

한계상태설계법의 개념과 적용



김 경 준

미국 노스캐롤라이나 주 교통부 지반공학 담당관
kjkn@hotmail.com

1. 서론

지난 20여 년간 미국, 캐나다 및 유럽연합을 포함한 선진국의 구조물 설계는 전통적인 허용응력설계법(Permissible Stress Design 또는 Allowable Stress Design)에서 한계상태설계법(Limit State Design)으로 전환이 진행되었으며, 최근 국내에서도 구조물 설계 방법으로서 한계상태설계법이 많이 논의되고, 또한 이의 시행을 위한 연구 및 실무에의 적용도 일부 진행되고 있다.

사실 한계상태설계법은 1970년대부터 국내 대학의 철근콘크리트 공학 강의에서 소개된 것으로 토목 기술자들에게 전혀 생소한 것은 아니나, 아직도 그 개념이 확실하게 인지되지 않고 또 전반적이고 일관적인 실무 적용이 시행되지 않고 있는 실정이다. 이는 한계상태설계법의 정립과 실무 적용을 위한 국내의 연구가 미

비했고 또 해외에서 개발되거나 사용되는 여러 가지 한계상태설계법에 대한 이해 부족이나 불충분한 소개가 그 원인이라 생각된다.

한계상태설계법에 대한 이해를 돕고 이의 조속하고 전반적인 국내 적용을 위해 소견을 기술코자 한다.

2. 허용응력설계법의 개요

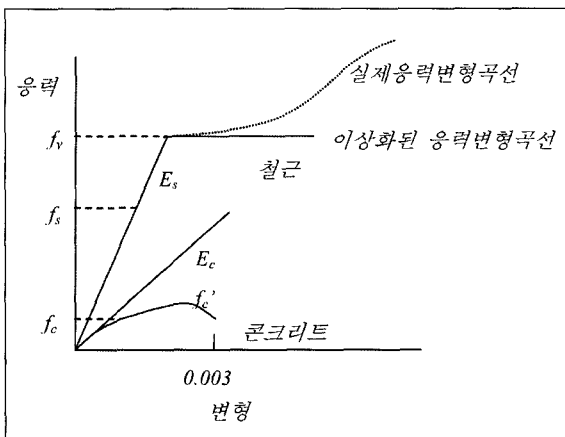
허용응력설계법은 구조물의 거동을 탄성 범위 내에 제한하는 데에 기초하고, 작용 하중 하에서 구조물에 발생하는 응력이 허용응력이라고 불리는 응력 범위에 들도록 설계하는 것이다.

따라서 이 설계법을 탄성상태설계법(Elastic State Design)이라 부르기도 하고 작용응력설계법(Working Stress Design)이라고도 한다. 토목구조물의 재료로서

가장 많이 사용되는 철근과 콘크리트의 응력과 변형 관계는 <그림 1>과 같이 나타낼 수 있다. 허용응력은 <그림 1>에서와 같이 항복응력(yield stress)에 일정한 안전율(safety factor)을 적용하여 구하는데, 이 안전율은 구조물이 하중을 견딜 수 있는 저항능력(Resistance: R)을 작용하중(Load: L)으로 나눈 값이기도 하다.

이와 같이 안전율을 적용하는 이유는 작용하중과 저항능력에 모두 내재하는 불확실성 때문이다. 그러나 이 안전율은 어떤 체계적인 방법으로 그런 불확실성을 고려하는 것이 아니라 설계자의 경험과 판단에 근거하여 정해지므로 임의적이고 주관적인 값이 되고, 설계의 신뢰성이나 구조물의 안전성을 객관적이고 정량적으로 나타내지 못한다.

또한 동일한 안전율을 가지도록 설계된 다수의 구조물이 각각 상이한 파괴확률(Probability of Failure)을 가질 수도 있게 된다. 그리고 구조물이 하중을 견딜 수 있는 능력을 탄성 범위 내에 국한시킴으로써 합리적이고 경제적인 설계가 어렵게 된다.



<그림 1> 응력-변형 곡선

3. 한계상태설계법의 개요

한계상태(Limit State)란 어떤 구조물이 설계 시 의도된 기능들 중의 일부 또는 전부를 수행할 수 없는 상태를 말한다.

구조물 설계 시 우리가 고려해야 하는 기능들에는 여러 가지가 있다. 그중 가장 대표적이고 중요한 기능은 안전성과 사용성이라 하겠는데, 안전성에 대한 한계상태는 구조물에 작용하는 하중이 그 구조물 강도의 한계에 도달한 상태, 즉 강도한계상태(Strength Limit State) 또는 극한한계상태(Ultimate Limit State)를 말하는데, 통상적으로 불리지는 극한강도설계법(Ultimate Strength Design)이 바로 이 경우에 해당한다. 사용성에 대한 한계상태는 작용 하중으로 인하여 그 구조물의 범용적인 사용이 불가능해지거나 편리성이 상실되는 상태를 말하는데 이를 사용한계상태(Service Limit State)라 부른다. 사용한계상태의 대표적인 예로는 처짐, 진동, 균열, 소음 등이 있다. 이 밖에도 반복하중으로 인한 구조물의 피로응력이 그 구조물이 견딜 수 있는 한계에 도달한 상태를 피로한계상태(Fatigue Limit State)라 하고, 지진이나 태풍 등과 같은 천재지변이나 거대한 유조선 충돌 등에 의한 극단적이고 발생 확률이 적은 하중 작용 시 구조물이 기능의 한계에 도달한 상태를 말하는 극단한계상태(Extreme Limit State) 또는 사고한계상태(Accidental Limit State)가 있다. 이런 각각의 한계상태는 그 고유의 하중 조건과 구조물에 요구되는 기능에 대하여 정의된다.

4. 한계상태설계법의 역사

가장 최초로 한계상태설계법을 도입한 문헌은 1956년 미국 콘크리트 협회(American Concrete Institute: ACI) 318 위원회가 제정한 설계서 “Building Code Requirements for Reinforced Concrete” 라고 여겨진다. 이 간단한 문헌에서 소개된 설계법은 극한강도설계법(Ultimate Strength Design) 이라 불리었다. 이 설계법에서는 저항계수의 개념은 도입되지 않았고 모든 안전율은 하중계수들로 나타내졌고, 하중의 종류나 여러 가지 하중 조합에 대해 다른 하중계수들을 제시하였다. 1963년에 발간된 ACI 318 설계법의 후속 버전(ACI 1963)에는 저항계수를 포함한 완전한 형태의 하중저항계수설계법(Load and Resistance Factor Design)이 제시되었다. ACI 1963 설계법은 하중저항계수설계법의 형태를 취했으나 여전히 극한강도설계법이라 불리었다. ACI 설계서 1969년도 버전은 처짐과 균열에 대한 설계도 사용한계상태(Service Limit State)의 개념을 도입하여 포함하였다. 그러나 ACI 설계서에 제시된 하중 및 저항 계수들은 신뢰도에 근거한 합리적인 해석에 의해서가 아니라 위원회 멤버들의 직관적인 판단에 의해 선정되었다.

1950년대에 덴마크 지반공학 연구소(Danish Geotechnical Institute)에서는 한계상태설계법의 지반공학 적용에 대한 연구가 진행되었는데, 1966년에 Hansen이 기초공학에 대한 한계상태설계법을 제시하여 이를 덴마크 공학협회가 채택하였다. 이 설계법은 하중과 저항에 대해 각각 다른 안전계수(부분안전계수)를 적용하였는데, 한계상태설계법을 지반공학에 최초로 도입한 것으로 여겨지며 부분안전계수설계법(Partial Safety Factor Design)으로 불리는 현

재의 유럽연합 설계시방서인 유로코드(Eurocode)의 근간이 되었다. 이 설계법에 제시된 부분안전계수들은 덴마크의 과거 경험에 근거하여 선정되었으며, 저항에 대한 부분안전계수는 흙의 물성치에 대한 것들이었다. 1975년 유럽공동체위원회(Commission of the European Communities: CEC)는 로마조약 제95항에 근거하여 건설 분야에 대한 공동 행동 계획을 채택하였다. 이 계획의 목적은 무역에 대한 기술적 장애 요인들을 제거하고 기술 시방서들을 통합하는 것이었다. 이 행동 계획 하에 유럽공동체위원회는 공동체 회원국들의 다양한 건설 공사 설계 규정들을 대체하는 통합된 기술 규정을 설립하기 위하여 유로코드의 제정을 시작하였다. 유로코드의 개발은 신뢰도 해석에 근거하는 것으로 되었으나, 현실적인 한계로 인하여 많은 부분계수들이 시방서 기술 위원회 위원들의 주관적인 판단과 직관에 의해 채택된 것이 사실이다. 현재 유로코드(1995)는 구조설계 기본편을 포함하여 모두 열 개 부분으로 구성되어 있다.

1969년에 미국에서 Cornell이 확률론에 근거한 설계법의 제정을 주장하며 “A Probability Based Structural Code” 라는 논문을 ACI 저널에 기고하였다. Cornell은 이 논문에서 확률론에 근거한 구조설계법의 기본 틀과 하중 및 저항 계수들을 산정하는 자세한 절차를 제시하였는데, 한계상태설계법이 확률론과 신뢰성 해석에 근거하여야 함을 최초로 주장하였다는 점에서 가치가 크다 하겠다. 1980년 Ellingwood 등이 통계 해석에 근거한 빌딩 설계를 위한 하중계수들을 미국 국립 표준국 보고서 577에 발표하였고, 또한 하중계수 산정에 통계 이론을 적용하는 기본 원리를 이 보고서에 제시하였다. 미국강구조건설협회(American Institute of Steel Construction: AISC)는 여러 가지 강구조 부재들에 대한 저항

계수를 산정하기 위한 광범위한 연구를 수행하였으며, 1986년에 하중저항계수설계시방서를 출판하였는데 이 시방서는 Ellingwood가 제시한 하중계수들을 채택하였다.

1977년에 미국 주정부 도로교통관협회(American Association of State Highway and Transportation Officials: AASHTO)는 교량 설계서에 종래의 허용응력설계법과 함께 하중계수설계법(Load Factor Design: LFD)이라는 새로운 설계법을 도입하여 두 가지 설계법 중 어느 것도 사용할 수 있게 하였다. 1979년 캐나다 온타리오 주정부는 주 도로교 시방서에 캐나다 최초로 하중저항계수설계법(LRFD)을 채택하였다. 그 후 캐나다 연방 정부(1995, 2000) 및 대부분의 주정부는 하중저항계수설계법을 표준 시방서로 채택하여 사용하고 있다. 1994년에 AASHTO는 전국도로연구협력프로그램(National Corporate Highway Research Program: NCHRP) 연구 프로젝트 12-33의 결과에 근거하여 개발된 새로운 하중저항계수설계법(LRFD)을 채택하였다. 이는 미국 최초의 LRFD 정부 공인 시방서였는데, 허용응력설계법과 병행하여 사용토록 하였다. 1998년에 개정된 AASHTO 교량설계시방서는 허용응력설계법을 완전히 폐기하고 하중저항계수설계법만을 채택하였다. 그 이후로 AASHTO LRFD 시방서는 몇 번의 개정 작업을 거쳐 현재 2007년도 판이 사용되고 있으며, 미국 연방 도로청(Federal Highway Administration)은 2007년 10월 이후 시작되는 모든 교량 설계에 LRFD를 의무화 하고 있고 대부분의 주 정부들도 LRFD에로의 완전한 전환 과정에 있다. 그러나 아직도 AASHTO LRFD 시방서의 적용 적정성 여부에 대한 논의가 계속되고 있으며, LRFD의 완전한 실행을 위한 더 많은 연구와 실무자들의 노력이 필요하다고 인

식되고 있다.

1992년 오스트레일리아 정부도 한계상태설계법을 교량 설계 기준에 도입하여 'Austroads(1992)' 라는 시방서를 제정하였다. 이 시방서는 하중저항계수설계법 형태를 따랐으며 기초 설계까지 포함하고 있다. 일본에서도 최근 몇 년 동안 한계상태설계법의 도입을 위한 연구가 일본토목학회 주도 하에 활발하게 진행되었다. 일본 국토 및 교통성이 발주한 연구 영역의 결과로 구조설계에 관한 일반시방서인 'PLATFORM' 이 개발되었으며, 기초설계의 시방서인 'Geo-code 21' 또한 발간되었다. 이 시방서들은 유로코드를 많이 본 났으며 부분안전계수설계법의 형태를 취하고 있다.

이러한 국제적인 추세에 따라 국내에서도 일부 구조 공학자와 지반 공학자들 사이에 한계상태설계법의 전반적인 사용에 대한 논의가 있어 왔다. 건설교통부가 제정한 도로교 설계 기준(2005)을 비롯한 일부 시방서에 강도설계법이라는 일종의 한계상태설계법이 부분적으로 포함되어 있기도 하고 실제 국내 구조물 설계에 이런 설계법이 적용되기도 한다. 그러나 현재 국내 시방서에 포함된 이런 설계법들은 사실상 별다른 독자적인 연구를 거치지 않고 외국 시방서를 모방한 수준이라 말할 수 있다. 최근 몇 년 동안 교량 상부 구조 및 기초 구조물에 대한 한계상태설계법 적용을 위한 국내 연구 과제가 각각 하나씩 진행되고 있는 상황이다.

5. 한계상태설계법의 원리 및 판단절

허용응력설계법에서는 작용하중과 저항능력에 내재하는 불확실성을 안전율을 사용하여 고려함으로써

써 설계된 구조물의 안전성을 확보한다. 이러한 작용 하중과 저항능력에 내재하는 불확실성은 한계상태 설계법에서도 물론 고려되어야 한다. 허용응력설계법에서 다소 임의적으로 선택되는 안전율과는 달리 한계상태설계법에서는 하중과 저항의 불확실성을 그 통계적 특성에 근거한 신뢰도 해석(Reliability Analysis)에 의해서 보다 합리적이고 객관적으로 고려할 수 있다. 이것이 두 설계법 사이의 가장 두드러진 차이점이라 하겠다. 앞서 한계상태설계법의 역사에서 언급했듯이 이 설계법이 유럽이나 일본에서는 부분안전계수설계법(Partial Safety Factor Design)이라는 이름으로 발전했고 미국 및 캐나다에서는 하중 저항계수설계법(Load and Resistance Factor Design)이라고 알려져 있는데, 근본 개념은 모두 같다고 볼 수 있다. 그러나 유로코드나 일본 시방서에 채택된 부분안전계수들은 신뢰성 해석에 근거하기 보다는 과거 허용응력설계법의 경험에 근거한 경향이 많으므로 엄밀한 의미의 한계상태설계법이라 보기에는 다소 무리가 있다. 따라서 여기서는 미주에서 사용되는 하중저항계수설계법을 모델로 한계상태설계법의 원리를 설명코자 한다.

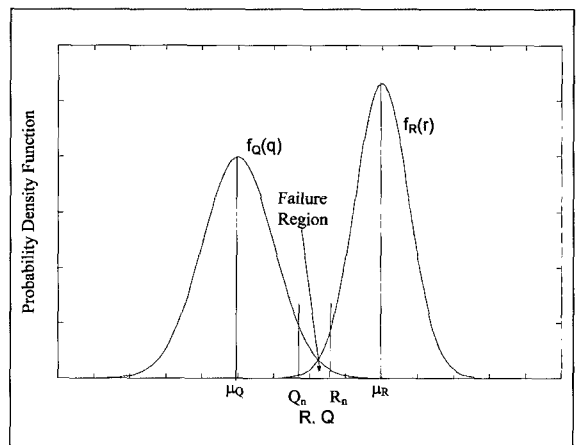
하중저항계수설계법의 기본 개념은 하중과 저항 모두가 확정 값을 가지지 않는 임의의 변수(random variable)이며 이들이 가지는 통계 특성치를 사용하여 구조물의 거동을 평가한다는 것이다. 하중저항계수설계법의 기본 방정식은 다음 식 (1)과 같이 표현될 수 있다.

$$\phi R = \sum \gamma_i Q_i \quad (1)$$

여기서, ϕ 는 저항 계수이고 γ_i 는 하중 계수들이다. 저항 계수는 1 보다 크지 않고 하중 계수는 1 보다 작

지 않은 값들인데, 이 값들은 저항과 하중에 내재하는 불확실성을 보정하기 위하여 신뢰성 이론에 근거한 체계적인 방법으로 구해져야 한다. 저항과 하중에 내재하는 불확실성은 그들 각각의 확률 분포를 통해 나타낼 수 있다. 하중 Q 와 저항 R 을 가지는 구조물의 파괴 확률은 <그림 2>에서와 같이 저항의 분포 곡선과 하중의 분포 곡선이 중첩하는 구간으로 표현될 수 있다. 여기서 파괴(failure)는 구조물이 그 기능의 한계상태에 도달한 것을 말한다. 이 중첩 구간의 크기는 다음의 세 가지 요소들에 의해 결정된다. 1) 두 변수들의 평균값 (μ_R, μ_Q)에 의해 정해지는 분포 곡선들의 상대적인 위치, 2) 두 변수들의 표준편차 (σ_R, σ_Q)에 의해 나타내지는 분포 곡선들의 분산 정도, 3) 두 변수들의 확률밀도함수(Probability Density Function) $f_R(r)$ 및 $f_Q(q)$ 으로 나타내지는 두 곡선의 모양.

구조물 설계의 경제성을 충족하고 동시에 필요한 안전성을 확보하도록 설계 변수들을 선택함으로써



<그림 2> 하중 및 저항의 분포 곡선

하중 분포 곡선과 저항 분포 곡선이 중첩하는 부분을 최소화하는 설계 최적화가 이루어진다. 허용응력설계법에서는 안전 계수를 사용하여 두 곡선의 위치를 조절함으로써 이 목적을 달성하고자 하나, 한계상태설계법 또는 하중저항계수설계법에서는 이 세 가지 요소들을 모두 고려하여 설계 변수들을 선택함으로써 보다 합리적으로 설계의 위험 정도를 정량화하고 최적 설계의 목적을 달성할 수 있다. 허용응력설계법과 비교하여 하중저항계수설계법이 갖는 장점을 열거하면 다음과 같다.

- 설계변수들에 내재된 불확실성을 확률 이론에 근거한 합리적인 방법으로 다룬다. 따라서 설계에서의 불확실성이 합리적이고 정확하게 평가된다.
- 설계의 신뢰도 또는 위험도(risk)가 일관된 방법으로 정량화되고, 일관된 수준의 안전성이 보장될 수 있다.
- 설계 변수들에 대한 추가 정보를 바탕으로 변수들의 불확실성을 다시 측정할 수 있고 또 이를 바탕으로 하중이나 저항 계수들도 개정할 수 있다.
- 합리적인 설계법으로서 더 안전하면서 경제적인 설계를 가능케 한다.
- 시방서에 포함되어 있지 않거나 흔히 다루지 않는 특별한 하중을 체계적으로 처리할 수 있다.
- 설계 및 시공에서의 지역적인 경험과 특성을 고려하면서도 설계법의 국제적인 표준화가 가능하다.

한편, 하중저항계수설계법의 단점은 다음과 같다.

- 신뢰도 해석과 하중 및 저항 계수 산정을 위해서는 통계 해석을 위한 상당한 양의 양질의 데이터와 확률적 설계 알고리즘이 필요하며 이의 확보가 어렵다.

- 데이터의 질이 산정된 하중 및 저항 계수에 상당한 영향을 미친다.
- 실무선에서의 전반적인 적용을 위해서는 일정한 훈련과 교육이 필요하고 또한 새로운 설계법을 수용하려는 의지가 요구된다.

6. 하중저항계수설계법 개발의 일반적 순서

하중저항계수설계법 개발의 일반적 순서를 간략하게 기술하면 다음과 같다.

- 1) 설계 대상의 한계상태를 규정한다. 이는 강도한계상태일 수도 있고 사용한계상태, 피로한계상태, 또는 극단한계상태 등 일 수도 있다.
- 2) 한계상태를 규정하는 설계 변수들을 결정한다. 이런 임의 변수들에는 구조물을 구성하는 부재들의 물성치와 기하학적 성질 등에 기인하는 사하중 조합, 차량 교통에 기인하는 활하중 조합, 또는 바람, 지진, 홍수 등과 같은 환경적 외력 등이 포함될 수 있다. 이 설계 변수들에 의해 한계상태함수(Limit State Function: g)가 정의된다. 가장 간단한 형태의 한계상태함수를 수식으로 표현하면 다음과 같다: $g = R - Q$, 여기서 R 은 구조물의 저항능력이고 Q 는 구조물에 작용하는 하중의 합이다.
- 3) 상기한 설계 변수들에 대한 자료들을 구하여 데이터베이스를 구축한다. 여기서 각각의 데이터에 대한 편차계수(Bias Factor)를 구한다. 편차계수는 공칭 설계값에 대한 실제 측정값의 비를 말한다. 이 편차계수들을 통계 처리하여 평균, 표준편차, 분포(정규 분포, 대수정규 분포 등)를 포함한 통계 특성치를 구한다.

- 4) 설계 변수들의 편차계수에 대한 통계 특성치를 써서 신뢰도 해석을 수행한다. 신뢰도 해석 결과는 일반적으로 신뢰도 지수(Reliability Index: β) 또는 안전 지수(Safety Index)로 나타내는데, 신뢰도 지수는 한계상태함수(g)의 표준편차를 그의 평균으로 나눈 값으로 정의된다.
- 5) 앞서 수행한 신뢰도 해석 결과를 근거로 하중 및 저항 계수 산정을 위한 목표신뢰도지수를 정한다. 이 목표신뢰도지수는 앞으로 제정될 설계 시방서가 요구하는 설계의 안전도를 규정하는 것이다. 다시 말해 이것은 설계 시방서가 허용하는 파괴 확률을 규정하는 것이기도 하다.
- 6) 하중 및 저항 편차계수들의 통계 특성치들과 목표 신뢰도지수를 근거로 하중 및 저항 계수들을 산정한다. 산정된 하중 계수와 저항 계수는 동일한 목표 신뢰도지수를 공유하며 서로 함수 관계를 가진다.

7. 신뢰도 해석 기법

구조물 설계에 대한 신뢰도는 파괴 확률 또는 신뢰도 지수로 나타낼 수 있다. 한계상태함수(g)가 하중(Q)과 저항(R)의 두 개의 임의 변수를 갖는 경우, 한계상태함수는 Q와 R의 선형 혹은 비선형 함수인 $g(R, Q)=0$ 으로 정의할 수 있으며, 파괴확률 P는 다음의 식으로 표현된다.

$$P_f = \iint_{g < 0} f_{R,Q}(r, q) dr dq \quad (2)$$

여기서, $f_{R,Q}(r, q)$ 는 임의 변수 Q와 R에 대한 결합확률밀도함수(Joint Probability Density Function)이다. 이 중적분은 실제적으로 수행하기가 매우 어렵거

나 불가능하므로 파괴 확률을 계산하기 위하여 Mean Value First Order Second Moment (MVFO SM)나 First Order Reliability Method (FORM)과 같은 해석적 근사법 또는 Monte Carlo Simulation (MCS)과 같은 수치시뮬레이션 기법을 사용하여야 한다. 이 세 가지 신뢰도 해석 기법을 다음에 간단히 소개한다.

7.1 평균일계이차모멘트법 (Mean Value First Order Second Moment : MVFOSM)

MVFOSM 기법은 명시적인 해석해(closed-form analytical solution)를 얻을 수 있는 가장 간단한 신뢰도해석법으로서, 임의 변수들의 평균값에서 선형화된 한계상태함수의 일계 테일러급수 근사(first-order Taylor series approximation) 및 임의 변수들의 이차모멘트인 평균과 표준편차만을 사용한다. 사하중(QD)과 활하중(QL)의 조합으로 표현되는 강도 한계상태에 대한 일반적 한계상태식인 식 (3)에서 임의 변수인 하중과 저항이 통계적으로 독립이며 대수 정규분포를 따른다고 가정하면, MVFOSM 기법에 의한 신뢰도지수 β 는 식 (4)와 같이 명시적으로 나타낼 수 있다.

$$g(R, Q) - \ln(R) - \ln(QD + QL) = \ln\left(\frac{R}{QD + QL}\right) \quad (3)$$

$$\beta = \frac{\ln\left[\frac{\lambda_R FS(QD/QL + 1)}{\lambda_{QD} QD/QL + \lambda_{QL}}\right] \sqrt{\frac{1 + COV_{QD}^2 + COV_{QL}^2}{1 + COV_R^2}}}{\sqrt{\ln[(1 + COV_R^2)(1 + COV_{QD}^2 + COV_{QL}^2)]}} \quad (4)$$

여기서 $\lambda_R, \lambda_{QD}, \lambda_{QL}$ 은 각각 저항, 사하중, 활하중의 편향계수 평균이며, $COV_R, COV_{QD}, COV_{QL}$ 은 각각 저항, 사하중, 활하중 편향계수의 변동계수이다. MVFOSM 기법을 이용한 해석에서 한계상태함수(g)

는 파괴표면상의 한 점에서가 아닌 임의 변수들의 평균값에서 선형화되었기 때문에, $g=\ln(R/Q)$ 의 경우와 같이 한계상태함수가 비선형일 때는 테일러급수 근사에서 고차항의 무시로 인하여 중요한 오차를 포함할 수 있다. 또한 임의 변수들의 분포 형태를 고려할 수 없고, 다른 형태로 표현되지만 역학적으로 등가인 두 한계상태함수에 대하여 다른 신뢰도지수가 얻어지는 심각한 문제점을 갖고 있다. 이러한 MVFOSM 기법의 결점을 극복하기 위해서 개발되고 널리 사용되는 진보된 신뢰도 해석 기법이 FORM 이다.

7.2 일차신뢰도법 (First Order Reliability Method : FORM)

일차신뢰도법은 원래 하중과 저항의 확률변수로 표현되는 한계상태함수, $g(X)=0$ 을 표준정규변량의 한계상태함수, $g(X)=g(X_1', X_2', \dots, X_n')$ 으로 변환한 후, 전형적인 최적화 과정인 식 (5)를 수행하기 위해 라그랑주(Lagrange) 승수기법 등을 이용한 반복법을 적용하여 일반화된 안전 지수인 β 로 표현되는 원점에서 한계상태함수까지의 최소 거리를 구하는 방법이다. 여기서, 신뢰도 지수 산정을 위해 구해진 한계상태식 상의 점은 다중 임의 변수들의 결합확률밀도함수와 한계상태면이 만나는 영역의 최대값의 점이며 이를 설계점(design point) 또는 검증점(checking point)라고 한다.

$$d = \beta = \sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2} = (X'^t X')^{1/2} : \text{minimize} \quad (5)$$

여기서, X_1' 는 평균값이 영(零)이고 단위표준편차를 가지는 임의 변수로 식 (6)과 같이 무상관 표준화 정규 변량으로 정의된다.

$$X'_i = (X_i - \mu_{X_i}^N) / \sigma_{X_i}^N \quad (6)$$

여기서, $\mu_{X_i}^N$ 와 $\sigma_{X_i}^N$ 는 각각 등가평균과 등가표준편차로서, 설계점에서 비정규분포 임의 변수의 누적분포함수(Cumulative Distribution Function: CDF)와 확률밀도함수(Probability Density Function: PDF)를 각각 등가의 정규분포변수와 등치(等值)시켜 임의 변수들의 분포 정보를 고려하기 위하여 Rackwitz 와 Fiessler (1978)는 아래와 같이 제안하였다.

$$\mu_{X_i}^N = X_i^* - \Phi^{-1} [F_i(X_i^*)] \sigma_{X_i}^N \quad (7)$$

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1} [F_i(X_i^*)]\}}{f_i(X_i^*)} \quad (8)$$

여기서, f_i 와 F_i 는 각각 비정규분포 임의 변수 X_i 의 확률밀도함수(PDF)와 누적분포함수(CDF)이며, ϕ 와 Φ 는 각각 표준정규분포 변수의 확률밀도함수와 누적분포함수이다.

일차신뢰도법에서 파괴 확률은 식 (5)에서 구해진 신뢰도 지수와 파괴 확률의 상관식($P_f \approx \Phi(-\beta)$)을 이용하여 근사적으로 계산된다. 일차신뢰도법의 기본 개념과 해석적 절차는 Hasofer 와 Lind (1974), Rackwitz 와 Fiessler(1978), 그리고 Ellingwood 등 (1980)에 의해 평균일계이차모멘트법을 개선하기 위해 개발 되었으며 그 기본적인 이론은 앞서 설명한 바와 같다. 일차신뢰도법에서는 한계상태함수가 파괴 곡선상의 한 점에서 선형화되므로, 한계상태함수가 선형이고 모든 불특정 변수가 상호 독립이며 정규분포를 이루면 일차신뢰도법은 평균일계이차모멘트법과 동일한 신뢰도 지수를 산출한다. 그러나 일반적

인 경우에는 비선형성을 보인다. 일차신뢰도법은 신뢰도 지수를 구하기 위해 다량의 반복적인 계산을 요구하므로 그 계산 과정을 컴퓨터 프로그램화할 필요가 있다. 일반적인 계산 과정은 다음과 같다.

- 1) 한계상태함수를 그것을 구성하는 임의 변수들의 항으로 정의한다.
- 2) 반복 계산을 시작하기 위해 최초의 신뢰도 지수를 임의로 정한다.
- 3) 반복 계산을 시작할 최초의 설계점 (design point) 들을 임의로 정한다. 이 설계점들은 통상 임의 변수들의 평균값으로 하나, 어떤 값이라도 가능하다.
- 4) 임의 변수들이 비정규분포를 가질 경우에는 이 변수들의 등가의 정규분포 상의 설계점에서 그 평균과 표준편차를 구한다.
- 5) 각 임의 변수의 설계점에서 한계상태함수의 그 변수에 대한 편미분 값을 계산한다.
- 6) 각 임의 변수의 설계점에서 한계상태함수의 그 변수에 대한 방향코사인 값을 계산한다.
- 7) 앞의 계산 결과로부터 새 설계점들을 구한다. 그리고 방향코사인의 값들이 일정한 오차 한계치에도 달할 때까지 계산 과정 4)에서 7)까지를 반복한다.
- 8) 일단 방향코사인의 값들이 수렴하면 7)에서 구한 새 설계점들은 한계상태함수를 만족시키게 되므로, 한계상태함수의 임의 변수들을 이 설계점 값들로 치환하여 신뢰도 지수를 계산할 수 있다.
- 9) 계산된 신뢰도 지수가 일정한 오차 범위 내에도 달할 때까지 앞의 계산 과정 3)에서 8)까지를 반복한다.

7.3 Monte Carlo Simulation (MCS) 기법

일반적으로 MCS는 다른 여러 이용 가능한 신뢰도

해석 기법들 중에서 개념적으로 쉬우며 강력하고 일관된 결과를 제공하는 것으로 알려져 있다. 이론적으로 파괴확률 P_f 는 아래의 적분식으로 구할 수 있다.

$$P_f = \int_D f(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n$$

$$= \int_D f(X) dx \tag{9}$$

MCS에 의한 수치 해석을 위해서는 식 (9)과 등가인 다음 표현이 사용된다.

$$P_f = E[I(x)] = \int_D I(x) f(x) dx \tag{10}$$

여기서, $I(x)$ 는 파괴 지시 함수(indicator function)로서 아래와 같은 Binary 성질을 갖는다.

$$I(x) = I[g(x)] = \begin{cases} 1 & \text{if } g(x) \leq 0 : \text{failure} \\ 0 & \text{if } g(x) > 0 : \text{safe} \end{cases} \tag{11}$$

일반적으로 $I(x)=1$ 일 경우에 파괴 영역의 경계면 모양이 매우 불규칙하므로 식 (10)의 적분식을 해석적으로 구하는 것은 거의 불가능하다. 식 (10)의 파괴 확률 P_f 는 지시함수 $I(x)$ 의 기대치를 나타내므로 MCS에 의한 파괴 확률은 다음 식을 사용하여 추정할 수 있다.

$$P_f = P_f^{MC} = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_r} I[x_{ij}] \tag{12}$$

여기서, 위 첨자 MC는 Monte Carlo Simulation 방법으로 구한 추정치, 그리고 N_s 와 N_r 은 각각 표본의 개

수(즉, 시뮬레이션의 횟수)와 임의 변수의 개수를 나타내며, x_{ij} 는 역변환법을 이용하여 난수 u_{ij} 에 대해 결합확률밀도함수 $f(X)$ 로부터 취한 표본치로 다음과 같이 구한다.

먼저 정의된 한계상태함수에 포함된 임의 변수들의 통계 특성치를 입력하고 0에서 1사이의 균등하게 분포하는 난수를 원하는 시뮬레이션의 횟수만큼 생성한다. 다음으로 0과 1사이의 균일한 난수 u_{ij} 를 적절한 통계적 특성 즉, 분포 형태의 변량으로 변환한다. 이 과정을 역변환법 (inverse transformation technique)이라 한다. 여기서 임의 변수의 누적확률 분포는 발생된 난수 u_{ij} 와 같다, 즉 $[F_{X_j}(x_{ij})=u_{ij}]$. 따라서 x_{ij} 는 다음 식 (13)과 같이 표현된다.

$$x_{ij} = F_{X_j}^{-1}(u_{ij}) \quad (13)$$

역변환법을 통하여 시뮬레이션 횟수만큼 한계상태 함수가 평가되며, 최종적으로 파괴확률 P_f 을 산정한다. 이상과 같이 전통적인 MCS 방법은 기본 임의 변수들의 밀도 함수로부터 직접 표본을 취하여 파괴 확률을 구하기 때문에 파괴 영역에서 표본이 추출될 확률은 계산된 파괴확률과 거의 일치한다.

앞에서 설명한 신뢰도 해석을 위한 MCS의 기본 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

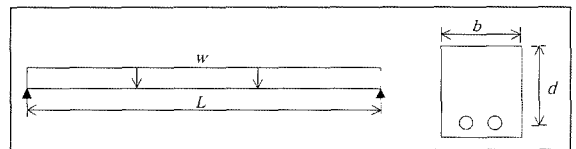
- 1) 한계상태함수와 이를 규정하는 임의 변수들을 정한다.
- 2) 임의 변수들의 통계 특성치들을 입력하고 0에서 1 사이의 난수(random number)를 원하는 시뮬레이션의 횟수만큼 발생시킨다.
- 3) 0과 1사이의 난수를 적절한 통계적 특성 즉, 분포

형태의 변량(variate)으로 변환한다. 이 과정을 역변환법 (inverse transformation technique)이라 한다.

- 4) 역변환법을 통하여 시뮬레이션 횟수만큼 한계상태 함수가 평가되며, 최종적으로 파괴확률 P_f 을 산정한다.

8. 허용응력설계법과 한계상태설계법(한계상태설계법)의 비교

사하중만 고려한 단순보를 예제로 하여 허용응력 설계법과 한계상태설계법의 하나인 극한강도설계법의 차이를 간단히 설명하고자 한다. 이 예제에서는 두 설계법의 차이를 쉽게 설명하기 위하여 철근콘크리트 보 설계의 가장 기본적인 사항만을 다루기로 한다. <그림 3>에서 보이는 길이(L) 7m의 철근콘크리트 단순보에 29 KN/m의 분포 사하중(w)이 작용한다고 가정한다. 보의 단면은 직사각형으로 가로(b)가 30cm 이고 세로의 철근 중심까지의 깊이(d)가 60cm이다. 철근과 콘크리트의 탄성계수(E_s, E_c)를 206,843 MPa 및 26,200 MPa 로 가정하고, 그들의 항복응력(f_y, f_c')을 413.7 MPa 및 27.6 MPa 라고 한다.



<그림 3> 단순보 예

이 보에 작용하는 공칭 최대 모멘트는 다음과 같이 계산된다.

$$M_s = \frac{wL^2}{8} = 177.6 \text{ kN-m}$$

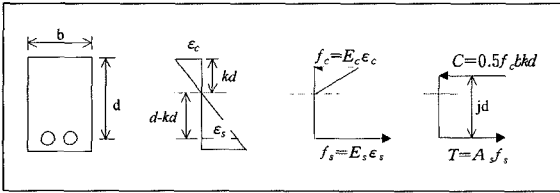
한편, AASHTO에 근거한 사하중 계수 1.25를 적용하면 극한 최대 모멘트는 다음과 같이 계산된다.

$$M_f = \frac{1.25wL^2}{8} = 222 \text{ kN-m}$$

8.1 허용응력설계법에 의한 소요 철근 계산

〈그림 4〉에서처럼 힘의 평형 방정식($C=T$), 선형 탄성 구성 방정식($f_s=E_s\epsilon_s$ and $f_c=E_c\epsilon_c$), 그리고 변형 분포 상태 ($\epsilon_c = \frac{kd}{d-kd}\epsilon_s$)를 사용하여 중립축의 위치(k)를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k = -\rho n + \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n}$$



〈그림 4〉 변형 및 응력 분포도 (허용응력설계법)

여기서, $n = \frac{E_s}{E_c} = 7.9$ 이고 철근비율, $\rho = \frac{A_s}{bd}$ 철근 비율을 0.012로 가정 하에 k , j 와 A_s 는 아래와 같이 계산된다.

$$k = 0.351$$

$$j = \left(1 - \frac{k}{3}\right) = 0.883$$

$$A_s = 21.6 \text{ cm}^2$$

힘에 있어서 허용 응력 설계법은 콘크리트에 2.22의 안전을 그리고 철근에 2.5의 안전을을 요구한다고 보면 철근과 콘크리트의 허용 강도는 다음과 같이

계산된다.

$$f_s = \frac{f_y}{FS} = 165.5 \text{ MPa}$$

$$f_c = \frac{f'_c}{FS} = 12.4 \text{ MPa}$$

위에서 유도된 방정식을 단면 모멘트 방정식에 적용하면 콘트리트와 철근의 허용 모멘트 저항이 다음과 같이 계산된다.

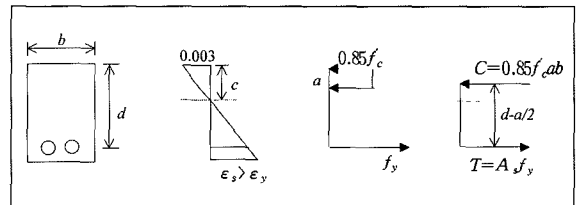
$$M_{us} = A_s f_s j d = 189.4 \text{ kN-m}$$

$$M_{ac} = \left(\frac{f_c}{2} k b d\right) j d = 207.8 \text{ kN-m}$$

M_{as} 와 M_{ac} 를 M_s 에 비교해 보면 처음 가정한 21.6 cm^2 철근이 최적화 된 값이란 것을 알 수 있다 (상세한 계산 과정은 생략함).

8.2 극한강도설계법에 의한 소요 철근 계산

〈그림 5〉에서 보는 것처럼 힘의 평형 방정식 ($C=T$)을 사용하여 사각형 응력 블록의 깊이를 다음과 같이 구할 수 있다.



〈그림 5〉 변형 및 응력 분포도 (극한강도설계법)

$a = \frac{A_s f_y}{b(0.85 f'_c)} = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c}$ 여기서, $\frac{A_s}{bd} = \rho$: 철근 비율 철근 비율을 0.006으로 가정 하면 $a = 6 \text{ cm}$ 이고, A_s

는 10.8cm^2 가 된다.

휨에 대해서 AASHTO 하중저항계수설계는 0.9의 저항 계수를 요구한다. 이 저항 계수와 단면 모멘트 방정식을 사용하여 계수 모멘트 저항이 다음과 같이 계산된다.

$$M_u = \phi M_n = \phi \rho f_y b d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1.7 f_c}\right) = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = 228.5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

M_u 를 M_f 와 비교하면 처음 가정한 10.8 cm^2 철근이 최적화 된 값이란 걸 알 수 있다.

위 예제에서 보면 극한강도설계법이 허용응력설계법에 의한 소요 철근을 절반으로 줄일 수 있어 더 경제적인 설계를 가능하게 한다. 활하중이 작용하는 경우에는 극한강도설계법의 하중 계수가 1.75로서 사하중의 경우에 비해 절감 폭이 적어지나 여전히 허용응력설계법 보다 더 경제적인 설계를 초래한다. 그러나 모든 경우에 있어 극한강도설계법 즉 한계상태설계법이 허용응력설계법 보다 더 경제적인 설계를 초래한다고는 말할 수 없다.

9. 결 론

허용응력설계법과 비교하여 한계상태설계법의 개요, 발전 과정, 원리 및 장단점, 신뢰도 해석에 근거한 설계법의 일반적인 개발 순서, 신뢰도 해석 기법들을 간략하게 설명하였고, 마지막으로 두 설계법의 차이점을 간단한 단순보를 예제로 보였다. 한계상태설계법에는 다른 이름으로 불리는 여러 가지 설계법이 있으나 그 원리는 서로 비슷하며 모두가 신뢰도 해석에 근거하여 설계의 안전성을 확보한다는 점에

서 허용응력설계법과 확연히 구분된다. 따라서 한계상태설계법의 형태를 취한 설계법이라 하더라도 그것이 신뢰도 해석에 근거하여 개발되지 않았으면 한계상태설계법의 장점들인 설계의 정량적인 안전성, 합리성, 경제성 등을 확보할 수 없다. 한계상태설계법 개발의 전제인 신뢰도 해석을 수행하기 위해서는 구조물에 작용하는 하중과 그의 저항 능력에 대한 많은 양의 양질의 자료가 필요하므로, 현재 국제 사회에서 사용되는 한계상태설계법들 중에는 엄밀히 이런 신뢰도 해석에 근거하지 않고 종래의 허용응력설계법의 형태만 바꾸어 만들어진 것도 많은 실정이다. 따라서 외국에서 개발된 한계상태설계법의 국내 도입이나 적용에는 신중을 기해야 하겠다.

한계상태설계법이 부여하는 설계의 안전성, 경제적 이익, 합리성 등을 생각할 때 이의 전반적이고 일관적인 시행이 필요함에는 이의가 없을 것 같다. 따라서 국내의 설계 및 시공 관행과 사회적, 자연적 환경을 고려한 신뢰도 해석에 근거한 모든 구조물에 대한 한계상태설계법의 개발이 시급한 실정이다. 이런 신뢰도 해석에 근거하여 각각의 한계상태에 대한 목표신뢰도지수가 결정되어야 하고, 이렇게 정해진 목표신뢰도지수를 가지는 한계상태설계법이 모든 구조물에 대하여 개발되어야 하겠다. 이렇게 개발된 한계상태설계법은 사회 전체가 수용할 수 있는 객관적이고 정량적인 안전성을 가지는 구조물의 설계를 가능하게 하고 또한 보다 경제적이고 합리적인 설계로 인해 구조물 건설비의 절감도 가능하게 한다. 그러므로 건설 기술에 관련된 모든 단체들 및 기술인들 사이에 한계상태설계법 개발에 대한 공감대가 조성되고 정부 및 기업들의 적극적인 연구 개발 투자가 조속히 이루어져야 하겠다.

참고문헌

- 건설교통부 (2005). 도로교 설계 기준, 한국도로교통협회.
- American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C.
- (1977) AASHTO Standard Specifications for Highway Bridges, 12th edition.
- (1994) AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 1st edition.
- (2007) AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 4th edition.
- American Concrete Institute, Detroit, Michigan.
- (1956) Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI 318-56.
- (1963) Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI 318-63.
- (1969) Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI 318-69.
- American Institute of Steel Construction, Inc. (1986). Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings, Chicago, Illinois.
- Austroroads (1992). Austroroads Bridge Design Code, National Office, Austroroads, Surry Hills, NSW, Australia.
- Canadian Commission on Building and Fire Codes (1995). National Building Code of Canada, NRCC 39726, National Research Council of Canada, Ottawa, Canada.
- Canadian Standards Association (2000). Canadian Highway Bridge Design Code, Toronto, Ontario, Canada.
- Cornell, C. A. (1969). A Probability-Based Structural Code. Journal of American Concrete Institute, Vol. 66, pp. 974-988.
- Ellingwood, B., Galambos, T. V., MacGregor, J. G. and Cornell, C. A. (1980). Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58 - Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures, National Bureau of Standards, Washington, D.C.
- European Committee for Standardization (1995). Eurocode 1: Basis of Design and Actions on Structures - Part 1: Basis of Design, Central Secretariat, Brussels, Belgium.
- Gulvanessian, H., Calgaro, J.-A., and Holicky, M. (2002). Designers' Guide to EN 1990 Eurocode: Basis of Structural Design, Thomas Telford Publishing, London, England.
- Gulvanessian, H. and Holicky, M. (1996). Designers' Handbook to Eurocode 1, Part 1: Basis of Design, Thomas Telford Publishing, London, England.
- Hansen, J. B. (1966). Code of Practice for Foundation Engineering, Bulletin No. 22, Danish Geotechnical Institute, Copenhagen, Denmark.
- Hasofer, A. M. and Lind, N. C. (1974). Exact and Invariant Second-Moment Code Format, Journal of Engineering Mechanics Division, Vol. 100, No. EM1, pp. 111-121, American Society of Civil Engineers.
- Honjo, Y. and Kusakabe, O. (2002). Proposal of a Comprehensive Foundation Design Code: Geo-code 21, ver. 2, Proceedings of International Workshop on Foundation Design Codes and Soil Investigation in view of International Harmonization and Performance Based Design, Tokyo, Japan, pp. 95-103.
- Ontario Ministry of Transportation and Communication (1979). Ontario Highway Bridge Design Code and Commentary, 1st edition.
- Rackwitz, R. and Fiessier, B. (1978). Structural Reliability under Combined Random Load Sequences, Computers and Structures, Vol. 9, pp. 489-494.