

측정 시스템 분석 모형의 고찰 및 새로운 모형의 제안

최성운*

*경원대학교 산업공학과

Review and Suggestions of Models for Measurement System Analysis

Sung Woon Choi*

*Department of Industrial Engineering, Kyungwon University

Abstract

The present study contributes reviewing and suggesting various models for measurement system analysis(MSA). Measurement errors consist of accuracy, linearity, stability, part precision, repeatability and reproducibility(R&R).

First, the major content presents split-plot design, and the combination method of crossed and nested design for obtaining gage R&R. Second, we propose $\bar{x}-s$ variable control chart for calculating the gage R&R and number of distinct category. Lastly, investigating the determination of gage performance curve which establishes the control specification propagating calibration uncertainties and measurement errors is described.

Keywords: Measurement Errors, Accuracy, Linearity, Stability, Repeatability, Reproducibility, Split-Plot, Crossed and Nested Design, $\bar{x}-s$ Control Chart, Calibration Uncertainties, Control Specification

1. 서론

기술이 발전하고 첨단화 될수록 높은 수준의 품질을 유지하기 위해 혁신 및 개선 활동은 더욱 요구되며 이를 위해 자동차 품질경영 시스템을 보증하는 ISO/TS 16949에서는 MSA(Measurement System Analysis)의 측정시스템을 개발, 도입, 운영하고 있으며 경영혁신 운동인 6시그마에서도 DMAIC(Define, Measure, Analyze, Improve, Control)의 개선 프로세스에서 Measure과정에 게이지 R&R을 필수적으로 사용하고 있다.

측정없이 개선도 할 수 없듯이 측정은 모든 경영 및 품질혁신 활동의 시발점이 되며 오차(Error)를 정확도(Accuracy)와 정밀도(Precision)로 구분하여 경영관리자, 작업자, 계측자, 계측기 관점에서 개선을 취

할 수 있는 기회를 제공할 수 있다.

계측기의 정확도, 치우침 또는 편의(Bias)는 소급성(Traceability) 추적에 의한 교정(Calibration)의 문제로 이를 실시하지 않은 것은 경영관리자의 책임으로 ISO 9001 : 2000 인증에서도 교정에 관련된 사항을 주요 심사항목으로 설정하고 있다.

또한 계측 정밀도에서 부품(Part) 표준편차는 생산공정의 작업자 숙련에 의해 줄일 수 있으며 재현 표준편차는 계측자의 숙련도로, 반복 표준편차는 계측기의 미세한 성능유지로 감소시킬 수 있다. 안정도(Stability)는 계측기의 시간에 따른 변화로 계측기를 유지하는 경영관리자가 주의를 기울여야 하며 선형도(Linearity)는 계측기의 기준값(Reference Value) 또는 참값(True Value)의 성능을 구조적이고 체계적으로 유지해야 확보할 수 있다.

† 교신저자: 최성운, 경기도 성남시 수정구 북정동 산65 경원대학교 산업공학과

M·P: 011-256-0697, E-mail: swchoi@kyungwon.ac.kr

2008년 1월 접수; 2008년 2월 수정본 접수; 2008년 2월 게재확정

따라서 본 연구에서는 측정시스템을 정확도, 선형도, 안정도의 경영관리자, 계측기 귀책인 구조적인 오차와 부품 정밀도, 반복정밀도, 재현정밀도의 작업자, 계측자, 계측기 귀책인 미세한 오차로 구분하여 이를 분석, 평가하기 위한 다양한 모형을 고찰하고 새로운 모형을 제안한다. 기업관점에서 본 연구를 활용할 경우 측정오차를 경영관리자, 작업자, 계측자, 계측기에 따른 책임소재를 분명히 하여 이를 시스템으로 관리, 운영할 수 있다. 특히 Gage R&R 산출을 위해 지분실험법과 교차와 지분조합 실험계획법을 제시하였으며 Gage R&R과 구별범주의 수를 결정하기 위해 $\bar{x}-s$ 관리도를 제안하였다. 고객관점에서는 교정 시 고려되는 A형, B형 불확도(Uncertainty)에 의한 확장 불확도와 교정 후 본 연구에서 제시한 측정오차의 성분을 합성(Propagation)하여 고객과 약속한 스펙(Specification)을 지킬 수 있도록 타이트(Tight)한 관리 스펙을 정할 수 있는 계측기 성능 곡선 설정모형을 제안하였다.

2. 오차, 정확도, 정밀도

오차는 정밀도와 정확도의 합으로 표시되며 오차는 각 데이터가 기준값 또는 참값과의 차이이며 정밀도는 각 데이터가 평균과의 차이로 산포(Dispersion)의 척도인 변동(Variation), 분산(Variance), 표준편차, 변동계수, 범위 등이 포함되며 기하학적으로는 넓이(Width), 폭이라 한다. 정확도는 평균과 기준값 또는 참값과의 차이를 말하며 치우침 또는 편이라 하고 기하학적으로는 중심 위치(Central Location)라 한다.

정확도, 치우침 또는 편이는 시간에 따른 안정도와, 참값의 범위에 따른 선형도와 더불어 구조적인 오차에 속하며 정밀도는 부품정밀도, 반복정밀도, 재현정밀도로 구분된다.

2.1 안정도와 선형도

안정도는 계측기의 시간에 따른 변화로 $\bar{x}-R$ 관리도, $\bar{x}-s$ 관리도에서 Subgroup Number를 주, 월, 분기, 년의 시간으로 하여 \bar{x} 의 변화가 안정되어 있는가를 검토한다. R 관리도와 s 관리도는 계측기 표준편차인 반복정밀도를 검토하는 경우 사용되며 Subgroup Size가 1인 경우 I-MR 관리도를 사용한다.

선형도는 부품의 평균과 기준값의 차이인 치우침 또는 편이를 반응 변수 y 로 하고 기준값을 독립변수 x 로 하여 1차 회귀(Regression) $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ 를 구한 후

기울기 $\hat{\beta}_1$ 이 유의적인 경우 선형도에 의한 치우침이 있다는 결론을 내린다. 치우침 또는 편이의 검정방법으로 범위와 표준편차에 의한 두 가지 t검정이 있다.

2.2 부품정밀도, 반복정밀도, 재현정밀도

부품정밀도(σ_p)는 생산공정에서 작업자에 의한 표준편차이며 반복정밀도(σ_{rt})와 재현정밀도(σ_{rd})는 각각 계측기와 계측자에 의한 표준편차이다. 정밀도는 변동이라고 하며 분산의 합성법칙에 의해 게이지 R&R 정밀도 $\sigma_{R\&R} = \sqrt{\sigma_{rt}^2 + \sigma_{rd}^2}$, 총변동 $\sigma_T = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_{R\&R}^2}$ 이다. $1 - \alpha$ 신뢰수준(Confidence Level)의 개념으로 포함인자(Coverage Factor)값은 표준정규분포 표에서 얻어지며 99.73%일 경우 포함인자는 6, 99%일 경우 5.15, 95.44%일 경우 4를 사용하며 특별특성(Special Characteristics)을 갖는 제품은 나쁜 표준편차를 크게 보이도록 하여 사람에게 경각심을 불러 일으켜 주는 방법을 택하며, 이는 부적합품을 퍼센트 척도에서 PPM 척도로 환산하여 사용하는 이치와 같다. 연구변동은 정밀도 즉 표준편차에 포함인자를 곱한 값으로 MINITAB에서는 6σ 를 사용하며 퍼센트를 구할 경우 % 총변동, % 공정변동, % 공차변동은 분모를 각각 $6\sigma_T$, $6\sigma_{공정}$, 공차(Tolerance) (단 한쪽 스펙일 경우 연구 변동은 3σ 를 허용차(Allowance)로 나눔)로 나누어 백분율을 구한다. MINITAB[2]에서는 % 총변동을 % 연구변동, % 공차변동을 % PT(Precision/Tolerance)라 고 불리운다.

3. Gage R&R

3.1 ANOVA 방법

ANOVA(ANalysis Of VAriance)는 부품, 계측기, 계측자를 인자 수준(Factor, Level, Treatment)으로 하여 F검정을 실시한 후 분산 또는 MS(Mean Square)의 기대값에 의해 각 요인의 정밀도인 표준편차를 추정할 수 있다.

3.1.1 1원배치법 : 변량모형

데이터 구조식 $x_{ij} = \mu + a_i + e_{ij}$ 에서 인자 A는 부품의 수로 $i=1, 2, \dots, l$, 반복은 $j=1, 2, \dots, r$ 이다. $E(MS_A) = \sigma_E^2 + r\sigma_A^2$, $E(MS_E) = \sigma_E^2$ 으로 부품정밀도 $\sigma_p^2 = \sigma_A^2 = \frac{MS_A - MS_E}{r}$ 이 되며 반복정밀도 $\sigma_{rt}^2 = \sigma_E^2$ 이 된다.

3.1.2 반복있는 2원배치법 : 변량모형

데이터 구조식 $x_{ijk} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + e_{ijk}$ 에서 인자 A는 부품의 수로 $i=1, 2, \dots, l$, 인자 B는 계측자의 수로 $j=1, 2, \dots, m$, 반복은 $k=1, 2, \dots, r$ 이다.

$$E(MS_A) = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + mr\sigma_A^2,$$

$$E(MS_B) = \sigma_E^2 + r\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_B^2, \quad E(MS_E) = \sigma_E^2$$

이므로

$$\text{부품정밀도 } \sigma_p^2 = \sigma_A^2 = \frac{MS_A - MS_E}{mr}, \quad \text{반복정밀도}$$

$$\sigma_{rt}^2 = \sigma_E^2, \quad \text{재현정밀도}$$

$$\sigma_{rp}^2 = \sigma_B^2 + \sigma_{A \times B}^2 = \frac{MS_B - MS_{A \times B}}{lr} + \frac{MS_{A \times B} - MS_E}{r}$$

이 된다.

MINITAB [2]에서는 Subgroup Number를 부품으로 나타낸 $\bar{x}-R$ 관리도의 그래프 분석이 가능하며 계측자 간의 R관리도는 관리한계 내에 있을 경우 정상적인 반복정밀도를 유지하며 \bar{x} 관리도는 50%이상이 관리한계 밖에 있을 경우 부품 간 변동을 검출하는 능력이 있다고 판정한다. 게이지 런 차트는 부품별로 계측자를 비교하기 위한 방법으로 계측자 내는 반복정밀도를 계측자 간에는 재현정밀도를 파악한다.

3.1.3 풀링(Pooling)한 2원 배치법 : 변량모형

3.1.2 절의 반복있는 2원 배치법에서 부품과 계측자 간의 교호작용이 유의하지 않을 경우 이를 오차항에 다시 풀링한 후 ANOVA분석을 다시 실시한다. 이 경우

$$E(MS_A) = \sigma_E^2 + mr\sigma_A^2, \quad E(MS_B) = \sigma_E^2 + lr\sigma_B^2$$

$$E(MS_E) = \sigma_E^2$$

이 되며 부품정밀도 $\sigma_p^2 = \sigma_A^2 = \frac{\sigma_E^2}{mr}$, 반복정밀도 $\sigma_{rt}^2 = \sigma_E^2$, 재현정밀도 $\sigma_{rp}^2 = \sigma_B^2 = \frac{MS_B - MS_E}{lr}$ 가 된다.

이 방법은 3.2절의 $\bar{x}-R$ 모형과 같다.

3.1.4 지분 실험법

데이터 구조식 $x_{ijk} = \mu + a_i + b_{j(i)} + e_{k(ij)}$ 에서 인자 A는 계측자의 수로 $i=1, 2, \dots, l$, 인자 B는 부품의 수로 $j=1, 2, \dots, m$, 반복은 $k=1, 2, \dots, r$ 이다. 이 방법은 다단계 분할법이라고 하며 A인자의 각 수준에서 B인자가 갈라져 나와서 지분(Nest) 실험법이라고 하며 $A \times B$ 교호작용이 나올 수가 없다.

$$E(MS_A) = \sigma_E^2 + r\sigma_{B(A)}^2 + mr\sigma_A^2,$$

$$E(MS_B) = \sigma_E^2 + r\sigma_{B(A)}^2, \quad E(MS_E) = \sigma_E^2$$

이므로 부품정

$$\text{밀도 } \sigma_p^2 = \sigma_{B(A)}^2 = \frac{MS_B - MS_E}{r}, \quad \text{반복정밀도}$$

$$\sigma_{rt}^2 = \sigma_E^2, \quad \text{재현정밀도 } \sigma_{rp}^2 = \sigma_A^2 = \frac{MS_A - MS_B}{mr}$$

이다.

3.1.5 부품내 변동을 고려한 실험계획법

데이터구조식 $x_{ijk} = \mu + a_i + b_{j(i)} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk(i)} + e_{ijkl}$ 에서 인자 A는 부품의 수로 $i=1, 2, \dots, l$, 인자 B는 부품 i내의 위치로 $j=1, 2, \dots, m$, 인자 C는 계측자의 수로 $k=1, 2, \dots, n$, 반복 $l=1, 2, \dots, r$ 이다. 부품정밀도 $\sigma_p^2 = \sigma_A^2 + \sigma_{B(A)}^2$, 반복정밀도 $\sigma_{rt}^2 = \sigma_E^2$, 재현정밀도 $\sigma_{rp}^2 = \sigma_C^2 + \sigma_{A \times C}^2 + \sigma_{B \times C}^2$ 이 된다. [2,5]

3.1.6 제안 모형

본 연구에서 제안하는 ANOVA 모형은 1차 단위가 1원배치인 필드반복(Field Repetition)이 있는 단일 분할법(Split-Plot Design) 경우로 데이터의 구조식 $x_{ijk} = \mu + a_i + r_k + e_{1(ik)} + b_j + (ab)_{ij} + e_{2(ijk)}$ 에서 인자 A는 계측자의 수로 $i=1, 2, \dots, l$, 인자 B는 부품의 수로 $j=1, 2, \dots, m$, 필드반복의 수는 $k=1, 2, \dots, r$ 이다. 이 방법은 계측자가 랜덤화하기 어려운 경우 사용되는 효율적인 실험계획법이나 효과적이지 못하다. 1차 단위가 2원 배치인 단일 분할법, 2단 분할법과 CRD(Completely Randomized Design), RBD(Randomized Block Design), ND(Nested Design), LS(Latine Square), FD(Fractional Design), CD(Confounding Design)등의 조합에 의한 다양한 실험계획이 가능하다.

3.2 $\bar{x}-R$ 방법과 제안 모형

$\bar{x}-R$ 방법은 3.1.3절의 풀링한 2원 배치법 : 변량모형과 같은 모형으로 3.1.2절과 같이 부품과 계측자의 교호작용이 유의할 경우 사용해서는 안 된다. 데이터의 구조식은 $x_{ijk} = \mu + a_i + b_j + e_{ijk}$ A는 부품의 수로 $i=1, 2, \dots, l$, B는 계측자의 수로 $j=1, 2, \dots, m$, 반복 $k=1, 2, \dots, r$ 이다. ANOVA와 같이 $E(MS)$ 모형을 구할 수 없으므로 범위와 계수에 의한 방법으로 표준편차의 정밀도를 구해야 하며 계수 표가 있어야 한다. 부품 정밀도 $\sigma_p = \frac{R_d}{d_2^*}$ (R_d 는 부품 평균값의

범위, d_2^* 는 l 과 r 에 의해 찾는 계수), 반복정밀도 $\sigma_{rt} = \frac{\bar{R}}{d_2}$

(\bar{R} 는 총평균범위), 재현정밀도 $\sigma_{rp} = \sqrt{\left(\frac{\bar{y}_{diff}}{d_2}\right)^2 - \frac{\sigma_{rt}^2}{lr}}$

(\bar{y}_{diff} 는 계측자 평균의 범위)이다.

$\bar{x}-R$ 방법에서 사용된 표준편차 추정법 $\sigma = \frac{R}{d_2}$ 대신에

$\bar{x}-s$ 를 사용할 경우 $\sigma = \frac{s}{c_4}$ 등의 기초공식을 활용할 수 있다.

4. 구별력과 영향분석

4.1 구별력과 제안모형

구별력(Discrimination)은 Resolution 능력으로 구별 범주의 수(Number of Distinct Categorical)를 나타내며 ISO/TS 16949에서는 4이상이거나 3.1.2절에서 언급한 바와 같이 \bar{x} 관리도의 50%이상이 관리한계 밖에 있을 경우 구별력이 충분하다고 판정한다.

R관리도의 관리용 관리도에 의한 구별범주의 수를 구하는 공식은 $UCL=D_2\sigma$, $LCL=D_1\sigma$ 로 Subgroup Size n 값에 따라 측정단위를 $\sigma=0.1$ 이라고 가정할 경우 $n=2$ 일 경우는 $UCL=0.3686$, $LCL=0$ 으로 구별 범주의 수는 4(0, 0.1, 0.2, 0.3)이며 $n=7$ 인 경우 $UCL=0.5204$, $LCL=0.0204$ 로 구별범주의 수는 5(0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5)이다.

s관리도의 관리용 관리도를 적용할 경우 구별범주의 수를 구하는 공식은 $UCL=B_6\sigma$, $LCL=B_5\sigma$ 로 Subgroup Size n 값에 따라 측정단위를 $\sigma=1$ 이라고 가정할 경우 $n=2$ 인 경우는 $UCL=2.606$, $LCL=0$ 으로 구별 범주의 수는 3(0, 1, 2)이며 $n=7$ 인 경우 $UCL=1.806$, $LCL=0.113$ 으로 구별 범주의 수는 1(1)이다. s관리도는 $n \leq 3$, $n=4$, $n \geq 5$ 인 경우 구별범주의 수가 각각 3, 2, 1로 n이 커질 수록 작아지는 경향이 있다. 구별되는 범주의 수 =

$$\sqrt{\frac{2\sigma_p^2}{\sigma_{R\&R}^2} + 1} \approx \sqrt{2} \frac{\sigma_p}{\sigma_{R\&R}} \approx 1.41 \frac{\sigma_p}{\sigma_{R\&R}} \approx$$

1.41SNR(Signal to Noise Ratio) [6] 이다.

4.2 영향분석과 제안모형

부품정밀도와 게이지 R&R정밀도의 결정계수 또는

기여율 $R^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_p^2 + \sigma_{R\&R}^2}$ 이며 R은 상관계수로 2변량

정규분포를 한다. 이 경우 게이지 R&R 정밀도의 영향으로 인한 α 리스크와 β 리스크에 의해 실제 부적합품률 =공정 부적합품률- β 리스크+ α 리스크를 구할 수 있으며

이는 다양한 공정능력 지수 모형으로 응용이 가능하다.

5. 계측기 성능곡선과 제안모형

계측기 성능곡선(GPC : Gage Performance Curve)은 계측기의 교정오류, 측정오류를 줄이기 위해 고객과 약속한 스펙보다 타이트한 관리스펙을 설정하는 경우 이용된다. 교정오류인 불확도는 기준기의 참값을 모른다는 인간의 겸손한 자세에서 나온 개념으로 반복측정에 의한 경험분포의 A형 불확도와 기존의 정보 또는 모형을 통한 이론분포의 값에 근거를 둔 B형 불확도로 구성되며 과거 인간이 참값을 안다고 가정했을 경우 불확도는 오차로 정확도와 정밀도로 나누어 사용했었다.[3]

따라서 교정후의 계측기는 불확도만큼의 오류를 지니고 있으며 사용자가 계측기를 사용할 경우는 교정된 참값은 알고 있다는 가정하에서 정확도, 선형도, 안정도, 반복정밀도, 재현정밀도 등의 측정오차를 발생시킨다. 따라서 계측기는 교정후 불확도와 계측기 사용시 발생하는 모든 범주의 측정오차를 합성하여 합격영역의 관리스펙을 타이트하게 설정하여 운영해야 계측기로 인한 오류를 줄일 수 있다.

6. 계수형 측정시스템분석

6.1 계수형 R&R

MINITAB에서는 한계 게이지의 계수형 계측기에 의한 치우침 또는 편이, 반복도를 분석하는 방법을 제시하고 있고 6시그마 에서는 평가자별로 $1-\alpha$, α 리스크, β 리스크, $1-\beta$, 편이= $\frac{\alpha}{\beta}$ 등으로 평가하는 방법을 사용한다. [2]

6.2 계수형 동일성 분석과 제안모형

MINITAB에서는 관능검사의 동일성 검사(Attribute Agreement Analysis)를 위해 명목, 순위 데이터에 대해 Kappa 통계량, Kendall의 일치계수, 상관계수를 사용하며 이는 다양한 비모수 통계 모형[1]과 대수선형 모형[4]으로 확장할 수 있다.

7. 결론

본 연구에서는 교정 후 측정오차를 정확도, 선형도, 안정도, 부품정밀도, 반복정밀도, 재현정밀도로 구분하

고 이를 측정, 분석하기 위한 다양한 모형을 고찰하고 제안하였다. 본 연구의 기여도는 다음과 같다.

첫째 본 연구에서 제시한 범주별 측정오차는 기업내에서 경영관리자, 작업자, 계측자, 계측기에 따라 책임 소재를 분명히 할 수 있는 계측 시스템의 운영 및 분석방안을 제시하였다. 특히 Gage R&R과 구별 범주의 수를 결정하기 위해 지분실험법과 교차와 지분 조합 실험계획법 및 $\bar{x}-s$ 관리도를 제시하였다.

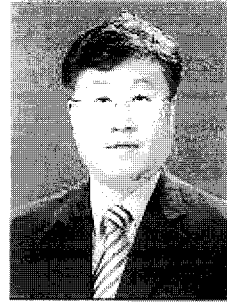
둘째 교정 후 불확도와 본 연구에서 분류된 측정오차들을 합성한 후 고객의 관점에서 검사오류가 발생하지 않도록 고객과 계약한 규격보다 타이트한 관리규격을 설정할 수 있는 계측기 성능 곡선 설정 방안을 제안하였다.

8. 참 고 문 헌

- [1] 소영일 외, SPSS 를 활용한 비모수 통계학, 법문사, 1987.
- [2] 이승훈, MINITAB 측정시스템분석, 이레테크, 2006.
- [3] 최성운, "측정불확도 평가 및 모형," 춘계학술대회, 한국산업경영시스템학회, (1999) : 77-88.
- [4] 홍종선, 대수선형모형, 자유아카데미, 1995.
- [5] Vaardman S.B. and VanValkenburg E.S., "Two-Way Random-Effects Analyses and Gauge R&R Studies," Technometrics, 41(3) : (1999) 202-211.
- [6] Woodall W.H. and Borrer C.M. "Some Relationships Between Gage R&R Criteria," Quality and Reliability Engineering International, In Press.

저 자 소 개

최 성 운



현 경원대학교 산업공학과 교수. 한양 대학교 산업공학과에서 공학사, 공학석사, 공학박사 학위를 취득하고, 1994년 한국과학재단 지원으로 University of Minnesota에서 1년간 Post-Doc을 수행했으며, 2002년부터 1년 반동안 University of Washington에서 Visiting Professor를 역임하였음. 주요 관심분야는 자동차 생산 및 장치 산업에서의 품질관리이며, 컴퓨터, 정보시스템의 신뢰성 설계 및 분석, 서비스 사이언스, RFID시스템에서도 관심을 가지고 있음.

주소: 경기도 성남시 수정구 복정동 산65번지 경원대학교
산업공학과 ☎(031)750-5366