

Volume Fraction 기법에 의한 자유표면과 형상 연구

곽 승 현†

(원고접수일 : 2008년 9월 5일, 원고수정일 : 2008년 11월 10일, 심사완료일 : 2008년 11월 12일)

Study on the Shape of Free Surface Waves by the Scheme of Volume Fraction

Seung-Hyun Kwag†

Abstract : To obtain the shape of the free surface more accurately, computations are carried out by a finite volume method using unstructured meshes and an interface capturing method. Free-surface flow, which is very important in the fields of ship and marine engineering, is numerically simulated for flows of both water and air. Control volumes are used with an arbitrary number of faces and allows a local mesh refinement. The integration is of second order, with a midpoint rule integration and linear interpolation. The method is fully implicit and uses quadratic interpolation. The solution method of pressure-correction type solves sequentially equations of momentum, continuity, conservation, and two-equations turbulence model. Comparison are quantitatively made between the computation and experiment in order to confirm the solution method.

Key words : Free surface(자유표면), Volume fraction(체적파편), Navier stokes(나비에스톡스), Interface capturing scheme(접면캡쳐법)

1. 서 론

선박 및 마린엔지니어링 분야에서 자유표면 유동계산은 해양유체에서 해결해야 할 중요한 과제이다. 다수의 연구가 이와 관련하여 성공적으로 수행되어왔다^{[1][2]}. 그러나 선박의 부가물과 같이 형상이 복잡해지면 이와 같은 방법은 사용하기가 어려워지는데 이는 격자생성이 자유표면과 물체형상을 동시에 만족시켜 주어야 하기 때문이다. 이런 과정에서 격자가 자유표면 부근에서 심하게 변형하면 격자재구성이 매번 필요하게 된다. 물체형상이 비

교적 단순할 때는 접면추적법 (interface tracking approach)을 사용하여 물 영역내부만 계산한 후 자유표면 격자를 이에 순응시켜 이동하면 되어왔다. 접면추적법을 사용하는데 또 다른 문제점은 쇄파(breaking), 붕괴(overtuning), 파도씻김(wave splashing) 이다. 필요에 따라서는 물과 공기를 동시에 계산하는 것이 중요한데, 특히 공기가 물로 둘러싸여 부력효과를 고려해야 할 때 특히 어려워진다. 이런 경우에는 접면포착법 (interface capturing method) 을 사용해야 한다. 공기영역을 무시하고 계산하지 않으면 결국

† 교신저자(한라대학교 컴퓨터응용설계학과, E-mail:shkwag@halla.ac.kr, Tel: 033)760-1233)

MAC^[3]과 VOF^[4] 방법이 된다.

최근에 밀도함수법(density function method)과 이중유체모형이 개발 되었다^{[5][7]}. 본 논문에서는 후자의 방법을 수증날개 유동에 적용하였는데 이 방법은 유한체적법에 기초를 두고 다면체 임의 검사체적을 사용한 비구조격자를 사용하였다. 물과 공기를 하나의 유체로 간주하고 변수특성을 다양화 하였다. 유체의 void fraction 수송방정식을 추가로 풀어서 두 유체사이의 접면을 결정할 수 있었다. void fraction에서 convective flux의 이산화는 접면의 예민함(sharpness)를 포착할 수 있다. 본 연구는 NACA 0012에 의해 생성된 점성유동 계산을 집중적으로 검증하였다.

2. 수치시물레이션

기초방정식은 질량, 모우멘텀, volume fraction을 적분형태로 표시하고 임의의 검사체적에 대하여 다음을 적용하였다.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_S \rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_V \rho u_i dV + \int_S \rho u_i (\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} dS \\ = \int_S (\tau_{ij} - p_i) \cdot \mathbf{n} dS + \int_V \rho b_i dV \end{aligned} \tag{2}$$

$$\frac{d}{dt} \int_V c dV + \int_S c(\mathbf{v} - \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \tag{3}$$

여기서 ρ 는 유체밀도, V 는 폐곡면 S 로 둘러싸인 검사체적, \mathbf{v} 는 직교좌표계 u_i 로 표시되는 유체의 속도벡터이다. \mathbf{v}_b 는 검사면 속도, t 는 시간, p 는 압력, c 는 유체의 void fraction, b_i 는 물체의 외력, \mathbf{n} 은 S 의 수직단위벡터, τ_{ij} 는 점성응력텐서, μ 는 유체의 점성계수, 그리고 뉴턴의 비압축성 유체를 가정하여 다음을 얻었다.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{4}$$

검사체적이 움직이면 *space conservation law* (SCL)이 만족되고 검사체적의 변화율과 물체표면 속도는 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \int_V dV - \int_S \mathbf{v}_b \cdot \mathbf{n} dS = 0 \tag{5}$$

이 방정식들은 각각의 검사체적에 적용되고 이산화 과정을 수행한다. 방정식을 푸는 데는 second order, 선형내삽, 중심차분, 중간점 적분이 시간과 공간에 적용된다. 완전한 implicit로 공간적분을 시간에 따라 매 시각 수행한다. 시간미분의 어림은 선형 또는 quadratic backward 기법을 적용하였다^{[6][7]}.

$$\rho = \rho_1 c + \rho_2(1 - c), \mu = \mu_1 c + \mu_2(1 - c) \tag{6}$$

여기서 1과 2는 물과 공기를 나타내고 한쪽의 검사체적은 부분적으로 다른 쪽의 유체로 채워지며 결국 $0 \leq c \leq 1$ 이고 유체의 경계에는 압력과 속도가 같다고 가정한다. 또한 자유표면은 경계가 아니고 또 자유표면에 경계조건이 필요하지도 않는다. 이 수치기법에서 중요한 것은 convective항의 이산화인데 $0 \leq c \leq 1$ 이므로 overshoot 또는 undershoot은 발생하지 않고 접면을 sharp하게 만들어 낼 수 있다. 계산할 수 있는 영역을 부분이 아닌 전체로 할 수 있으며 초기에 c 를 이산화하면 유체의 초기위치 및 자유표면의 형상을 정의할 수 있다. (3)식은 convective flux와 conservation 방정식의 비정상항만을 포함하는데 boundedness criterion을 무조건 만족하는 것은 first order upwind 기법이다. 그러나 이것은 과도한 수치 diffusion 때문에 사용하기가 어렵고 또한 두 유체가 넓은 영역에서 심하게 엉켜서 혼합되면 접면 추적이 무더지게(smear) 된다.

고차의 어떤 방법도 불연속 부근에서 overshoot 및 undershoot 할 수 있으며 이럴 경우에는 TVD (total variation capturing) 및 ENO (essentially non-oscillating) 에 의존하였다. 일반적으로 자유표면 유동에서 접면 포착은 몇 가지 특성이 있는데 그것은 검사체적으로부터 나오는 convective flux가 donor cell에서 나오는 유체보다 많은 양을 수송해서는 안 된다는 것이다. cell-face에서 c 값을 계산할 동안 국소의 Courant수를 고려해야 한다. overshoot 또는 undershoot 없이 접면의 sharpness를 얻기 위

해서는 cell-face의 값을 NVD(normalized variable diagram) 내에 있게 해야 한다^[8]. 국소 변수인 c 의 값은

$$\tilde{c}(\boldsymbol{r}) = \frac{c(\boldsymbol{r}) - c_U}{c_D - c_U} \quad (7)$$

여기서 첨자 'U' 와 'D' 는 cell-center C의 상류 및 하류를 의미하고 s 는 위치벡터이다. HRIC (high resolution interface capturing)는 상류와 하류의 선형조합이다. HRIC는 국소 Courant 수와 자유표면과 cell면의 각도에 의해 수정된다. 높은 Courant 수에서 불안정성을 제거 하기 위한 것이고 θ 는 접면에서의 수직과 cell면에서의 수직 사이의 각도이고 c 는 cell 면에서의 값에 의존한다.

3. 수치시물레이션

해의 적합성(suitability)을 검증하기 위하여 수치계산을 수행하였다. 본 계산의 목표는 접면포착법이 심한붕괴(overturning) 및 공기유입시에 자유표면의 생성과정을 검토하는 것이다. 계산에 사용한 모형은 수중날개, 양각 10°, 모형은 NACA 0012, Froude수 0.567, Reynolds수는 층류 10^3 , 난류 1.924×10^6 , 난류모형 $k-\epsilon$ RNG 모형, cell수 15,400, 시간증분 0.0005, 참고압력 10^5 Pa, y^+ 최소 4, 최대 480 이다. 계산에서 얻은 전체항력은 28.20N, 전체양력은 212.20N 이다. 층류와 난류에서의 조건은 다음과 같다. 선형대수 방정식은 Cholesky 결계구배, 구배계산은 최소 square fit, 자유표면은 front capturing 모형, 표면장력계수는 8.2×10^{-2} N/m, 완화계수는 질량은 0.2, 모우멘텀과 난류에는 0.7을, 반복계산은 질량은 450, 모우멘텀과 난류에는 60을 사용하였다.

Fig. 1은 계산을 위한 격자구성을 보여준다. 비구조격자이며 10° 양각을 부여했고, 앞날부분을 확대해서 보여주고 있다. Fig. 2는 공기와 물을 모두 포함해서 계산한 결과인데, 층류에서 자유표면을 포함한 유동의 압력분포를 보여준다. 이것은 공기가 물에 trap되었을 때 또는 높은 속도의 공기흐

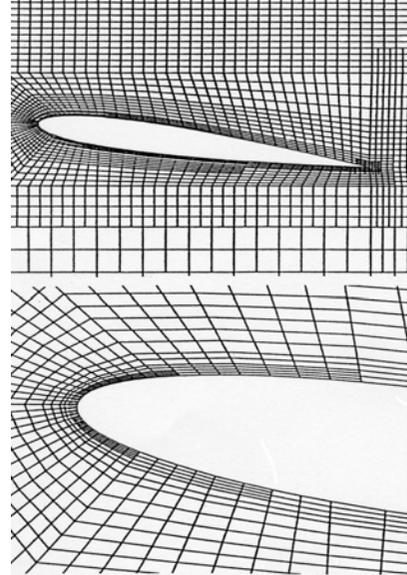


Fig. 1 Unstructured mesh generation

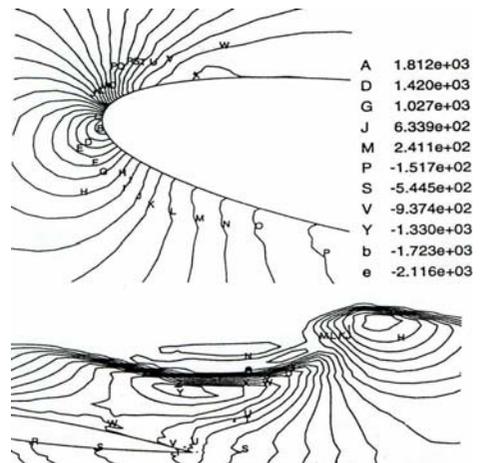


Fig. 2 Pressure contour (laminar)

름이 있을 때 매우 효율이 높은 수치기법이다. 격자가 자유표면의 형상과 함께할 필요가 없기 때문에 격자적응 문제를 피할 수 있다. Fig. 3은 물과 공기의 속도벡터를 보여주고 있다. Fig. 4는 표면장력을 포함한 자유표면의 volume fraction을 보여주는데 접면포착법을 이용한 결과로 breaking 및 overturning의 포착이 가능하였다. $t=2.5$ 에서 $t=3.0$ 까지의 volume fraction인데 접면포착법의 우위를 알 수 있다. Fig. 5는 난류유동의 결

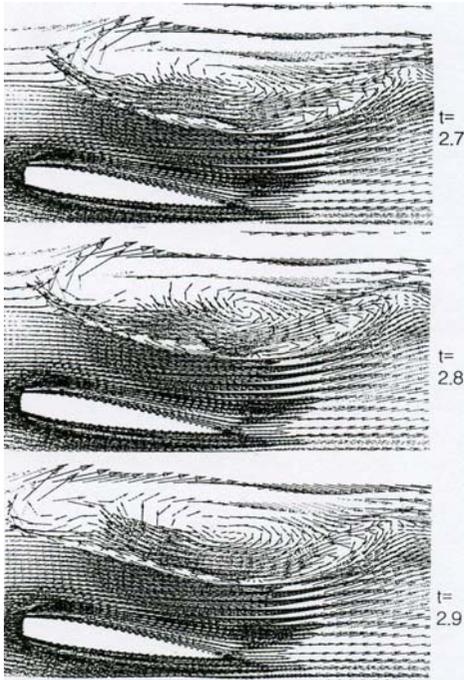


Fig. 3 Velocity vectors (laminar)

과로 물체와 자유표면 근처에서의 압력등고선과 앞 날 부근의 속도 크기 및 방향을 보여준다. 수치해석에서는 모우멘텀과 압력수정방정식의 반복계산이 영역 내에서 수행되었으며 와점성계수의 값은 바로 전 단계의 $k-\epsilon$ 값을 사용하였다. 다음 단계로 난류운동에너지와 분산방정식의 해를 얻었다. Fig. 6은 난류운동에너지의 속도벡터와 운동에너지를 나타낸다. 난류운동방정식은 고도의 비선형성을 갖기 때문에 반복계산을 수행하기 전에 선형화 작업을 해야 한다. 난류방정식의 반복계산이 끝난 후에는 와점성을 다시 계산하고 영역 내에서 계산을 새롭게 수행한다. 운동에너지 계산에는 $k-\epsilon$ RNG 모형을 사용하였다. Fig. 7은 난류운동에너지의 자유표면 형상을 나타내는 volume fraction이다. $t=0.8$ 에서 $t=4.0$ 사이의 자유표면 형상인데 심한 breaking 및 overturning을 잘 포착할 수 있었다. 대부분의 접면추적법에서는 과도한 overturning 운동에서 격자가 꼬임현상을 보이기 때문에 쉽게 발산한다. 계산에는 4가지의 격자가 사용되는데 검사체적의 수는 1212, 4112, 14060, 72250 이고 각 격자에서 이산화 누수를 점검하였

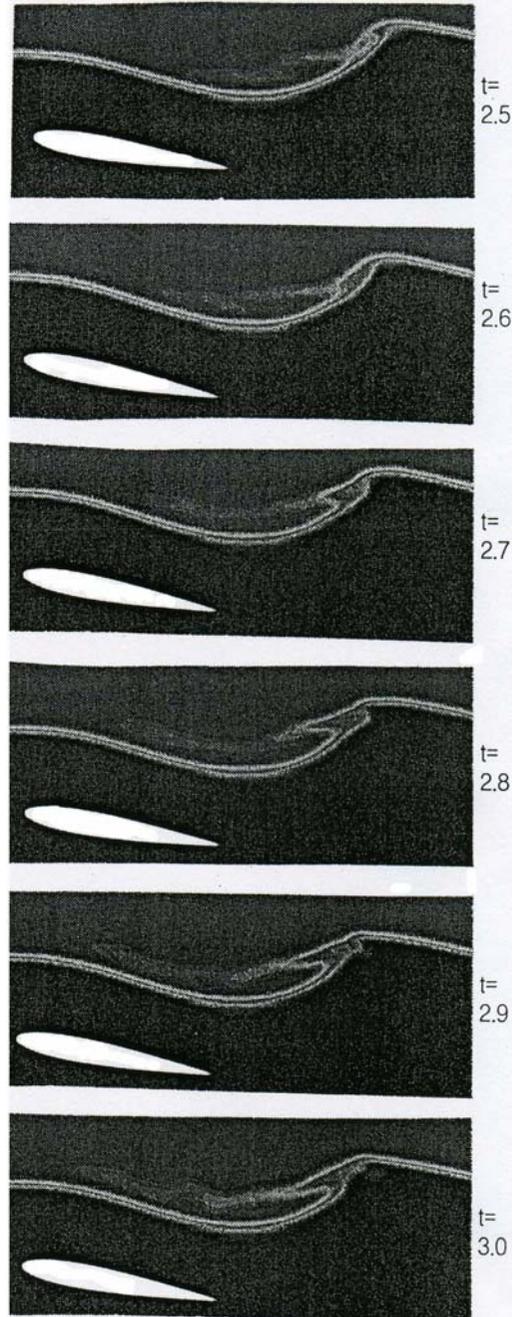


Fig. 4 Volume fraction for free surface (laminar)

다. Fig. 8은 4가지 격자에 대한 수치검증으로 실험값^[9]과의 비교이다. 각 격자들 간의 차이는 격자 수 의존을 통한 수치수렴이며 수치실험은 격자수에 의존함을 보여 주고 있다. 파고는 실험과 수치계

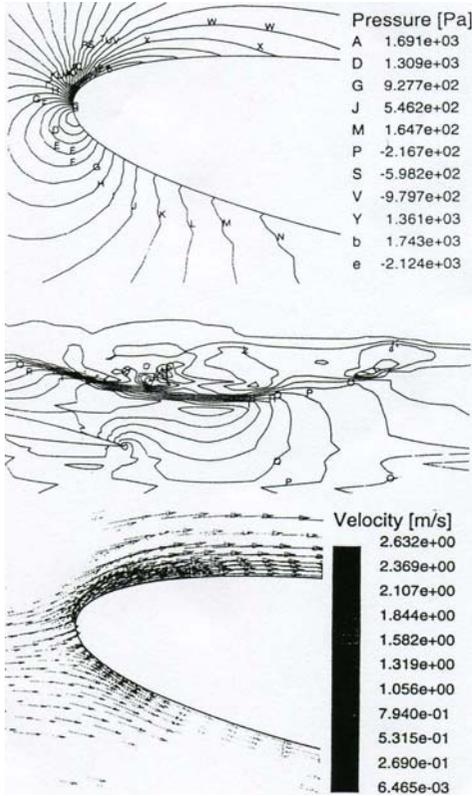


Fig. 5 Pressure near wall & free surface and velocity vectors (turbulent)

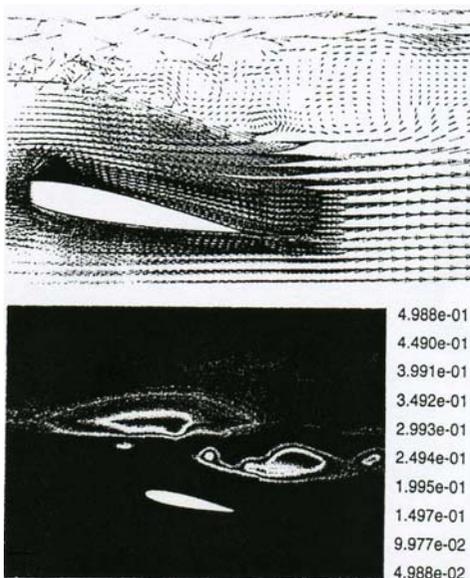


Fig. 6 Velocity vectors and kinetic energy around free surface (turbulent)

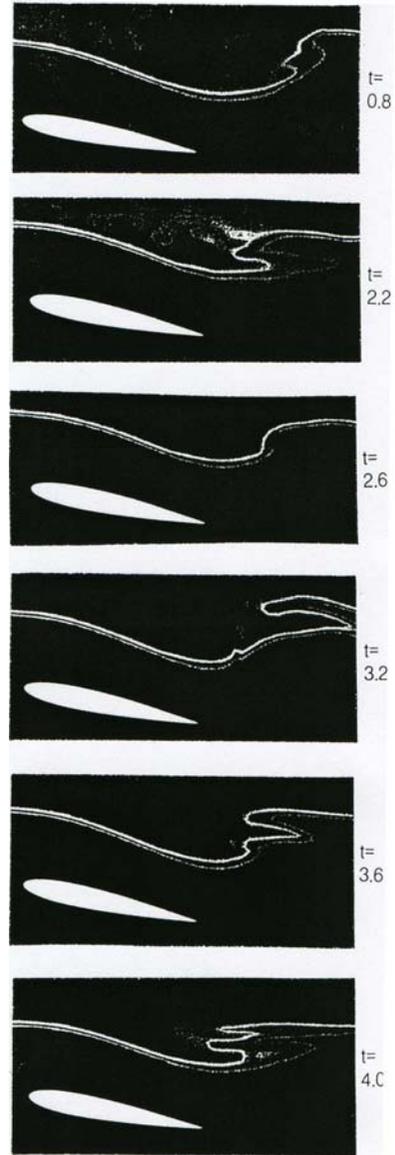


Fig. 7 Volume fraction for free surface (turbulent)

산에서 거의 비슷하게 나오고 있으나 깊이나 파장은 수치계산이 실험값보다 약간 작게 나오고 있다. 이는 다른 저자에 의해 관찰된 바 있다^[1]. 이는 경계조건의 작은 차이가 만들어 낼 수 있다. 사용한 수중날개는 NACA0012, 코드길이는 $l_c = 207\text{mm}$, 최대두께는 25.5 mm, nose에서 62 mm 후방에 위치, 양각 10°, 예인속도 0.8 m/sec, Froude 수 0.568 이다.

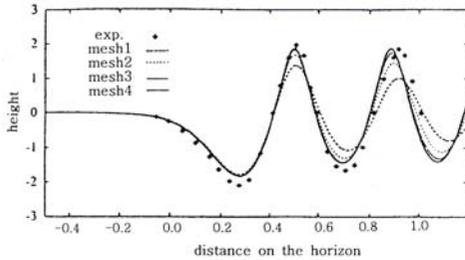


Fig. 8 Comparison between computations and experiment, NACA0012 hydrofoil

4. 결 론

본 연구에서는 자유표면의 형상을 효율적으로 재현하기 위하여 volume fraction을 시뮬레이션 했으며 수중날개의 쇄파에 대하여 수치검증을 수행하였다. 뒷날 주위의 overturning등이 포착되었으며 쇄파영역 내에서 수치도약의 포착이 가능하였다. 접면포착법은 서로 다른 두 유체의 자유표면 해석에 도움을 줄 수 있었다. 실험값과의 정량적인 비교가 가능했고 격자 의존성을 확인하였다.

참고문헌

- [1] J. Farmer, L. Martinelli and A. Jameson, "Fast multigrid method for solving incompressible hydrodynamic problems with free surfaces", AIAA J., Vol. 32, pp. 1175-1182, 1994.
- [2] S. Muzafferija and M. Peric, "Computation of free surface flows using finite volume method and moving grids", Num. Heat Transfer, Part B, Vol 32, pp. 369-384, 1997.
- [3] F. H. Harlow and J. E. Welch, "Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow with free surface", Phys. Fluids, Vol. 8, pp. 2182- 2189, 1965.
- [4] C. W. Hirt and B. D. Nicholls, "Volume of Fluid (VOF) method for Dynamics of free boundaries, J. Comput. Phys., Vol. 39, pp. 201-221, 1994.
- [5] T. Kawamura and H. Miyata, "Simulation of nonlinear ship flows by density function method", J. Soc., Naval Arch., Japan, Vol. 176, pp. 1-10, 1983.
- [6] O. Ubbink, "Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces", Ph. D. Thesis, Univ of London, 1997.
- [7] S. Muzafferija and M. Peric, "Computation of free surface flows using interface-tracking and interface-capturing Methods ", Chap. 3, in O. Mahrenholtz and M. Markiewicz, Nonlinear Water Wave Interaction, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1998.
- [8] B. P. Leonard, "Bounded higher order upwind multi dimensional finite volume convection diffusion algorithms", in W. J. Minkowycz, E. M. Sparrow, Advances in Numerical Heat Transfer, Chap. 1, Taylor and Francis, New York, pp. 1-57. 1997.
- [9] J. H. Duncan, "The breaking and non-breaking wave resistance of a two dimensional hydrofoil, J. Fluid Mech., Vol.126, pp. 507-520, 1983.
- [10] H. Schlichting, "Boundary Layer Theory", Graw-Hill, New York, 1979.

저 자 소 개



곽승현(郭承鉉)

1953년7월4일. 1979년 서울대학교 조선공학과 졸업(공학사). 1985 Univ. of Michigan 조선해양공학 (공학석사), 1991 Hiroshima Univ. 조선해양공학 (공학박사), 1980-1995 현대중공업 근무. 1995-현재 한라대학교 공과대학 컴퓨터응용설계학과 교수