

헬름홀츠 적분 방정식에 기반을 둔 구조물의 음향방사 및 구조/음향 연성 수치해석

Numerical Simulation of Acoustic Radiation and Fluid/Structure Interaction Based on the Helmholtz Integral Equation

최 성 훈*
(Sunghoon Choi*)

*한국철도기술연구원 차세대고속철도사업단

(접수일자: 2008년 7월 24일; 수정일자: 2008년 9월 8일; 채택일자: 2008년 10월 23일)

본 논문에서는 헬름홀츠 적분 방정식에서 유도된 식을 이용하여 구조물의 표면 압력을 구조진동 성분에 대한 단순한 적분 형태로 표현하여 음향방사 및 구조/음향 연성 문제를 수치적으로 푸는 방법에 대하여 다룬다. 이 식은 임의의 형상에 대하여 유도된 식으로 Rayleigh 식과 유사한 형태를 갖는다. 이 식을 이용하면 표면 압력을 구조물의 속도에 대한 단순 적분 형태로 나타낼 수 있기 때문에 경계요소법과 같이 연립방정식에 대한 행렬식을 풀 필요가 없다. 또한 헬름홀츠 적분 방정식에 기반을 둔 다른 방법 들이 가지는 해의 유일성 문제도 갖지 않는 장점이 있다. 본 논문에서는 구형 셀에 대하여 수치해와 정해를 비교하여 제안한 방법의 타당성을 검증하였다.

핵심용어: 음향방사, 구조/음향 연성, 헬름홀츠 적분식, 경계요소법

투고분야: 구조음향 및 진동 분야 (11.1)

An alternative formulation of the Helmholtz integral equation derived to express the pressure field explicitly in terms of the velocity vector of a radiating surface is used to solve acoustic radiation and fluid/structure interaction problems. This formulation, derived for arbitrary sources, is similar in form to the Rayleigh's formula for planar sources. Because the surface pressure field is expressed explicitly as a surface integral of the surface velocity, which can be implemented numerically using standard Gaussian quadratures, there is no need to use BEM to solve a set of simultaneous equations for the surface pressure at the discretized nodes. Furthermore the non-uniqueness problem inherent in methods based on Helmholtz integral equation is avoided. Validation of this formulation is demonstrated for some simple geometries.

Keywords: Acoustic radiation, fluid/structure interaction, Helmholtz integral equation, boundary element method

ASK subject classification: Structural Acoustics and Vibration (1,2)

I. 서론

헬름홀츠 적분식 (Helmholtz Integral Equation)은 파동방정식의 경계치 문제의 해를 적분 방정식 형태로 나타낸 것으로 구조물에서의 음향 방사나 산란 문제를 다루는데 널리 사용되는데, 미분 방정식을 적분 방정식으로 변환함으로써 문제를 푸는 영역의 차수를 한 단계 줄일 수 있게 된다 [1]. 즉, 3차원 공간상에서 임의의 형상을

가지는 구조물에서의 방사 또는 산란 음장을 구조물의 표면에서의 압력과 법선 방향의 입자 속도 및 그린함수 (Green's function) 등을 포함한 2차원 공간상의 적분 형태로 다음과 같이 나타낸다:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\frac{\partial G(\mathbf{x}|\boldsymbol{\xi})}{\partial n_\xi} p(\boldsymbol{\xi}) - G(\mathbf{x}|\boldsymbol{\xi}) \frac{\partial p(\boldsymbol{\xi})}{\partial n_\xi} \right] dS_\xi, \quad (1)$$

이 식은 $e^{-i\omega t}$ 의 조화 운동을 가정한 것이며 G 와 $\partial G/\partial n_\xi$ 는 자유음장에서의 그린함수와 이것의 법선방향의 미분으로 다음과 같이 주어진다.

$$G(\mathbf{x}|\boldsymbol{\xi}) = \frac{e^{ikR}}{R}, \quad \frac{\partial G(\mathbf{x}|\boldsymbol{\xi})}{\partial n_\xi} = (ikR-1) \frac{e^{ikR}}{R^2} \frac{\partial R}{\partial n_\xi}. \quad (2)$$

여기에서 n_ξ 는 구조물의 표면 S 에서의 법선 방향을 나타내며 $R = |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|$ 이다. 두 점 \mathbf{x} 와 $\boldsymbol{\xi}$ 는 각각 음장 내와 구조물 표면 위의 점을 나타낸다. 또한 $k = \omega/c$ 는 파수(wavenumber)이고 c 는 유체 내에서의 음속이다.

헬름홀츠 적분식에서 우변에 있는 압력의 미분치는 오일러식(Euler equation)에 의해 구조물 표면에서의 법선 방향 속도 $v_n(\boldsymbol{\xi})$ 로 나타낼 수 있다. 따라서 식 (1)에서 알 수 있듯이 방사음장의 해를 얻기 위해서는 구조물 표면에서의 압력과 법선방향의 속도 성분을 모두 알아야 한다. 표면 압력을 구하기 위해서 식 (1)에서 \mathbf{x} 를 구조물 위의 점인 $\boldsymbol{\zeta}$ 에 접근시키면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$p(\boldsymbol{\zeta}) = \frac{1}{2\pi} \iint_S \left[\frac{\partial G(\boldsymbol{\zeta}|\boldsymbol{\xi})}{\partial n_\xi} p(\boldsymbol{\xi}) - i\omega\rho_0 v_n(\boldsymbol{\xi}) G(\boldsymbol{\zeta}|\boldsymbol{\xi}) \right] dS_\xi. \quad (3)$$

여기서 ρ_0 는 유체의 밀도이다. 구조물의 변위가 주어진 경우 식 (3)은 표면 압력에 대한 적분방정식의 형태가 된다. 이 적분방정식은 미분방정식 형태의 음향 방사 문제와 마찬가지로 몇 가지 특수한 형태의 구조물(구, 무한길이의 평판 또는 원통형 셸 등)에 대해서만 해석해를 구할 수 있고 일반적인 형태의 구조물에 대해서는 수치해석 방법을 적용해야 한다. 해석해가 존재하는 경우에는 그 린함수가 Neumann 경계조건, 즉 $\partial G/\partial n_\xi = 0$ 를 만족하게 되어 식 (1)과 (3)에서 압력은 속도에 대한 단순한 적분으로 구할 수 있게 된다 [1].

이와 같은 적분방정식의 해를 구하는 가장 보편적인 방법 중의 하나로 경계요소법이 있다. 경계요소법은 구조물의 표면을 적절한 크기의 요소로 세분화 한 후 식 (3)의 적분을 각 요소에서 적분의 합으로 근사하는 방법이라고 할 수 있는데, 요소의 절점에서의 음압과 법선방향의 속도에 대하여 다음과 같은 행렬식을 얻게 된다.

$$[D]_S \{p\}_S = [M]_S \{v\}_S \quad (4)$$

여기서 $\{p\}_S$ 와 $\{v\}_S$ 는 각각 표면 압력과 접선방향의 속도벡터이며 $[M]_S$ 와 $[D]_S$ 는 각각 단극(monopole) 행렬과 쌍극(dipole) 행렬이다 [2]. 주어진 속도 분포에 대한 음장을 구하기 위해서는 식 (4)로부터 표면 압력을 구하고 이 결과를 식 (3)에 대입하여 임의의 위치에서의 음압을 구하게 된다.

경계요소법은 적분방정식에서 출발하기 때문에 미분방정식으로부터 얻어진 유한요소법(Finite element method)과 비교하면 몇 가지 장점과 단점이 있다. 우선 3차원 공간 전체를 모델링하는 대신 경계만을 모델링하기 때문에 모델링이 용이하고 변수의 수가 적다는 장점이 있다. 따라서 이 방법은 무한 공간에서의 음향 방사나 산란문제 등에 많이 쓰인다. 반면 경계요소법에서 사용되는 행렬(식 (4)의 $[M]_S$ 와 $[D]_S$)은 유한요소법의 행렬들과는 달리 확장 형태가 되어 요소수가 많은 경우에는 행렬식의 해를 구하는데 아주 많은 시간이 필요하게 된다. 경계요소법의 또 다른 단점으로는 외부음장 문제의 경우 해가 유일하지 않는 주파수가 존재 한다는 것이다 [3]. 이 주파수는 같은 경계 조건을 가지는 내부음장 문제의 고유치(eigenvalue)에 해당하는 주파수로 헬름홀츠 적분식으로부터 전개된 해석 방법은 모두 동일한 문제를 가진다. 이때는 행렬식에 0의 압력 값을 가지는 공간 내부의 점들을 임의로 추가하여 풀거나 헬름홀츠 적분식과 함께 이 식의 미분형태를 함께 이용하여 문제를 해결할 수 있다 [3][4].

본 논문에서는 헬름홀츠 적분식에서 출발한 새로운 형태의 적분식을 이용하여 수치해를 구한다. 이 방법은 Wu [5] 등에 의해 제안되었는데 그들은 LDV를 이용하여 구조물의 속도 분포 측정된 다음 이 식을 방사음장을 예측하는데 이용하였다. 이 식은 경계요소법과는 달리 행렬식을 풀 필요가 없고 직접적인 적분만으로 해를 구할 수 있기 때문에 수치해석 시 효율적이며, 경계요소법 등이 가지는 해가 유일하지 않은 주파수에서의 문제도 피할 수 있다는 장점이 있다. 이 방법은 지금까지 구조물의 음향 방사 문제, 즉 표면 속도가 주어진 구조물에 의한 방사음장 계산에 사용되었지만 아직까지 음향/진동 연성 문제에는 적용된 사례는 없었다. 따라서 본 논문에서는 이 방법을 축의 회전 방향으로 대칭인 구조물의 음향 방사 문제와 함께 음향/진동 연성문제에 대하여 적용하였다. 먼저 II장에서는 헬름홀츠 적분식으로부터 유도되는 표면 압력과 구조물의 속도에 대한 관계식을 소개하였다. III장에서는 이 식으로부터 축 대칭(axially symmetric) 구조물에 대한 간략한 관계식을 유도하였고, 음향 방사 문제에서의 적용 예로 요동하는 구의 표면 압력을 구하여 이 방법의 정확성을 검증하였다. IV장에서는 음향/진동 연성 문제에 대한 식을 유도하고 유체 내에 위치한 구형 셸이 외력에 의해 가진될 때의 표면 압력과 속도를 구하여 해석해와 비교하였다. 이 때 구조물의 진동을 기저함수(basis function)를 이용하여 표현함으로써 모달좌표계(modal coordinates)에서 해를 구할 수 있는 장점이 있다.

II. 수식의 유도

W₀ [5]에 의해 제안된 식은 경계요소법과 마찬가지로 헬름홀츠 적분식에서 출발하지만 식 (3)에서처럼 표면 압력에 대한 식이 적분방정식이 되어 행렬식을 풀어야하는 형태가 아니라 표면에서의 법선 및 접선 방향의 속도 성분에 대한 적분만으로 압력을 구할 수 있다.

음장내의 압력과 입자속도는 다음과 같은 오일러 방정식 (Euler equation)을 만족한다.

$$\nabla p(\mathbf{x}) = i\omega\rho_0\mathbf{v}(\mathbf{x}). \quad (5)$$

이 식의 양 변을 공간상의 두 점 \mathbf{x}_A 와 \mathbf{x}_B 를 잇는 임의의 궤적 ℓ 을 따라 적분하면 다음과 같다.

$$\int_{\ell} \nabla p(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e} dl = \int_{\ell} dp(\mathbf{x}) = i\omega\rho_0 \int_{\ell} \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e} dl. \quad (6)$$

식 (6)에서 $dp(\mathbf{x})$ 에 대한 적분은 궤적과는 무관하고 양 끝점에 의해서만 결정된다. 따라서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$p(\mathbf{x}_B) = p(\mathbf{x}_A) + i\omega\rho_0 \int_{\ell} \mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{e} dl. \quad (7)$$

이 식은 임의의 위치에서의 음압을 다른 기준위치에서의 음압과 두 점을 잇는 선상에서의 입자속도에 대한 선적분의 합으로 나타낼 수 있다는 의미이다. 이제 두 점과 궤적 ℓ 이 모두 구조물의 표면에 있다고 가정하자. 표면에서의 속도 $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ 를 법선 방향과 접선 방향으로 나누어 각각 $v_n(\mathbf{x})$ 과 $v_t(\mathbf{x})$ 로 나타낸다. 그러면 적분 궤적 ℓ 은 항상 법선 방향과 수직이므로 $v_n(\mathbf{x})$ 에 대한 적분은 0이 된다. 표면 위의 두 점을 각각 ξ 와 ζ 라고 하면 식 (7)은 다음과 같이 된다.

$$p(\xi) = p(\zeta) + i\omega\rho_0 \int_{\zeta \rightarrow \xi} v_t(\mathbf{x}) d\eta. \quad (8)$$

이 식에서 η 는 구조물 표면에서 접선 방향으로의 궤적의 증분을 나타낸다. 식 (8)을 식 (3)에 대입하면 다음과 같은 표면 압력에 대한 식을 얻는다.

$$p(\zeta) = \Gamma(\zeta) \int_S \left[\frac{\partial G(\zeta\xi)}{\partial n_\xi} V(\xi\xi) - v_n(\xi) G(\zeta\xi) \right] dS(\xi). \quad (9)$$

이 식에서 $\Gamma(\zeta)$ 와 $V(\xi\xi)$ 는 다음과 같다.

$$\Gamma(\zeta) = i\omega\rho_0 \left[2\pi - \int_S \frac{\partial G(\zeta\xi)}{\partial n_\xi} dS(\xi) \right]^{-1}. \quad (10)$$

$$V(\xi\xi) = \int_{\zeta \rightarrow \xi} v_t(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (11)$$

헬름홀츠 적분식과 비교하여 식 (9)를 살펴보면 우변에 표면 압력 항이 없기 때문에, 속도 성분을 알고 있는 경우 단순한 적분만으로도 표면 압력을 구할 수 있음을 알 수 있다. 즉, 진동하는 구조물의 속도 분포를 알고 있으면 식 (9)를 이용하여 임의의 기준점에서의 표면 압력을 구할 수 있고, 다시 식 (8)을 이용하여 다른 위치에서의 표면 압력을 구할 수 있는 것이다. 공간상의 음장을 구하기 위해서는 식 (1)에 표면 압력과 속도분포를 대입하면 된다.

III. 축 대칭 구조의 음향 방사

본 장에서는 앞에서 유도한 식을 구 또는 실린더 등의 축의 회전 방향으로 대칭인 구조물에 대해서 적용한다. 그림 1에서 선으로 표현한 형상을 x 축에 대하여 360° 회전하여 축 대칭 구조물을 얻을 수 있다. 그림 1과 같이 구조물의 표면을 따라 새로운 좌표 s 를 정의하면 외력이 ϕ 에 대하여 변하지 않는 경우에는 구조물의 표면 압력과 속도를 s 에 대한 함수로 쓸 수 있다. 이 좌표계를 사용하면 식 (2)에서 R 과 $\partial R/\partial n_\xi$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R = \sqrt{r(s)^2 + r(s')^2 - 2r(s)r(s')\cos\phi + (z(s) - z(s'))^2}$$

$$\frac{\partial R}{\partial n_\xi} = \left\{ [r(s) - r(s')\cos\phi] \frac{dz(s)}{ds} - [z(s) - z(s')] \frac{dr(s)}{ds} \right\} / R$$

여기서 ϕ 는 s 와 s' 으로 나타낸 두 점의 회전축 방향으로의 각도 차이를 나타낸다. 이 경우 식 (9)는 다음과 같은 식이 된다.

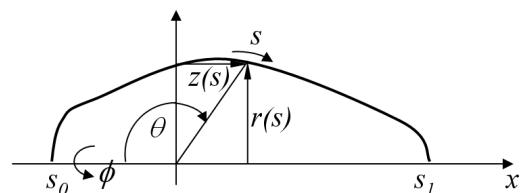


그림 1. 축대칭 구조물과 좌표계

Fig. 1. An axisymmetric body and its coordinates system.

$$p(s') = \Gamma(s') \int_{s_0}^{s_1} r(s) [V(s, s')H_1(s, s') - v_\nu(s)H_2(s, s')] ds, \tag{12}$$

이 식에서

$$\Gamma(s) = i\omega\rho_0 \left[2\pi - \int_{s_0}^{s_1} r(s)H_1(s, s') ds \right]^{-1}, \tag{13}$$

$$V(s, s') = \int_{s'}^s v_\zeta(\chi) d\chi. \tag{14}$$

그리고,

$$H_1(s, s') = \int_0^{2\pi} \frac{\partial G(\zeta, \xi)}{\partial n_\zeta} d\varphi, \tag{15}$$

$$H_2(s, s') = \int_0^{2\pi} G(\zeta, \xi) d\varphi \tag{16}$$

이다.

수식의 적용을 위해 $v_\nu e^{-i\omega t}$ 의 속도로 왕복 운동을 하는 구 표면에서의 압력을 비교하였다. 운동방향으로부터 θ 방향에서의 음압은 다음과 같이 주어진다 [2].

$$p(\theta) = -\frac{i\rho_0 c v_0 k a (1 - k a) \cos \theta}{(2 - (k a)^2 - 2i k a)}. \tag{17}$$

식 (12)를 계산하기 위해 반구의 표면을 9개의 요소로 나누고 각각의 요소에서의 적분은 3차의 Gaussian quadrature를 이용하였다 [6]. 그림 2에 식 (17)과 식 (12)로 구한 $\theta = \pi/6$ 에서의 압력을 비교하였다. 이 그림에서 실선은 정해를 나타내고 점들은 수치해를 나타낸다. 수치해의 결과가 $k a \leq 9$ 범위에서는 정확하다는 것을 알 수 있다. 그 이상의 범위에서는 요소 크기의 문제로 오차가 발생하기 시작하는데 이 때 주파수와 적분하는 점들의 거리를 비교하면 한 파장당 6개 정도 이상의 점을 이용하여 계산해야 한다는 것을 알 수 있다.

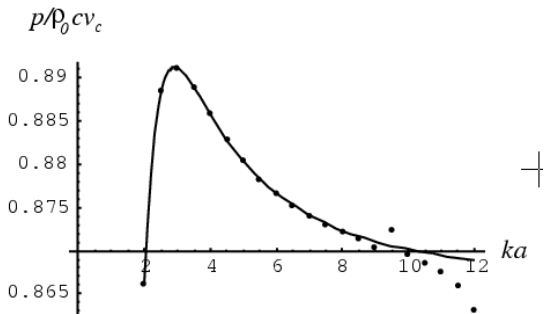


그림 2. 요동하는 구의 $\theta = \pi/6$ 위치에서의 표면 압력: 실선-정해, 점선-수치해
 Fig. 2. Surface pressure of a oscillating sphere at $\theta = \pi/6$: solid line-exact solution, points-numerical solution.

IV. 구조/음향 연성 문제

III장에서는 구조물 표면에서의 속도가 주어져있는 경우에 대한 식을 전개하였다. 여기서는 보다 일반적인 구조/음향 연성 문제, 즉 구조물의 운동과 음장을 모두 구하고자 하는 경우에 대해서 다룬다. 이 경우에는 앞서 구했던 것처럼 표면 압력과 속도와의 관계와 함께 구조물의 운동방정식을 같이 고려하여 해를 구해야 한다.

자유음장 안에 있는 셸 형태 구조물에서 유체와 접하는 부분의 속도 v 에 대한 운동 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L[v] = f_e + p_a. \tag{18}$$

이 식에서 L 은 구조물의 운동을 기술하는 미분 연산자이며, f_e 와 p_a 는 각각 외력과 유체에 의한 작용력을 나타낸다. 앞 장에서와 같이 축의 회전 방향으로 대칭인 경우에 대하여, 식 (18)을 모달 좌표계로 변환하기 위해서 속도 및 유체에 의한 작용력을 다음과 같은 급수 합으로 표현한다.

$$v(s) = \sum_{n=1}^N A_n \psi_n(s), \tag{19}$$

$$p_a(s) = \sum_{m=1}^M B_m \phi_m(s). \tag{20}$$

여기에서 $\psi_n(s)$ 와 $\phi_m(s)$ 는 속도와 압력에 대한 기저함수 (basis function)이다. 구조물의 법선 및 접선 방향으로의 속도는 식 (19)를 각각의 방향 단위벡터인 e_ν 와 e_η 와 내적하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$v_\nu(s) = \sum_{n=1}^N A_n (e_\nu \cdot \psi_n(s)) = \sum_{n=1}^N A_n \psi_n^\nu(s), \tag{21}$$

$$v_\eta(s) = \sum_{n=1}^N A_n (e_\eta \cdot \psi_n(s)) = \sum_{n=1}^N A_n \psi_n^\eta(s). \tag{22}$$

식 (19)와 (20)을 이용하여 식 (18)을 모달 좌표계로 변환하면 다음과 같은 형태의 식을 얻을 수 있다 [7].

$$[Z]\{A_n\} = \{f_n\} + [T]\{B_m\} \tag{23}$$

이 식에서 $[Z]$ 는 $N \times N$ 크기의 모달 임피던스 행렬이고, $\{f_n\}$ 은 $N \times 1$ 크기의 모달 외력 벡터, 그리고 $[T]$ 는 속도와 압력의 기저함수인 $\psi_n(s)$ 와 $\phi_m(s)$ 의 결합

(coupling) 특성을 나타내는 $N \times M$ 행렬로 이 행렬의 성분 Γ_{nm} 은 다음 식으로부터 구한다.

$$\Gamma_{nm} = 2\pi \int_{s_0}^{s_1} \psi_n''(s) \phi_m(s) r(s) ds. \quad (23)$$

식 (23)을 풀기 위해서는 $\{A_n\}$ 와 $\{B_m\}$ 에 대한 또 다른 관계식이 필요하다. 1장에서 설명한 바와 같이 일반적인 구조물에 대하여 이 관계식을 얻기 위해서는 유한요소해석이나 경계요소해석과 같은 수치해석 방법을 이용해야 한다. 이와는 다르게 변분법 (variational principle)을 이용하여 표면 압력과 속도와의 관계를 구하는 방법이 있는데 이 방법은 본 논문과 같이 모달 좌표계에서 적용이 가능하다 [7]. 특히 유체 가진 (fluid loading)이 없는 상태의 자유진동 모드를 기저함수로 이용하여 식 (12)에 대입하면 구조진동 모드와 유체 압력에 대한 모드간의 관계식을 구할 수 있게 된다.

식 (20)~(22)를 식 (12)에 대입하고 $\phi_m(s)$ 의 직교성 (orthogonality)을 이용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\{B_m\} = [Q] \{A_n\}. \quad (24)$$

여기에서 $M \times N$ 행렬의 요소 Q_{mn} 는 다음과 같이 표현된다.

$$[Q_{mn}] = \int_{s_0}^{s_1} \Gamma(s') \times \int_{s_0}^{s_1} r(s) [V(s, s') H_1(s, s') - \psi_n''(s) H_s(s, s')] ds \phi_m(s') ds' \quad (25)$$

이 식을 식 (23)에 대입하면 구조물의 속도에 대한 모달 좌표에서의 해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{A_n\} = ([Z_{nn}] - [\Gamma_{nm}][Q_{mn}])^{-1} \{f_n\}. \quad (26)$$

본 논문에서는 해석해가 있는 구형 셀에 대하여 수치해석에 의한 셀의 진동 및 음압 계산 결과를 검증하였다. 구형 셀의 거동은 Hayek [8]의 논문에 주어진 운동방정식을 사용하였으며 계산을 위해 다음과 같은 값을 사용하였다: $c_s/c = 3.368$, $\rho_s/\rho_0 = 7.669$, $h/a = 0.03$. 여기에 c_s 는 셀에서의 압축파의 위상속도 (phase speed), ρ_s 는 셀의 밀도, h 는 셀의 두께, a 는 셀의 반경이다. 또한 셀의 포아송 비로는 0.3을 사용하였다. 속도에 대한 기저

함수로는 축의 회전 방향으로 대칭인 구형 셀의 경계조건을 고려하여 다음과 같은 사인함수를 사용하였다.

$$\begin{aligned} \psi_n''(\theta) &= \cos((n-1)\theta), \quad n = 1, 2, \dots, N, \\ \psi_n''(\theta) &= \sin(n\theta), \quad n = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (27)$$

이 식에서는 그림 1의 좌표축의 중심이 구형 셀의 중심에 있다고 가정하여 $\theta = s/a$ 를 사용하였다. 식 (20)의 유체 압력에 대한 기저함수로는 다음과 같은 Legendre 다항식 (Legendre polynomial)을 사용하였다.

$$\phi_m(\theta) = P_m(\cos\theta), \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (28)$$

유체 압력에 대한 기저함수도 사인함수와 같은 직교성을 갖는 임의의 함수를 사용할 수 있는데 본 논문에서는 구형 진동체의 음압을 잘 표현할 수 있는 Legendre 다항식을 선택하였다.

그림 3과 4에서는 이상에서 기술한 방법으로 구한 구

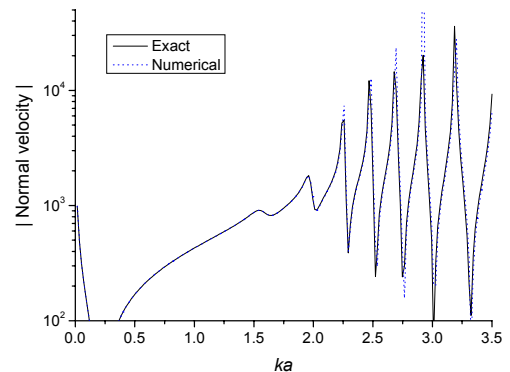


그림 3. 구형 셀 표면에서의 수직 방향 속도 ($\theta = \pi$)
Fig. 3. Magnitude of normal velocity on the surface of a spherical shell at $\theta = \pi$.

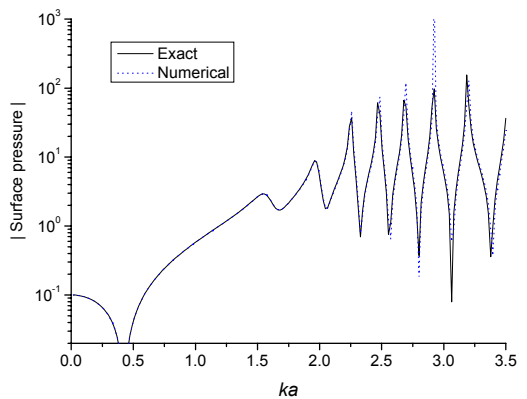


그림 4. 구형 셀 표면에서의 압력 ($\theta = \pi$)
Fig. 4. Magnitude of surface pressure on the surface of a spherical shell at $\theta = \pi$.

형 수치해를 정해와 비교하여 보여주고 있다. $\theta = \pi$ 위치, 즉 구형셀의 회전축 위치에 단위 크기의 외력이 작용한다고 가정하고 외력이 작용한 위치에서의 법선방향 속도와 표면 압력을 계산하였다. 이 계산을 위해서 속도와 압력은 각각 20개의 기저함수를 이용한 급수합으로 표현하였고 식 (25)의 계산을 위해 셀의 표면을 10개의 요소로 나누고 3차의 Gaussian quadrature를 이용하였다. 두 결과에서 모두 수치해가 정해와 거의 일치하는 것을 알 수 있으며 이 결과로부터 셀의 모달 특성을 확인할 수 있다. 구조진동 문제에서는 복소수 값을 가지는 영률을 적용하여 감쇠특성을 고려할 수 있는데 그림 3, 4의 계산에서는 셀의 감쇠를 고려하지는 않았다. 이 때문에 공진 특성이 나타나는 주파수에서는 정해와 계산해가 차이가 나는 것처럼 보이나 이는 이 계산에서는 셀의 응답을 불연속적인 특정 주파수에서 계산해서 비교했기 때문이다. 그림 5와 6에서는 $ka = 2.5$ 에서의 셀 표면의 속도와 압력 분포를 보여주고 있다. 이 주파수에서는 이용한 20개의 기저함수를 이용해서 구한 수치해가 정해와 거의 일치한다는

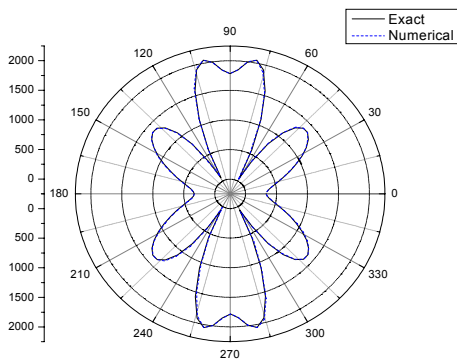


그림 5. 구형 셀 표면에서의 주직방향 속도 분포 ($ka = 2.5$)
 Fig. 5. Magnitude of normal velocity on the surface of a spherical shell at $ka = 2.5$.

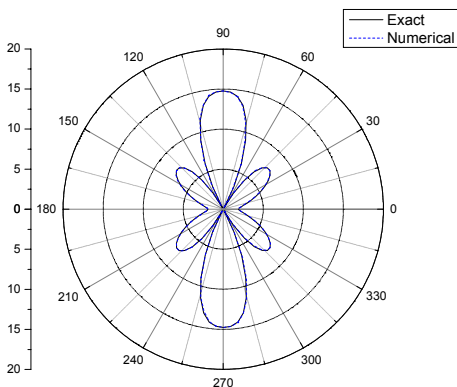


그림 6. 구형 셀 표면에서의 표면압력 분포 ($ka = 2.5$)
 Fig. 6. Magnitude of surface pressure on the surface of a spherical shell at $ka = 2.5$.

것을 확인할 수 있다.

본 장에서 유도한 식들은 축대칭 구조물에 국한된 것이고 외력 또한 축대칭인 경우에 대하여 다루었지만 II장의 식은 임의의 형상을 가지는 구조물에 적용되는 것이기 때문에, 구조물의 진동과 표면 압력을 기저함수를 이용한 급수 합으로 표현하면 임의의 형상을 가지는 구조물에 대한 음향/진동 연성 문제의 해를 구할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 헬름홀츠 적분방정식으로부터 유도된 구조물의 속도와 표면압력 사이의 관계식을 음향 방사 문제뿐만 아니라 음향/진동 연성 문제의 해를 구하는데 이용하였다. 기존의 헬름홀츠 적분식과는 달리 구조물의 속도분포만으로 음장을 계산할 수 있기 때문에 경계요소법과 같은 수치 해석을 할 때 행렬식을 풀지 않아도 되는 장점이 있다. 이 방법은 요소수가 많은 경우 계산 시간을 크게 줄일 수 있으며 경계요소법이 가지는 특정 주파수에서의 해의 유일성 문제도 피할 수 있다. 또한 이 방법은 경계요소법과 같은 수치해석 방법과는 달리 구조물의 진동 모드를 연성해석에 이용할 수 있기 때문에 유체가진 등의 영향에 대하여 보다 물리적인 의미를 가지는 분석을 할 수 있다는 장점이 있다. 즉, 임의 형상의 구조물에 대하여 유체가 없는 경우의 진동모드 (in-vacuo mode)를 구하여 모드변환을 통해 유체가진을 고려할 수 있다. 본 논문에서는 유체 내에 존재하는 축대칭 구조물의 외부 가진 문제에 대한 해를 모달 좌표계에서 유도하였고 구형셀에 대하여 수치해와 정해를 비교하여 검증하였다.

감사의 글

본 논문은 국토해양부의 미래철도기술개발 사업 (08 차세대고속철도 A01)의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. M. C. Junger and D. Feit, *Sound, structures, and their interactions*, (MIT Press, 1986).
2. E. G. Williams, *Fourier acoustics*, Academic Press, 1999.
3. H. A. Schenck, "Improved Integral formulation for acoustic

radiation problems," J. Acoust. Soc. Am., **44**(1), 41–58, 1968.

4. A. J. Burton and G. F. Muller, "The applicaton of the integral equation method to the numerical solution of some exterior boundary value problems," Proc. R. Soc. London, Ser. vol. **A 323**, pp.202–210, 1970.

5. S. F. Wu and Q. Hu, "An alternative formulation for predicting sound radiation from a vibrating object," J. Acoust. Soc. Am. **103**(4), 1763–1774, 1998.

6. W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, William T. Vetterling, Numerical Recipes in FORTRAN 77: The Art of Scientific Computing, Second Edition, Cambridge University Press, 1992.

7. P. Chen and J. H. Ginsberg, "Variational formulation of acoustic radiation from submerged spheroidal shells," J. Acoust. Soc. Am., **94**(1), 221–223, 1993.

8. S. Hayek, "Vibration of a spherical shell in an acoustic medium," J. Acoust. Soc. Am., **40**(2), 342–348, 1966.

저자 약력

● **최 성 훈 (Sunghoon Choi)**

1990년 : KAIST (공학사, 기계공학)

1992년 : Northwestern University (공학석사, Theoretical and applied mechanics)

1995년 : Northwestern University (공학박사, Theoretical and applied mechanics)

1995년~2000년 : 삼성종합기술원 (CSE Lab)

2000년~2002년 : KAIST (연구교수, 기계공학과)

2002년~현재 : 한국철도기술연구원

*관심분야: 구조음향/진동, 철도소음진동