

중학생의 성취수준별 의사 개념적·분석적 행동 분석 - 2005년 국가수준 수학 학업성취도 수행평가 결과를 중심으로 -

김 선 희 (신라대학교)

원 유 미 (여의도중학교)

I. 서론

학생들은 평가를 통해 자신의 학업 성취가 어떠한지에 대한 정보를 받고 차후의 학습이 어떻게 이루어져야 하는지에 대한 피드백을 얻는다. 하지만 학생들은 평가에 임할 때 잘 알지 못하는 상황을 모면하거나 자신이 그것에 대해서 알고 있다는 인상을 주기 위해 개념과 조금이라도 관련이 있는 단어나 예를 답하거나 문제에 주어진 조건을 대강 조합하여 문제를 해결하는 등 자신의 능력 그대로를 보여주지 않을 때가 있다. 그리고 사고에 대한 통제 없이 계산이나 표현을 하고, 예전에 성공한 알고리즘에 무조건 의존하고, 습관화된 행동을 할 때도 있다. 이것은 학생들이 타인에게 무시당하지 않고 존중받고 싶은 욕구, 교수학적 계약의 압력, 같은 결과라면 더 적은 노력을 들이려는 본성을 갖고 있기 때문에 나타날 수 있는데, Vinner(1997b)는 이러한 현상을 '의사 개념적 사고(pseudo-conceptual thought)'와 '의사 분석적 사고(pseudo-analytical thought)'로 설명하였다. 의사 개념적 사고는 개념을 논의하는 수학 학습 상황에서 학생들이 수학적 개념과 그와 관련된 여러 가지 개념, 의미, 그들 사이의 상호관계에 대해서 진정한 사고 활동을 하지 않으면서 개념적인 답을 하는 것에서 살펴볼 수 있으며, 의사 분석적 사고는 정형적인 수학 문제를 해결하면서 학생들이 분석적이라고 불릴만한 어떤 사고 과정을 거치지 않았음에도 불구하고 분석적인 인상을 주는 답을 하는 데에서 관찰된다.

교사는 학생들에게 의사 개념적·분석적 사고가 아닌 참(true) 개념적·분석적 사고를 기대한다. 하지만 학생들은 자신의 사고 과정에 대한 조정이나 통제 없이 최소의 노력으로 효과를 누릴 수 있는 도구적 이해를 하거나 걸치레식의 개념적·분석적 행동을 보이려 한다. 이는 학생들의 경험에서 유도된 것일 수도 있는데, 예를 들어 "교사는 학생에게 문제를 제시하고 학생은 그에 대한 답을 해야 한다."는 경험은 문제에 답함으로써 인정을 받을 수 있다는 인식을 갖게 할 수 있다. 따라서 교사는 학생들이 갖고 있는 지식에 대한 잘못된 관점을 교정하고 의사 개념적·분석적 사고에서 참 개념적·분석적 사고로 나아가도록 할 필요가 있다. 이를 위해서는 학생들이 어떠한 의사 개념적·분석적 사고를 하고 있는지, 어떤 학생들에게서 그러한 사고가 특징적으로 나타나는지 알아야 한다.

이에 본 연구는 국가수준 학업성취도 평가에서 학생들이 답을 구성해서 쓰는 서답형 평가인 수행평가 문항의 학생 응답을 통해, 학생들의 의사 개념적 행동과 의사 분석적 행동을 살펴보려 한다. 김남희(1997)는 의사 개념적·분석적 사고를 개선하기 위해서 결과중심의 평가를 과정중심의 평가로 전환할 것을 제안하였다. 고등학교 수학으로의 이행기에서 중학교 수학을 완수한 결과를 점검하기 위한 평가에서, 학생들은 점수를 받기 위해 자신이 잘 알지 못하는 개념, 문제해결 과정을 보여줄 것이며 자신이 통제하지 못한 반응으로 답을 쓰는 모습을 나타내기도 할 것이다. 본 연구는 이러한 행동을 성취수준별로 분석하고자 한다. 원유미(2007)는 학생 3명의 사례 연구를 통해서 학업성취도가 높은 학생은 난이도가 높은 문제에서 의사 개념적·분석적 사고를 나타내고 통제 메커니즘이 제대로 작동하지 않았다고 한다. 성취수준별로 학생들의 의사 개념적·분석적 사고의 특성을 일반적으로 자세히 살펴보는 것은 수준별 교육과정에서 수

* 2007년 11월 투고, 2008년 1월 심사 완료.

* ZDM 분류: C43

* MSC2000 분류: 97C30

* 주제어: 성취수준, 의사개념적 행동, 의사분석적 행동

준별 수업의 활성화로 국가 교육과정의 방향이 제시되고 있는 현 상황에서 필요한 것이며 본 연구는 그 결과를 양적으로 분석해 보려 한다.

II. 이론적 배경

1. 의사 개념적 행동

학교수학에는 여러 가지 수학적 개념, 원리, 법칙이 포함되어 있다. Vinner(1997b)는 유의미한 학습과 개념적 이해에 기초한 개념적 사고의 결과를 '참 개념적 행동(true conceptual behavior)'¹⁾이라고 하였다. 이러한 개념적 행동은 수학교육의 주요 목표 중 하나이며, 이러한 목표가 성취되었는지 아닌지를 알 수 있는 평가가 필요하다.

인지적 성취도를 평가할 때 중요한 것은 결과를 산출하게 된 정신적 과정이다. 하지만 정신적 과정에 대해서 우리는 단지 추측할 수밖에 없다. 개념적 행동이 오직 개념적 사고 과정의 결과로만 나온다면 문제될 것이 없지만, 불행히도 개념적 행동은 바람직하지 않은 대안적인 사고 과정 즉, 의사 개념적 사고 과정에 의해서도 나올 수 있다. 이러한 행동을 의사 개념적 행동이라 한다. 개념적으로 보이는 답을 산출하는데 성공했음에도 불구하고 실제로 그렇지 않다면 의사 개념적 사고를 한 것이며, 의사 개념적 행동은 의사 개념적 사고의 결과이다. 즉, 의사 개념적 행동은 개념적 행동처럼 보이지만 개념적 사고가 아닌 정신적 과정에 의해서 나타나는 행동을 일컫는다.

Vinner(1997a, 1997b)는 수학 학습 상황에서 나타나는 의사 개념적 사고의 원인을 다섯 가지로 보고 있는데, 첫째는 타인에게 무시당하지 않고 존경받고 인정받고 싶어 하는 자기존중의 욕구이다. 수학은 다른 과목과 달리 어려운 과목이라는 사회적 인식이 강하기 때문에 수학을 잘 한다는 인상을 주는 것은 사회적으로 인정을 받는 데 매우 효과적이다. 둘째, 수학 학업 성취도가 선발 도구로서 기능하기 때문에 높은 점수를 받으려는 욕구이다. 높은 성취도는 상급 학교 진학이나 직업 선택의 폭을 넓혀 준다. 법, 의학, 심리학과 같이 수학과 거의 관련이 없는

영역에서도 수학에서 높은 성적을 얻은 지원자가 시험에 합격할 가능성이 더 높다고 한다(Confrey, 1995, p.3). 셋째, 학생들이 느끼는 교수학적 계약의 압력이다. Brousseau(1997)는 교수학적 상황에서 교사와 학생의 관계에서 명백한 것은 아니지만 일종의 계약, 곧 교수학적 계약이 있다고 보았다. 이것은 교수학적 상황의 중요 요소로 교사의 기대와 그것을 목표로 하는 교사의 활동에 대한 학생의 수용 사이에 존재하는 합의이며, 교사와 학생이 조정을 위해 어떤 책임을 져야 할지와 서로에게 해야 할 의무가 무엇인지를 결정하는 관계이다. 이러한 계약은 암묵적으로 존재하면서 교사와 학생을 압박하고 그들의 행동을 통제한다(우정호, 2000). 넷째, 결과가 같다면 최소 노력만 들이려는 인간의 본성이다. 즉, 개념적 행동처럼 보이지만 개념적이지 않은 정신적 과정은 개념적 과정보다 더 단순하고, 쉽고, 간단하다. 따라서 많은 학생들이 복잡한 개념적 과정보다 더 단순하고, 쉽고, 간단한 의사 개념적 과정을 선호하는 것은 자연스러운 현상이다. 이러한 사고 과정은 종종 자발적으로 형성되며, 때때로 인지적 자극에 대한 자연스러운 인지적 반응이 된다. 마지막으로, 수학적 개념 획득 과정과 일상적인 개념 획득 과정이 다름에도 불구하고 여전히 일상적인 방식으로 수학 개념을 다루는 태도에 원인이 있다. 일상생활에서는 대부분의 사람이 정사각형을 직사각형으로 생각하지 않지만, 모든 수학적 상황에서는 정사각형은 직사각형이라고 생각해야 한다. 일상생활의 사고가 수학적 사고에도 적용될 때 의사 개념적 사고가 유발될 수 있는 것이다.

한편 의사 개념적 사고 양식은 오개념(misconception)과 밀접한 관련이 있으나 같은 것은 아니다. 오개념은 인지적 틀에서 발생하고 의사 개념적 양식은 인지적 틀 밖에 있다. 오개념은 인지적 노력의 결과이며 다만 이러한 노력이 잘못된 아이디어로 이끄는 것이다. 하지만 의사 개념적 행동이 나타날 때 인지적 논쟁은 중요하지 않으며 자극에 대해 만족스러운 반응을 찾을 뿐이다. 이러한 의사 개념적 양식과 오개념의 구별은 이론적인 것이며, 때로 특정한 경우 오개념의 결과인지 의사 개념적 사고의 결과인지 결정하는 것이 불가능할 때가 있다(Vinner, 1997b).

1) 이하 개념적 행동

의사 개념적 사고는 본인의 의사 지식 사용에 대한 인식의 유무에 따라 두 가지 모습으로 분류할 수 있다. 하나는 학생 자신이 그 개념을 정확하게 기억하거나 이해한 상태도 아니면서 마치 자신이 개념적 이해를 한 것처럼 가장하는 것이다. 이러한 경우 학생들은 실제로는 자신이 모르고 있다는 사실을 숨기면서 무지가 드러날 수 있는 순간을 그럭저럭 잘 모면한다. 이러한 류(類)의 의사 개념적 행동은 모르면서 추측하기(blind guessing), 잠재적 속임(potential deceit), 고개 끄덕이기와 '네'라고 대답하기, 중심적인 개념에 대해 자신의 언어적인 표현으로부터 그 의미를 만들어 나가는 것에서 관찰할 수 있다. 이때 학생은 그 순간만 잘 넘겨서 선생님에게 자신이 알고 있다는 인상을 주려는 목적을 가질 수도 있고, 개념적 사고를 하기 위해 요구되는 지식이 없지만 더 공부하면 사고 과정을 분석적으로 점검할 수 있을 것이라는 바람을 갖고 있을 수도 있다.

다른 하나는 모르고 있다는 사실을 인지하지 못하는 경우로, 의사 개념적 사고에 대해 지각하지 못하는 행동은 사고 과정이 진행되는 동안의 마음의 상태에 따라서 다시 두 가지로 분류될 수 있다. 첫째, 학생은 의사 개념적 사고 과정을 깨닫지 못한다. 마음속에서 형성된 사고 과정에 따라 자발적인 방식으로 자극에 반응하고 있는 것이다. 하지만 이 학생은 통제 메커니즘을 갖고 있어서, 통제를 하는 순간 의사 개념적 사고 과정의 결과를 분석적으로 점검할 수 있고 그것이 이치에 맞는지 결정할 수 있다. 둘째, 첫 번째 경우처럼 의사 개념적 사고 과정을 깨닫지 못하지만 통제 메커니즘이 없어서 의사 개념적 양식으로 행동하는지 아닌지 알 수 없는 경우이다. 즉, 자신의 사고 과정에 대한 통제 메커니즘이 없는 경우라 할 수 있다.

위의 내용을 정리해 볼 때, 의사 개념적 사고로 인한 의사 개념적 행동은 자신이 모르는 것을 인식하면서 아는 척 하는 행동, 모르는 것을 인지하지 못하면서 통제가 이루어지지 않은 행동으로 생각해 볼 수 있다. 모두 개념적 행동으로 보일 수 있으나 학생들의 사고에서는 개념적이지 못한 과정이 있는 것이다. 이런 두 가지 유형의 행동은 학생들의 사고를 관찰자가 면밀하게 관찰하고 질문해봄으로써 가장 잘 파악해 볼 수 있다. 그러나 국가수준에서 대규모 양적 연구를 시도한 본 연구는 의

사 개념적 행동이라 볼 수 있는 학생의 답안을 통해 '문제의 답을 잘 알지 못하면서 무엇인가라도 답을 쓰는 행동'과 '통제되지 않은 반응'으로 구체화하여 학생들이 수행평가 문항에 쓴 답안을 통해 분석하고자 한다.

2. 의사 분석적 행동

학생들이 문제해결에서 분석적이라는 인상을 주었지만 실제로는 그렇지 않다면 의사 분석적 사고를 했다고 할 수 있다. 의사 분석적 행동은 의사 분석적 사고의 결과이다. Skemp(1976)는 수학에서 이해를 도구적 이해와 관계적 이해로 구분하고, 방법은 알지만 왜 그런지 모르는 것과 방법도 알고 왜 그런지도 아는 것에 대해서 이야기한다. 학교수학에서는 왜 그런지 설명하지 않고 절차를 가르치는 경우가 있다. 그러한 설명이 중요하지 않아서가 아니라 대부분의 학생들이 그것을 이해하는 것은 너무 어렵다고 믿기 때문이다. 학생들이 이런 도구적 이해에 머무를 때, 그들은 분석적인 것처럼 보이지만 실상 관계적으로 이해되지 않는 의사 분석적 행동을 나타내게 된다.

의사 분석적 사고의 특징은 여러 가지가 있다. 첫째, 문제의 이해에 전념하지 않고, 단어에 집중을 한다는 것이다. 문제 전체의 의미 속에서 수학을 적용하는 것이 아니라 눈에 보이는 숫자, 고착화된 용어 등만 보고 바로 문제해결을 했으나 답은 옳게 구한 경우에 해당한다.

둘째, 의사 분석적 사고에서 초점은 '왜'가 아니라 '어떻게'에 초점이 맞추어진다. 대개 풀이 절차의 각 단계에서 수학적 정당화는 사용되지도 언급되지도 않는다. 그저 기계적으로 알고리즘을 수행할 뿐이다.

셋째, 의사 분석적 사고는 임의적이며 주관적이다. 우연히 옳은 답을 산출하여 교사로부터 인정을 받을 수는 있지만 보다 발전된 문제 해결에는 이르지 못하는 것으로서 결국 진정한 수학적 지식과는 거리가 먼 것이라고 할 수 있다.

넷째, 풀이 절차에 대한 어슴푸레한 기억들, 서투른 단정, 모호한 절차들이 나타난다는 것이다. Polya(1964)와 Schoenfeld(1985)는 학생들이 비슷한 문제를 풀어본 적이 있다면 그 가능성을 놓쳐서는 안 되며, 그러한 경험이 없다고 해도 이전에 경험한 문제와의 유사성을 근

거로 관련된 지식을 동원시켜야 함을 강조하였다. 그러나 이러한 발견술과 의사 분석적 사고 사이에는 큰 차이가 있다. 발견술의 경우에는 현 문제에 적합한 해법 절차를 선택하는 과정에서 “재구성”의 단계가 포함된다. 문제 유형과 구조의 유사성을 바탕으로 생각해낸 ‘관련된 문제 해법의 모임’에서 현 문제에 적합한 해법을 선택한다. 그러나 의사 분석적 사고에는 그러한 과정이 없다. 학생 자신이 구성한 유사성을 바탕으로 이전의 해법 절차가 그대로 적용된다. 주어진 문제에 따라 학생들의 답안은 정답이 될 수도 있지만 오답으로 나타날 수 있다. 중요한 것은 표면적인 유사성과 그에 대한 희미한 기억에 의존하여 즉흥적인 사고과정으로 문제를 해결한다는 것이다(박현정, 2007).

여기서 특별히 문제가 되는 것은 의사 분석적 사고가 학생 마음속에 일어나는 즉각적이고 직관적인 반응의 하나로 정착될 수 있다는 것이다. 비슷한 유형의 문제에 대한 습관적인 학습을 통해 학생들에게는 그들 나름대로의 해결방법을 몸에 익히는 경우가 생길 수 있고, 그 결과로 의사 분석적 문제 해결 방법이 무의식중에 연상되면서 문제 해결에 자연스럽게 사용될 수 있다. 특히 반성적이고 분석적인 사고 능력이 부족한 학생들에게는 일반적으로 분석적 행동보다는 의사 분석적 행동이 즉각적으로 먼저 발생하기 쉽다.

교육적 상황에서는 의사 분석적 사고에서 분석적 사고로의 이행을 유도하는 작업이 필요하다. 이는 어느 시점에서 학생들이 자신의 사고 속에 있는 의사 분석적인 것을 포기하는 과정을 경험할 수 있도록 하는 지도가 필요함을 뜻한다. 문제의 표면적인 구조에 대해 즉각적으로 떠오르는 사고로 반응하는 것을 적절히 억제하면서 분석적인 해결방법을 따르도록 해야 한다는 것이다.

의사 개념적 상황은 개념에 초점이 맞추어져 있는 반면 의사 분석적 상황은 문제해결 상황이다. 그럼에도 불구하고 어떤 상황은 분석적이고 개념적인 방식 둘 다와 관련이 있고 이 둘 사이의 구분은 명확하지 않다. 분석의 일부는 개념적일지도 모른다. 의사 개념적 사고와 의사 분석적 사고의 구분은 주어진 상황이 개념과 관련이 있는가, 문제 해결과 관련이 있는가의 차이이지 그러한 사고의 원인의 차이에 기인하는 것이 아니다(Vinner, 1997b). 의사 개념적 사고와 의사 분석적 사고의 이러한

교집합으로 인해 학생들의 행동을 의사 개념적, 의사 분석적으로 이분하는 것은 어려운 일이다. 따라서 본 연구는 문항마다 나타난 학생들의 의사 개념적·분석적 행동을 구분하지 않고 의사 개념적 행동을 크게 ‘잘 모르면서 답을 하는 경우’와 ‘통제되지 않은 반응’으로 분류할 것이다. 그리고 통제되지 않은 반응은 통제 메커니즘이 있으면서 이를 사용하지 않는 ‘계산에 대한 통제 생략’과 ‘표현에서의 통제되지 않은 반응’, ‘앞서 성공한 알고리즘의 적용’, ‘습관화된 행동’으로 세분화하여 분석할 것이다.

3. 성취수준

높은 수학적 성취를 나타내는 학습자와 낮은 수학적 성취를 나타내는 학습자는 어떤 차이가 있을까? Krutetskii(1976)는 능력 있는 학생, 보통 학생, 능력이 부족한 학생들의 특징을 연구하면서 능력이 있는 학생들은 일반적인 전략을 기억하고 필수적인 것에 초점을 두어 해를 생략하며 대안의 해를 제공할 수 있다고 하였다. 보통 학생들은 자세한 것을 기억하고 같은 유형을 여러 번 실행한 후에야 해를 간단하게 구하고 문제에 대하여 하나의 해를 구할 수 있고, 능력이 부족한 학생들은 종종 부적절한 자세한 내용을 기억해 내고 오류가 있는 해를 만들고 다른 대안을 시도하지 못한다고 하였다. 이러한 특징은 우리나라 학생들에게서도 나타날 수 있다. 본 연구는 학업성취도의 높고 낮음을 성취수준에 의해 분석할 것이다.

학생들의 성취수준을 파악하는데 일관된 기준은 존재하지 않지만 국가수준에서는 학생들의 성취수준을 학업성취도 평가에 의해 파악하고 있다. 국가수준 학업성취도 평가 연구에서 정의하고 있는 성취수준의 특성은 <표 1>과 같다²⁾.

2) 기초학력 미달은 도달해야 하는 수준이 아니기 때문에 일반적인 의미에서 별도의 수준 정의를 하지 않는다.

<표 1> 성취수준 설명

성취수준	설명	이해 정도
우수학력	성취하기를 기대하는 기본 내용을 대부분 이해한 수준	80% 이상
보통학력	성취하기를 기대하는 기본 내용을 상당부분 이해한 수준	50~80%
기초학력	성취하기를 기대하는 기본 내용을 부분적으로 이해한 수준	20~50%

성취수준을 구분하기 위해서는 학생들의 원점수를 척도점수로 변환한 후 각 수준을 분할하는 점수를 설정해야 한다. 국가수준 학업성취도는 매년 학생들의 성취수준 비율의 변화 추이를 분석하고 있으므로, 기준 년인 2003년에 설정된 성취수준의 분할점수를 해마다 적용하고 있다. 기준선을 설정하는 방법은 수정된 앙고프(modified Angoff) 방식에 의해서 이루어진다. 그 절차를 살펴보면 먼저, 중학교 수학교과와 학생들에 대한 전문가인 교사들이 우수/보통/기초 각각의 수준에서 학생들이 보여줄 기대 정답률을 판정한다. 이때 전문가들의 판단의 효율성과 합의 도출의 편이성 등을 고려하여 최소 능력자의 문항에 대한 기대정답률은 0, 5, 10, ..., 90, 95, 100% 중에서 하나의 비율을 선택하도록 한다. 그리고 반복된 과정에서 전문가들에게 문항에 대한 실제 정답률, 문항 모수, 답지 반응 분포 등의 경험적인 정보를 제공하여 문항의 기대 정답률 판정 시 절대적인 기준 외에 학생들의 실제적인 수행 수준에 대한 정보도 알 수 있게 한다.

이와 같은 방법으로 2003년 성취도 평가의 원점수 체제에서 수정된 앙고프 방식에 의해 분할점수를 산출하였고, 이후 매년 성취수준의 변화 추이를 분석할 수 있는 척도점수 체제에서의 분할점수를 연계하여 각 학생의 성취수준을 정하였다(이양락 외, 2005).

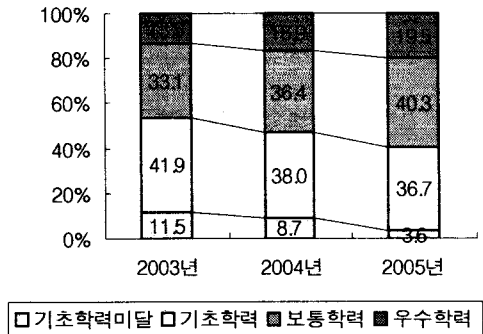
III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구의 대상은 2005년 국가수준 학업성취도 평가에 표집된 전국 중학교 3학년 학생들의 1%이다. 학교 표집은 학교 규모, 지역 등의 특성을 고려하고 교육청별

학생 비율을 반영하여 비례 유층 군집 표집 방법으로 이루어졌고, 표집된 학교당 1~2개 학급을 무선으로 선정하여 학생을 표집하였다. 187개의 중학교가 표집되었고 10학급 이상인 학교의 경우에는 2개의 학급이 표집되어 총 504개 학급, 6,631명이 참여하였다. 2003년에 설정된 성취수준을 기준으로 동등화하여 학생들을 우수학력, 보통학력, 기초학력, 기초학력미달로 분류하였다.

각 성취수준의 분포를 살펴보면, <그림 1>에서 우수학력이 19.5%, 보통학력이 40.3%, 기초학력이 36.7%, 기초학력미달이 3.6%로 나타났다. 보통학력이 가장 큰 비율을 차지하고 다음으로 기초학력, 우수학력, 기초학력미달의 순으로 비율이 높았다. 2003년부터 학생들의 성취수준 변화 추이를 살펴보면, 수학 성취도에서 중학생들의 학력이 조금씩 성장했음을 알 수 있다.



<그림 1> 연도별 수학 성취수준 분포 - 2003년, 2004년, 2005년

2. 검사 도구

본 연구에서 학생들의 의사 개념적·분석적 행동을 분석하기 위한 도구는 국가수준 학업성취도 수행평가 문항이다. 각 문항은 3~4점씩 배당된 것으로 1점씩 부분점수가 부여되어 있다. 이 연구에서 분석된 문항은 2005년에 개발되어 시행된 6개의 문항이며, 하위 문항을 포함하면 총 17개이다. 문항은 <부록>에 제시되어 있다.

3. 분석 방법

검사 시행 후 학생들의 응답에 나타난 의사 개념적·

분석적 행동을 살펴보기 위하여 채점기준을 상세화하고 학생들의 응답 유형별로 코드를 부여하였다. TIMSS나 PISA의 국제성취도 평가에서는 학생들의 구성형 응답에 대해서 응답 유형별로 점수와 코드를 부여하여, 학생들의 인지 구조나 오류에 대한 상세한 정보를 수집하고 있다(김경희 외, 2006; 이미경 외, 2004). 본 연구에서도 학생들의 응답을 점수와 각 점수에 따른 응답 유형을 나타내기 위해 두 자리 코드 체계를 사용하였으며, 앞자리 수는 점수, 뒷자리 수는 점수에 따른 응답 유형을 나타내도록 하였다.

검사 도구를 개발할 때부터 학생들의 응답을 예측하여 채점코드를 상세하게 개발하였고 이것은 예비검사를 거쳐 보완되었다. 본검사의 채점을 진행하는 도중에도 학생들의 특이한 반응에 대해 새로운 코드를 부여하여 학생들이 응답한 모든 유형을 기록할 수 있게 하였다³⁾. 문항을 개발할 때 설계된 채점코드는 실제 평가 실시 후 학생들의 다양한 응답을 토대로 수정, 보완되었다. 모든 분류가 의사 개념적·분석적 사고에 해당하는 것은 아니며, 개념적, 분석적 사고를 보여주는 완벽한 문제 해결의 답안도 있고, 오류와 오개념을 보여주는 오답의 경우도 있다. 이러한 예는 본 연구의 의사 개념적·의사 분석적 사례는 아니므로 분석에서 제외된다.

예를 들어, <그림 2>의 3-(2)번 문항의 채점 코드는 <표 2>와 같다. 1점을 받은 경우인 코드 10~12는 의사 개념적 행동이나 의사 분석적 행동을 보여주지 않아 본 연구의 분석에서는 제외된다. 코드 01의 경우는 앞 번호의 문제 3-(1)에서 식을 세운 것을 그대로 적용한 경우로 본 연구의 분석에서 '과거에 성공한 알고리즘에 의존'으로 분류되었고, 코드 02의 경우는 '잘 모르면서 답을 쓰려는 행동'으로 분류되었다.

(2) *분 후 현준이가 간 거리를 구하시오 [1점]

<그림 2> 3-(2)번 문항

<표 2> 3-(2)번 문항의 채점 코드 분류

코드	채점 기준
10	$70(x+15)$
11	$70x+1050$
12	$70x+70 \times 15$
00	무응답
01	$70x$
02	그 외의 경우

분석 방법을 정리하면, 각 문항마다 학생들의 응답 유형을 채점코드로 기록한 후 본 연구에서 의사 개념적·의사 분석적 행동으로 볼 수 있다고 판단한 유형을 IV장과 같이 재조직하였고 성취수준별로 그 비율을 산출하였다.

IV. 연구 결과

본 연구에서 학생들의 의사 개념적·분석적 행동을 성취수준별로 분석한 결과를 유형별로 분류하면 다음과 같다.

1. 잘 모르면서 답을 쓰려는 행동

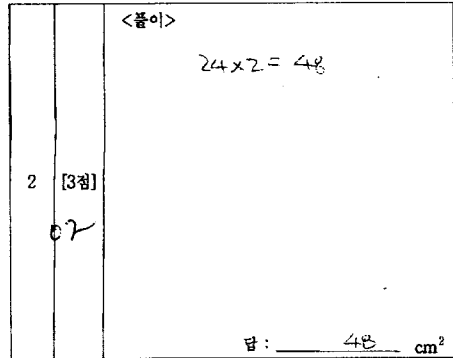
의사 개념적 행동이나 의사 분석적 행동 모두 자신이 잘 모르면서 개념이나 문제해결 절차를 알고 있는 듯이 행동하는 것을 포함한다. 이것은 문제의 답을 잘 알지 못하기 때문에 자신감이 없어 보이는 행동으로 답을 흐리게 쓰거나 문제풀이 중간에 풀이를 포기하면서 부분적으로만 답을 쓴 경우 등으로 나타난다. 이는 자신이 문제와 관련된 내용에 대해 알고 있다는 것을 조금이라도 보여주려는 노력으로 볼 수 있다. 이러한 행동에 대한 응답 비율을 성취수준별로 문항마다 정리하면 <표 3>과 같다. 응답 비율은 각 성취수준 내 비율로, 예를 들어 1-(1)번에서는 우수학력 학생들의 1.5%가 이런 응답을 하였다는 것이다.

3) 모든 학생 응답의 분석 결과는 조지민 외(2006)를 참조할 수 있다.

<표 3> 잘 모르면서 답을 쓰려는 학생 비율

번호	전체	우수학력	보통학력	기초학력	기초학력미달
1-(1)	25.3	1.5	17.9	40.5	55.1
1-(2)	29.5	3.0	21.6	47.1	54.4
1-(3)	13.9	1.2	8.8	24.0	24.1
1-(4)	20.1	1.7	9.8	35.1	55.7
2	25.0	5.7	27.0	32.8	20.3
3-(1)	37.2	12.8	32.6	53.4	3.2
3-(2)	38.3	13.5	34.5	53.9	40.5
3-(3)	23.2	7.3	30.0	25.1	13.3
3-(4)	25.0	6.6	26.7	31.4	30.4
4-(1)	16.6	2.0	12.7	27.5	17.1
4-(2)	16.5	3.2	15.6	23.7	17.7
4-(3)	28.3	7.8	28.3	39.6	18.4
5-(1)	13.6	1.9	8.2	23.8	21.5
5-(2)	29.7	9.8	35.9	34.8	13.9
5-(3)	22.8	6.4	25.6	28.9	14.6
6-(1)	15.9	3.2	21.6	16.6	12.0
6-(2)	27.0	14.2	31.1	28.8	27.2

학생들이 잘 모르면서도 약간의 답을 쓰려는 행동을 보이는 것은 성취수준이 낮을수록 두드러졌다. 몇 개의 문항을 제외하고는 기초학력과 기초학력미달 학생들이 이러한 유형의 응답 비율이 가장 높았다. 대체로 '우수학력<보통학력<기초학력'의 순으로 비율이 나타났는데, 성취수준이 낮을수록 문제의 정답은 잘 모르지만 자신이 알고 있는 조금의 흔적이라도 남기고자 하는 의도가 있는 것으로 보인다. 하지만 기초학력미달 학생들은 문항에 답을 쓰려는 노력조차 하지 않는 것으로 보인다. 그러나 '우수학력<보통학력<기초학력<기초학력미달'의 순으로 비율이 나타난 경우도 있었는데, 주로 1번 문항에 해당했다. 문항에 답하는 방법이 그리 어렵지 않은 경우 기초학력미달 학생들도 도전해볼만하다고 판단하여 문제에 답하려는 경향을 보인 것으로 여겨진다. 이러한 응답의 예는 2번 문항에서의 학생 응답인 <그림 3>과 같다.



<그림 3> 2번 문항에서 잘 모르지만 답을 쓰려고 한 학생의 답안

2. 통제되지 않은 반응

Vinner(1997b)는 의사 개념적 사고 과정의 주요한 특징으로 미래의 의미 있는 사고과정으로 연결되기 어려운 '통제 되지 않은 연상(uncontrolled associations)'을 말하였다. 반성이나 통제는 자신의 사고를 견고히 하고, 발전시키는 데 없어서는 안 되는 단계이지만 이를 안 한다고 해서 답을 낼 수 없는 것은 아니다. 따라서 답을 내는 것에만 관심이 있는 학생들은 이 단계를 생략한다. 이러한 행동은 의사 분석적 사고에 의해서도 나타날 수 있는데, 성취수준별로 통제되지 않은 반응을 나타낸 사례를 분석해 본다.

(1) 계산에 대한 통제 생각

전략을 올바르게 세우고 문제해결을 시도했으나 중간 과정에서 문제해결 절차 중 사용한 계산에 대한 통제가 이루어지지 않은 경우라 할 수 있다. 이는 통제 메커니즘이 있으나 사용하지 않은 경우이다. 이러한 반응은 문제해결시에 통제 메커니즘 사용이 얼마나 습관이 되었는가와 관련이 있다(원유미, 2007). 문항별로 이러한 예가 나타난 경우를 살펴보면 <표 4>와 같다.

<표 4> 계산에 대한 통제를 생략한 응답 비율

번호	전체	우수학력	보통학력	기초학력	기초학력미달
2	5.1	5.6	9.1	1.3	0.6
3-(3)	3.7	5.4	6.4	0.6	0.0
4-(1)	0.3	0.5	0.2	0.2	0.0
6-(1)	0.5	2.4	0.3	0.0	0.0

문항별로 차이가 있기는 했지만, 계산에 대한 통제를 하지 않은 반응은 보통학력 학생들에게서 많이 나타나는 것을 볼 수 있다. 2번 문항은 원의 넓이를 구하는 문제이고, 3-(3)번 문항은 방정식을 세워 해결하는 문제인데, 학생들이 식을 잘 세웠으나 중간 과정에서 잘못된 계산을 통제하지 않고 답안으로 작성한 경우에 해당한다. 2번 문항에서의 답안 예시는 <그림 4>와 같다. <그림 4>에서 학생은 $2.4^2 (=5.76)$ 을 4.76으로 잘못 계산하였으며 잘못된 계산에 대한 검토 없이 문제해결을 진행했다고 할 수 있다.

2	[3점]	<풀이>
		$2.4^2 \pi - 4\pi$ $= 4.76\pi - 4\pi$ $= 0.76\pi$ ○ 10 답 : <u>0.76π</u> cm ²

<그림 4> 2번 문항에서 계산에 대한 통제가 생략된 답안

4-(1)번 문항은 대수타일을 이용하여 직사각형을 나타내는 것인데, 올바른 식 $(x+2)(x+1)$ 을 구하고 나서 $=x^2+3x+3$ 과 같이 잘못된 식을 더 쓴 경우가 있었다. 6-(1)번은 두 직선의 방정식을 구하여 연립하는 과정에서 계산이 잘못된 경우로, 두 가지 모두 문제해결을 이끄는 계산에 대한 통제를 하지 않은 것이라 할 수 있다. 4-(1), 6-(1) 문항은 우수학력 학생들의 비율이 보통학력보다 더 높았다. 특히 6-(1)번의 문항은 우수학력

학생들의 비율이 보통학력보다 더 높는데 이는 난이도가 어려웠기 때문이라고 추측된다. 원유미(2007)는 평소 통제 메커니즘을 잘 사용하던 학생들도 난이도가 높은 문제에서는 이것이 제대로 작동하지 않음을 관찰하였다. 이는 완전히 이해되지 않은 문제에서 의사 개념적·분석적 사고가 많이 나타날 수 있음을 의미한다.

<그림 5>는 6-(1)의 답안 예시로, <그림 4>와 마찬가지로 계산 실수에 대한 반응이 이루어지지 않은 것을 보여준다.

6	(1) [3점]	$900 - 50x = 300 + 25x$ $900 - 300 = 25x + 50x$ $600 = 25x$ $x = 24$
---	-------------	----------------------------------------------------------------------

<그림 5> 6-(1)번 문항에서 계산에 대한 통제가 생략된 답안

의사 개념적, 분석적 사고와 관련된 연구들은 사고 과정과 결과에 대한 통제, 즉 메타인지적 사고가 의사 개념적·분석적 사고를 개념적·분석적 사고로 전환시키는 데 효과적일 것이라고 말하고 있다. 통제 메커니즘이 활성화되면 결과가 분석적으로 검토되어 분석적 행동이 나타나게 된다. Vinner(1997b)는 의사 개념적·분석적 사고를 수정하기 위해서 통제 단계를 거쳐야 한다고 지적했는데, 이러한 통제 단계가 보통학력 학생들에게서 부족한 것으로 보인다. 특히 계산에 대한 통제는 통제 메커니즘이 있어도 사용하지 않는 경우가 대부분이므로 이를 사용하는 것을 습관화 하는 것이 중요하다.

(2) 문제해결 표현에 대한 통제가 부족한 경우

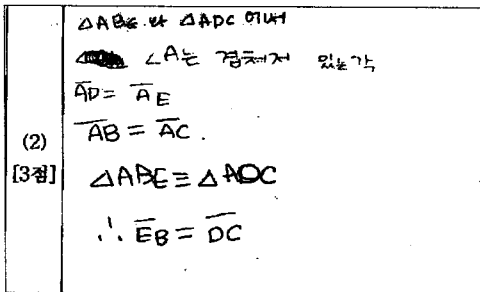
문제해결 과정에서 학생들은 잘못된 표현을 무심결에 사용하고 그에 대한 점검을 하지 않아 잘못된 결과를 도출하기도 한다. 또한 문제해결 과정을 생략하여 중간 과정을 알고 있다고 주장하는 학생 응답도 표현에 대한 통제가 부족한 경우라 할 수 있다. 그러한 경우는 <표 5>

와 같다.

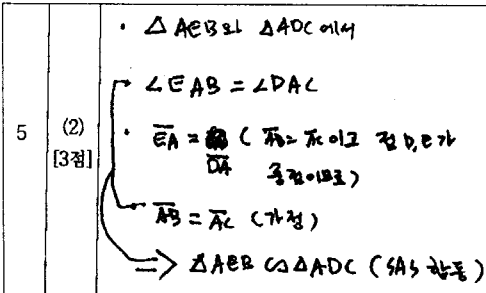
<표 5> 표현에 대한 통제가 부족한 응답 비율

번호	전체	우수학력	보통학력	기초학력	기초학력미달
5-(2)	103	26.0	13.2	1.1	0.0
	46	9.3	6.8	0.6	0.0
6-(1)	1.1	3.5	1.1	0.0	0.0
	2.7	6.8	3.7	0.1	0.0

문제해결 표현에 대한 통제가 잘 이루어지지 않은 학생들은 우수학력에 많이 있는 것을 볼 수 있었다. 5-(2)번은 증명 문제에서 추론이 올바르지만 증명에서 보여주어야 할 표현이 부족한 경우에 해당한다. 이 경우는 두 가지로 나타났는데, 첫 번째는 <그림 6>과 같은 경우로 추론 과정을 이해하기 어렵게 하는 표현의 생략이다. 두 번째는 두 삼각형이 합동임만 말하고 결론을 써서 굳이 중간 설명을 하지 않아도 증명을 충분히 알고 있다고 여기는 것으로 <그림 7>과 같다.

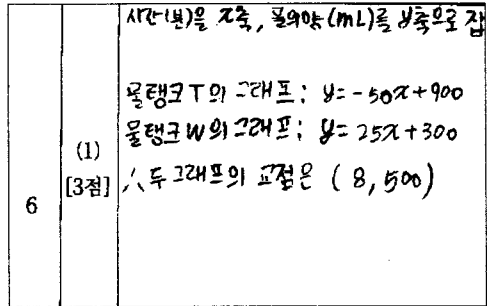


<그림 6> 5-(2)번 문항에서 표현에 대한 통제가 부족한 답안(1)

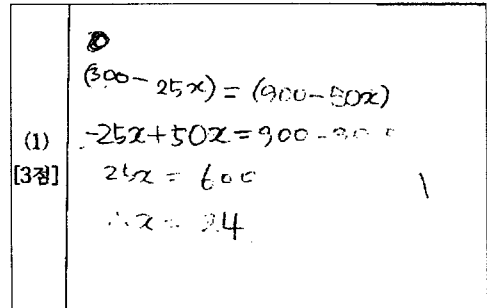


<그림 7> 5-(2)번 문항에서 표현에 대한 통제가 부족한 답안(2)

6-(1)번에서도 문제해결 표현에 대한 통제 부족이 두 가지로 나타났다. 첫 번째는 직선의 방정식을 잘 세워 문제를 풀었지만 풀이 과정에서 표현상의 오류가 있는 경우로 <그림 8>과 같다. 두 번째는 처음에 직선의 방정식을 잘못 표현하여 잘못된 결과를 얻게 된 경우에 해당하며, <그림 9>의 예와 같다.



<그림 8> 6-(1)번 문항에서 표현에 대한 통제가 부족한 답안(1)



<그림 9> 6-(1)번 문항에서 표현에 대한 통제가 부족한 답안(2)

문제해결의 추론은 옳으나 표현상에서 잘못된 것에 대한 점검을 하지 않은 통제되지 않은 반응은 우수학력 학생들에게 많은 것으로 나타났다. 이것은 추론이 올바르다 하더라도 수학적 의사소통에 대한 능력의 부족을 나타내는 것으로 해석할 수도 있을 것이다.

(3) 과거에 성공한 알고리즘에 의존

학생들은 잘 알지 못하는 개념에 대해 질문을 받을 때 과거에 성공한 알고리즘에 의존하여 답을 하는 경우

가 있다. 이것은 검사도구 중 1-(4)번과 3-(2)번에서 나타났다. 성취수준별 비율은 <표 6>과 같다.

<표 6> 과거에 성공한 알고리즘에 의존한 응답 비율

번호	전체	우수학력	보통학력	기초학력	기초학력미달
1-(4)	37.6	23.0	43.8	40.6	17.7
3-(2)	29.3	40.7	44.2	11.4	5.7

1-(4)번 문항은 주어진 수 중에서 무리수를 찾는 것이다. 보통학력의 비율이 43.8%, 기초학력 40.6%, 우수학력 23.0%, 기초학력미달 17.7%이 무리수를 찾을 때 $\sqrt{4}$ 를 포함시켰다. 근호($\sqrt{\quad}$)가 있으면 무리수라는 과거의 경험이 문제에서 요구하는 개념에 제대로 답하는 데 장애가 되었을 것이다. 우수학력 학생들은 정답을 맞힌 74.7%를 제외하고 거의 모든 학생들이 이러한 응답을 하였고 보통학력과 기초학력 학생들은 과거에 성공한 알고리즘에 의존하여 서투른 단정을 한 비율이 상당히 높았다.

또한 문제를 해결할 전략이 마땅히 생각나지 않을 때 학생들은 과거에 성공한 알고리즘에 의존하여 답을 말하기도 한다. 3-(1), (2)번에서 학생들은 문제 상황에서 인물이 이동한 거리를 구해야 한다. 모두 거리를 구하는 것이기 때문에 동일한 방식이 적용되지만, (2)번을 해결하기 위해서는 시간의 흐름을 고려하여 시간을 x 가 아닌 $x+15$ 로 나타내야 한다. 이에 대하여 제대로 이해가 이루어지지 않은 학생들은 (1)번에서 쓴 $140x$ 처럼 (2)번에 $70x$ 라고 답을 쓰게 된다. (1)번에서 성공한 방식에 따라 답을 쓴 학생들은 보통학력이 44.2%로 가장 많았고, 우수학력 40.7%, 기초학력 11.4%, 기초학력미달 5.7%에 해당했다. 1-(4)번 문항과 달리 보통학력 다음에 우수학력 학생들의 비율이 높은 이유는 문항의 난이도가 높았기 때문이라 분석된다.

이상에서 보통학력 학생들에게서 과거에 성공한 알고리즘에 의존하는 비율이 높은 것을 알 수 있다. 또한 우수학력과 기초학력 학생들의 과거에 성공한 알고리즘 의존도는 문항의 난이도에 따라 달라짐을 알 수 있다.

(4) 습관화된 행동

무의식적으로 하는 습관화된 행동 또한 통제되지 않

은 반응의 일부로 볼 수 있다. 학생들의 이러한 행동은 3-(3)번과 4-(1)번에서 볼 수 있는데, 성취수준별 비율은 <표 7>과 같다.

<표 7> 습관화된 행동을 보인 응답 비율

번호	전체	우수학력	보통학력	기초학력	기초학력미달
3-(3)	0.7	1.5	0.9	0.1	0.0
4-(1)	3.6	3.2	6.4	1.4	0.0

3-(3)번은 방정식의 풀이 과정에서 방정식을 변형하면서 맨 앞에 등호를 붙이는 등의 모습을 보여준 경우이다. 등호의 의미를 반성했다면 이러한 표현을 사용하지 않았을 것이다. 이러한 의사 개념적·분석적 행동은 습관화되어 오류로 고착된 것일 수도 있다.

4-(1)번에서 학생들은 문제의 답인 $(x+2)(x+1)$ 을 쓴 후 '=0'을 덧붙여 썼다. 즉 방정식에서 쓰던 습관으로 인해 다항식으로 답을 끝내지 않고 $(x+2)(x+1)=0$ 이라 한 것이다. 무의식적으로 하는 습관화된 행동 또한 문제해결에 대한 통제가 부족하여 나타난 반응이라 볼 수 있을 것이며, 보통학력 학생들에게서 6.4%로 가장 높은 비율이 나타났다. 이렇게 습관화된 행동은 그것을 인식하지 못하기 때문에 그렇지 않은 의사 개념적·분석적 행동보다 수정되기 힘들다. 따라서 메타인지적 사고 활동을 강조하여 통제되지 않은 행동들이 습관화가 되지 않도록 하는 것이 중요하다(원유미, 2007, p.97).

V. 결론 및 제언

본 연구는 수학 성취수준별로 학생들의 의사 개념적·분석적 행동이 어떻게 나타나는지 대규모 성취도 평가를 통해 알아보려고 하였다. 의사 개념적·분석적 행동이 서답형 문항에서 명료하고 세세하게 나타나지 않지만 두 가지로 구분할 수 있었다. 먼저, 문제에서 요구하는 개념이나 해결 절차를 모르고 있다고 해도 무엇인가 알고 있다는 인상을 남기거나 조금의 과정이라도 서술하여 인정을 받고자 하는 행동이다. 이것은 성취수준이 낮을수록 두드러지게 나타나는 것을 볼 수 있었다. 알고 있는 지식이 부족하고 문제에 어떻게 접근해야 할 지 모르는 학생들이 일관된 오류도 아니면서 답안에 무엇인가

기록하려는 행동을 많이 보였다.

다음으로, 학생들의 통제되지 않은 의사 개념적·분석적 행동을 살펴보았다. 성취수준이 높은 학생들에게서 통제되지 않은 반응이 더 많이 나타났는데 구체적으로 살펴보면, 문제해결 과정에서 계산에 대한 통제 생략은 보통학력, 표현에 대한 통제는 우수학력이 부족한 것으로 나타났다. 과거에 성공한 알고리즘에 의존하는 경향, 습관화된 학습은 보통학력에게서 많이 볼 수 있었다. 다만 몇몇의 예외가 있었는데 이것은 의사 개념적·분석적 사고가 문항의 난이도에 영향을 받기 때문으로 보인다.

통제되지 않은 연상이나 행동이 반복되어 습관화되면 수정하기 힘들어진다. 학생들이 문제해결 과정에서 통제 단계를 거치게 하기 위해서는 학생들이 그 주제에 지적으로 참여하는 인지적 전념(cognitive commitment)이 필요하다(Vinner, 1997b). 학생들이 개념을 논의하는 상황이나 문제를 해결하는 상황에서 진정한 사고 과정을 경험하고 사용하기 위해서는 그 주제에 몰입하여 참여해야 하는 것이다. 그리고 문제해결 과정에서 통제가 제대로 이루어지지 않을 때, 학생들은 잘못된 오개념과 오류를 형성할 수 있고, 본 연구에서 보듯이 제대로 알지 못하는 개념을 활용하거나 분석적인 것처럼 보이는 행동을 하게 된다. 실제 문제해결을 위해 행하고 있는 의사 개념적·분석적 사고 과정을 밝히기 위해서 학생들이 제시하는 문제 해결의 결과에만 주목하지 말고 그들이 어떠한 방법을 통해 그러한 결과를 산출하였는지를 조사해야 한다. 본 연구는 우리나라 중학교 3학년 학생들의 전반적인 특징을 수행평가 문항의 답안을 통해 살펴보았으나, 바람직하지 않은 의사 개념적·분석적 행동을 발견하였을 때 개념적·분석적 행동으로 이끄는 방법에 대한 연구도 앞으로 필요할 것이다. 메타인지를 활성화시켜 의사 개념적·의사 분석적 사고에 대한 반응을 유발하도록 자기평가를 실시하거나, 수학에 대한 태도 등의 정의적 영역에 따라 학생들의 성취수준별 지도가 어떠한지에 대한 모색도 필요할 것이다.

본 연구에서 몇 개의 문항으로 학생들의 성취수준별 의사 개념적·분석적 행동을 모두 파악하기는 어려운 일이다. 또한 관찰이나 면담이 아니라 답안에 나타난 행동을 가지고 학생들의 사고 과정에 대한 추측을 하고 결론을 내리는 것은 자칫 주관적일 수도 있다. 하지만 수준

별 교육이 강조되고 차기 교육과정에서 더 강화되는 현실에서 학생들이 수준별로 갖고 있는 특성이 무엇인지에 대해 우리는 더 많은 것을 알아야 한다. 학교 현장에서는 학생들에게 단지 문제의 난이도만 차별화하여 제시하는 수준별 수업이 주로 이루어지고 있는데, 이것이 과연 효과적일지 반성해볼 필요가 있다.

김기연·김선희(2006)는 중학생들의 성취수준별로 기하 문제해결에서 어떤 특징을 보이는지에 대한 연구를 하였다. 보통학력 학생들이 나름대로의 문제해결 계획을 수립하고 그 과정에서 다양한 수학적 시도를 해 볼 수 있다는 것을 관찰하면서, 학생들이 다양한 수학 문제 해결을 시도하는 과정에서 발생하는 오류를 주의 깊게 관찰하고 피드백하고 하나의 문제를 해결하더라도 학생들의 다양한 접근 방법을 같이 공유하고 그 타당성을 확인하는 과정이 있도록 지도하여 보통학력 수준의 학생들을 지도할 때 더 신중한 수업 준비가 필요하다고 하였다. 본 연구의 결과에서도 보통학력 학생들이 통제되지 않은 반응의 여러 특성을 두드러지게 보인 만큼 보통학력 학생들을 위한 세심한 지도가 필요하다고 하겠다. 또한 기초학력 이하의 성취수준이 낮은 학생들은 평가에서 무엇인가 답을 써서 인정받고자 하는 경향이 있는 것을 파악할 수 있었으므로, 학습 내용을 지도하기 전에 먼저 그들의 학습 동기를 촉발하고 자신감을 키워줄 수 있도록 교사는 정의적 영역의 지도에 더 심혈을 기울여야 할 것이다. 뿐만 아니라 우수학력 학생들에게는 표현에 대한 통제를 통해 문제해결 과정이 의사소통될 수 있도록 하는 지도가 필요하다.

수준별 수업은 학생들의 학습 능력과 수준, 적성, 희망 등을 고려하여 내용 요소를 차별화하기보다 내용의 깊이나 접근 방법에 차이를 두어 실시되어야 한다(교육인적자원부, 2007). 이를 위해서는 학생들의 수준별 능력과 수준 등에 대한 파악과 그에 따른 학습 지도 관련 연구가 앞으로도 계속 되어야 할 것이다. 수업을 직접 담당하는 교사들이 주체가 되어 학생들에게 가장 도움이 되는 수준별 수업 방법의 운영을 모색하고, 그에 따른 수업 및 평가 자료를 개발하며, 결국 학생 개개인이 수준별 수업을 통해 수학적 성장을 이룩했음을 보여주는 성장 참조 평가를 기반으로 한 실행 연구가 후속적으로 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정. 교육인적자원부 고시 제 2007 - 79호 [별책 8].
- 김경희 · 홍미영 · 김선희 (2006). 수학 · 과학 성취도 변화 추이 국제비교 연구 (TIMSS 2007) -예비검사 시행 보고서-. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2006-4.
- 김기연 · 김선희 (2006). 중학생의 성취수준에 따른 기하 문제해결의 특징 탐색. 학교수학, 8(2), pp.215-237.
- 김남희 (1997). Vinner 이론에 따른 의사 개념적 행동과 의사 분석적 행동에 관한 소고. 대한수학교육학회 논문집, 7(2), pp.337-348.
- 박현정 (2007). 유사성 관점에서 본 대수 문장제 해결 과정에 대한 사례연구. 이화여자대학교 박사학위논문.
- 우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울대학교 출판부.
- 원유미 (2007). 수학학습에서 메타인지적 사고 활동이 의 사 개념적 · 분석적 사고에 미치는 영향에 관한 사례 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이미경 · 광영순 · 민경석 · 채선희 · 최성연 · 최미숙 · 나귀수 (2004). PISA 2003 공개문항 분석 자료집. 한국교육과정평가원.
- 이양락 · 조지민 · 송미영 · 시기자 · 김수진 · 이재기 · 김정우 · 진재관 · 김학희 · 김선희 · 고정화 · 신일용 · 장경숙 · 이문복 · 정유선 · 이선영 · 반재천 · 김재철 (2005). 2004년 국가수준 학업성취도 평가 연구 -총론-. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2005-1-1.
- 조지민 · 김선희 · 권점례 · 고정화 · 박정 · 김수진 (2006). 2005년 국가수준 학업성취도 평가 연구 -수학-. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2006-1-3.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of the Didactical Situation in Mathematics*. Kluwer Academic Publisher.
- Confrey, J. (1995). Student voice in examining "Splitting" as an approach to ratio, proportions and fraction. *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 1, pp.3-29.
- Kruteskii, V. A. (1976). *The Psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. University of Chicago Press.
- Polya, G. (2005). 수학적 발견(II). (우정호, 정영옥, 박경미, 이경화, 김남희, 나귀수, 임재훈 역). 교우사 (원저는 1964년 출판).
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York : Academic press.
- Skemp, R. (1976). Rational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 7, pp.20-26.
- Vinner, S. (1997a). From intuition to inhibition - Mathematics, education and other endangered species. *Proceedings of the 21th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 1, pp.63-78.
- Vinner, S. (1997b). The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought processes in mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 34, pp.97-129.

The analysis of the pseudo-conceptual or pseudo-analytical behaviors according to the achievement levels

- The result of the National Assessment of Educational Achievement in 2005 -

Kim, Sun Hee

Silla University

E-mail: mathsun@silla.ac.kr

Won, Yu Mi

Yeouido Middle school

E-mail: wuyumi21@hanmail.net

The characteristics of the pseudo-conceptual or the pseudo-analytical behaviors according to the achievement level(i.e. advanced group, proficient group, basic group, and below-basic group) in grade 9 are as follows. The pseudo-conceptual or pseudo-analytical behaviors to get credit from teachers become conspicuous in lower achievement level. The high achieving students showed more pseudo-conceptual or pseudo-analytical behaviors without undergoing the process of reflection or control. The proficient group was short of control in computation, and the advanced group didn't control well in representation. The proficient group tended to depend on a past successful algorithm and behave habitually.

Therefore, it is needed to teach mathematics according to the characteristic of pseudo-conceptual or pseudo-analytic behaviors shown in each achievement level.

* ZDM Classification : C43

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

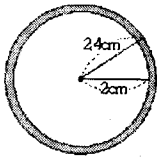
* Key Words : achievement level, pseudo-conceptual behavior, pseudo-analytic behavior

<부록> 2005년 국가수준 학업성취도
수행평가 문항

1 주어진 기준에 해당하는 수에 동그라미(O)표를 하시오. [4점]

기준	수
(1) 자연수	-0.3, -2, 0, 1, $\sqrt{4}$, $\frac{1}{2}$, π , $\sqrt{13}$, 0.2
(2) 정수	-0.3, -2, 0, 1, $\sqrt{4}$, $\frac{1}{2}$, π , $\sqrt{13}$, 0.2
(3) 유리수	-0.3, -2, 0, 1, $\sqrt{4}$, $\frac{1}{2}$, π , $\sqrt{13}$, 0.2
(4) 무리수	-0.3, -2, 0, 1, $\sqrt{4}$, $\frac{1}{2}$, π , $\sqrt{13}$, 0.2

2 미술시간에 선생이는 원 모양의 자우개 안쪽을 파내어 그림과 같은 도장을 만들었다. 도장을 종이에 찍었을 때 생기는 모양의 넓이를 구하되, 반드시 풀이과정도 쓰시오. [3점]

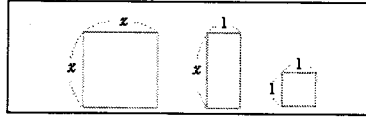


3 다음 만화에서 민선이 x 분 후에 현준이를 만난다고 할 때, 풀이에 답하시오. [5점]

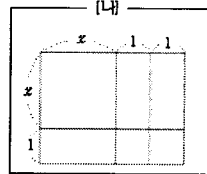
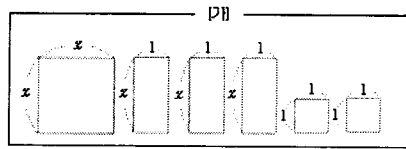


- (1) x 분 후 민선이 간 거리를 구하시오. [1점]
- (2) x 분 후 현준이가 간 거리를 구하시오. [1점]
- (3) x 를 구하기 위한 방정식을 세우고 푸시오. [2점]
- (4) 민선은 _____시 _____분에 현준이를 만난다. [1점]

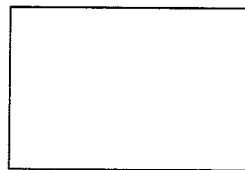
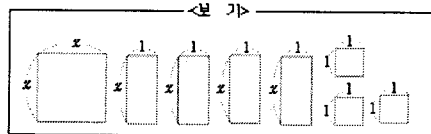
4 그림과 같은 세 종류의 타일을 이용하여 직사각형을 만들려고 한다. 다음 풀이에 답하시오. [4점]



(1) [가]의 타일들을 모두 이용하여 직사각형을 만들면 [나]와 같다. [나] 직사각형의 넓이를 구하여 x 에 관한 식으로 나타내시오. [2점]

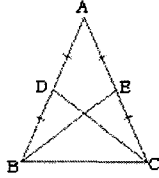


(2) <보기>의 타일들 모두 이용하여 만든 직사각형을 그림으로 나타내시오. [2점]



(3) (2)에 나타낸 직사각형의 긴 변의 길이를 구하시오. [1점]

5. 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E 가 각각 \overline{AB} 와 \overline{AC} 의 중점일 때 $\overline{BE} = \overline{CD}$ 임을 증명하려고 한다. 다음 물음에 답하시오. [5점]

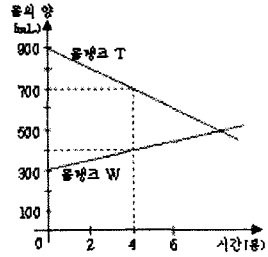


- (1) $\overline{BE} = \overline{CD}$ 임을 증명하기 위하여 합동이어야 하는 삼각형을 찾으시오. [1점]

- (2) $\overline{BE} = \overline{CD}$ 임을 증명하시오. [3점]

- (3) (1)에서 찾은 삼각형의 합동조건을 쓰시오. [1점]

6. 물탱크 T 와 W 에 물이 담겨 있다. 시간에 따라 물의 양이 다음 그래프와 같이 달라질 때, 두 물탱크의 물의 양은 몇 분 후에 같아지는지 구하시오. [4점]



- (1) 줄이과정을 쓰시오. [3점]

- (2) 답 : _____ 분 후 [1점]