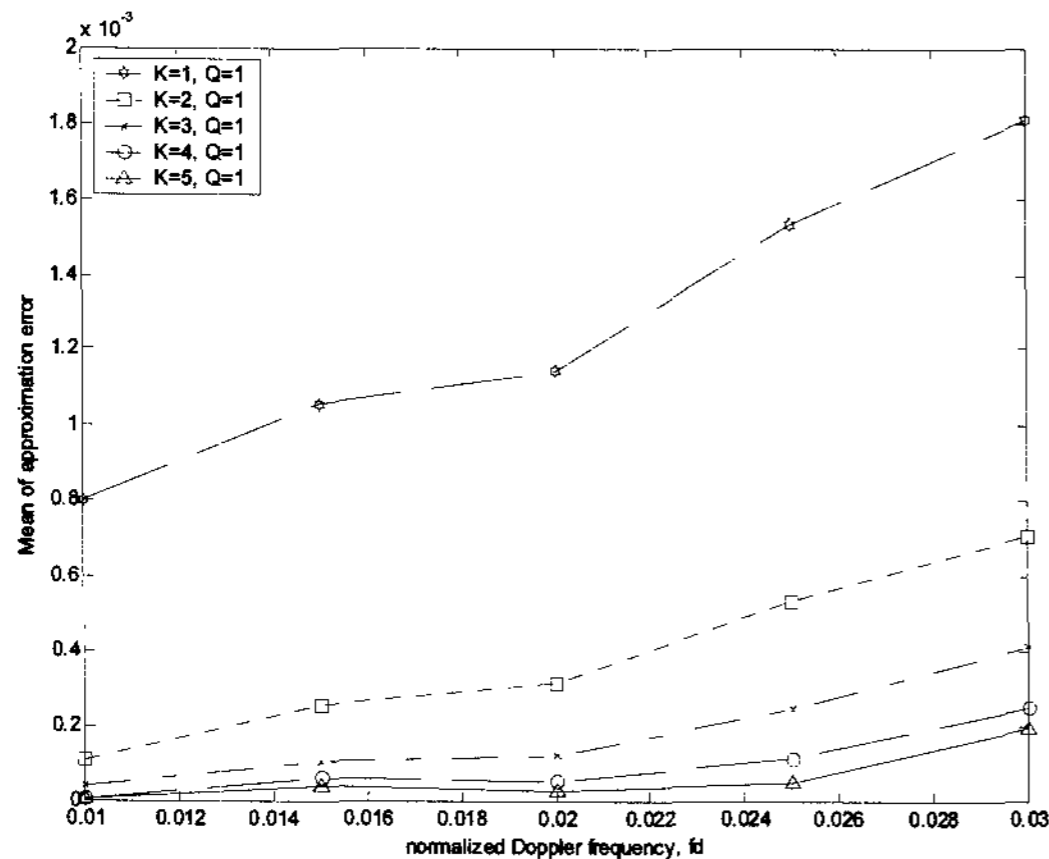


그림 2. $Q=1$ 에서 K 가 변화할 때 평균 $e(K)$ 변화
Fig. 2. Mean of $e(K)$ versus f_d , at $Q=1$.

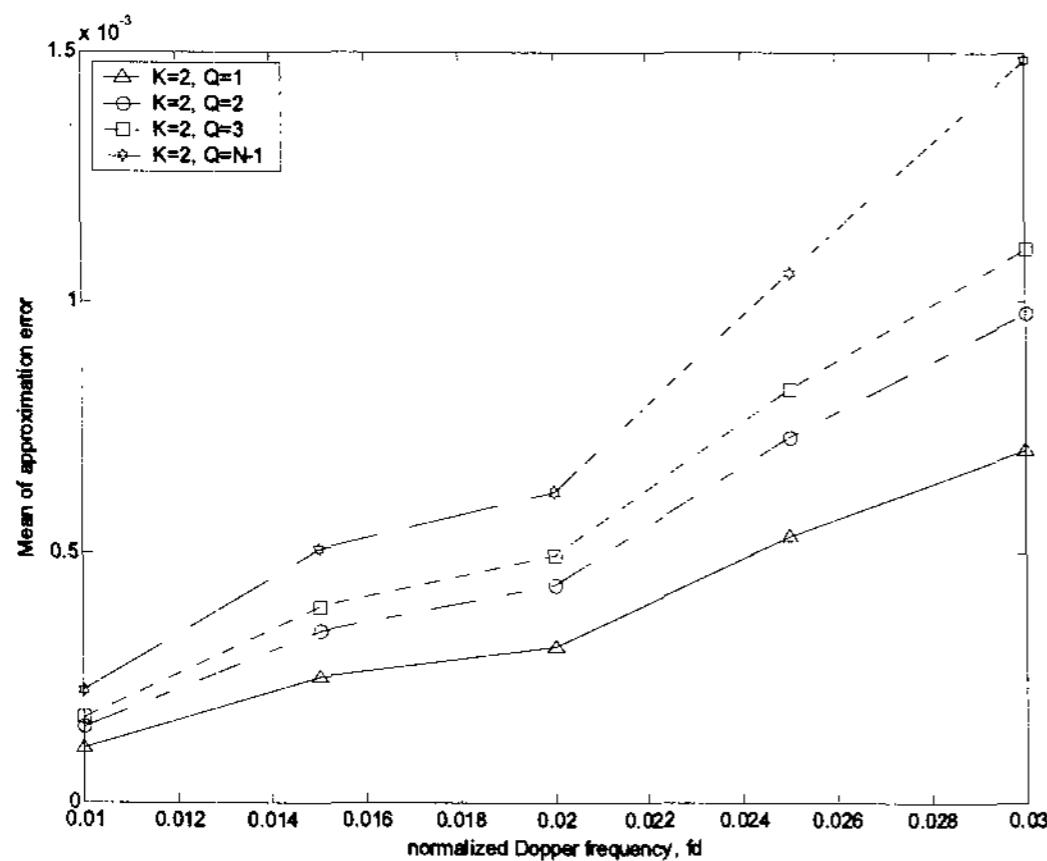


그림 3. $K=2$ 에서 Q 가 변화할 때 평균 $e(K)$ 변화
Fig. 3. Mean of $e(K)$ versus f_d , at $K=2$.

채널 행렬을 사용하는 대신 밴드 행렬 B 을 이용하는 것이 계산상의 에러를 줄이는 방법이 되며 따라서 성능과 연산량을 종합적으로 고려할 때 $K=2$ 로 선택하는 것이 가장 적절 하다고 볼 수 있다.

2. 제안된 ZF 등화기법

앞에서 분석된 내용을 바탕으로 2차의 Neumann 급수와 인접한 부분송파를 사용하여 복잡도가 개선된 ZF 등화기법을 제안한다. 만약 m 번째 심볼 X_m 을 인접한 Q 개의 부분송파를 이용하여 검출하고자 할 경우, $M \times 1$ 벡터 \mathbf{a}_m 을 정의한다. 여기서 $M=2Q+1$ 이며 \mathbf{a}_m 의 i 번째 원소는 $a_{m,i} = (m-Q-1+i)_N$, $0 \leq m \leq N-1$, $0 \leq i \leq M-1$ 이다. 벡터 \mathbf{a}_m 를 이용하여 부분 행렬 $\mathbf{H}_m = \mathbf{H}(\mathbf{a}_m, \mathbf{a}_m)$ 과 부분 벡터 $\mathbf{X}_m = \mathbf{X}(\mathbf{a}_m)$, $\mathbf{Y}_m = \mathbf{Y}(\mathbf{a}_m)$, $\mathbf{W}_m = \mathbf{W}(\mathbf{a}_m)$ 을 표현 할 수 있으며, $K=2$ 인 Neumann 급수를 사용하여 $\mathbf{H}_m^{-1} = (\mathbf{D}_m + \mathbf{R}_m)^{-1}$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{H}_m^{-1} \approx \mathbf{D}_m^{-1} - \mathbf{A}_m \mathbf{D}_m^{-1} + \mathbf{A}_m^2 \mathbf{D}_m^{-1} \quad (19)$$

여기서 $\mathbf{A}_m = -\mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{R}_m$ 이며 식 (11)의 ZF 등화 방정식은 $\hat{\mathbf{X}}_m = \mathbf{H}_m^{-1} \mathbf{Y}_m$ 로 표현할 수 있으며 m 번째 심볼의 추정치 \hat{X}_m 은 $M \times 1$ 벡터 $\hat{\mathbf{X}}_m$ 의 $(Q+1)$ 번째 원소가 된다. 앞 절에서 살펴본 바와 같이 Neumann 급수 기법은 작은 Q 를 사용하는 밴드 행렬을 사용 할 경우에 수치적 오차를 줄일 수 있기 때문에 전체 채널 행렬 \mathbf{H} 대신 부분 행렬 \mathbf{H}_m 을 사용하게 된다. 그러나 이로 인해 \mathbf{H} 를 이용하는 일반적인 ZF 등화방식 보다 성능 저하가 발생하게 되며 이를 보상하기 위해 다음과 같은 부분 ICI 제거 기법을 이용한다. Neumann 급수 기법을 통해 전체 심볼 N 에 대한 심볼 검출을 수행한 후에 발생하는 ICI를 수신된 신호에서 빼주면 식 (20)과 같다.

$$\mathbf{Y}_{current} = \mathbf{Y}_{previous} - (\mathbf{B} - \mathbf{D})\bar{\mathbf{X}} \quad (20)$$

여기서 \mathbf{B} 는 $(10Q+1)$ 의 밴드 폭을 가진 밴드 행렬로 가정 하였으며 $\bar{\mathbf{X}}$ 는 hard-decision된 값을 가지고 있는 $N \times 1$ 벡터이다. ICI 신호를 제거한 후, 개선된 m 번째 심볼의 추정치 \hat{X}_m 은 $\hat{X}(m) = \mathbf{Y}(m)/\mathbf{B}(m,m)$ 으로 얻을 수 있다. 이러한 부분 ICI 제거 기법은 밴드 행렬을 사용하므로 복잡도가 낮기 때문에 복잡도를 크게 증가시키지 않는다.

3. 복잡도 분석

등화기의 실제적인 구현에 있어서 곱셈 연산은 덧셈 연산 보다 많은 연산량을 요구하며 복소수 곱셈 연산은 4개의 실수 곱셈 연산과 같기 때문에 주된 복잡도는 복소수 곱셈으로부터 온다고 볼 수 있다. 따라서 제안된 ZF 등화기법과 기존의 ZF 등화기법들의 복잡도를 복소수 곱셈 및 나눗셈의 연산 횟수를 이용하여 평가 및 비교한다. 먼저, Gauss-Jordan 방법에 의한 \mathbf{H} 의 역 행렬 연산에 대략 $2N^3$ 의 복소수 곱셈이 요구되며 \mathbf{H} 와 \mathbf{Y} 의 곱셈에 N^2 의 복소수 곱셈이 필요하다^[8]. 따라서 일반적인 ZF 등화기의 복잡도는 N^3 에 비례한다. 기존의 복잡도가 개선된 ZF 등화기법은 밴드 행렬 \mathbf{B} 를 $(N-2Q)$ 개의 부분 행렬로 나누고 각각의 심볼들을 검출하게 된다. 여기서 정방 행렬 $(2Q+1) \times (2Q+1)$ 의 역 행렬 연산 과정에 $(17/6)(2Q+1)^3 - (6/5)(2Q+1)$ 복소수 곱셈이 요구되며 등화 행렬의 row 벡터와 수신된 신호와의 곱에 $(2Q+1)$ 의 복소수 곱셈이 소요된다. 만약 $Q=1$ 인 경우, Kramer's rule에 의한 역 행렬 계산이 가능하여 각

표 1. $N=128$ 이고 $Q=2$ 일 때, 제안된 등화기법과 기존의 ZF 등화 기법들과의 복잡도 비교
Table 1. Complexity comparison when $N=128$ and $Q=2$.

	복소수 곱셈 횟수	비율
ZF 등화기법	4201688	0.16 %
개선된 ZF 등화기법 ^[3]	43792	15.8 %
Newton 반복기법 ^[5]	10368	66.7 %
제안된 ZF 등화기법	6912	

각 8개의 복소수 곱셈과 9개의 복소수 나눗셈이 소요된다. 따라서 하나의 심볼 검출에 20회의 복소수 곱셈이 필요하게 된다.

반면 제안된 ZF 등화기법의 경우, 식 (19)에서 m 번째 심볼의 추정치 \hat{X}_m 는 등화 행렬 H_m^{-1} 의 $(Q+1)$ 번째 row 벡터와 수신된 신호의 부분 벡터의 곱을 이용해서 구하게 되며 첫 번째 항, $D_m^{-1}(Q+1)Y_m$ 과 두 번째 및 세 번째 항, $A_m(:, Q+1)D_m^{-1}Y_m$, $A_m(:, Q+1)A_m D_m^{-1}Y_m$ 의 연산 과정에서 $(4Q^2+6Q+1)$ 의 복소수 곱셈이 요구된다. 여기서 D_m^{-1} 은 대각 행렬이므로 $(2Q+1)$ 복소수 나눗셈으로 쉽게 계산되어 지며 A_m 은 $(4Q^2+2Q)$ 의 복소수 곱셈을 필요로 한다. 따라서 하나의 심볼을 검출하는데 소요되는 복소수 곱셈은 $(8Q^2+10Q+2)$ 가 되어 전체 심볼들을 검출 하는데 $(8Q^2+10Q+2)N$ 의 복소수 곱셈이 사용된다. 따라서 제안된 ZF 등화 기법은 $Q=1$ 인 경우에도 기존의 복잡도가 개선된 ZF 방식과 동일한 연산량을 가지며 Q 가 증가함에 따라 계산상의 잇점을 보다 크게 가지게 된다.

또한 부분 ICI 제거 방식의 경우 식 (20)에서 밴드 폭이 $(10Q+1)$ 인 밴드 행렬 B 을 이용함으로써 인해 1 회의 부분 ICI 제거 방식을 적용하는데 $(10Q+1)N$ 의 복소수 곱셈이 소요된다. 표 1은 $N=128$ 및 $Q=2$ 일 때, 제안된 ZF 등화기법과 기존 방법들과의 복잡도 비교를 나타낸 것이다. 여기서 비율은 제안된 방식의 연산량을 기존의 방법들로 나눈 후, 100을 곱한 값이다. 표 1에서 볼 수 있듯이 제안된 ZF 등화기법은 기존에 알려진 방법들 보다 아주 적은 계산량을 가지며 부분 ICI 제거기를 사용할 경우에도 단지 2688 개의 복소수 곱셈이 추가됨으로 여전히 낮은 복잡도를 가짐을 알 수 있다.

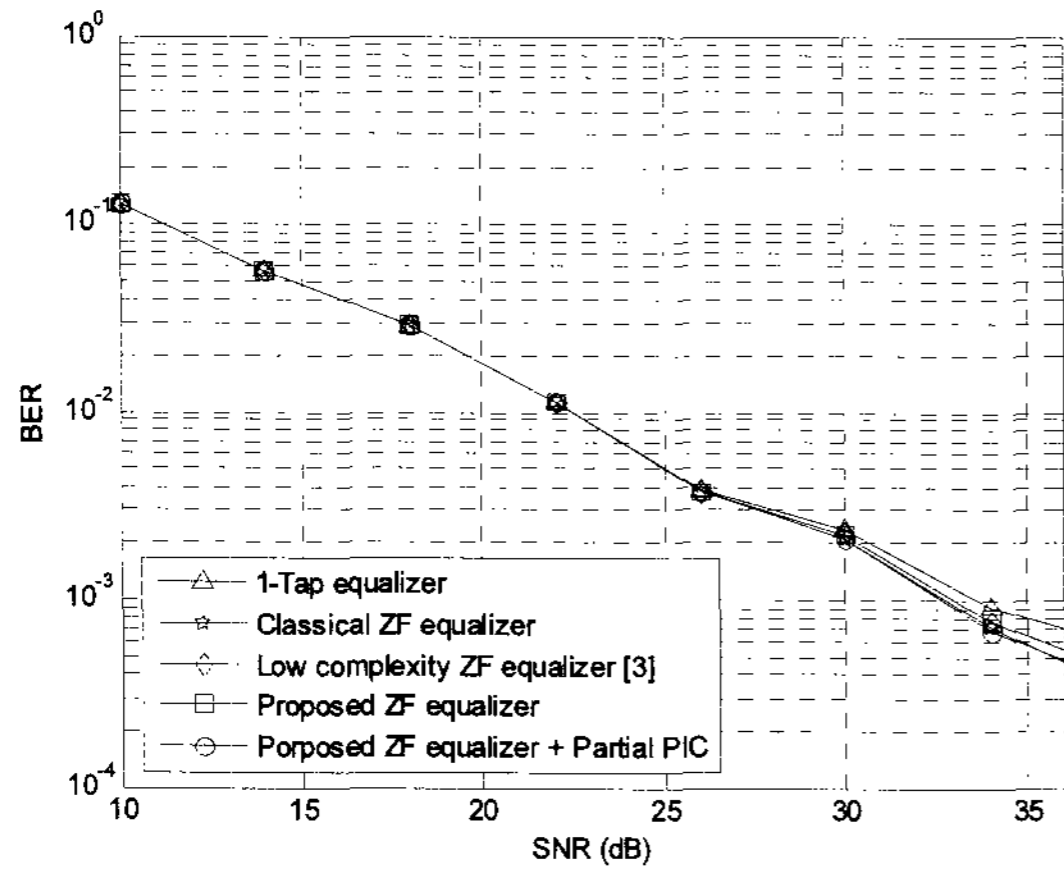
IV. 모의실험

본 장에서는 제안된 ZF 등화방식의 성능을 검증하고

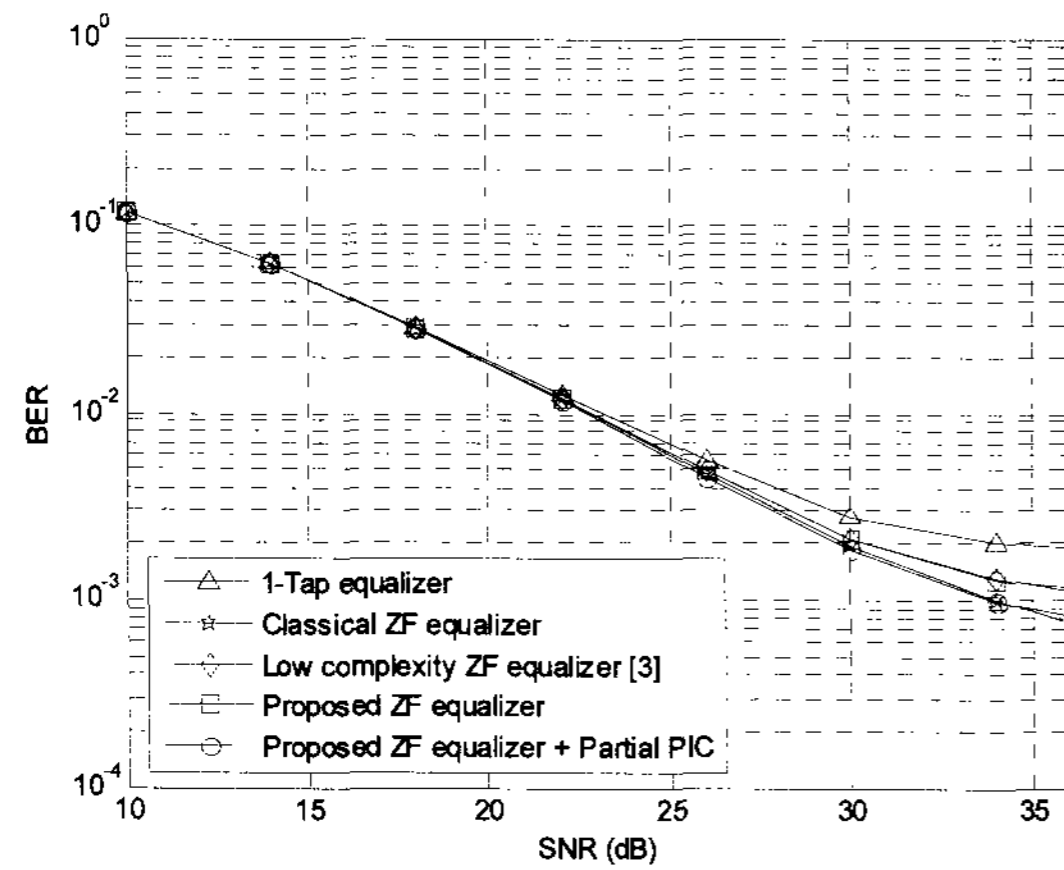
기존의 ZF 등화방식들과의 비교를 위하여 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 모의실험 환경은 다음과 같다. 전체 대역폭 1 MHz를 사용하는 uncoded OFDM 시스템에서 부반송파의 개수 N 은 128이고 16-QAM 변조방식이 이용된다. 또한 ISI에 의한 시스템 성능 저하 현상을 제거하기 위하여 사용되는 보호구간의 길이는 16 심볼로 설정되었다. 채널모델은 WSSUS Tapped-delay-line의 독립된 2개의 경로를 가지고 지수 함수적으로 감쇄되는 delay profile을 따르며 각각의 채널 탭은 Jake 모델에 의해서 발생하는 시변 다중 채널을 가정하였다. 여기서 2번째 채널 탭의 상대적인 지연은 3 심볼이며 첫 번째 채널 탭 보다 3 dB 작은 파워를 가진다. 송신단과 수신단과의 반송파와 심볼의 타이밍은 완벽하게 동기가 맞고 전체 채널 정보는 수신기에 알려져 있는 것으로 가정하였다. 따라서 채널 추정을 위한 파일럿(pilot) 신호는 사용하지 않았다.

그림 4는 정규화 도플러 주파수 f_d 가 0.01, 0.02, 0.03인 경우에 기존의 등화기법들과 제안된 등화기법의 성능을 비교하였다. 여기서 정규화 도플러 주파수 0.01, 0.02, 0.03은 도플러 주파수 f_m 이 각각 78 Hz, 156 Hz, 234 Hz인 경우이다. 인접한 부반송파의 개수 Q 는 2를 사용하였으며, 이때 부분행렬 H_m 은 5×5 행렬이 된다. 그림 4에서 볼 수 있듯이 f_d 가 0.01로 작은 경우에는 채널의 변화가 상대적으로 작기 때문에 기존의 1-tap 등화기와 ZF 등화방식과의 성능 차이가 적으나 f_d 가 0.03으로 증가하게 되면 1-tap 등화기로는 충분한 성능을 얻을 수 없음을 볼 수 있다. ICI의 특징을 이용하는 기존의 ZF 등화기법과 비교하여 제안된 방법은 기존 방법들에 비해 15.8% 또는 66.7%에 지나지 않은 연산량을 가지면서도 동일한 성능을 보였다. 이것은 밴드 특성을 이용함으로써 제한된 Neumann 급수를 사용할 때 발생하는 근사화 오차를 줄일 수 있었기 때문이다.

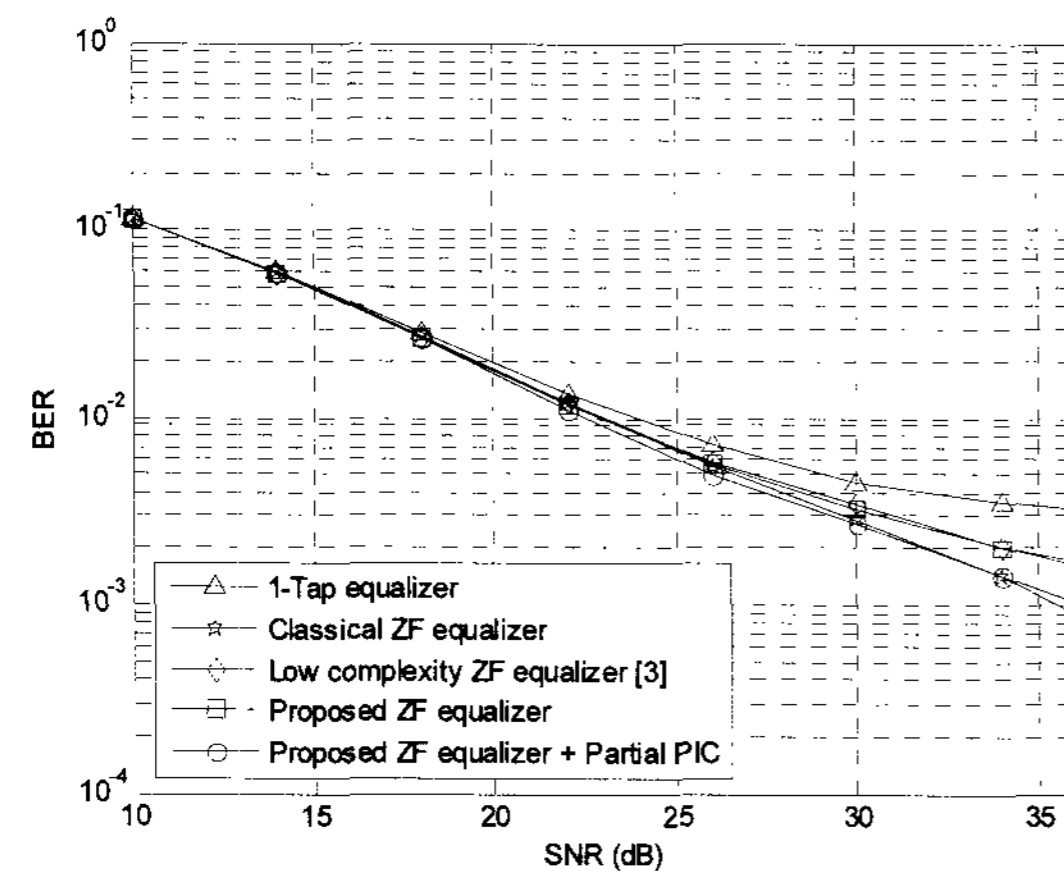
그림 4의 (b)에서 볼 수 있는 바와 같이 2×10^{-3} BER을 얻기 위해선 기존의 1-tap 등화기의 경우 SNR이 34 dB가 필요하지만 제안된 방법의 경우는 30 dB의 SNR이 요구되어 4 dB의 SNR 이득을 얻을 수 있었다. 그림 4의 (c)에서 f_d 가 0.03인 경우의 성능비교에서 볼 수 있듯이, 비록 대부분의 ICI는 인접 부반송파로부터 오지만 f_d 가 증가하게 되면 ICI 성분이 전체 부반송파로 넓게 퍼지게 되어 상대적으로 높은 SNR에서 성능저하가 나타나게 된다. 따라서 이를 보완하고 제안된 ZF 등화기의 성능을 향상시키기 위하여 본 논문에선 부분 ICI 제거 기법을 적용하였다.



(a) $f_d = 0.01$



(b) $f_d = 0.02$



(c) $f_d = 0.03$

그림 4. 정규화 도플러 주파수 f_d 가 변화함에 따라서 기존의 ZF 등화기와 제안된 ZF 등화기의 BER 비교

Fig. 4. BER performance comparison when f_d is 0.01, 0.02 and 0.03, respectively.

앞 장의 복잡도 분석에서 볼 수 있듯이 제안된 ZF 등화방식에 부분 ICI 제거 기법을 적용하더라도 총 소요되는 곱셈은 9600회로 여전히 기존의 ZF 방법들 보

다 적다. 그림 4에서 제안된 ZF 등화기에 부분 ICI 제거 기법이 결합된 비선형 등화기의 성능을 일반적인 ZF 등화기와 비교해 볼 때 거의 동일함을 알 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 적은 복잡도를 갖는 ZF 등화기를 제안하였다. 제안된 방식은 행렬 역 변환을 위한 수치적 근사화 기법인 Neumann 급수 사용을 위하여 발생하는 수치적 오차를 밴드 폭 및 급수의 관점에서 분석하여 밴드 구조의 채널 행렬과 Neumann 급수와의 결합이 계산량을 줄이면서도 안정적인 ZF 등화기를 구현하는 방법임을 보였다. 또한 복잡도 분석과 컴퓨터 모의 실험을 통해서 제안된 ZF 등화 방식이 기존의 ZF 방법들 보다 작은 연산량을 가지면서도 동일한 성능을 보였으며 제안된 방식에 부분 ICI 제거 기법을 추가적으로 사용하여 일반적인 ZF 등화기와 거의 동일한 성능을 나타냄을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] X. Cai and G. Giannakis, "Bounding performance and suppressing intercarrier interference in wireless mobile OFDM," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, pp. 2047-2056, Dec. 2003.
- [2] P. Schniter, "Low complexity equalization of OFDM in doubly selective channels," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, no. 4, pp. 1002-1011, Apr. 2004.
- [3] W. G. Jeon, K. H. Chang and Y. S. Cho, "An equalization technique for orthogonal frequency division multiplexing systems in time-variant multipath channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 27-32, Jan. 1999.
- [4] C. Y. Hsu and W. R. Wu, "A low-complexity ICI mitigation method for high-speed mobile OFDM systems," in *Proc. of ISCAS Conf.*, pp. 21-24, May 2006.
- [5] J. Fu, C. Y. Pan, Z. X. Yang and L. Yang, "Low-complexity equalization for TDS-OFDM systems over doubly selective channels," *IEEE Trans. Broadcasting*, vol. 51, no. 3, pp. 401-407, Sept. 2005.
- [6] F. Yang, W. Zhang, S. Jiao and X. Hou, "Low complexity intercarrier interference equalization technique in OFDM system," *IEICE Trans. Commun.*, vol. e89-b, no. 7, pp. 2043-2049, July 2006.

- [7] K. Chang, K. Kim and D. H. Kim, "Reduction of Doppler effects in OFDM systems," IEEE Trans. Consumer Electronics, vol. 52, no. 4, pp. 1159-1166. Nov. 2006.
- [8] C. D. Meyer, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra. SIAM, 2001.

 저 자 소 개



박 지 현(학생회원)
 1992년 연세대학교 전기공학과
 학사 졸업.
 1994년 연세대학교 전기공학과
 석사 졸업.
 1997년~현재 LG전자 연구소.
 2001년~현재 연세대학교 전기
 전자공학과 박사 과정.
 <주관심분야 : 통신 신호처리, OFDM 시스템>



황 승 훈(정회원)
 1999년 연세대학교 공학 박사.
 1999년 LG 전자 이동통신기술
 연구소 책임 연구원.
 2003년 University of Southamp
 -ton, United Kingdom,
 Research Fellow.
 2005년~현재 동국대학교 전자공학과 조교수
 <주관심분야 : 무선 및 이동 통신 시스템>



황 금 찬(정회원)
 1967년 연세대학교 전기공학과
 학사.
 1975년 Polytechnic University
 전자공학 석사.
 1979년 Polytechnic University
 전자공학 박사.

1980년~현재 연세대학교 전기전자공학과 정교수
 <주관심분야 : 통신 시스템(CDMA), 이동 및 위
 성 통신, 통신 이론>