

시간지연을 갖는 적분 시스템의 간단한 PID 제어기 동조법

이윤형* · 진강규** · 소명옥†

(원고접수일 : 2007년 10월 8일, 심사완료일 : 2007년 12월 4일)

Simple Tuning Methods of PID Controller for Integrating Processes with Time Delay

Yun-Hyung Lee* · Gang-Gyoo Jin** · Myung-Ok So†

Abstract : Simple tuning methods of PI, PD and PID controller are proposed for an integrating process with time delay. This is based on matching the coefficients of corresponding powers of s in the numerator and that in the denominator of the closed-loop transfer function. For set-point tracking problem, the derived controller is found to be a PD controller which is shown by Lee's tuning rule based on minimizing the performance indexes (ISE, IAE, ITAE) using a real-coded genetic algorithm. A method can be also proposed PI, PID controllers according to tuning parameter λ similar to IMC method. Simulation example is given to illustrate the set-point tracking and disturbance rejection performance of the proposed method.

Key words : Integrating plus time delay process(시간지연을 갖는 적분시스템), PID controller (PID 제어기), Tuning(동조)

1. 서 론

PID 제어기는 구조가 단순하고, 조정해야 할 매개변수(계수)의 수가 적을 뿐만 아니라 동작점에서 만족할만한 제어성능을 가지는 장점 때문에 지난 반세기동안 산업 현장에서 주요한 역할을 해왔다^[1]. 한편, 대부분의 산업 프로세스들은 안정한 개회로 시스템(Open loop system)이고, 또 시간지연을 갖는 1차 과감쇠 시스템(Over-damped system)으로 근사화될 수 있어서 PID 제어기의 설계방법들

은 주로 이러한 프로세스를 대상으로 하고 있다^[2].

본 연구에서 다루고자 하는 적분 시스템은 공정 제어(Process control) 분야에서 종종 찾아 볼 수 있는데, 산업공정의 탱크의 수위제어, 닫힌 용기의 압력제어, Batch내에서 농도제어, 단열된 공간에서 온도제어 등에서 적분시스템을 찾아볼 수 있다^[3]. 또한, Chen과 Fruehauf는 많은 화학 공정이 적분 시스템으로 모델링 될 수 있음을 보였다^[4].

적분시스템은 원점에 존재하는 특성근으로 인해 불안정한 시스템(Unstable system)이고, 대부분

† 교신저자(한국해양대학교 선박전자계공학부), E-mail: smo@hhu.ac.kr, Tel: 051)410-4248

* 한국항만연수원 부산연수원

** 한국해양대학교 컴퓨터·제어·전자통신공학부

의 공정에 존재하는 시간지연(Time delay) 때문에 제어기 설계가 까다로워 연구자들의 관심을 끌지 못해 지금까지 한정된 연구 결과만 발표되어 왔다^{[4]-[7]}.

기존의 연구로 Chien과 Fruehauf^[4]는 화학공정 플랜트를 시간지연을 갖는 적분모델로 간주하여 IMC기법으로 PI 제어기를 동조하는 방법을 제안하였고, Tyreus와 Luyben^[5]은 이를 개선하는 연구와 함께 적분시스템에 적용이 어려웠던 Ziegler-Nichols의 한계감도법을 개선하는 연구를 수행하였다. Luyben^[6]은 Tyreus가 다루었던 Z-N 동조법을 더욱 개선하는 문제를 다루었다. 한편 Wang과 Cluett^[7]는 사용자가 속도조절계수 β 를 정의해서 적용할 수 있는 동조법을 제시하였다.

최근에 Lee^[2] 등은 실수코딩 유전알고리즘을 이용해 ISE, ITSE, IAE의 성능지수를 최소가 되도록 하는 관점에서 적분 시스템의 최적 동조 규칙을 유도하여 Tyreus와 Luyben방법, Luyben 방법 그리고 Wang과 Cluett방법과 비교하였다.

본 논문의 목적은 위에서 언급한 기존의 접근보다 해석적으로 더욱 간단한 PID 제어기 동조법을 체계적으로 얻는 것이다. 한편, 제안하는 방법은 PID 제어기 뿐만 아니라 PI, PD 제어기로도 유도될 수 있다. 이들 제어기는 여러 문헌에서 종종 인용되는 적분 시스템에 적용하고, 시뮬레이션을 실시해 기존의 방법과 비교하여 그 유효성을 입증한다.

2. 적분 시스템의 PID 제어기 동조법

본 연구에서 다룰 적분 시스템은 기존의 문헌에서 볼 수 있는 (1)과 같은 전달함수이다^{[2]-[7]}.

$$G_p(s) = \frac{K \exp(-Ls)}{T_s} \quad (1)$$

$$= \frac{K_c \exp(-Ls)}{s}$$

여기서 K , T , L 은 각각 시스템의 정상이득, 적분상수와 시간지연을 의미하며, K_c 는 적분상수를 고려한 이득이다. 만약 시간지연이 없는 경우($L=0$)

에는 순수 적분 시스템(Pure integrating processes)이 되어 PID 제어가 아주 간단하게 된다^[3].

(1)과 같은 모델은 시스템 파라미터로 L 과 K_c 만을 갖기 때문에 흔히 릴레이 궤환법(Relay feedback method)나 폐루프법(Closed-loop Identification)을 이용하면 식별이 비교적 간단하다^[8].

식별된 모델은 앞에서 언급한 대로 기존의 방법을 통해서 PID 제어기 동조가 가능하다. 다음은 대표적인 동조법을 연구된 시기에 따라서 정리한 것이다.

- ◆ Chen과 Fruehauf 방법^[4]

$$K_p = \frac{2\tau_{CL} + L}{(\tau_{CL} + L)^2}, \quad T_i = 2\tau_{CL} + L \quad (2)$$

이 방법은 페루프 시스템의 시정수(τ_{CL})를 알아야만 가능하다.

- ◆ Tyreus와 Luyben 방법^[5]

$$K_p = \frac{0.487}{K_c L}, \quad T_i = 8.75L \quad (3)$$

이 방법은 Chen and Fruehauf 방법의 개선된 형태로 식별된 모델의 파라미터만으로 동조할 수 있다.

- ◆ Luyben 방법^[6]

$$K_p = \frac{K_u}{2.2}, \quad T_i = \frac{2.2}{P_u}, \quad T_d = \frac{P_u}{6.3} \quad (4)$$

여기서 K_u 와 P_u 는 각각 페루프 시스템의 한계이득과 한계주기를 의미한다.

- ◆ Wang and Cluett 방법^[7]

$$K_p = \frac{1}{L K_c} \hat{K}_p, \quad T_i = L \hat{T}_i, \quad T_d = L \hat{T}_d \quad (5)$$

여기서 \hat{K}_p , \hat{T}_i , \hat{T}_d 는 β 의 함수로서 다음과 같이 정의되며, β 는 1~17사이의 값을 사용하도록

권고하고 있다.

$$\hat{K}_p = \frac{1}{0.7138\beta + 0.3904}$$

$$\hat{T}_i = 1.4020\beta + 1.2076$$

$$\hat{K}_d = \frac{1}{1.4167\beta + 1.6999} \quad (\text{단, } \zeta = 0.707)$$

• Poulin and Pomerleau 방법^[10]

$$K_p = \frac{2.13}{P_u K_c}, \quad T_i = 1.04 P_u \quad (6)$$

여기서 P_u 는 페루프 시스템의 한계주기이다.

• Lee 방법^[2]

Lee는 추종제어용 PD 제어기와 외란억제용 PID 제어기를 구분하여 동조규칙을 구하였으며, ISE인 경우의 동조 규칙은 다음과 같다.

$$K_p = 1.012(L/T)^{-0.934}/K \quad \text{추종제어용 (7a)}$$

$$T_d = 0.486(L/T)T$$

$$K_p = 1.336(L/T)^{-0.993}/K$$

$$T_i = (1.471(L/T) + 0.02)T \quad \text{외란제거용 (7b)}$$

$$T_d = 0.595(L/T)T$$

Lee의 방법에 사용된 실수코딩 유전알고리즘은 PID 제어기 계수 탐색에서 적분제어에 영향을 받지 않았는데, 이는 적분 시스템 자체가 적분기를 하나 가지고 있는 1형 시스템이기 때문이다. 시뮬레이션에서 Lee는 PD 제어만으로도 계단상의 설정치를 정상상태오차 없이 잘 추종함을 보였다.

3. 제안한 동조법

위의 다양한 동조법 중에서 Lee의 방법은 추종 제어 문제에서 PID 형태를 도출하지 못했고, 그의 동조법은 시간지연이 큰 프로세스에 적용하면 정상상태 도달시간이 상당히 길어 만족스럽지 못한

성능을 보이는 단점을 가지고 있다.

따라서 본 논문에서는 기존의 접근보다 해석적으로 간단하면서 PID 제어기 까지도 도출할 수 있는 동조법을 얻는 것에 그 목적이 있다.

다음과 같은 표준형 PID 제어기를 고려한다.

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (8)$$

여기서 K_p , T_i , T_d 는 각각 비례이득, 적분시간, 미분시간을 나타낸다.

적분 시스템과 제어기가 결합된 제어시스템의 블록선도는 Fig. 1과 같다.

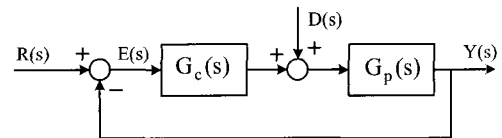


Fig. 1 Unit feedback PID control system

그러면 페루프 전달함수 $Y(s)/R(s)$ 는 다음과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(K_c K_p T_d s^2 + K_c K_p s + \frac{K_c K_p}{T_i} \right) \exp(-Ls)}{s^2 + \left(K_c K_p T_d s^2 + K_c K_p s + \frac{K_c K_p}{T_i} \right) \exp(-Ls)} \quad (9)$$

(9)에서 Ls 를 하나의 변수로 치환하기 위해서 $p = Ls$ 의 새로운 변수를 도입하고, $Y(p)/R(p)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{(K_3 p^2 + K_1 p + K_2) \exp(-p)}{p^2 + (K_3 p^2 + K_1 p + K_2) \exp(-p)} \quad (10)$$

여기서 K_1 , K_2 그리고 K_3 는 각각 다음과 같다.

$$K_1 = K_c K_p L \quad (11a)$$

$$K_2 = \frac{K_1}{T_i} = \frac{K_c K_p L^2}{T_i} \quad (11b)$$

$$K_3 = \frac{K_1 T_d}{L} = K_c K_p T_d \quad (11c)$$

(10)은 분모와 분자에 모두 $\exp(-p)$ 항을 가지고 있는데, 분자에 있는 것은 시간지연에 해당하는 만큼 시간축에 대해 이동(shift)해주면 되므로 해석에 있어서 어려움이 없다. 그러나 분모에 있는 $\exp(-p)$ 항은 제거해야 해석이 가능하다.

분모에 있는 $\exp(-p)$ 는 (12)로 잘 알려진 Pade의 근사식을 이용하여 근사화한다.

$$e^{-Ls} = \frac{1 - \frac{Ls}{2} + \frac{(Ls)^2}{8} - \frac{(Ls)^3}{48} + \dots}{1 + \frac{Ls}{2} + \frac{(Ls)^2}{8} + \frac{(Ls)^3}{48} + \dots} \quad (12)$$

이제 (12)에서 1차항만 취하여 (10)에 대입하고, 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{(K_3 p^2 + K_1 p + K_2)(1 + 0.5p)\exp(-p)}{p^2(1 + 0.5p) + (K_3 p^2 + K_1 p + K_2)(1 - 0.5p)} \quad (13)$$

출력(y)이 기준입력(r)에 추종하기 위해서는 (13)에서 분자와 분모가 일치하면 되므로 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} K_1 &= 1 \\ K_2 &= 0 \\ K_3 &= 0.5 \end{aligned} \quad (14)$$

따라서 (11)과 (14)를 비교하면 다음과 같은 관계식이 구해진다.

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{1}{K_c L} \\ T_i &= \infty \\ T_d &= 0.5L \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 주의 깊게 살펴볼 것은 유도된 제어기는 적분시간이 무한대 값을 가지기 때문에 PD 제어기 형태라는 것과 (7a)의 Lee가 제안한 추종제어용

PD 제어기 동조규칙과 매우 유사하다는 것이다. 이는 앞서 설명한대로 Lee의 동조법에 사용된 실수코딩 유전알고리즘이 PID 제어기 계수 탐색에서 적분제어에 영향을 받지 않는 해석적인 이유로 생각할 수 있다.

PI 혹은 PID 제어기를 사용하면 추종제어 문제에서 오버슈트가 발생할 수 있고, 이것은 (13)에서 출력이 기준입력보다 큰 경우를 의미한다. 따라서 이를 반영하기 위해 (13)의 분자에 1보다 큰 λ 를 곱하고, 다시 분자와 분모의 p다항식을 일치하도록 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (1-\lambda)K_1 + 0.5(1+\lambda)K_2 &= 0 \\ 0.5(1+\lambda)K_1 + (1-\lambda)K_3 &= \lambda \\ (1+\lambda)K_3 &= \lambda \end{aligned} \quad (16)$$

만약 $\lambda=1$ 이면 (15)와 동일한 PD 제어기가 되고, $\lambda>1$ 이면 다음과 같은 PID 제어기가 된다.

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{4\lambda^2}{(1+\lambda)^2 K_c L} \\ T_i &= \frac{1}{2} \left(\frac{1+\lambda}{\lambda-1} \right) L \\ T_d &= \frac{1}{4} \left(\frac{1+\lambda}{\lambda} \right) L \end{aligned} \quad (17)$$

동일한 방법으로 PI 제어기에 대해 정리하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{2\lambda}{(1+\lambda)K_c L} \\ T_i &= \frac{1}{2} \left(\frac{1+\lambda}{\lambda-1} \right) L \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 λ 는 사용자가 결정해야 하는 매개변수이다. 이것은 IMC 동조법⁽⁹⁾에서 사용하는 필터에 포함되는 계수(ψ)와 유사한 기능을 하는 매개변수이다.

4. 시뮬레이션 및 검토

여기서는 제안한 방법의 유효성을 검증하기 위하여 Tyreus와 Luyben⁽⁵⁾, Luyben⁽⁶⁾, Wang⁽⁷⁾

그리고 Lee^[2] 방법과 응답을 비교하는 시뮬레이션을 실시하였다.

4.1 추종제어

시뮬레이션에 사용된 적분 시스템은 여러 문헌에서 인용되는 다음 시스템^{[4]-[7]}을 고려하였다.

$$\text{시스템} : G_p(s) = \frac{0.0506 \exp(-6s)}{s} \quad (19)$$

이 경우 Tyreus와 Luyben의 PI 제어기 계수는 $K_p = 1.604$, $T_i = 52.5$ 이고, Luyben의 PID 제어기 계수는 $K_p = 2.347$, $T_i = 52.8$, $T_d = 3.809$ 이다. Wang의 방법은 $\zeta = 0.707$ 에 대하여 속도계수 β 값이 2인 경우로서, $K_p = 1.811$, $T_i = 24.069$, $T_d = 1.323$ 이다. Fig. 2는 기존 방법의 응답을 나타낸 것으로 Lee의 동조법이 가장 좋은 응답결과를 보이고 있다.

제안한 동조법의 경우 (15)로 주어지는 PD 제어기는 $K_p = 3.293$, $T_d = 3.0$ 이고, (18)로 주어지는 PI 제어기는 $\lambda = 1.07$ 로 정할 때 $K_p = 3.4052$, $T_i = 88.7143$ 이다.

또한, (17)로 주어지는 PID 제어기는 $\lambda = 1.25$ 일때 $K_p = 4.066$, $T_i = 27.0$, $T_d = 2.70$ 이다. Fig. 3은 제안한 방법의 응답결과이다. PD 제어기가 가장 양호한 성능을 보이며, PI 제어기와 PID 제어기는 λ 의 선정에 큰 영향을 받는다. 제안한 PD 제어기는 Lee의 방법보다 오버슈트, 정정 시간에서 더 우수한 성능을 보인다.

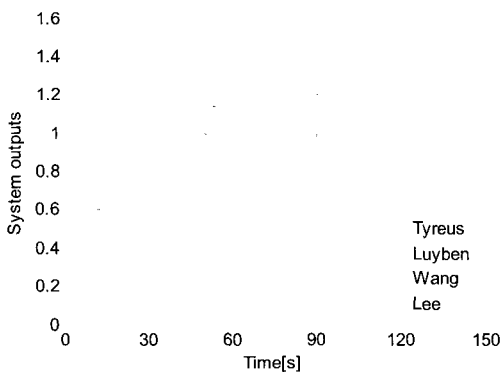


Fig. 2 Tracking responses of conventional methods

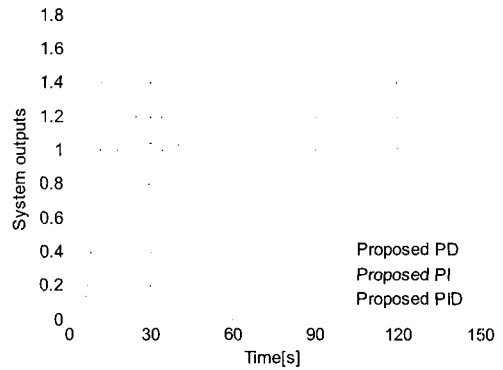


Fig. 3 Tracking responses of proposed methods

4.2 외란억제

다음으로 제안한 방법의 외란억제 성능을 확인하기 위하여 앞서 사용한 예제 시스템에서 기존의 방법과 비교하였다.

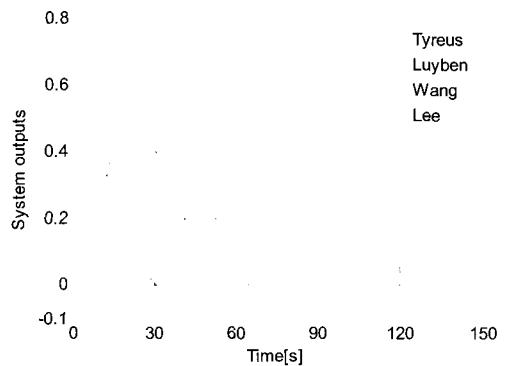


Fig. 4 Disturbance rejection responses of conventional methods

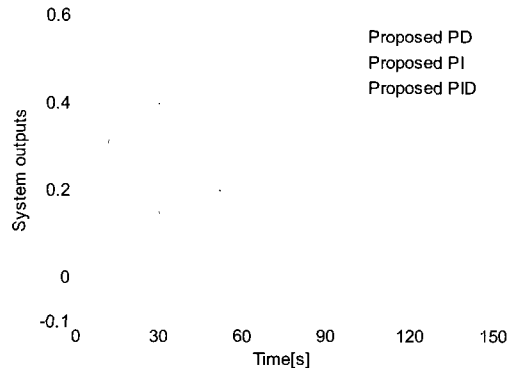


Fig. 5 Disturbance rejection responses of proposed methods

Fig. 4와 Fig. 5는 시스템에 대해 설정치 $r = 0$ 인 상태에서 단위계단 외란 $d = 1(t \geq 0)$ 이 입력될 때의 응답을 그린 것이다.

기존의 동조법 중에서는 추종제어와 마찬가지로 Lee의 동조법이 가장 좋은 성능을 보이고 있음을 Fig. 4를 통해서 알 수 있다.

제안한 방법 중에서 외란이 인가되는 경우에 PD 제어를 사용하면 회복(Recovery)하지 못하는 결과를 보인다. 따라서 외란이 인가되는 환경에서는 PI 혹은 PID 제어를 사용해야한다.

PID 제어기의 경우는 Lee의 방법보다 최초 회복시간(Recovery time)이 다소 길지만 Lee의 방법에서 발생하는 헌팅(Hunting)이 없다는 장점을 가진다.

5. 결 론

본 논문에서는 시간지연을 갖는 적분시스템에 대해 비교적 쉽고, 해석적으로 간단히 유도 가능한 PD, PI, PID 제어기 동조법을 제안하였다. 특히 제안한 PD 제어기는 기존의 연구인 Lee의 방법과 거의 동일한 결과가 되는 것을 확인 하였으며, Lee가 추종제어에 있어서 PID 제어기를 도출하지 못한 해석적 근거를 보였다.

시뮬레이션 결과 제안한 제어기 중에서 추종제어의 경우에는 PD 제어가 가장 우수한 제어성능을 보였고, 외란억제 문제에서는 PID 제어기가 가장 좋은 성능을 보였다.

참고문헌

[1] K. J. Astrom, T. Hangglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins," *Automatica*, Vol.20, pp.645-652, 1984.

[2] 이윤형, 안종갑, 김민정, 소명옥, 황승욱, 진강규, "시간지연을 갖는 적분시스템용 PID 제어기의 동조규칙", *한국마린엔지니어링학회지*, Vol.30, No. 6, 2006.

[3] Astrom, and Hagglund, *PID Controllers: theory, design and tuning*, ISA Press, 1995.

[4] I. L. Chien, P. S. Fruehauf, "Consider IMC tuning to improve performance", *Chem. Eng. Prog.*, pp. 33-41, 1990.

[5] B. D. Tyreus and W. L. Luyben, "Tuning PI controllers for integrator/dead time processes", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 33, pp. 2625-2628, 1992.

[6] W. L. Luyben, "Tuning Proportional-Integral-Derivative Controllers for Integrator/Deadtime Processes", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 35, pp. 3480-3483, 1996.

[7] L. Wang, and W. R. Cluett, "Tuning PID controllers for integrating processes", *IEE Proc. Control Theory Appl.*, 144, pp. 385- 392, 1997.

[8] M. Friman, K. V. Waller, "Auto-tuning of multi-loop control system", *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 33, pp. 1708-1717, 1994

[9] M. Morari, E. Zafiriou, *Robust Process Control*, Prentice-Hall, 1989.

[10] E. Poulin, A. Pomerleau, "PI settings for integrating processes based on ultimate cycle information", *IEEE Trans. Control Syst. Tech.* Vol. 7, No. 4, pp. 509-511, 1999.

저 자 소 개



이윤형 (李潤炯)

2002년 한국해양대학교 기관시스템공학부(공학사), 2004년 한국해양대학교 대학원 기관시스템공학과(석사), 2007년 한국해양대학교 대학원 메카트로닉스 공학과(박사), 현재 한국항만연수원 부산연수원 교수

※ 관심분야 : 제어이론, 유전알고리즘 응용, 항만하역장비제어



진강규(陳康奎)

1977년 한국해양대학교 기관학과(학사).
1985년 Florida Institute of Technology,
전기·전자·컴퓨터공학과(석사). 1996년
University of Wales Cardiff, 전기·전
자·시스템공학과 박사. 현재 한국해양
대학교 컴퓨터·제어·전자통신공학부
교수.

※ 관심분야 : 유전알고리즘, 퍼지제어,
최적제어



소명옥(蘇明玉)

1980년 한국해양대학교 기관학과(학사).
1989년 한국해양대학교 대학원 기관학
과 석사. 1997년 동 대학원 박사. 한국
항만·운송노동연구원 연구위원. 200
5~2006년 University of Wales Cardiff
파견교수. 현재 한국해양대학교 선박전
자기계공학부 교수.

※ 관심분야 : 퍼지제어, 최적제어