

선형적으로 두께가 변하는 원추형 셸의 진동특성 Vibration Characteristics of Conical Shells with Linearly Varying Thickness

여동준 · 조인순

D. J. Yeo and I. S. Cho

Key Words : Vibration Characteristics(진동특성), Conical Shell(원추형 셸), Natural Frequency(고유진동수), Natural Mode(고유모드), Varying Thickness(가변 두께)

Abstract : This paper deals with the free vibrations of conical shells with linearly variable thickness by the transfer influence coefficient method. The classical thin shell theory based upon the Flügge theory is assumed and the governing equations of a conical shell are written as a coupled set of first order matrix differential equations using the transfer matrix. The Runge-Kutta-Gill integration method is used to solve the governing differential equation. The natural frequencies and corresponding mode shapes are calculated numerically for the conical shells with linearly variable thickness and various boundary conditions at the edges. The present method is applied to conical shells with linearly varying thickness, and the effects of the semi-vertex angle, the number of circumferential waves and thickness ratio on vibration are studied.

1. 서 론

원추형 셸은 원통형 셸과 환원관의 특수한 경우로서 선박구조, 항공산업 및 화학산업 분야에 널리 사용되는 중요한 구조요소로서, 공학적 필요에 의해 많은 연구가 진행되어 왔다.

Leissa는¹⁾ 여러 종류의 셸에 대한 진동을 포괄적으로 다루었고, Sofiyev는²⁾ 시간중속 균일 외압을 받는 연속적인 변두께를 갖는 직교성 복합재료의 원추형 셸과 동적 축하중을 받는 얇은 원추형 셸의 좌굴현상에 대하여 조사하였다. Liew 등은³⁾ 두께가 변화하는 외팔형 얇은 원추형 셸의 진동거동에 대한 초기 비틀림과 두께변화의 효과를 조사하였고, Lam 등은⁴⁾ 셸판넬의 자유진동 특성에 대해 경계조건에 대한 미분구적법을 이용하여 구하였다. Tong은⁵⁾ 멱급수법을 이용하여 등방성 및 직방성 원추형 셸과 복합적층 원추형 셸의 자유진동을 해석하였다. 또한 Irie 등은^{6,7)} 균일단면과 변단면에 대한 원추형 셸에 대해 전달행렬법을 적용하여 진

동수를 구하였다. Sivadas 와 Ganesan은^{8,9)} 반해석적 유한요소법으로 적층 원추형 셸의 고유진동수에 대한 두께변화의 효과를 구하였다. 그 외 많은 연구자들에 의해 여러 가지 해석방법이 적용되어 많은 진동해석이 행해져 왔다. 그러나 대부분의 연구들이 균일 두께의 셸에 대한 연구들이고 두께변화가 있는 원추형 셸에 대한 진동연구는 많지 않았다.

본 연구에서는 Runge-Kutta-Gill 수치적분기법을 이용하여 선형적으로 두께가 변하는 원추형 셸의 자유진동을 지배하는 미분방정식을 해석한 후, 전달영향계수법¹⁰⁾ 적용하여 고유진동수 및 고유모드를 구하였다. 본 연구에서 제시된 해석기법의 타당성을 검증하기 위해 간단한 계산모델에 대한 알고리즘의 유효성을 확인 한 후, 여러 가지 조건을 갖는 계산모델에 대해 수치실험을 행하여 두께변화, 반경각의 변화, 원주방향의 반파수의 변화에 따른 진동특성을 조사하였다.

2. 정식화

Fig. 1에서와 같이 원추형 셸의 원주, 자오선 및 반경방향의 좌표를 ϕ, ζ 및 z 축으로 잡고, 각각의

접수일 : 2008년 3월 27일, 채택확정 : 2008년 4월 16일
여동준(책임저자) : 전남대학교 해양기술학부
E-mail : djyeo@chonnam.ac.kr Tel. 061-659-3133
조인순 : 전남대학교 해양기술학부

변위를 u, v 및 w 로 한다. 원추형 셸의 자오선방향의 길이를 $l(=\zeta_2 - \zeta_1)$, 큰쪽 반경을 R , 반정각을 α 라 하고, 셸의 두께는 작은 반경쪽 h_1 에서 큰 반경쪽 h_2 까지 길이에 따라 선형적으로 변하는 것으로 한다.

원추형 셸은 양쪽 경계단과 임의의 길이 중간부에서 탄성적으로 구속될 수 있으며, 힘벡터가 불연속인 곳을 절원주로 하여 n 개의 요소로 분할한다. 구속스프링으로는 원주, 자오선 및 반경방향의 스프링과 자오선 방향의 회전에 저항하는 회전스프링의 4가지 스프링이 동시에 존재할 수 있다. 변위벡터는 연속이며, 수식의 기호 위에 $-$ 가 붙은 것은 무차원량이고, 붙지 않는 것은 차원량이다. 또한 \sim 와 \wedge 가 붙은 것은 각각 상태벡터의 절원주 좌·우측의 무차원 물리량이다. 위첨자 i 는 행렬의 전치를 나타내고, 하첨자 j 는 절원주 j 또는 j 번째 원추형 셸요소의 물리량을 나타낸다.

원추형 셸의 임의 요소의 자유진동에 대한 운동방정식은 다음과 같다.¹¹⁾

$$\begin{aligned} \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} (\zeta n_{\zeta\phi}) + \frac{1}{\zeta \sin \alpha} \frac{\partial n_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{n_{\phi\zeta}}{\zeta} - \frac{q_{\phi}}{\zeta \tan \alpha} - \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} (\zeta n_x) + \frac{1}{\zeta \sin \alpha} \frac{\partial n_{\phi\zeta}}{\partial \phi} - \frac{n_{\phi}}{\zeta} - \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{n_{\zeta}}{\zeta \tan \alpha} + \frac{1}{\zeta \sin \alpha} \frac{\partial q_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} (\zeta q_{\zeta}) + \frac{1}{R_2} n_{\phi} \\ - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

전단력 성분은

$$\begin{aligned} q_{\zeta} &= \frac{1}{\zeta} \frac{\partial (\zeta m_{\zeta})}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta \sin \alpha} \frac{\partial m_{\phi\zeta}}{\partial \phi} - \frac{m_{\phi}}{\zeta} \\ q_{\phi} &= \frac{1}{\zeta} \frac{\partial (\zeta m_{\zeta\phi})}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta \sin \alpha} \frac{\partial m_{\phi}}{\partial \phi} + \frac{m_{\phi\zeta}}{\zeta} \end{aligned} \quad (2)$$

Kelvin-Kirchhoff 전단력과 전단합력은

$$\begin{aligned} v_{\zeta} &= q_{\zeta} + \frac{1}{\zeta \sin \alpha} \frac{\partial m_{\zeta\phi}}{\partial \phi} \\ s_{\zeta\phi} &= n_{\zeta\phi} - \frac{m_{\zeta\phi}}{\zeta \tan \alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

막력의 성분은

$$n_{\zeta} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left\{ \frac{\nu}{\zeta} \left(\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial u}{\partial \phi} + v + \frac{w}{\tan \alpha} \right) + \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right\}$$

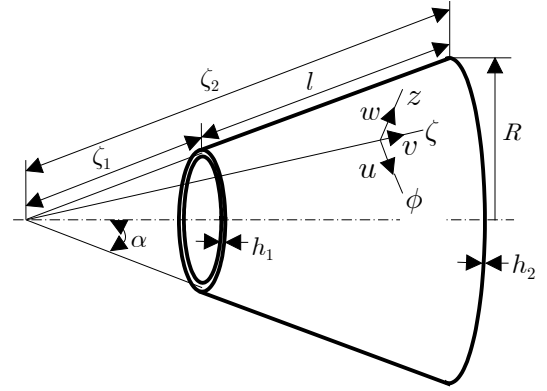


Fig. 1 Coordinate system of conical shell

$$\begin{aligned} n_{\phi} &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left\{ \frac{1}{\zeta} \left(\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial u}{\partial \phi} + v + \frac{w}{\tan \alpha} \right) + \nu \frac{\partial v}{\partial \zeta} \right\} \\ n_{\zeta\phi} = n_{\phi\zeta} &= \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left\{ \frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta} \left(\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial v}{\partial \phi} - u \right) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

모멘트 성분은

$$\begin{aligned} m_{\zeta} &= D \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + \frac{\nu}{\zeta} \left(\frac{1}{\zeta \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \psi \right) \right\} \\ m_{\phi} &= D \left\{ \frac{1}{\zeta} \left(\frac{1}{\zeta \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \psi \right) + \nu \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \right\} \\ m_{\zeta\phi} = m_{\phi\zeta} &= \frac{(1-\nu)}{\zeta \sin \alpha} D \left(\frac{\partial \psi}{\partial \phi} - \frac{1}{\zeta} \frac{\partial w}{\partial \phi} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $D = Eh^3/12(1-\nu)$ 는 굽힘강성, E 는 종탄성계수, ρ 는 밀도, ν 는 프와송 비이다.

원추형 셸이 조화운동을 한다고 가정할 때, 변위 성분과 힘성분들을 자오선방향 및 원주방향의 모드 함수와 시간에 대한 조화함수의 곱으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (u, s_{\zeta\phi}) &= [U_j, S_{\zeta\phi j}] \sin \eta \phi \cdot e^{i\omega t} \\ (v, w, \psi) &= [V_j, W_j, \Psi_j] \cos \eta \phi \cdot e^{i\omega t} \\ (m_{\zeta}, n_{\zeta}, v_{\zeta}) &= [M_{\zeta j}, N_{\zeta j}, V_{\zeta j}] \cos \eta \phi \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 η 는 원주방향의 반파수, ω 는 고유각진동수이다.

각변위는

$$\psi = \frac{\partial w}{\partial \zeta} \quad (7)$$

이고, 해석의 간편함을 위해 도입되는 무차원량들은 다음과 같다.

$$\bar{U} = \frac{U}{R}, \quad \bar{V} = \frac{V}{R}, \quad \bar{W} = \frac{W}{R}, \quad \bar{\Psi} = \Psi, \quad \bar{h} = \frac{h}{R},$$

$$\begin{aligned}\bar{S}_{\zeta\phi} &= \frac{R^2}{D_2} S_{\zeta\phi}, \bar{N}_{\zeta} = \frac{R^2}{D_2} N_{\zeta}, \bar{V}_{\zeta} = \frac{R^2}{D_2} V_{\zeta}, \\ \bar{M}_{\zeta} &= \frac{R}{D_2} M_{\zeta}, \xi = \frac{\zeta}{R} \left(\xi_1 = \frac{\zeta_1}{R}, \xi_2 = \frac{\zeta_2}{R} \right) \\ \beta &= \frac{h}{h_2}, \delta = 12\beta \left(\frac{R}{h_2} \right)^2, \lambda^4 = \frac{\rho h_2 R^4 \omega^2}{D_2}\end{aligned}\quad (8)$$

식 (6)을 식 (1)~(5)와 (7)에 대입하여 변형한 후, 식 (8)의 무차원량을 대입하여 행렬 미분방정식으로 나타내면

$$\frac{d}{d\xi} \bar{\mathbf{Z}}(\xi) = \mathbf{A}(\xi) \bar{\mathbf{Z}}(\xi) \quad (9)$$

여기서 $\bar{\mathbf{Z}}$ 는 임의의 j 요소에 있어서의 상태량벡터이고, \mathbf{A} 는 8×8 의 계수행렬이며, 그 요소들은

$$\begin{aligned}A_{11} &= \frac{1}{\xi}, A_{12} = \frac{\eta}{\xi \sin \alpha}, A_{13} = \frac{2\eta\beta^3}{\xi^3 \delta \sin \alpha \tan \alpha}, \\ A_{14} &= -\frac{2\eta\beta^3}{\xi^2 \delta \sin \alpha \tan \alpha}, A_{15} = \frac{2}{(1-\nu)\delta}, \\ A_{21} &= \frac{-\nu\eta}{\xi \sin \alpha}, A_{22} = -\frac{\nu}{\xi}, A_{23} = \frac{-\nu}{\xi \tan \alpha}, \\ A_{26} &= \frac{1}{\delta}, A_{34} = 1, A_{43} = \frac{\nu\eta^2}{\xi^2 \sin^2 \alpha}, A_{44} = -\frac{\nu}{\xi} \\ A_{48} &= \frac{1}{\beta^3}, A_{51} = \frac{(1-\nu^2)\eta^2\delta}{\xi^2 \sin^2 \alpha} - \lambda^4\beta, \\ A_{52} &= \frac{(1-\nu^2)\eta\delta}{\xi^2 \sin \alpha}, A_{53} = \frac{(1-\nu)\eta}{\xi^2 \sin \alpha \tan \alpha} \\ &\times \left[(1+\nu)\delta + \frac{\beta^3}{\xi^2} \left\{ 1 + \frac{(1+\nu)\eta^2}{\sin^2 \alpha} \right\} \right], \\ A_{54} &= -\frac{(1-\nu)(2+\nu)\eta\beta^3}{\xi^3 \sin \alpha \tan \alpha}, A_{55} = -\frac{2}{\xi}, \\ A_{56} &= \frac{\nu\eta}{\xi \sin \alpha}, A_{58} = -\frac{\nu\eta}{\xi^2 \sin \alpha \tan \alpha}, \\ A_{61} &= \frac{(1-\nu^2)\eta\delta}{\xi^2 \sin \alpha}, A_{62} = (1-\nu^2) \frac{\delta}{\xi^2} - \lambda^4\beta, \\ A_{63} &= \frac{(1-\nu)}{\xi^2 \tan \alpha} \left\{ (1+\nu)\delta - \frac{\eta^2\beta^3}{\xi^2 \sin^2 \alpha} \right\}, \\ A_{64} &= \frac{(1-\nu)\eta^2\beta^3}{\xi^3 \sin^2 \alpha \tan \alpha}, A_{65} = \frac{-\eta}{\xi \sin \alpha}, A_{66} = -\frac{(1-\nu)}{\xi}, \\ A_{71} &= -\frac{(1-\nu^2)\eta\delta}{\xi^2 \sin \alpha \tan \alpha}, A_{72} = -\frac{(1-\nu^2)\delta}{\xi^2 \tan \alpha}, \\ A_{73} &= \left\{ \lambda^4\beta - \frac{(1-\nu^2)\delta}{\xi^2 \tan^2 \alpha} \right\} - \left\{ 2 + \frac{(1+\nu)\eta^2}{\sin^2 \alpha} \right\} \\ &\times \frac{(1-\nu)\eta^2\beta^3}{\xi^4 \sin^2 \alpha}, A_{74} = \frac{(1-\nu)(3+\nu)\eta^2\beta^3}{\xi^3 \sin^2 \alpha}, \\ A_{76} &= -\frac{\nu}{\xi \tan \alpha}, A_{77} = -\frac{1}{\xi}, A_{78} = \frac{\nu\eta^2}{\xi^2 \sin^2 \alpha},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_{83} &= -\frac{(1-\nu)(3+\nu)\eta^2\beta^3}{\xi^3 \sin^2 \alpha}, \\ A_{84} &= \frac{(1-\nu)\beta^3}{\xi^2} \left(1 + \nu + \frac{2\eta^2}{\sin^2 \alpha} \right), A_{87} = 1, \\ A_{88} &= -\frac{(1-\nu)}{\xi}\end{aligned}\quad (10)$$

이고, 상기 이외의 계수 항은 0이다. 식 (9)을 풀면

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{Z}}(\xi) &= \mathbf{F}(\xi) \bar{\mathbf{Z}}(0), \\ \frac{d}{d\xi} \mathbf{F}(\xi) &= \mathbf{A} \mathbf{F}(\xi)\end{aligned}\quad (11)$$

여기서 필드전달행렬 $\mathbf{F}(\xi)$ 는 Runge-Kutta-Gill의 수치적분법을 이용하여 구한다.

임의의 j 번째 원추형 셀요소 좌·우측의 절원주 $j-1$ 과 j 에 있어서의 상태벡터 $\tilde{\mathbf{Z}}_j = {}^t(\tilde{\mathbf{d}}, \tilde{\mathbf{f}})_j$ 와 $\tilde{\mathbf{Z}}_{j-1} = {}^t(\tilde{\mathbf{d}}, \tilde{\mathbf{f}})_{j-1}$ 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{Z}}_j = \mathbf{F}_j(\phi) \tilde{\mathbf{Z}}_{j-1} \quad (12)$$

식 (12)를 변위벡터 $\tilde{\mathbf{d}}_j = {}^t(\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}, \bar{\psi})_j$ 와 힘벡터 $\tilde{\mathbf{f}}_j = {}^t(\bar{S}_{\zeta\phi}, \bar{N}_{\zeta}, \bar{V}_{\zeta}, \bar{M}_{\zeta})_j$ 에 대한 부분행렬로 재정리하면

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{d}} \\ \tilde{\mathbf{f}} \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{R} & \mathbf{S} \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{d}} \\ \tilde{\mathbf{f}} \end{bmatrix}_{j-1} \quad (13)$$

로 되고, $\mathbf{P}_j, \mathbf{Q}_j, \mathbf{R}_j$ 및 \mathbf{S}_j 는 4×4 의 정방행렬이다. 원추형 셀의 임의의 절원주 j 에 구속스프링 지지가 있는 경우, 절원주 좌·우측의 상태벡터는

$$\tilde{\mathbf{Z}}_j = \mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{Z}}_j \quad (14)$$

여기서 \mathbf{G}_j 는 절원주 j 에서 좌·우측 사이의 전달행렬인 포인트 전달행렬이다.

식 (14)를 변위벡터 $\tilde{\mathbf{d}}_j$ 및 $\tilde{\mathbf{d}}_j$ 와 힘벡터 $\tilde{\mathbf{f}}_j$ 및 $\tilde{\mathbf{f}}_j$ 에 대한 부분행렬로 재정리하면

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{d}} \\ \tilde{\mathbf{f}} \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K} & \mathbf{I} \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{d}} \\ \tilde{\mathbf{f}} \end{bmatrix}_j \quad (15)$$

여기서 \mathbf{I} 는 단위행렬, $\mathbf{0}$ 는 영(null)행렬이다. 절원주 j 의 좌측과 우측에 있어서, 힘의 평형조건으로부터

$$\bar{f}_j = \bar{f}_j - K_j \bar{d}_j \quad (16)$$

여기서 행렬 K_j 속에는 탄성구속 스프링 $\bar{k}_\phi, \bar{k}_\zeta, \bar{k}_z$ 및 \bar{k}_r 가 포함되고 각각 원주, 자오선 및 반경방향의 스프링과 자오선방향에 대한 회전에 저항하는 회전스프링이다.

전달영향계수법에 의한 영향계수의 전달과 진동수방정식 및 고유모드에 대한 알고리즘은 참고문헌 [10]과 같다.

3. 수치계산 결과 및 고찰

본 연구에서 적용될 수치계산 모델 재료의 물성치는 종탄성계수가 $2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 프와송 비는 0.3, 밀도는 7840 kg/m^3 이다. 수치계산 모델 I 은 자오선 방향의 셸의 길이 $l = 1.5 \text{ m}$, $\zeta_2 = 2 \text{ m}$, 두께는 작은 반경쪽의 $h_1 = 5 \text{ mm}$ 에서 큰 반경쪽의 $h_2 = 12 \text{ mm}$ 까지 길이에 따라 선형적으로 변하는 것으로 한다. 수치계산 모델 II는 수치계산 모델 I 에서 반경각 α 는 30° 로하고, 두께는 $h_1 = 1 \text{ mm}$ 에서 $h_2 = 10 \text{ mm}$ 까지 선형적으로 변한다.

셸의 임의의 길이의 위치에서 변두께 h 는

$$h = h_2 - (h_2 - h_1)[(\zeta_2 - \zeta)/(\zeta_2 - \zeta_1)] \quad (17)$$

이고, 무차원화 시키면 다음과 같다.

$$\beta = 1 - (1 - h_1/h_2)[(\xi_2 - \xi)/(\xi_2 - \xi_1)] \quad (18)$$

Table 1 Frequency parameters λ_1 of conical shell shells with clamped small edge and simply supported large end

η	$\alpha = 30^\circ$		$\alpha = 45^\circ$		$\alpha = 60^\circ$	
	Present	Ref.[5]	Present	Ref.[5]	Present	Ref.[5]
0	0.89383	0.8938	0.80412	0.8041	0.73531	0.7353
1	0.87799	0.8780	0.79850	0.7985	0.73469	0.7346
2	0.82706	0.8271	0.78148	0.7814	0.73294	0.7328
3	0.74606	0.7461	0.75416	0.7540	0.73065	0.7304
4	0.65795	0.6580	0.72135	0.7211	0.72941	0.7289
5	0.58378	0.5838	0.69071	0.6903	0.73180	0.7311
6	0.53288	0.5329	0.66946	0.6689	0.74067	0.7396
7	0.50731	0.5073	0.66226	0.6615	0.75834	0.7570
8	0.50616	0.5061	0.67106	0.6701	0.78621	0.7845
9	0.52708	0.5269	0.69593	0.6949	0.82485	0.8228

Table 2 Frequency parameters λ of conical shell shells with simply supported at the two end($\alpha = 30^\circ$, $h_2/R_2 = 0.01$, $h_1/h_2 = 0.5$)

η	Present method		Ref.[6]	
	1st order	2nd order	1st order	2nd order
0	6.86107	18.18213	6.861	18.18
2	14.68217	17.18430	14.680	17.18
4	9.90975	14.96973	9.910	14.97
6	8.58732	12.83058	8.587	12.39
8	9.84918	12.39314	9.849	12.39

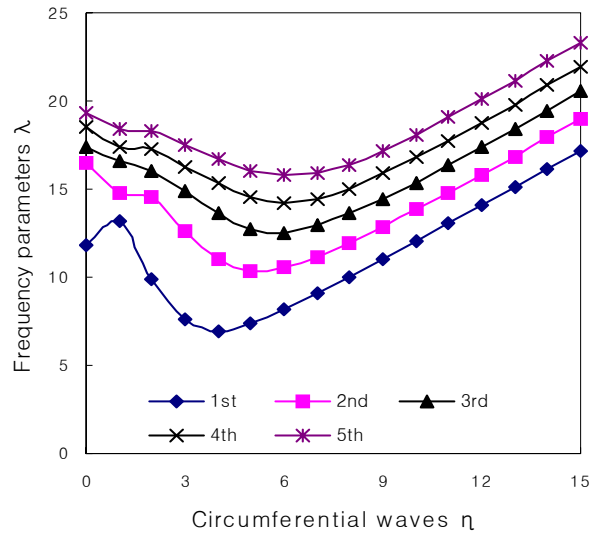


Fig. 2 Frequency parameters of clamped-free with linearly varying thickness($\alpha = 30^\circ$)

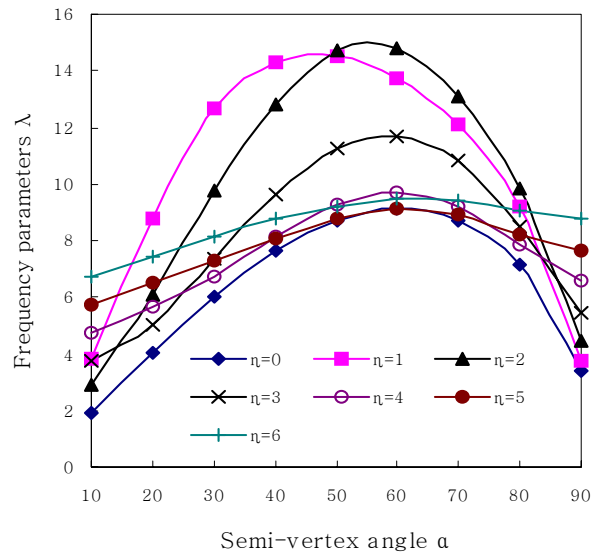


Fig. 3 Frequency parameters of clamped-free for semi-vertex angle($\alpha = 45^\circ$)

Table 1은 본 해석 방법의 알고리즘에 대한 타당성을 확인하기 $l/z_2 = 0.25$, $\nu = 0.3$, $R_2/h = 100$ 이고 양단의 지지가 각각 고정-단순지지 및 양단 고정인 경우 균일 두께의 원추형 셀에 대한 1차 진동수 파라미터 λ_1 을 나타낸 것이다. 여기서 진동수 파라미터 $\lambda_1 = \lambda^2 h_2 / (\sqrt{12} R)$ 로 주어진다. Table 1에서 보면 본 연구에 의한 진동수 파라미터 값은 참고 문헌 [5]의 결과와 비교하여 반정각 α 값이나 원주방향의 반파수 η 값에 관계없이 잘 일치하고 있다.

또한 Table 2는 두께가 변하는 경우에 $\alpha = 30^\circ$, $h_2/R = 0.01$, $h_1/h_2 = 0.5$ 이고 양단의 경계조건이 단순지지일 경우 진동수 파라미터 λ 를 나타낸 것이다. 두께가 변하는 경우에도 진동수 파라미터 값들은 참고문헌 [6]의 결과와 비교하여 원주방향의 반파수 η 값과 진동 차수 1, 2차에 관계없이 잘 일치하고 있다.

Fig. 2는 수치계산 모델 I에서 $\alpha = 30^\circ$ 일 때 양단단순지지인 경우에 원주방향의 반파수 η 값의 변화에 따른 1차에서 5차까지의 진동수 파라미터의 변화를 나타낸 것이다. 그 결과를 보면 1차 진동수에서는 반파수 η 값이 증가함에 따라 일단 진동수도 증가하다가 다시 감소하며 η 값이 5일 때 최저 진동수를 보이다 다시 진동수가 증가하고 있다. 2차 이상의 진동수에서는 반파수 η 값의 증가에 따라 진동수가 모두 감소하다가 η 값이 6 또는 7의 값에서 최저 진동수를 보이고 다시 증가하는 경향을 보인다.

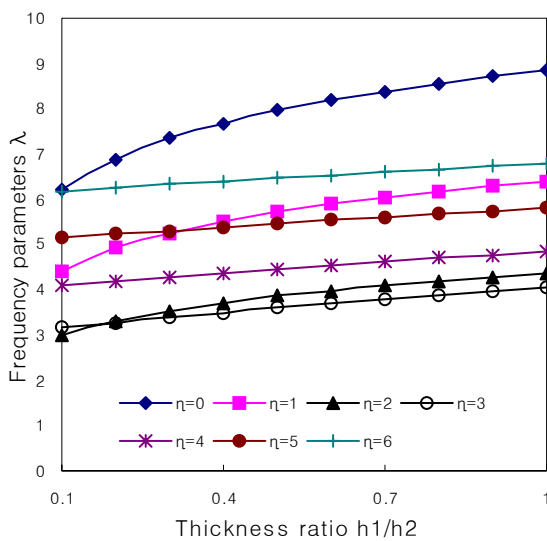
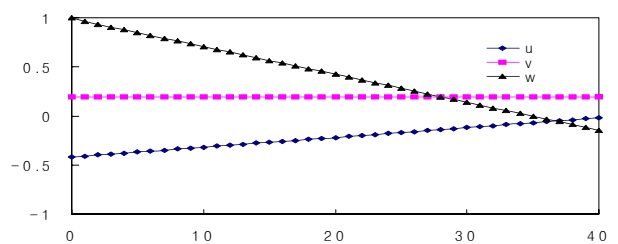
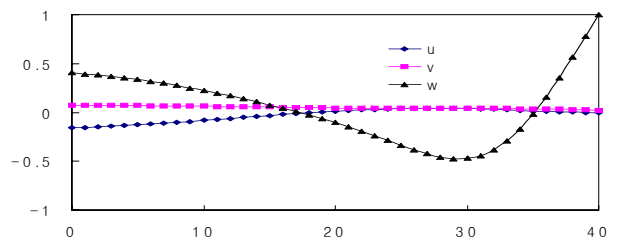


Fig. 4 Frequency parameters of clamped-free for thickness ratio

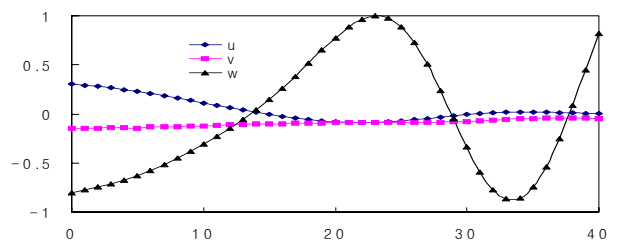
Fig. 3은 수치계산모델 I에서 양단의 경계조건이 단순지지일 때, 반정각 α 와 원주방향의 반파의 수 η 값의 변화에 따른 1차 진동수 파라미터의 변화 경향을 나타낸 것이다. 전체적인 경향은 반정각 α 값이 증가함에 따라 진동수가 증가하다 다시 감소하는 포물선의 경향을 보이고 있지만 그 기울기는 η 값에 따라 α 가 50° 내지 60° 에서 최고 진동수 값을 나타내고 있다. $\eta = 0$ 에서 3까지는 경향은 같지만 진동수 증가의 기울기는 작아지며 η 값이 5이상에서는 α 값의 변화에 관계없이 거의 직선에 가깝게 아주 완만하게 증가하다 감소한다.



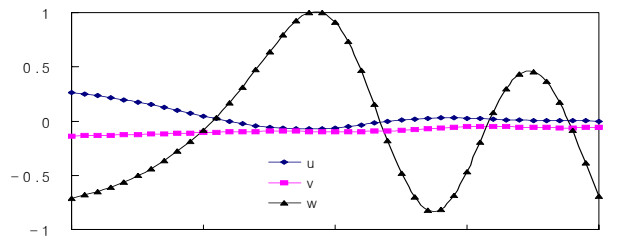
(a) 1st mode



(b) 2nd mode



(c) 3rd mode



(d) 4th mode

Fig. 5 Mode shapes of clamped-free with varying thickness ($\eta = 2$, $\alpha = 45^\circ$)

Fig. 4는 수치계산모델 II에서 양단의 경계조건이 좌단고정-우단자유일 경우 두께비의 변화에 따른 원주방향의 반파의 수 η 값에 따른 1차 진동수 파라미터의 변화경향을 나타낸 것이다. 두께비의 증가에 따라 진동수는 η 값이 0에서 1까지는 완만하게 곡선적으로 증가하지만 η 값이 2이상에서는 거의 직선적으로 증가하면서 그 기울기는 작아지고 있다.

Fig. 5는 수치계산 모델 I에서 $\alpha = 45^\circ$, 원주향의 반파수 $\eta = 2$ 이고, 양단과 중간에서 무차원 스프링강성 값 $\bar{k}_\phi = \bar{k}_z = 50$ 으로 탄성구속된 경우에 1차에서 4차까지의 진동수 파라미터에 대한 고유모드를 나타낸 것이다. Fig. 5에서 \blacklozenge 표시는 원주방향의 변위(\bar{v}), \blacksquare 표시는 자오선 방향의 변위(\bar{v}), \blacktriangle 표시는 반경방향의 변위(\bar{w})를 각각 나타내며, 최대변위를 1로 하여 자오선 방향의 길이를 40개의 요소로 세분하여 도시한 것이다.

4. 결 론

본 연구에서는 영향계수의 전달에 그 개념을 두고 있는 전달영향계수법을 이용하여 선형적으로 두께가 변화하는 원추형 셸에 대한 진동해석 알고리즘을 정식화한 후, 매트랩을 이용하여 전산프로그램을 개발하였다. 그리고 본 연구에서 제시된 해석기법의 타당성을 검증하기 위해 간단한 계산모델에 대한 알고리즘의 유효성을 확인한 후, 여러 가지 경계조건을 갖는 계산모델에 대해 수치실험을 행하여 원주방향의 반파수의 변화, 반경각의 변화, 두께변화에 따른 진동특성을 조사하였다.

후 기

이 논문은 2006년 전남대학교 수산과학연구소 Innovation 06사업에 의해 수행된 연구임.

참고 문헌

1. A. W. Leissa, 1973, "Vibration of Shell" NASA SP-288.
2. A. H. Sofiyev, O. Aksogan, 2004, "Buckling of a Conical Thin Shell with Variable Thickness Under a Dynamic Loading", Journal of Sound and Vibration, Vol. 204, No. 2, pp. 903~915.

3. K. M. Liew, M. K. Lim and C. W. Lim, 1995, "Effects of Initial Twist and Thickness Variation on the Vibration Behaviour of Shallow Conical Shells", Journal of Sound and Vibration, Vol. 180, No. 2, pp. 271~296.
4. K. Y. Lam, H. Li, T. Y. Ng and C. F. Chua, 2002, "Generalized Differential Quadrature Method for the Free Vibration of Truncated Conical Panel", Journal of Sound and Vibration, Vol. 251, No.2, pp. 329~348.
5. L. Tong, 1993. "Free Vibration of Orthotropic Conical Shells", International Journal of Engineering Science, Vol. 31, No.5, pp. 719~733.
6. T. Irie, G. Yamada, and Y. Kaneko, 1982. "Free Vibration of A Conical Shell with Variable Thickness", Journal of Sound and Vibration, Vol. 82, No. 1, pp. 83~94.
7. T. Irie, G. Yamada and Y. Kaneko, 1984. "Natural Frequencies of Truncated Conical Shell", Journal of Sound and Vibration, Vol. 92, No. 3, pp. 447~453.
8. K. R. Sivadas and N. Ganesan, 1990. "Vibration Analysis of Laminated Conical Shells with Variable Thickness", Journal of Sound and Vibration, Vol. 148, No. 3, pp. 477~491.
10. 여동준, 2005, "끝이 잘린 원추형 셸의 진동해석 알고리즘의 개발", 한국동력기계공학회지, 제9권, 제3호, pp. 58~65.
11. W. Flügge, 1973, "Stresses in Shells", Springer-Verlag, Berlin. pp 402~413.