

# PID-자기동조 제어방식에 의한 DC 서보 전동기의 속도제어

조현섭<sup>1\*</sup>, 구기준<sup>2</sup>

## The Speed Control of a DC Servo Motor by the PID Self Tuning Control Method

Hyun-Seob Cho<sup>1\*</sup> and Gi-Jun Ku<sup>2</sup>

**요약** 산업 자동화의 고정밀도에 따라 직류 전동기는 강인제어가 요구되고 있다. 하지만 PID 제어를 갖는 전동기 제어 시스템이 부하 외란의 영향을 받게되면 제어 시스템의 강인제어는 어렵게 된다. 이에 대한 보완적인 한 방법으로 본 논문에서는 전동기 제어시스템을 위한 PID-자기동조 제어기법을 제시하였다. 만약 오차가 구속영역 내에 있고, 시스템이 안정한 상태에 있다면 자기동조는 사용되지 않고 PID 제어기만 동작한다. 자기동조 제어기는 오차가 구속 경계에 도달하게 되면 오차를 구속 영역내로 들어가도록 제어를 시작한다. PID-자기동조 제어 시스템의 오차가 시스템 설계자의 허용한도 내에서 유지되고 전체적으로 안정함을 증명하였다.

**Abstract** Robust control for DC motor is needed according to the highest precision of industrial automation. However, when a motor control system with PID controller has an effect of load disturbance, it is very difficult to guarantee the robustness of control system. In this paper, PID-Self Tuning control method for motor control system as a compensation method solving this problem is presented. If the PID control system is stable in the sense that the error is inside the constraint set, the supervisory control is idle. If the error hits the boundary of the constraint, the supervisory controller begins operation to force the error back to the constraint set. We prove that the PID-Self Tuning control system is globally stable in the sense that the error is guaranteed to be within the tolerance limits specified by the system designer.

**Key Words** : PID-Self Tuning control, DC motor, Robust control

### 1. 서론

산업 자동화의 고정밀도에 따라 직류 서보 제어 시스템은 강인하고 정밀한 제어가 요구되고 있다. 이러한 요구에 부응하여 정교한 현대 제어이론들이 개발되었음에도 불구하고 산업현장에는 PID 제어기가 널리 쓰이고 있다 [1, 2]. 이는 구조가 간단하고 과도응답특성이 좋으며 정상상태 오차를 제거할 수 있기 때문이다[3]. 하지만 PID 제어기를 사용한 귀환 제어에서 부하 외란이 인가되면 출력은 설정 값에서 이탈하게 된다. 그러므로 부하 외란이 인가되더라도 정밀한 제어가 요구될 때에는 이탈 정도를 최소화시킬 수 있는 제어기법의 적용이 필요하다 [4]. 이와 같은 제어기법으로 Smith[5]는 진 지상 필터 형

태의 피이드 포워드 제어를 제안하였다. 또한 Johnson[6]은 적분 귀환 제어기, Kucera[7]는 적응 LQG 피이드백-피이드 포워드 제어를 제안하였다. 최근 부하 외란 효과의 최소화를 위해서 전문가 및 퍼지 제어기법이 도입되었고, 퍼지 제어 시스템을 위한 자기동조 제어기를 Wang[8]이 제안하였다. PID 제어기는 구속 오차 (constraint error) 이내에서 제어를 수행함으로써 주 제어 작용을 하게 된다. 발생 오차가 구속 오차 경계에 도달하게 되면 자기동조 제어를 수행하게 된다. 안정성 문제에서 보다 우수한 자기동조 제어기를 PID 제어 시스템에 도입함으로써, PID 제어 시스템은 부하 외란 인가시에 발생하는 단점이 극복되고 보다 우수한 제어 기능을 수행할 수 있게 된다. 제안된 제어기법이 전동기 제어시스

<sup>1</sup>청운대학교 디지털방송공학과

<sup>2</sup>한림성심대학 정보통신네트워크과

\*교신저자: 조현섭(chohs@chungwoon.ac.kr)

접수일 08년 10월 27일

수정일 08년 12월 01일

게재확정일 08년 12월 16일

템의 부하 외란에 대하여 강인함을 시뮬레이션에 의하여 증명하였다.

## 2. 자기동조 제어기의 설계

다음과 같은 동적 시스템(dynamic system)이 주어졌다고 가정하자.

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + gu \quad (1)$$

여기서,  $x$  는 시스템 출력이고,  $u$ 는 제어 입력이다.

$x = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]^T$ 는 상태 벡터(state vector)이고, 함수

$f(x); [f(x) \leq f^u(x)]$  와 제어이득  $g; [0 < g_L \leq g]$ 는 부하의 변화에 따라 변화된다. 우리는  $|f(x)|$ 의 위쪽 경계(upper bound)  $f^u(x)$ 와  $g$ 의 아래쪽 경계(lower bound)  $g_L$ 을 알 수 있다고 가정한다.

PID 제어기가 이미 설계되어 있다고 가정하면  $u = u_{PID}$  이다. 부하 변화나 외란 인가시에 PID 제어기를 갖고 귀환 시스템은 일정시간 동안 과도응답 특성을 나타낸다. 따라서, 추적 오차(tracking error)가 발생하게 되고,  $x_d$ 가 원하는 궤적이라면 오차 벡터(error vector)는 다음 식(2)와 같다.

$$x_e = x - x_d \quad (2)$$

이때 페루프 시스템의 제어 입력은 다음과 같은 벡터 형태로 쓸 수 있다.

$$u^* = \frac{1}{g} [-f(x) + \dot{x}_d^{(n)}(t) - k^T x_e] \quad (3)$$

이 득  $k = [k_n, \dots, k_1]^T$ 는 다항식  $h(s) = S^{(n)} + k_1 S^{(n-1)} + \dots + k_n$ 이 Hurwitz인 경우로 선택된다.

제어의 목적은 페루프 시스템의 안정성이 허용되고, 허용 오차  $e$ 가 설계자에 의해 주어진 구속 오차 상수  $M_x$ 와의 관계가 다음 식을 만족시키기 위해서다.

$$|e(t)|_{RIGHT} \leq \alpha \cdot M_x \quad \forall t > 0 \quad (4)$$

$\alpha$ 는 상수이다.

$x_e$ 가  $M_x$ 의 경계에 도달할 때 제어 법칙은 다음과 같다.

$$u = u_{PID} + u_s \quad (5)$$

식(5)를 식(1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + g(u_{PID} + u_s) \quad (6)$$

식(6)의 양변을  $gu^*$ 로 빼면 오차방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_e^{(n)} = -k^T x_e + g(u_{PID} + u_s - u^*) \quad (7)$$

식(7)은 식(8)과 같은 벡터 형태로 쓸 수 있다.

$$\dot{x}_e = \Lambda x_e + b(u_{PID} + u_s - u^*) \quad (8)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & k_{n-2} & \dots & -k_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

$|e| \leq \alpha \cdot M_x$ 의 조건을 만족하는 자기동조 제어기  $u_s$ 를 설계하기 위하여 Lyapunov 함수  $V$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$V(x_e) = \frac{1}{2} x_e^T P x_e \quad (9)$$

여기서,  $P$ 는 양의 대칭 행렬이고, 다음 Lyapunov 방정식을 만족한다.

$$A^T P + P A = -Q \quad (10)$$

대칭 행렬인  $Q$  ( $Q > 0$ )는 설계자에 의해 선택된다.  $V(x_e)$ 를 미분하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} V'(x_e) &= -\frac{1}{2} x_e^T Q x_e \\ &\quad + x_e^T P b \cdot (u_{PID} + u_s - u^*) \\ &\leq -\frac{1}{2} x_e^T Q x_e + |x_e^T P b| (|u_{PID}| + |u^*|) \\ &\quad + x_e^T P b u_s \end{aligned} \quad (11)$$

$V'(x_e) \leq 0$  조건을 만족시키기 위해서  $u_s$ 를 다음과 같이 선택한다.

$$u_s = -I \operatorname{sgn}(x_e^T P b) \cdot \left[ |u_{PID}| + \frac{1}{g_L} \left( f^u + |x_d^{(n)}| + |k^T x_e| \right) \right] \quad (12)$$

식(12)를 식(11)에 대입하면  $V'(x_e) \leq 0$  이 되는 것을 알 수 있다. 여기서 I는 다음과 같은 기능을 수행한다.

$$I = 1 \quad \text{if } |x_e| \geq M_x$$

$$I = 0 \quad \text{if } |x_e| < M_x$$

이와 같이 시스템의 안정성이 허용되고, 출력을 설계자가 원하는 허용오차 이내로 유지할 수 있도록 하기 위하여 PID-자기동조 제어기를 제안하였다.

### 3. 전동기의 속도제어에 대한 적용

전동기는 가변 부하시나 외란이 발생했을 때 일정 시간동안 과도 응답 특성을 나타낸다. 이러한 경우에 PID 제어기의 매개변수가 적절한 값으로 동조되었다 할지라도 허용오차 내에서 상태를 유지하기는 어렵다.

본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여 PID-자기동조 제어기를 제안하였다. 제안된 제어시스템은 외란이 인가되더라도 허용오차 내에서 안정성을 갖고 강인하게 목표 궤적을 추종하게 된다.

전기자 제어용 직류 모터의 속도에 대한 미분 방정식은 다음과 같다.

$$JL_a x'' + (R_a J + L_a B) x' + (R_a B + K_b K_T) x = K_T u \quad (13)$$

여기서,  $x$  는 시스템의 출력을 나타내고,  $u$  는 제어 입력이다. 본 논문에서 사용된 직류 서보 모터(정격출력 400[W])의 매개변수는 다음과 같다.

- $K_t = 2.27 [Kgf \cdot cm / A]$  : 토크 상수
- $J = 3.4 \times 10^{-1} [Kgf \cdot cm \cdot sec^2]$  : 관성 모멘트
- $L_a = 0.89 [mH]$  : 전기자 인덕턴스
- $R_a = 1.2 [\Omega]$  : 전기자 저항
- $B = 0.75 [Kgf \cdot cm]$  : 마찰 토크
- $K_b = 23.33 [V / Krpm]$  : 유기전압 상수

위와 같은 직류 전동기에 대한 PID 제어기의 매개변수는 Ziegler-Nichols의 계단 응답법에 의하여 결정 ( $K_p = 0.008$ ,  $K_I = 6.82$ ,  $K_D = 0.000034$ )하였다. 자기동조

제어기의 설계를 위해서  $f^u$  와  $g_L$  의 결정이 필요하다. 여기서 관성 모멘트  $J$ 가  $J \times 1$ 에서  $J \times 5$ 까지 변화한다고 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} |f(x, x')| &= \left| \frac{1}{JL_a} \left[ (R_a J + L_a B)x' + (R_a B + K_b K_T)x \right] \right| \\ &= \left| (1.3476 \times 10^3 + \frac{7.35}{J} \times 10^{-2})x' + 45480x \right| \\ &\leq 1370x' + 45480x = f^u(x, x') \end{aligned} \quad (14)$$

$$|g| = \left| \frac{49.991}{J} \right| \geq 14703 = g_L \quad (15)$$

또한, 제어기 설계를 위해서  $K_1 = 10^8$ ,  $K_2 = 2 \times 10^4 (S^2 + K_1 S + K_2)$  는 안정) 그리고  $Q = \operatorname{diag}(2 \times 10^{12}, 2 \times 10^4)$  으로 선택한다.

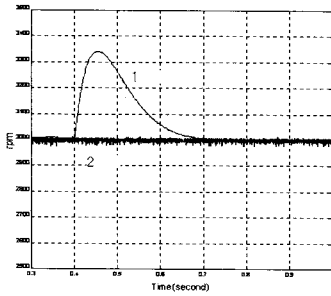
이와 같은 것을 식(10)에 대입 하면 P는 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} 3 \times 10^8 & 10^4 \\ 10^4 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

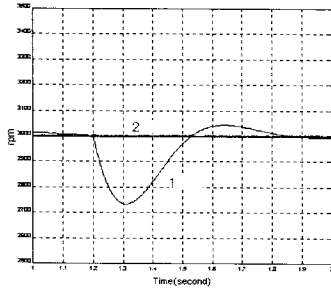
### 4. 시뮬레이션 및 결과고찰

제안된 제어 시스템의 유용성을 살펴보기 위하여  $M_x = 1$ 일 때 계단 및 sine 함수를 부하 외란( $L_d$ )으로 각각 인가하였다. 그림 1에서 표시된 곡선 1은 PID 제어기만을 갖는 제어 시스템의 응답곡선이고, 곡선 2는 PID-자기동조 제어기를 갖는 제어시스템의 응답곡선이다. 그림(a)는  $J \times 1$ 과  $L_d = 300[\text{rpm}]$ , 그림(b)는  $J \times 3$ 과  $L_d = -300[\text{rpm}]$ , 그림(c)는  $J \times 5$ 과  $L_d = 1000 \sin 20\pi t$ 일 때의 응답곡선이다. 그림(a)를 살펴보면 곡선 1은 최대 오차가 340[rpm], 곡선 2에서는 오차가 25[rpm]이하로 발생한다. 따라서 최대 값으로 보면 오차는 7.4[%]로 감소하였다. 그림(b)에서도 복합형 제어기를 사용함으로써 최대 오차의 영향을 270[rpm]에서 4[rpm]로, 즉 1.5[%]로 감소되었다.

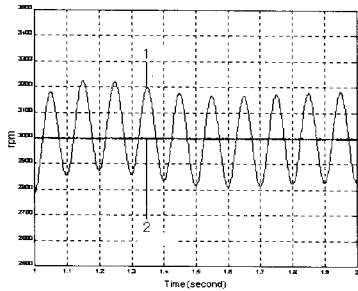
그림 (c)에서 나타난 바와 같이 sine 형태의 부하 외란의 영향도 200[rpm]에서 2[rpm]로 감소됨으로써 1[%]정도로 훌륭하게 감소됨을 알 수 있다. 결과적으로 그림 1에서 알 수 있는 바와 같이 PID 제어기만을 사용했을 때 보다 PID-자기동조 제어기를 사용함으로써 부하 외란의 영향을 현저히 감소시킬 수 있었다.



(a)  $J \times 1, L_d = 300$



(b)  $J \times 3, L_d = 300$



(c)  $J \times 5, L_d = 1000 \sin 20\pi t$

[그림 1] PID 제어기(곡선1)와 PID-자기 동조 제어기 (곡선2)에 의한 응답곡선

### 5. 결론

산업현장에서 전동기 제어는 많은 자동화 설비에 사용되고 있는데, 부하 외란 인가시에 안전한 강인 제어는 어렵게 된다. 본 논문에서는 직류 전동기의 안전한 강인 제어를 위하여 PID-자기동조 제어기법을 제안하였다. 이 제어기법의 장점은 외란 인가 시에도 전동기 제어 시스템이 허용오차 이내에서 안전하고 강인하게 운전될 수 있음에 있다. 단점으로는  $f(x)$ 의 위쪽 경계나,  $g$ 의 아래

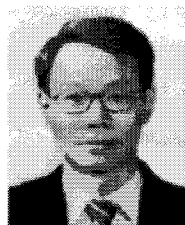
쪽 경계를 알아야만 제어기 설계가 가능하다는 점이다. 제안된 제어 시스템은 그림 1에서 나타낸 바와 같이 부하 외란이 어떠한 형태로 인가되었던지 설계자가 원하는 허용 오차 이내에서 안전하고 강인하게 운전될 수 있다. 제안된 제어기법은 부하 외란이 문제가 되는 시스템의 안전하고 강인한 제어에 사용될 수 있으리라 사료된다.

### 참고문헌

- [1] L. X. Wang, A Course in Fuzzy systems and control, Prentice-Hall, 1997.
- [2] L. R. Medsker, Hybrid neural network and Expert systems, Kluwer Academic publishers, 2000.
- [3] K. J. Aström and T. Häggglund, Automatic Tuning of PID controllers, Instrument society of America, 1988.
- [4] J. K. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear control, Prentice-Hall, 2001.
- [5] C. A. Smith and A. B. Corripio, principles and practice of automatic process control, Wiley-Interscience, 2002.
- [6] C. D. Johnson, "Disturbance-accomodating control; an overview", proc. ACC, pp. 526-536, 2004.
- [7] V. Kucera and M. Sebek, : A note on stationary LQG control", IEEE Trans. Automat. contr. Vol. AC-30, pp. 1242-1245, 2007.
- [8] L. X. Wang, "A supervisory controller for Fuzzy control system that guarantees stability", IEEE Transaction on Automatic control, Vol.39, No.9, September 2008.

조 현 섭(Hyun-Seob Cho)

[종신회원]



- 1990.2 원광대학교 공과대학 전기공학과 졸업
- 1992.2 원광대학교 공과대학 전기공학과(석사)
- 1996.2 원광대학교 공과대학 전기공학과(박사)
- 1996.1~1997.6 Department of

Electrical and Computer Engineering, University of California Irvine(UCI) 연구원

- 1998.1 ~ 현재 한국전력기술인협회 고급감리원(전력감리)
- 1998.10 ~ 현재 중소기업청 기술경쟁력 평가위원
- 1997.3 ~ 현재 청운대학교 부교수

<관심분야>

전기공학, 공장자동화, 응용전자

구 기 준(Gi-Jun Ku)

[정회원]



- 1983.2 단국대학교 공과대학 전자공학과 졸업(공학사)
- 1988.8 한양대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
- 1996.8 숭실대학교 대학원 전자공학과(공학박사)
- 1994.3~현재 한림성심대학 교수

<관심분야>

무선 및 이동통신, 정보보호