

직렬 4기통 엔진용 밸런스 샤프트의 베어링 및 불평형 질량 위치 결정 문제

Location Issue of Bearing and Unbalance Mass on the Balance Shaft for a Inline 4-Cylinder Engine

배철용* · 김찬중* · 이동원* · 권성진* · 이봉현*

Chul-Yong Bae, Chan-Jung Kim, Dong-Won Lee, Seong-Jin Kwon and Bong-Hyun Lee

(2007년 7월 24일 접수 ; 2008년 2월 15일 심사완료)

Key Words : Optimal Design Formulation(최적설계 정식화), Objective Function(목적함수), Balance Shaft(밸런스 샤프트)

ABSTRACT

Balance shaft module contributes to reduce the engine-born vibration by compensating it from a unbalance mass with opposite phase but practically, this device has some problems during the operation in a high speed owing to the considerable amount of unbalance mass that leads to the large quantity of bending deformation as well as torque fluctuation at the balance shaft. To tackle two main problems, the design strategy on balance shaft is suggested by addressing the optimal location of unbalance mass and supporting bearing based on the formulation of objective function that minimizes critical issues, both bending deformation as well as torque fluctuation. The boundary condition of balance shaft assumes to be free such that any external force or contact component is not taken into consideration in this study.

1. 서 론

밸런스 샤프트 모듈은 각 엔진의 제원에 따라 발생하는 관성력 혹은 불평형 우력을 줄이는 목적으로 사용되는 부품으로써 불평형이 존재하는 1개 이상의 로터를 사용하여 위상의 반대 방향으로 힘을 작용시켜 진동을 줄이는 역할을 한다⁽¹⁾. 동일한 불평형량이 주어진 경우에도 밸런스 샤프트의 질량 관성 모멘트, 불평형 질량의 위치 등의 변수에 따른 샤프트 굽힘 변형 및 구동 토크 값이 달라지기 때문에 밸런

스 샤프트 설계 과정에서 주요 설계 인자의 선정이 전체 모듈의 성능에 큰 영향을 미친다⁽²⁻⁴⁾. 회전체에 관한 기존의 연구는 회전축에 대칭인 로터에 대한 불평형 응답(unbalance response)을 최소화하고 안정성 한계 속도(stability limit speed)를 최대로 높이는데 있었다⁽⁵⁻⁷⁾. 그러나 밸런스 샤프트의 경우, 엔진의 제원으로부터 밸런스 샤프트 모듈에서 보상해야 할 불평형량을 계산한 후 계산된 불평형량이 밸런스 샤프트의 회전 시 강제적으로 나타나도록 설계하기 때문에 일반적인 회전체 동역학의 문제와 다르다. 이 논문에서는 밸런스 샤프트가 고속 회전 시 문제점으로 지적되어 온 샤프트의 굽힘 변형과 과도한 회전 우력의 발생을 최소화시키기 위한 베어링 및 불평형 질량의 위치 선정에 대해 연구하였다. 최적 위치 결정을 위해 굽힘 변형과 질량 관성 모멘

* 교신저자: 정희원, 자동차부품연구원 에너지부품연구센터
E-mail : cjkim@katech.re.kr

Tel : (041)559-3124, Fax : (041)559-3070

* 정희원, 자동차부품연구원 에너지부품연구센터

트에 대한 상태변수를 정의한 다음, 두 개의 상태변수를 이용하여 목적함수를 구성하여 베어링 및 불평형 질량의 위치를 선정할 수 있도록 하였다. 모듈 단위에서 예상되는 윤활 문제는 하우징의 설계에 귀속되기 때문에 이 연구 내용에서는 배제하였으며, 베어링 반력의 경우에도 저자들의 경험에 근거 일반적인 상용 베어링을 활용하여 가혹한 지지하중 조건에서도 충분한 지지 반력을 형성하기 때문에 샤프트의 설계 인자에서 제외하였다. 이 연구에서는 밸런스 샤프트를 구동하면서 구동부(기어 혹은 체인)와의 연결 관계에서 부가적으로 발생하는 외력에 의한 영향은 고려하지 않았기 때문에 밸런스 샤프트는 자유 경계 상태로 정의된다^(8~11).

2. 목적함수를 위한 상태 변수 도출

2.1 밸런스 샤프트 굽힘 변형

단일 로터 모델로부터 밸런스 샤프트 굽힘 변형을 얻어내기 위해 Fig. 1의 등가 모델을 구성하였다. 일반적으로 밸런스 샤프트는 하나의 집중 질량 형태로 불평형량이 존재하기 때문에 회전에 의해 발생하는 원심력이 단일 평면에 작용하여 동적 불평형 요소를 유발하지 않으며, 이는 Fig. 1의 정적 로터 모델로 밸런스 샤프트를 표현할 수 있는 근거가 된다^(12~13). 베어링의 위치는 등가 로터의 중심을 기준으로 대칭을 이룬다고 가정하였다.

밸런스 샤프트는 회전 각속도의 제곱에 비례하는 관성력의 지배를 받기 때문에 높은 회전수에서 양단 지지 베어링을 기준으로 굽힘 변형을 하게 된다. Fig. 1의 등가 로터 모델로부터 경계 조건을 설정하고 재료역학에서 사용되는 일반적인 보 이론을 적용하면 위치 $y(0 \leq y \leq L)$ 에서의 밸런스 샤프트 굽힘 변형($v(y)$)는 식 (1a)로 표현된다^(14~15).

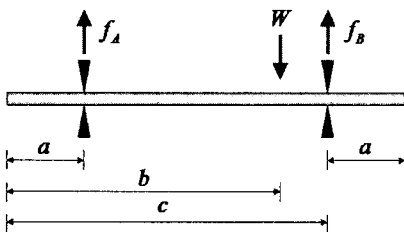


Fig. 1 Equivalent balance shaft model with bearing reaction in inline 4-cylinder engine

$$v(y) = \frac{1}{EI} \left[\frac{f_A}{6} \langle y-a \rangle^3 - \frac{W}{6} \langle y-b \rangle^3 + \frac{f_B}{6} \langle y-c \rangle^3 + c_1 y + c_2 \right] \quad (1a)$$

$$c_1 = \frac{W}{24(L-2a)} [4(L-2a)^2(b-a) - (L-a-b)^4] \quad (1b)$$

$$c_2 = \frac{aW}{24(L-2a)} [(L-a-b)^4 - 4(L-2a)^2(b-a)] \quad (1c)$$

여기서, E 는 탄성비례계수, I 는 등가 로터 단면적에 대한 2차 관성 모멘트, L 은 등가 로터의 길이이다.

2.2 밸런스 샤프트 관성 모멘트

상하 진동이 발생할 경우, 베어링은 불평형 질량의 위치와 베어링 간의 거리 조건에 의해 관성력을 배분하여 하우징에 전달하는 역할을 수행한다. 이때 밸런스 샤프트는 회전축과 직각인 축을 중심으로 모멘트가 발생된다. 그러므로 베어링 위치는 관성력의 분배비를 제공할 뿐만 아니라 모멘트 발생에도 직접적인 영향을 주게 된다.

상하 방향의 진동 성분에 기인한 모멘트 성분을 최소화시키기 위해서는 베어링을 회전 반경(radius of gyration)에 위치시키는 경우에 축 관성 모멘트가 최소가 되기 때문에 유리하다^(12~13). 질량이 M 이고 회전반경이 R 인 회전축 대칭의 로터 형상으로부터 발생하는 관성 모멘트($I_p = M(3R^2 + L^2)/12$)와 불평형 질량으로부터 유발된 모멘트 성분($m(r^2 + x^2)$)을 고려하면, 회전축 대칭 및 불평형 질량을 동시에 가지고 있는 밸런스 샤프트는 Fig. 2의 등가 로터 모델로부터 식 (7a)의 회전 반경($k(x)$)을 가진다. 여기서, $x(=b-L/2)$ 는 로터 중심으로부터 등가 불평형 질량까지의 거리를 나타낸다. β 는 I_p 의 값이 불평

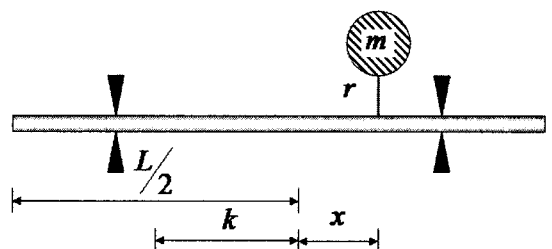


Fig. 2 Radius of gyration in the simple rotor model

형 질량으로부터 유발된 모멘트보다 매우 크다는 가정 식 (2b)의 부등식으로 표현이 가능하다.

$$k(x) = \sqrt{\frac{I_p + m(r^2 + x^2)}{(M+m)}} \quad (2a)$$

$$= \sqrt{\frac{I_p + mr^2}{(M+m)}} \times \sqrt{1 + \beta x^2}$$

$$\beta = \frac{m}{(M(3R^2 + L^2)/12 + mr^2)} < \frac{12m}{ML^2} \quad (2b)$$

회전축 대칭의 로터 질량(M)과 불평형 질량(m) 이 식 (3)의 조건으로 관계된다고 가정하자.

$$\frac{M}{m} = \gamma (> 1) \quad (3)$$

이 경우 식 (2a)의 회전반경은 x 가 증가 로터 길이의 절반 이상으로 커질 수 없는 기하학적 조건 ($0 < x < 2/L$)을 만족하여야 하기 때문에, 식 (4)로 근사화가 가능하다.

$$k(x) \approx \sqrt{\frac{I_p + mr^2}{(M+m)}} (1 + (\sqrt{1+3/\gamma} - 1)x) \quad (4)$$

$$= p_0 + p_1 x$$

여기서, p_1 과 p_0 는 $k(x)$ 를 나타내기 위한 1차 및 0차의 테일러급수 계수들이다. 밸런스 샤프트의 관성 모멘트는 축 관성 모멘트(I_p)와 회전축과 직각인 방향의 모멘트 성분(I_p)으로 나눌 수 있으며 식 (3) 및 식 (4)를 이용하여 표현하면 식 (5a) 및 (5b)와 같다.

$$I_p = m[p_0^2(1+\gamma) - \gamma L^2/12] \quad (5a)$$

$$I_p = m(1+\gamma)(p_0 + p_1 x)^2 \quad (5b)$$

식 (5a)의 경우 밸런스 샤프트의 구동 토크와 관계되며, 식 (5b)는 베어링에서 지지해야 하는 모멘트 성분과 관계된다. 2가지 모멘트 성분은 밸런스 샤프트가 회전하면서 발생하는 부정적인 요소들이며 각각 회전 각속도 및 불평형량에 비례하여 증가되기 때문에 설계 단계에서 최소화시키는 것이 바람직하다. 그러므로 식 (6)과 같이 2개의 요소를 설계 상태변수인 단일 모멘트($I_T (= I_p + I_p)$)로 나타낼 수 있다.

$$I_T = m[(1+\gamma)(p_0^2 + (p_0 + p_1 x)^2) - \gamma L^2/12] \quad (6)$$

3. 밸런스 샤프트에 대한 최적 설계 정식화

3.1 상태변수 범위 설정

밸런스 샤프트의 최적설계 정식화를 위해 2장에서 식 (1a) 및 식 (6)의 설계 상태변수를 도출하였다. 2개의 상태변수는 불평형 질량과 베어링 위치의 변화에 따라 달라지기 때문에 기하학적인 변수들의 설계 범위가 한정되어 있으며, 베어링 위치는 I_p 의 회전반경에 위치시키는 조건을 만족하여야 한다. 그러므로 설계 정식화를 위한 상태변수의 허용 범위는 2가지의 구속조건이 모두 만족되는 범위와 일치한다.

Fig. 1의 위치 정보를 식 (4)로 표현하면 $a (= L - c)$ 와 b 는 각각 식 (7a), (7b)로 표현이 가능하다.

$$a = -p_1 x + \frac{L}{2} - p_0 \quad (7a)$$

$$b = \frac{L}{2} + x \quad (7b)$$

또한 위치 변수들($a (= L - c), b$)은 식 (8a)와 (8b)의 부등 조건을 만족해야 한다.

$$0 \leq a \leq 2/L \quad (8a)$$

$$2/L \leq b \leq L \quad (8b)$$

부등식 (8a)와 (8b)는 식 (7a)와 (7b)의 관계를 이용하여 테일러급수 계수들(p_0, p_1)에 대한 부등식을 식 (7a) 및 (7b)로 표현할 수 있다.

$$\frac{L}{2} \leq \frac{L}{2} + \left(\frac{L/2 - p_0 - p}{p_1} \right) \Leftrightarrow p_0 \leq \frac{L}{2} - a \quad (9a)$$

$$L \geq \frac{L}{2} + \left(\frac{L/2 - p_0 - p}{p_1} \right) \Leftrightarrow p_1 \geq -\frac{L}{2} p_0 + \left(1 - \frac{L}{2} a \right) \quad (9b)$$

부등식 (9a), (9b)와 함께 식 (4)의 조건을 이용하여 각각의 테일러급수 계수를 축으로 하는 Fig. 3의 그래프가 도출된다.

3가지 조건을 모두 만족하는 부분에 대응하는 테일러급수 계수들의 조합이 물리적으로 가능한 밸런스

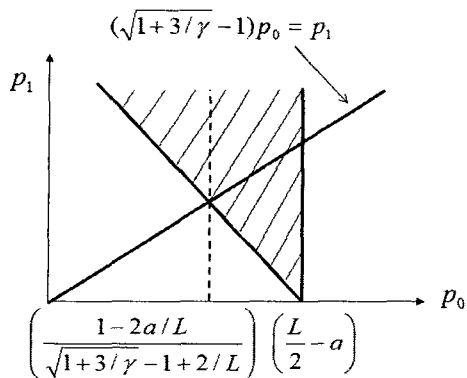


Fig. 3 Feasible region for the coefficients of Taylor series

샤프트의 설계 조건들이다. Fig. 4의 공통부분에 대한 계수들의 범위는 식 (10a) 및 (10b)로 표현된다.

$$\left(\frac{1-2a/L}{\sqrt{1+3/\gamma-1+2/L}} \right) \leq p_0 \leq \left(\frac{L}{2} - a \right) \quad (10a)$$

$$(\sqrt{1+3/\gamma-1})p_0 = p_1 \quad (10b)$$

식 (10a)에 위치 정보인 a 가 존재하기 때문에 테일러급수 계수들의 범위는 위치 정보에 종속적인 값이다. 그러므로 a 의 변화에 따라서 상태변수의 값의 변화도 달라진다.

3.2 밸런스 샤프트에 대한 최적 설계 정식화

이 연구에서의 밸런스 샤프트 설계 목표는 동일한 관성력이 밸런스 샤프트에 작용할 때, 밸런스 샤프트의 모멘트 및 샤프트 굽힘 변형을 최소화시키는 것이다. 그러므로 2가지 상태변수가 허용 가능한 범위 내에서 동시에 최소가 되는 조합이 최적 조건이다.

목적 함수는 식 (12a)에서 나타낸 바와 같이 베어링의 위치(a)를 설계 변수로 두고 밸런스 샤프트의 굽힘 변형과 모멘트 값을 각각의 상태변수로 지정하여 선형적인 2개의 조합 중에서 최소의 값을 얻어내도록 하였다. 여기서 a 는 2개의 상태변수의 선형조합의 가중치를 조절하는 인자로서 식 (11b)의 범위 내에서 주어진 설계 조건에 의거 가중치를 부여한다. 식 (11c)는 식 (1a)의 밸런스 샤프트 굽힘 변형, 식 (11d)는 식 (6)의 모멘트들의 합을 나타낸다. a 및 테일러급수 계수들의 변화에 대한 가중치를 주기 위해 2개의 설계 인자들을 제공하였으며, 2개의 인자

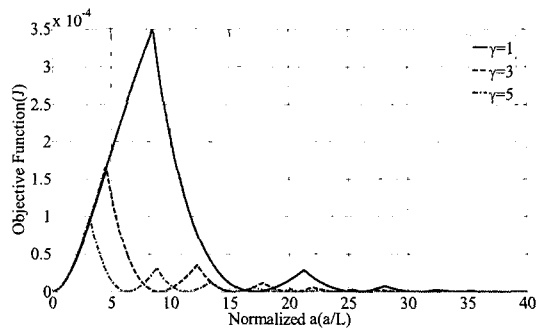


Fig. 4 Objective function against mass ratio, $\alpha = 1$

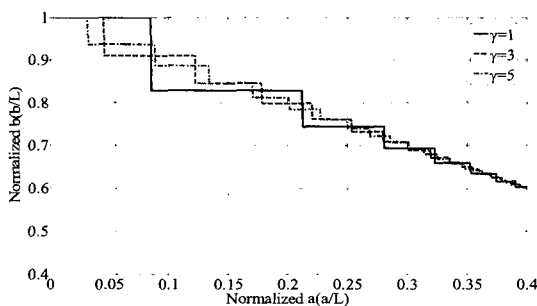


Fig. 5 Local optimal location of b against mass ratio, $\alpha = 1$

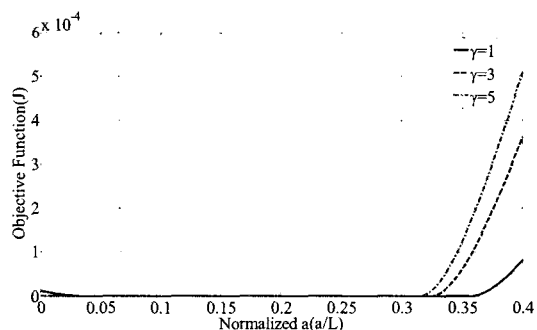


Fig. 6 Objective function against mass ratio, $\alpha = 0$

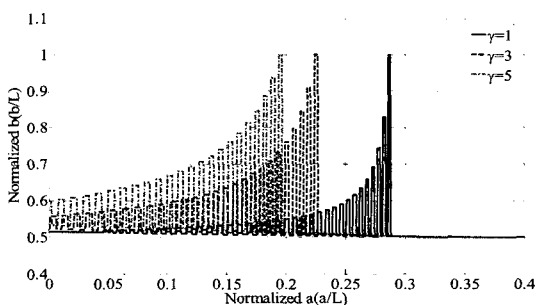


Fig. 7 Local optimal location of b against mass ratio, $\alpha = 0$

간의 물리적인 차이의 영향을 배제하기 위해 정식화 과정에서 정규화(normalization) 하였다.

$$J = \min_a \left[\alpha \left(\frac{A(a, p_0, p_1)}{\text{norm}(A(a, p_0, p_1))} \right) + (1-\alpha) \left(\frac{B(a, p_0, p_1)}{\text{norm}(B(a, p_0, p_1))} \right) \right] \quad (11a)$$

$$0 \leq a \leq L/2, 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (11b)$$

$$A(a, p_0, p_1) = \left[\int_0^L v(y) dy \right]^2 \quad (11c)$$

$$B(a, p_0, p_1) = [I_T]^2 \quad (11d)$$

3.3 밸런스 샤프트 최적 설계 조건

식 (11a)의 설계 정식화를 이용하여 a 의 변화에 따른 테일러급수 계수들의 가능한 조합들(식 (10a) 및 (10b) 참고)을 얻어낸 다음 각의 경우에 대해 J 값을 도출하였다. 최적 조합을 도출하기 위해 각각의 a 값에 대한 국부 최적점(local optimum)들을 도출한 후, 전체 a 에 대한 전체 최적점(global optimum)을 도출하는 순서로 진행하였다.

Fig. 4에서 Fig. 7은 식 (11c) 및 (11d)의 변수에 대해 각각 γ 의 변화에 따른 국부 최적점을 나타낸 것이다. b 의 위치는 회전 중심점으로 한정하였기 때문에 a 의 변화에 따른 불연속의 국부 최적점들이 도출되었다. $A(a, p_0, p_1)$ 의 베어링의 위치와 베어링의 위치가 일치되는 경우에 최적의 조건이 도출되었다. $B(a, p_0, p_1)$ 의 경우 a 값이 증가할수록 국부 최적점의 b 값이 증가하는 경향이 일부 있으나 전자와 달리 공통된 경향을 보이지 않는다.

Fig. 8, 9는 질량비가 일정($\gamma=3$)한 특정 경우에 대해 2개의 상태변수를 모두 선형적으로 고려한 3가지 경우($\alpha=0.1, 0.5, 0.9$)에 대한 국부 최적 값을 나타낸 것으로, Fig. 8은 J 값, Fig. 9는 이에 따른 불평형 질량의 위치를 각각 나타낸 것이다. a 의 변화에 따라 국부 최적 값들의 경향은 다르지만 유사한 부분에서 최적 점이 도출되었다.

Fig. 8의 경우 도출된 값을 정확하게 비교해 보면 3가지의 선형 조건에서 얻어진 최적 점이 분산이 있음을 확인할 수 있다. 질량비를 1에서부터 6까지 임의로 선정한 후 각각의 경우에 대한 정규화된 a 와

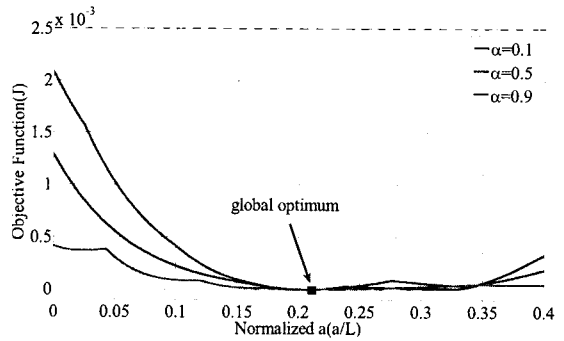


Fig. 8 Global optimum for objective function at $\gamma=3$

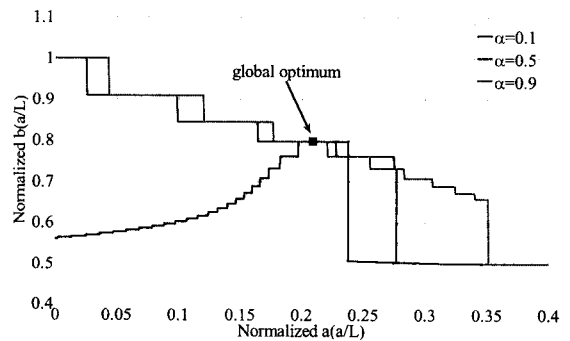


Fig. 9 Global optimum location for b at $\gamma=3$

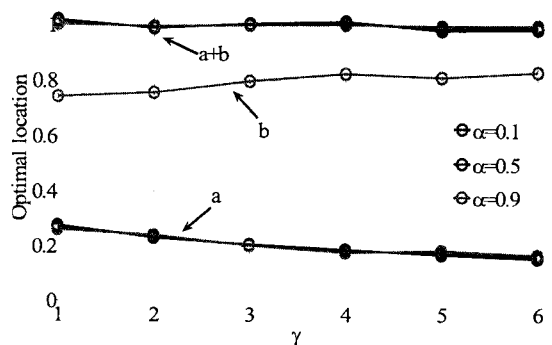


Fig. 10 Optimal location of a and b against mass ratio

b 의 값을 도출하여 경향성을 파악한 후 Fig. 10에 도시하였다.

질량비가 증가함에 따라서 a 의 위치는 감소하고 b 의 위치는 증가하였으며, 2개의 위치 정보의 합이 질량비에 무관하게 1의 값 근방에서 나타났다. 또한 a 의 값은 질량비에 따라서 분산된 최적 값을 도출한 반면, b 의 값은 질량비에 무관하게 동일한 값을 도

출하였다. 2개의 변수 값의 합이 1인 조건은 굽힘 변형의 국부 최적 조건 중 하나이며, 모멘트의 상태 변수의 영향에 의해 유일한 최적 값이 도출된 것으로 판단된다. 특히, 2개의 상태변수들이 모두 고려된 경우에는 선형의 가중치에 무관하게 최적 위치가 결정될 수 있음을 암시한다. 따라서 밸런스 샤프트 설계자는 엔진 제원으로부터 보상해야 할 불평형량을 결정한 후, 대칭인 로터의 질량과 불평형 질량의 비율만을 결정하면 이 연구 결과를 이용하여 베어링과 불평형 질량의 최적 위치를 선정할 수 있으며, 이때의 최적 위치는 회전 시 발생하는 굽힘 변형과 모멘트 성분들을 동시에 최소화시키는 조건이 된다.

6. 결 론

이 연구는 밸런스 샤프트 모듈의 하부 부품인 밸런스 샤프트의 베어링과 불평형 질량의 위치 결정에 대한 연구를 수행하였다. 밸런스 샤프트 모듈이 고속 회전에서 문제점으로 지적되어 온 굽힘 변형과 모멘트 성분을 최소화시키기 위한 정식화를 수행한 바, 대칭인 밸런스 샤프트의 질량과 불평형 질량 사이의 비에 종속적인 최적화 결과를 도출하였다. 이 연구 결과를 통해 얻어진 주요 결과는 다음과 같다.

(1) 직렬 4기통 엔진용 밸런스 샤프트의 굽힘 변형과 모멘트 성분들을 동시에 최소화할 수 있는 최적화 정식화를 수행하였다.

(2) 최적 설계 정식화 결과 밸런스 샤프트의 최적 설계 조건이 성립함을 확인하였다.

(3) 밸런스 샤프트의 굽힘 변형과 모멘트 성분들을 최소화하기 위해서는 불평형 질량과 베어링의 위치가 일치하는 특정 부분에서 설계가 이루어져야 하며, 특정 위치는 대칭인 로터의 질량과 불평형 질량의 비에 종속적이다.

후 기

이 논문은 산업자원부가 주관하는 자동차기반기술개발사업("저진동 친환경 차량을 위한 밸런스 샤프트 개발")의 성과물로서 관계자분들에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Kim, C.-J., Lee, B.-H., Kim, D.-C. and Jung, I.-O., 2005, "Element Design of Balancing Shaft for Reducing the Vibration in Engine Module", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 11, pp 1268~1275.

(2) Suh, K.-H., Lee, Y.-K. and Yoon, H.-S., 2000, "A Study on the Balancing of the Three-cylinder Engine with Balance Shaft", SAE 2000-01-0601.

(3) David Meek, Martyn Roberts, 1998, "Balance Shaft Conversion of a Four Cylinder Engine", SAE 981084.

(4) St. Huegen, G. Warren, R. Menne, 1997, "A New 2.3L DOHC Engine with Balance Shaft Housing", SAE 970921.

(5) Panda, K. C. and Dutt, J. K., 2003, "Optimum Support Characteristics for Rotor-shaft System with Preloaded Rolling Element Bearings", Journal of Sound Vibration, Vol. 260, pp. 731~755.

(6) Panda, K. C. and Dutt, J. K., 1999, "Design of Optimum Support Parameters for Minimum Rotor Response and Maximum Stability Limit", Journal of Sound Vibration, Vol. 223, No. 1, pp. 1~21.

(7) Xu, B., Qu, L. and Sun, R., 2000, "The Optimization Technique-based Balancing of Flexible Rotors Without Test Runs", Journal of Sound Vibration, Vol. 238, No. 5, pp. 877~892.

(8) Pfeiffer, F. and Prestl, W., 1994, "Hammering in Diesel-engine Driveline Systems", Nonlinear Dynamics, Vol. 5, pp. 477~492.

(9) Jerrelind, J. and Stensson, A. 2000, "Nonlinear Dynamics of Parts in Engineering Systems", Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 11, pp 2413~2428.

(10) Tsutomu, F. and Tomoaki, K., 2001, "An Improvement of the Prediction Method of the Idling Rattle in Manual Transmission", SAE 2001-01-1164.

(11) Tsutomu, F. and Tomoaki, K., 2003, "Predictive Calculation of Idling Rattle in Manual Transmissions", SAE 2003-01-0678.

(12) William, T. T. and Marie, D. D., 1997, "Theory of Vibration with Application", 5th Edition, Prentice Hall.

(13) William, F. R. and Leroy, D. S., 1996, "Engineering Mechanics: Dynamics", Second Edition, John Wiley & Sons, Inc.

(14) James, M. G. and Timoshenko, S. P., 1999, "Mechanics of Materials", International Thomson Editors.

(15) Kramer, E., 1993, "Dynamics of Rotors and Foundations", Springer-Verlag.