

비선형 연료 제약 및 유지보수 비용을 고려한 Mixed Integer Linear Programming 기반 발전기 주간 운용계획 최적화

†송상화* · 이경식**

A Mixed Integer Linear Programming Approach for the Profit Based Unit Commitment Problem under Non-Linear Fuel Consumption Constraint and Maintenance Cost

†Sang Hwa Song* · Kyung Sik Lee**

■ Abstract ■

This paper considers a profit-based unit commitment problem with fuel consumption constraint and maintenance cost, which is one of the key decision problems in electricity industry. The nature of non-linearity inherent in the constraints and objective functions makes the problem intractable which have led many researches to focus on Lagrangian based heuristics. To solve the problem more effectively, we propose mixed integer programming based solution algorithm linearizing the complex non-linear constraints and objectives functions. The computational experiments using the real-world operation data taken from a domestic electricity power generator show that the proposed algorithm solves the given problem effectively.

Keywords : Unit Commitment Problem, Nonlinear Optimization

논문접수일 : 2007년 01월 08일 논문게재확정일 : 2008년 03월 03일

* 인천대학교 동북아물류대학원

** 한국의국어대학교 산업정보공학 전공

† 교신저자

1. 서론

흔히 Unit Commitment Problem이라고 알려진 발전기 기동정지 계획은 전력 수요, 발전기 특성 및 운영정책을 바탕으로 계획대상 발전기의 기동 계획(Start-Up), 정지계획(Shut-Down), 그리고 각 시간대에서의 전력생산량을 결정하는 문제이다. 전력에 대한 수요는 시간대에 따라 큰 차이를 보이는데, 낮 시간대와 밤 시간대의 전력수요 변화와 같은 단기적 변화뿐만 아니라 여름과 겨울의 전력수요 변화와 같이 장기적으로도 많은 변동성을 가지고 있다. 이에 따라 주어진 자원의 효율적 활용을 위하여 전력수요가 낮은 시간대에 발전을 중지하고 전력수요가 증가하는 시간대에 발전기를 기동하는 발전기 기동정지계획은 전력회사에 있어 매우 중요한 의사결정 문제의 하나로 많은 연구가 이루어져 왔다[13].

발전기 기동정지계획은 크게 Security Constrained Unit Commitment problem(SCUC)과 Profit Based Unit Commitment problem(PBUC)로 구분된다. 전력산업에 대한 규제가 많았던 과거에는 하나의 독립적 기구가 전체 국가수요를 고려하여 모든 발전기의 기동정지계획을 수립하였다. 이 경우 기동정지계획의 목표는 가장 낮은 비용으로 전체 전력수요를 만족시키는 계획수립이 되며, 이것이 SCUC 문제로 모형화 되었다. 그러나 최근의 전력산업 탈규제 영향으로 전력시장은 발전을 담당하는 발전회사(Generating Company ; GENCO)와 전력을 소비자에게 공급하는 배전회사(Distribution Company ; DISCO), 그리고 발전회사와 배전회사 사이의 전력 공급/수요를 연결하는 전력거래소(Independent Market Operator ; IMO)로 분리되어 전력시장의 각 Player들이 자사의 이익을 최대화하는 방향으로 발전/배전을 하는 자유경쟁 시장으로 변화하게 되었다. 자유경쟁 시장 하에서 각 GENCO는 발전특성 및 연료제약하에 자신의 이익을 최대화하는 방향으로 기동정지계획을 수립하게 된다. 따라서 GENCO에게 있어 전력수요는 더 이상 반드시

지켜야 하는 기준이 아니며, 주어진 전력수요를 최소의 비용으로 충족시키기 위한 문제인 SCUC와 달리 PBUC 문제에서는 가격 예측 및 이에 기반한 이익최대화가 더욱 중요한 이슈로 등장하게 된다[13].

일반적으로 PBUC 문제의 제약식은 최대/최소 출력, 출력 증발/감발 (Ramping Up and Down) 제약, 최소 정지/기동 시간, 연료 사용 제약 등으로 구성되며, 연료를 외부에서 조달하는 경우 연료 저장 Capacity, 연료 도입 계획 등의 제약사항이 추가된다. 이 중 연료 사용 제약이나 최소 정지/기동 시간 등은 비선형 제약식으로 모형화되어 왔다. PBUC의 목적함수인 Profit은 Electricity Market Price에 따라 발생하는 Revenue에서 연료사용에 따른 Fuel Cost 및 발전기 유지보수를 위한 O&M Cost(Operations and Maintenance)을 차감하여 계산된다. 특히 O&M Cost는 비선형 함수로서 선형화가 어려운 것으로 알려져 접근이 어려웠다. 이와 같이 PBUC 문제는 비선형 제약식과 비선형 목적함수를 가지는 Non-Linear Optimization 문제이다.

이러한 PBUC 문제에 대한 기존의 연구들은 크게 Priority Ordering, Lagrangian Relaxation, Linear and Mixed Integer Programming, Dynamic Programming, Search Heuristics 등의 방법을 활용하였다[3, 4, 7, 8, 10, 13]. 특히 제약식 및 목적함수의 Non-Linearity에 기인하여 많은 연구가 Lagrangian Relaxation 및 Search Heuristics에 집중되어 왔다. 하지만, LR 기반의 접근법은 최적해를 구하기 위한 Convergence Behavior에 문제가 있고, 구현이 까다로운 단점이 있다[1, 2, 11]. 이에 본 연구에서는 복잡한 Non-linear Constraint 및 Non-linear Objective Function들을 선형화(Linearization)하여 Mixed Integer Programming 기법으로 모형화하는 방식을 채택하였다. MIP 기반 접근법에 대한 문제점은 우선 비선형 제약식 및 비선형 목적함수를 선형 제약식으로 모형화하는 데 있어서의 어려움, 문제 사이즈가 증가함에 따라 Computation Time이 급격히 증가하는 문제 등이 지적되어 왔다. 하지만, 일단 Linear Formulation이 완

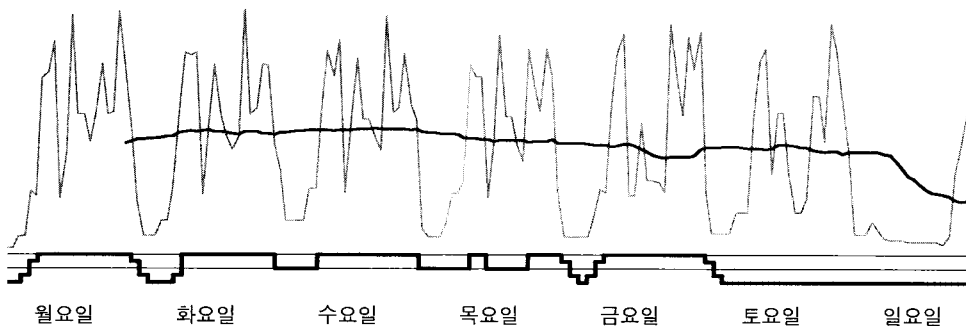
성되고 나면, 모델이 매우 Robust하여 제약조건
 추가/삭제 및 모델 유지보수가 용이하고, 최근 상
 용 선형계획법 패키지의 급속한 발전으로 practical
 size의 문제 해결에 걸리는 시간이 크게 단축되었
 다. 또한, LR 혹은 Search Heuristic 기반 알고리즘
 을 프로그램으로 변환하는데 걸리는 개발 소요시
 간에 비해 MIP 기반 프로그램 개발은 Formulation
 이 주어질 경우 매우 빠른 시간안에 이루어질 수
 있다는 장점이 있다. 이러한 장점에 기인하여 MIP
 기반 발전기 기동정지계획에 대한 연구가 최근 활
 발해지고 있는 추세이다[1, 2, 6, 11, 12]. 이에 따라
 본 연구에서는 국내 전력회사 사례를 기반으로
 PBUC에서 고려되어야 하는 운영계약식 및 비용함
 수들을 선형화하여 MIP 모델을 개발하고, 기존 문
 헌에서 다루지 않은 O&M Cost에 대한 Linear-
 ization에 대해 상세히 살펴보고자 한다.

본 연구의 contribution은 다음과 같다. 첫째,
 매우 까다로운 Non-linear Cost Function인 O&M
 cost function에 대한 선형화 방안을 제안한다.
 O&M Cost는 발전기 가동횟수 대비 가동시간의 비
 율에 대해 Piecewise Linear Function으로 모형화
 되어 Linearization이 매우 어려운 함수라는 특성
 을 가지고 있다. 본 연구에서는 다양한 Substitution/
 Linearization Technique을 활용하여 O&M Cost
 Function을 정확히 모델링하였다. 둘째, 비선형 제

약식인 연료계약식을 구체적으로 고려한 모델을
 개발하고 이에 대한 Piecewise Linear Approx-
 imation 방안을 도출하였다. 기존 연구에서는 연료
 제약에 대한 선형화 및 고려가 미흡하였으나 국내
 전력회사의 특성상 연료계약은 매우 중요한 요소
 로 작용한다. 또한 운영정책에 따라 특정 기간동안
 의 발전량에 대한 제약을 도입하고자 할 때 연료제
 약은 중요한 Control Variable이 된다. 이에 대한
 Linear Approximation 방안의 도출을 통해 현실에
 적합한 모델이 도출되었다. 셋째, 기존의 선형화된
 formulation을 보완하여 새로운 형태의 MIP for-
 mulation을 제안한다. 넷째, 실제 전력회사의 단기
 발전계획 수립을 위해 프로그램을 개발되어 모델
 의 Effectiveness 및 Efficiency를 검증하였다. 특히
 MIP 기반 접근법의 장점인 손쉬운 Implementation
 및 Model의 Robustness에 의해 프로젝트 기간이
 단축될 수 있고, Black-Box로 여겨졌던 Optimiza-
 tion Engine에 대한 이해도 증가를 바탕으로 Solu-
 tion에 대한 Transparency가 증가 및 Human Pla-
 nner의 Solution에 대한 신뢰로 이어질 것으로 예
 측된다.

2. Problem Description

한국전력시장의 탈규제화 추세에 따라 원자력



〈그림 1〉 시간대별 전력가격의 일간 변동에 대한 예제(2005년 6월 한국전력거래소 자료 활용). 회색 실선은 전력가격, 검은색 실선은 전력가격의 24시간 이동평균 (추세선), 하단의 검은색 굵은실선은 발전기 가동현황으로 정지/최소출력/최대출력으로 구분하여 표현되었다

및 화력 발전소와 같은 기저발전기(Baseline Generators)를 제외한 GENCO들은 연간 수익을 고려한 발전기기동정지계획 최적화에 많은 노력을 기울이고 있다. <그림 1>은 전력가격 SMP(System Marginal Price)의 시간대별 변화에 대한 예제로서, 전력 수요가 높은 낮 시간대에 가격이 높고 밤 시간대에 가격이 낮아지며, 주중가격이 주말가격보다 높은 전형적인 전력 가격 변동패턴을 보여주고 있다.

전력가격의 변동을 고려하여, <그림 1>에서는 가격대가 높은 낮시간 동안 발전기를 가동하고 새벽시간대에 발전기를 최소출력 혹은 정지하도록 계획을 수립하고 있다. 주목할 것은 낮 시간대에 전력 가격이 어느 정도 변동성을 보이지만 발전기의 출력은 전력가격의 변동에 비해 변동이 적게 유지되고 있다는 점이다. 이것은 발전기의 운영 특성상 출력 증발/감발에는 시간이 소요되나, 가격은 짧은 시간동안 변동을 나타내므로 이런 경우 수익이 예상된다면 출력을 조정하지 않는 것이다. 또한, 아침 8시에 시스템을 가동하지만, 실제 출력은 서서히 증가하여 아침 10시가 되어야 최대출력으로 발전을 하게 된다. 토요일의 경우 주중과 유사한 가격대를 보이지만 연료사용량 제약으로 인하여 발전을 하지 않을 수 있다. 이와 같이 전력산업의 “생산계획”인 발전기 기동정지계획은 발전기 운영특성, 전력가격 그리고 연료제약을 고려하여 발전기 기동/정지 및 출력량 결정을 하게 된다.

3. Problem Formulation and Linearization

PBUC 문제를 MIP 모델로 모델링하기 위하여 다음과 같은 Notation을 사용하기로 한다. 주어진 전력운영계통의 특성은 Generator i 의 Ramping Up 시의 출력변화 가능량(증발) RU_i , Ramping Down 시의 출력변화 가능량(감발) RD_i , Start Up 시의 출력변화 가능량 SU_i , Shut-down 출력변화 가능량 SD_i , 최대 출력 PW_i^{max} , 최소출력 PW_i^{min} , 최소 정지시간 UT_i^{min} , 최소 기동시간 DT_i^{min} 으로 표현

가능하다. 시장 특성은 h 시간대의 Electricity Market Price인 P_h 로 표현된다. 연료 제약은 계획기간 중 최소 연료사용량 U_{min} , 최대 연료사용량 U_{max} 로 표현되며 초기 연료 재고는 $U_{initial}$ 로 정의된다. 계획수립과 관련한 의사결정 변수는 Generator i 의 Time Period h 의 발전량 x_{ih} , Time Period h 에 가동 여부 y_{ih} , Time Period h 부터 가동시작 여부 z_{ih} , Time Period h 부터 가동중지 여부 w_{ih} , 연료사용량 u_h 로 정의된다. 이제 먼저 PBUC 문제의 제약식을 살펴보고 필요한 경우 Linearization 방안에 대해 설명하고자 한다.

3.1 Linearizing Constraints

3.1.1 발전기 특성 관련 제약식

최대/최소 출력 제약 : 발전기가 가동 중에 있을 때의 출력은 최소/최대 출력 제약을 만족해야 하며 이는 Linear inequality로 간단히 모델링된다.

$$PW_i^{max} y_{ih} \leq x_{ih} \leq PW_i^{min} y_{ih} \quad (1)$$

단위시간당 출력조정 제약 : 발전기는 최대 증발율/감발율 제약(RU_i, RD_i) 내에서 출력을 조정할 수 있다. 하지만, 가동을 시작하거나 가동을 정지하는 단계에서 적용되는 출력 조정 제한치는 Start-Up 증발율/Shut-Down 감발율 제약(SU_i, SD_i) 내에서 출력을 조정할 수 있으며 이는 통상적으로 일반적인 증발율/감발율보다 낮은 수준이다. 이 제약은 Indicator Variable을 활용하여 정수계획 모형으로 모델링 가능하다. 식 (2)는 Time Period h 에 증가될 수 있는 출력은 해당 Time Period에 발전기가 Start-Up된 경우라면 SU_i 에 의해, 그렇지 않다면 RU_i 에 의해 제약됨을 의미한다. 식 (3)은 Time Period h 에 감소될 수 있는 출력에 대하여 동일한 의미로 모형화된 제약식이다.

$$x_{i,h} - x_{i,h-1} \leq RU_i \cdot (1 - z_{ih}) + SU_i \cdot z_{ih} \quad (2)$$

$$x_{i,h-1} - x_{i,h} \leq RD_i \cdot (1 - w_{ih}) + SD_i \cdot w_{ih} \quad (3)$$

최소 정지/가동 시간 제약 : 발전기가 가동을 시작하면 최소한 UT_i^{min} 시간동안 가동되어야 하며 가동을 중지하면 최소한 DT_i^{min} 시간동안 정지한 상태가 지속되어야 한다. 이 제약식은 Linear Programming으로는 모델링이 되지 않았으나, 최근 Arroyo and Conejo[1, 2]에 의해 Integer Programming 모형으로 모델링되었다. 본 논문에서 제안하는 모형은 Arroyo and Conejo[1, 2]에서 제안된 모델보다 더 Strong한 Formulation으로서, 제약식 (4)은 최소 가동시간 제약, 제약식 (5)는 최소 정지시간에 대한 제약을 모델링하고 있다.

$$z_{i,h} \leq y_{i,h}, z_{i,h} \leq y_{i,h+1}, \dots, z_{i,h} \leq y_{i,h+UT_i^{min}} \quad (4)$$

$$y_{i,h} \leq (1-w_{i,h}), y_{i,h+1} \leq (1-w_{i,h}), \dots, y_{i,h+DT_i^{min}} \leq (1-w_{i,h}) \quad (5)$$

3.1.2 연료 관련 제약

연료사용량 제약 : 연료사용량 제약은 주어진 계획기간동안 사용되어야 하는 연료에 대한 제약을 의미한다. 예를 들어 새로운 연료가 도착예정인데 연료 재고량이 많은 경우나 외부의 요인으로 강제발전을 하여 연료사용을 증가시켜야 할 경우도 있고, 혹은 전력가격의 상승이 예상될 때에 연료사용량을 제약함으로써 전력가격이 높은 시기에 출력을 높여 전체 수익을 최대화하고자 하는 경우에

도 연료사용량은 제약된다. 일반적인 제조/생산과 달리 전력산업에 있어 발전기의 출력과 이에 따른 연료사용량은 Heat Curve에 의해 결정된다. Heat Curve는 발전기 출력에 따른 연료 사용량을 표현해주는 함수로서, <그림 2>(a)에서 나타나듯이 Non-Linear Curve로 모델링된다. 시간 t 에서의 열량 $Heat(t)$ 는 식 (6)과 같이 시간 t 에서의 출력 $Power(t)$ 의 이차 함수로 표현된다.

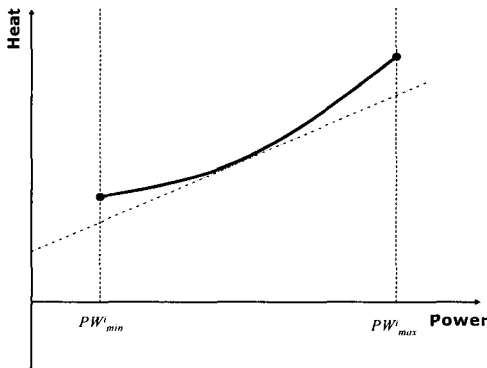
$$Heat(t) = a + b \cdot Power(t) + c \cdot Power(t)^2 \quad (6)$$

본 논문에서는 Piecewise Linear Approximation을 통하여 2차함수를 선형화하였다. <그림 2>(b)는 Non-Linear Heat Curve에 대한 Piecewise Linear Function을 보여주고 있다. Non-Linear Heat Curve를 K 개의 Segment로 분할하게 되면, 각 Segment에서의 열량 $Heat^{[k]}(t)$ 는 식 (7)과 같이 표현된다.

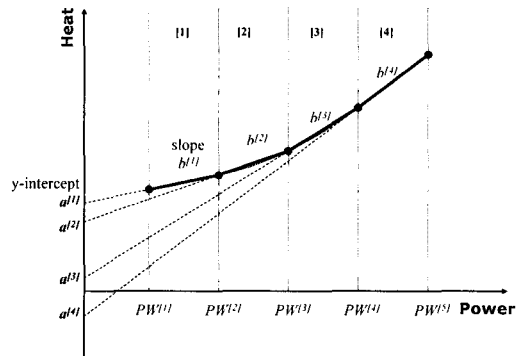
$$Heat^{[k]}(t) = a^{[k]} + b^{[k]} \cdot Power(t) \quad (7)$$

$Heat(t)$ 는 Convex Curve이므로 $Heat(t)$ 는 각 Segment의 열량 $Heat^{[k]}(t)$ 에 대해 식 (8)과 같이 표현된다.

$$Heat(t) = \max_{k \in K} \{Heat^{[k]}(t)\} = \max_{k \in K} \{a^{[k]} + b^{[k]} \cdot Power(t)\} \quad (8)$$



<그림 2> (a) Heat Curve 예시. 발전기 출력에 대해 열량은 2차 함수의 형태가 된다



<그림 2> (b) Non-Linear Heat Curve에 대한 Piecewise Linear Function Approximation에 대한 예시

Segment의 집합 K 가 무한히 늘어나게 되면 Heat(t)는 주어진 Non-Linear Heat Curve에 근사하게 된다. 이제 식 (8)을 선형 제약식으로 모형화해보면 다음과 같이 모델링된다. 여기서, $x_{ih}^{[k]}$ 는 k segment에서의 발전량이고, $PW_i^{[k]}$ 는 k segment 시작 부분에서의 출력, $g_{ih}^{[k]}$ 는 Indicator Variable로서 발전량이 k segment에 속하는지 여부에 대한 판단을 하게 된다. 결국 전체 연료 소모량 u_h 는 식 (12)와 같이 각 발전기 i 에 대한 연료소모량을 합산함으로써 계산가능하다.

$$x_{ih} = \sum_{k \in HC} x_{ih}^{[k]} \quad (9)$$

$$x_{ih}^{[k]} \geq PW_i^{[k]} \cdot g_{ih}^{[k]}, x_{ih}^{[k]} \leq PW_i^{[k+1]} \cdot g_{ih}^{[k]} \quad (10)$$

$$\sum_{k \in HC} g_{ih}^{[k]} \leq 1 \quad (11)$$

$$u_h = \sum_{i \in GT} \sum_{k \in HC} (a_i^{[k]} + b_i^{[k]} \cdot x_{ih}^{[k]}) \quad (12)$$

$$g_{ih}^{[k]} \in \{0,1\} \quad (13)$$

최종적으로 연료사용량 제약은 식 (14)와 같이 계획기간내 최소/최대 연료 사용 제약으로 모델링된다.

$$U_{\min} \leq \sum_{h \in H} u_h \leq U_{\max} \quad (14)$$

연료사용량에 대한 제약은 결국 각 주별 발전기 운용 정책과도 연결이 된다. 식 (14)의 경우엔 전체 Planning Period 내에서의 최소/최대 연료 사용 제약이며, 필요한 경우 주별, 월별, 일별 최대 사용제약을 제약식으로 추가할 수도 있다.

3.1.3 Logical Relationship

3.1.1과 3.1.2를 통해 발전기 운영 특성 및 연료 관련 제약식을 Linear System으로 모형화하였다. 본 절에서는 제약식 모형화의 마지막 단계로서 발전기 i 의 h 시간대에서 가동여부에 대한 Indicator Variable y_{ih} , 가동시작여부에 대한 Indicator Variable z_{ih} , 그리고 가동정지 여부에 대한 Indicator Variable w_{ih} 에 대한 Logical Relationship을 Linear System으로 모형화하고자 한다. 식 (16)에서 Time

Period h 와 $h-1$ 에서의 발전기 가동여부의 차이에 의해 Time Period h 에서의 발전기 가동/정지 여부를 확인할 수 있다. 식 (17)은 발전기가 특정 Period에서 가동되거나 정지되는 둘 중의 하나의 State만 가질 수 있다는 것을 의미한다.

$$z_{i,h} - w_{i,h} = y_{i,h} - y_{i,h-1} \quad (16)$$

$$z_{ih} + w_{ih} \leq 1 \quad (17)$$

이와 같이 Piecewise Linear Approximation 및 다양한 0-1 Indicator Variable을 통하여 PBUC 문제의 제약식들은 MIP 모델로 모형화가 가능하다. 이제 PBUC 문제의 목적함수에 대해 살펴보고자 한다.

3.2 Modeling Objective Functions

PBUC 문제는 기본적으로 Profit을 최대화하는 것이 목적이다. Profit은 전력판매에 따른 Revenue와 Operation에 필요한 Cost에 의해 결정된다. 먼저 전력판매에 따른 Revenue는 발전계획된 전력량에 비례하게 되는데, 한국시장의 경우 System Marginal Price와 Capacity Payment에 의해 최종 Revenue가 결정된다. SMP는 Market Clearance Price라고도 불리며 한국 전력시장의 IMO인 한국전력거래소에서 매일 각 GENCO의 입찰을 기반으로 결정하게 되며 SMP에 의해 전력가격이 결정된다. 따라서 최종 Revenue는 확정된 SMP에 실제 발전량을 곱하여 결정된다. CP의 경우는 실제 발전량과 상관없이 매시간대별 발전가능량에 따라 지급된다. 따라서 발전계획 수립 시에는 각 시간대별 SMP SMP_h 와 CP CP_h 에 시간대별 발전계획량을 곱하여 Revenue를 계산할 수 있으며 이는 식 (18)과 같이 표현된다.

$$Revenue = \sum_{i \in U} \sum_{h \in H} (SMP_h + CP_h) \cdot x_{ih} \quad (18)$$

Cost Term의 경우엔 좀더 복잡한 고려가 필요하다. Cost의 경우 Variable Cost와 Fixed Cost로

구분가능하며, Fixed cost는 발전계획에 미치는 영향이 없으므로 Constant Term으로 처리된다. Variable Cost는 크게 Fuel Usage Cost와 O&M Cost로 구분된다. Fuel Usage Cost는 식 (12)에 의해 결정된 시간대별 연료사용량에 연료도입가격 FC 을 고려함으로써 계산가능하다.

$$COST_{Fuel} = \sum_{i \in H} FC \cdot u_h \quad (19)$$

O&M Cost는 발전기별 발전시간과 Start-Up 횟수에 영향을 받는다. O&M Cost는 Service Period 동안 각 발전기의 Start-Up 횟수(Fired Starts ; FS) 대비 가동시간(Fired Hours ; FH)의 비율로 계산이 된다. 발전기의 Start-Up 횟수 대비 가동시간의 비율을 v_i 라고 하면 비용함수는 식 (20), 식 (21)과 같이 표현된다.

$$v_i = FH_i / FS_i \quad (20)$$

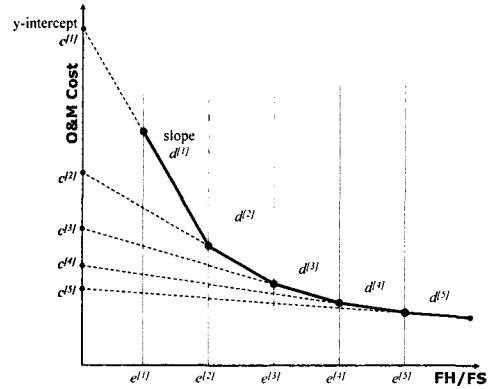
$$COST_{O\&M}^i = \begin{cases} c^{[1]} + d^{[1]} \cdot v_i, & \text{if } e^{[1]} \leq v_i < e^{[2]} \\ c^{[2]} + d^{[2]} \cdot v_i, & \text{if } e^{[2]} \leq v_i < e^{[3]} \\ \dots \\ c^{[N]} + d^{[N]} \cdot v_i, & \text{if } e^{[N]} \leq v_i \end{cases} \quad (21)$$

즉, Start-Up 횟수 대비 가동시간의 비율이 속한 Segment n 의 특성치 $c^{[n]}$ 과 $d^{[n]}$ 에 의해 유지보수 비용이 결정되며, 가동횟수가 늘어날수록 발전기 유지보수비용이 증가하는 구조로 되어있다.

O&M Cost 함수는 <그림 3>과 같이 Piece-Wise Linear 함수로서 Heat Curve와 유사한 방식으로 모형화 가능하나, Cost 함수가 발전기 가동횟수 대비 가동시간의 비율에 대한 함수이므로 새로운 Linearization 방안이 필요하다. 이를 위해 발전기 가동횟수 대비 가동시간 v_i 를 자세히 살펴보면 다음의 식 (22)를 도출할 수 있다.

$$v_i = FH_i / FS_i = \sum_{h \in H} y_{ih} / \sum_{h \in H} z_{ih} \quad (22)$$

v_i 는 (y, z) 의 함수로서 y 와 z 는 binary variable이라는 점에 착안하여 다음과 같이 전개할 수 있다.



<그림 3> O&M Cost Function 예제. 가동횟수 대비 가동시간의 비율에 대해 Piecewise Linear Function으로 표현된다

$$\sum_{h \in H} y_{ih} = v_i \cdot \sum_{h \in H} z_{ih} = \sum_{h \in H} (v_i \cdot z_{ih}) \quad (23)$$

이제 $v_i \cdot z_{ih}$ 를 q_{ih} 로 치환하면,

$$\sum_{h \in H} y_{ih} = \sum_{h \in H} (v_i \cdot z_{ih}) = \sum_{h \in H} q_{ih} \quad (24)$$

$$q_{ih} = \begin{cases} v_i, & \text{if } z_{ih} = 1 \\ 0, & \text{if } z_{ih} = 0 \end{cases} \quad (25)$$

남은 것은 식 (25)를 Linear System으로 모델링하는 것이며 이는 다음 식 (26), 식 (27)에 의해 가능하다.

$$q_{ih} \leq v_i \quad (26)$$

$$q_{ih} \leq M \cdot z_{ih} \quad (27)$$

$$q_{ih} \geq v_i + M \cdot (z_{ih} - 1) \quad (28)$$

여기서 M 은 v_i 보다 큰 값으로서, Formulation의 Strength를 높이기 위하여 가능한 가장 낮은 값을 사용하는 것이 좋다. 이제 v_i 를 선형화함으로써 O&M Cost 함수 $COST_{O\&M}$ 에 대한 Linearization이 가능하다.

$$v \geq c^{[1]} + d^{[1]} \cdot v_i \quad (29)$$

$$v \geq c^{[2]} + d^{[2]} \cdot v_i$$

...

$$v \geq c^{[N]} + d^{[N]} \cdot v_i$$

마지막으로 최종재고에 대한 잔존가치 반영이 필요하다. 최종적으로 남은 연료재고량에 연료의 잔존가치(Remaining Value) VI 를 곱하여 전체 계획기간 종료 후의 재고량의 잔존가치를 계산할 수 있다.

$$VALUE_{FinalInventory} = VI \cdot (U_{initial} - \sum_{h \in H} u_h) \quad (30)$$

따라서 최종 목적함수 $Profit = Revenue - (COST_{FUEL} + COST_{O\&M}) + VALUE_{FinalInventory}$ 는 식 (31)과 같이 표현된다.

$$Profit = \sum_{i \in U} \sum_{h \in H} (SMP_h + CP_h) \cdot x_{ih} - \sum_{i \in H} FC \cdot U_h - v + VI \cdot (U_{initial} - \sum_{h \in H} u_h) \quad (31)$$

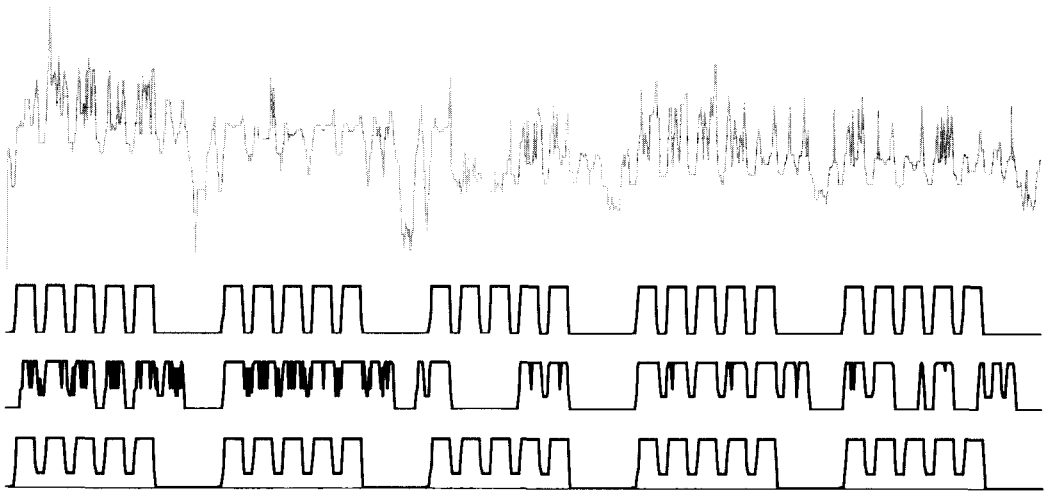
이상과 같이 주어진 문제의 비선형 제약식과 목적함수가 선형 제약식으로 모형화되었다. 전체 Formulation은 Appendix A를 참고하기 바란다. 본 연구에서는 제안된 MIP Formulation에 대해 상용 MIP Solver를 통하여 해를 도출하였다. 이 방식은 앞에서 기 설명된 바와 같이 구현시간이 짧고 다양한 제약식들을 손쉽게 추가할 수 있는 장점이 있다. 또한 최근 MIP Solver의 눈부신 발전으로 적정한 규모의 문제에 대해 좋은 해를 빠른 시간안에 찾을 수 있는 장점이 있다.

4. Computational Experiments

제안된 모델의 유효성을 검증하기 위하여 본 절에서는 국내 전력회사의 실제 데이터를 바탕으로 MIP 모델의 Efficiency와 Effectiveness를 살펴보고자 한다. 제안된 MIP 모델은 512MB의 메모리와 Pentium CoreDuo processor를 가진 IBM PC에서 xpressMP Ver 10.0 상용 MIP Solver를 통하여 구현되었다. xpressMP는 MOSEL Language를 통하여 MIP 모델을 손쉽게 구현할 수 있도록 설계되어 있으며 제안된 모델은 약 1주 이내의 기간에 Implementation될 수 있었다.

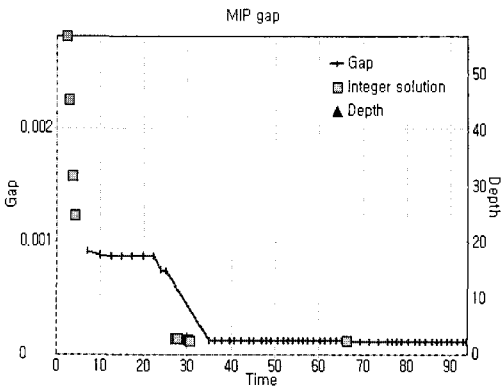
본 실험에서 고려되는 국내 전력회사는 N개의 발전기를 보유중이며 본 연구에서는 그 중 하나의 발전기에 대하여 연료계약 및 발전기 유지보수 비용을 고려한 발전기 기동정지계획을 수립하였다. 계획 수립 기간은 5주로서, LNG 연료도입기간을 고려하여 결정되었다. 대상 기간동안의 전력가격은 <그림 4>에 표시되어 있다. 본 연구에서 사용된 전력가격은 KPX(한국전력거래소) 홈페이지를 통하여 구할 수 있다.

현재 전력회사 A는 1-Start, 5-Start라는 발전패턴을 정의하여 사용중이다. K-Start의 의미는 1주일간 발전기를 On/Off한 회수로서 5-Start의 의미는 월-금 매일 1회 발전기 기동을 중지하고 주말(토요일, 일요일)에는 발전을 정지하는 형태이다. 최적화 모델의 부제로 현재 고려되는 모델은 1-Start와 5-Start의 2가지로 한정되어 있다. 1-Start는 월요일에 가동을 시작하여 토요일 새벽까지 발전기를 기동하고 토요일 새벽에 발전기를 정지하는 패턴이다. 두 패턴 모두 전력가격이 낮은 심야 시간에는 발전기 출력을 최소 출력으로 조절한다. 현재 주간 발전계획 수립은 5주 정도의 기간에 대한 연료사용량 및 유지보수 비용을 고려하여 각 주별로 1-Start 혹은 5-Start에서 최적의 패턴을 결정하는 형태로 구성되어 있다. 하지만, 실제 전력가격을 살펴볼 경우 가격이 높은 주간시간대에도 점심시간과 같은 특정시간대에 가격이 급락하는 형태를 보여주고 있다. 따라서 1-Start 및 5-Start라 할지라도 각 시간대별 출력을 세밀히 조절할 필요가 있으나 이에 대한 대책이 없는 상황이다. 제안된 MIP 모델을 본 계획 수립에 활용한 결과 제안된 발전기 기동정지계획은 <그림 4>의 가운데 발전패턴과 같다. 1-Start 및 5-Start와 같이 주말엔 가동을 정지하고 Peak Time Zone에서 발전을 최대로 가져가는 형태를 띄기는 하나 가격이 높은 시간대와 낮은 시간대에 맞추어 발전기의 출력이 상당히 많이 조절되는 모습을 보여주고 있다. 5주를 1-Start 및 5-Start로 가동한 경우와 비교하



<그림 4> 2005년 전력가격 및 다양한 발전패턴. 전력가격은 2005년 2월 14일부터 5주간의 실제 SMP(한국 전력거래소 공시). 상단은 5-Start, 하단은 1-Start, 가운데 패턴은 MIP 기반 알고리즘에 의해 구해진 최적 패턴

여 Profit은 30% 이상 증가하였다. 최적해를 구하기 위하여 소요된 Solution Time은 67초였으며 Duality Gap 0.1%에서 Solution Search를 중단하도록 Parameter를 설정하였다.



<그림 5> MIP Duality Gap

제한된 MIP Model의 Convergence Behavior를 살펴보기 위하여 <그림 5>와 같이 MIP Duality Gap을 시간대별로 Plotting하였다. MIP Solver는 빠른 시간 안에 가능해를 도출하고 70초 이내에 0.1% 수준의 Near-Optimal Solution을 도출하였다.

5. Conclusion

본 연구에서는 비선형 연료 제약 및 유지보수 비용을 고려한 발전기 기동정지계획에 대한 Mixed Integer Programming 기반 해법을 제시하였다. Piecewise Linear Approximation 및 Integer Variable의 도입을 통하여 Mixed Integer Linear Programming Formulation을 제안하였다. 과거에는 간단한 우선순위에 기반한 해법이나 비선형 제약식 및 목적식 해결을 위하여 라그랑주 완화법에 기반한 휴리스틱들이 제안되었으나 본 연구를 통하여 이러한 복잡한 비선형 제약식 및 목적식이 선형화 가능성이 증명되었고, 실제 국내 전력회사에 적용되어 큰 효과가 있음을 알 수 있었다. MIP 기반 해법의 가장 큰 특징인 손쉬운 Implementation과 확장성 역시 큰 장점이 규명되었다. 하지만, 문제의 사이즈가 증가할수록 MIP solution time이 급속히 증가하는 단점이 있었다. 또한 연간 계획 수립과 같은 대규모 계획 수립 시에는 MIP formulation 기반 해법의 유효성이 반감되는 문제가 있었다. 따라서 추후 연구분야로는 연간 발전 계획 수립, 연간 연료 도입 계획 수립 등과 같은 장기

계획, 고려되는 발전기 개수가 많은 경우 등에 대비한 보다 효율적인 해법의 개발이 필요할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Arroyo J.M. and A.J. Conejo, "Optimal Response of a Thermal Unit to an Electricity Spot Market," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.15, No.3(2000), pp.1098-1104.
- [2] Arroyo, J.M. and A.J. Conejo, "Optimal Response of a Power Generator to Energy, AGC, and Reserve Pool-Based Markets," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, No.2(2002), pp.404-410.
- [3] Dang, C. and M. Li, "A floating-point genetic algorithm for solving the unit commitment problem," *European Journal of Operational Research*, In Press, 2006.
- [4] Garcia-Gonzalez, J., E. Parrilla, and A. Mateo, "Risk-averse profit-based optimal scheduling of a hydro-chain in the day-ahead electricity market," *European Journal of Operational Research*, In Press, 2006.
- [5] Hong, J.S. et al., "A Study on Predicting Generator Composition Ratio after Electricity Industry Restructuring," *IE Interfaces*, Vol.17, No.3(2004), pp.269-281
- [6] Kim, S.H., "Application of Management Science in Electricity Industry," *Applications of Management Science*, Vol.1(1984), pp.17-25.
- [7] Ko, Y.J. et al., "Generator Maintenance Scheduling for Bidding Strategies in Competitive Electricity Market," *Journal of The Korea Society of Energy Engineering*, Vol.11, No.1(2002), pp.59-66.
- [8] Padhy, N.P., "Unit Commitment - A Bibliographical Survey," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.19, No.2(2004), pp.1196-1205.
- [9] Park, C.H., "A Study on Fuel Distribution for Generator's Efficiency and Cost Saving," *Joint Conference of KIIE/KORMS Spring 2002*, 2002.
- [10] Park, J.H. and Y.S. Baek, "Development of application for unit commitment using the database," *Journal of The Korea Society of Energy Engineering* Vol.12, No.4(2003), pp.274-280.
- [11] Takriti, S. and J.R. Birge, "Using Integer Programming to Refine Lagrangian-Based Unit Commitment Solutions," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.15, No.1 (2000), pp.151-156.
- [12] Torre, S. et al., "Price Maker Self-Scheduling in a Pool-based Electricity Market : A Mixed Integer LP Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.17, No.4 (2002), pp.1037-1042.
- [13] Yamin, H.Y., "Review on methods of generation scheduling in electronic power systems," *Electric Power Systems Research*, Vol.69(2004), pp.227-248.
- [14] Yang, M.H. and S.G. RIM, "Short-term Forecasting of Monthly Maximum Electricity Load based on Winters Multiplicative Seasonal Model," *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, Vol. 28, No.1(2002), pp.63-75.

〈Appendix A〉 Full Formulation

$$\text{Maximize } \sum_{i \in U} \sum_{h \in H} (SMP_h + CP_h) \cdot x_{ih} - \sum_{i \in H} FC \cdot u_h - v + VI \cdot (U_{initial} - \sum_{h \in H} u_h)$$

Subject to

$$PW_i^{min} y_{ih} \leq x_{ih} \leq PW_i^{max} y_{ih}, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (1)$$

$$x_{i,h} - x_{i,h-1} \leq RU_i \cdot (q - z_{ih}) + SU_i \cdot z_{ih}, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (2)$$

$$x_{i,h-1} - x_{i,h} \leq RD_i \cdot (1 - w_{ih}) + SD_i \cdot w_{ih}, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (3)$$

$$z_{ih} \leq y_{i,h}, z_i \leq y_{i,h+1}, \dots, z_{ih} \leq y_{i,h+UT_i^{min}}, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (4)$$

$$y_{i,h} \leq (q - w_{ih}), y_{i,h+1} \leq (1 - w_{ih}), \dots, y_{i,h+DT_i^{max}} \leq (1 - w_{ih}), \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (5)$$

$$x_{ih} = \sum_{k \in HC} x_{ih}^{[k]}, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (9)$$

$$x_{ih}^{[k]} \geq PW_i^{[k]} \cdot g_{ih}^{[k]}, x_{ih}^{[k]} \leq PW_i^{[k+1]} \cdot g_{ih}^{[k]}, \quad \forall k \in K \quad (10)$$

$$\sum_{k \in HC} g_{ih}^{[k]} \leq 1 \quad (11)$$

$$u_h = \sum_{i \in CT} \sum_{k \in HC} (a_i^{[k]} + b_i^{[k]} \cdot x_{ih}^{[k]}), \quad \forall h \in H \quad (12)$$

$$U_{min} \leq \sum_{h \in H} u_h \leq U_{max} \quad (14)$$

$$z_{i,h} - w_{i,h} = y_{i,h} - y_{i,h-1}, \quad \forall h \in H \quad (16)$$

$$z_{ih} + w_{ih} \leq 1, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (17)$$

$$v \geq c^{[n]} + d^{[n]} \cdot v_i, \quad \forall n \in N \quad (18)$$

$$\sum_{h \in H} y_{ih} = \sum_{h \in H} g_{ih} \quad (21)$$

$$q_h \leq v_i, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (23)$$

$$q_h \leq M \cdot z_{ih}, \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (24)$$

$$q_h \geq v_i + M \cdot (z_{ih} - 1), \quad \forall i \in U, \forall h \in H \quad (25)$$

$$x_{ih}, u_h, v_i, v, q_h \in R^+, y_{ih}, z_{ih}, w_{ih}, g_{ih}^{[k]}, x_{ih}^{[k]} \in B$$