

확률변수의 분포특성을 고려한 얇은기초 신뢰성 설계

Reliability-Based Design of Shallow Foundations Considering The Probability Distribution Types of Random Variables

김 창 동¹ Kim, Chang-Dong

김 병 일² Kim, Byung-II

김 수 일³ Kim, Soo-II

이 준 환⁴ Lee, Jun-Hwan

Abstract

Uncertainties in physical and engineering parameters for the design of shallow foundations arise from various aspects such as inherent variability and measurement error. This paper aims at investigating and reducing uncertainty from deterministic method by using the reliability-based design of shallow foundations accounting for the variation of various design parameters. A probability distribution type and statistics of random variables such as unit weight, cohesion, internal friction angle and Young's modulus in geotechnical engineering are suggested to calculate the ultimate bearing capacities and immediate settlements of foundations. Reliability index and probability of failure are estimated based on the distribution types of random variables. Widths of foundation are calculated at target reliability index and probability of failure. It is found that application and analysis of the best-fit distribution type for each random variables are more effective than adoption of the normal distribution type in optimizing the reliability-based design of shallow foundations.

요 지

얇은기초 설계시 이용되는 지반의 물리적·공학적 설계변수들은 고유변동성(inherent variability) 및 측정 오차(measurement error) 등과 같은 여러 가지 요인으로 인하여 불확실성이 필연적으로 내포되어 있다. 본 논문에서는 얇은기초 설계시 기존의 결정론적 방법에서 고려하지 못하는 지반 불확실성 등을 포함한 설계 파라미터의 분산을 고려할 수 있는 확률론적 방법의 신뢰성 설계 사례를 제시하였다. 극한지지력 산정시 확률변수(random variable)인 단위중량, 점착력 및 내부마찰각 그리고 침하량 산정시 탄성계수에 대하여 국내 지반에 대한 적정 확률분포 형태 및 통계적 특성치를 결정하였다. 각 확률변수별로 채택된 분포를 적용하여 지지력과 침하량에 관한 신뢰지수와 파괴확률을 결정하였으며, 목표 신뢰지수 또는 확률에 대한 기초폭을 결정하였다. 얇은기초의 신뢰성 설계에 있어서 정규분포의 일괄적 적용보다는 각 확률변수에 해당하는 적합한 분포형태를 적용, 분석하는 것이 바람직한 것으로 나타났다.

Keywords : Probability distribution type, Random variable, Reliability-based design, Shallow foundation

1. 서 론

지금까지의 얇은기초 설계는 기준안전율(factor of safety)과 전단파괴 기준에 근거한 허용지지력과 침하

기준을 만족하도록 수행되었다. 안전율은 저항(resistance)과 하중(load)의 비로 표현될 수 있다. 그러나 안전율 개념에 포함된 주요 단점은 실제적으로 적용되고 있는 설계변수(지반 특성, 하중 등)가 불확실성(uncertainty)

1 정회원, (주)이케이텍 토목설계부 이사 (Member, Managing Director, Geotechnical Eng. & Design Dept., EJtech)

2 정회원, (주)이케이텍 기술연구소 선임연구원 (Member, Researcher, Research & Development Center, EJtech, geokbi@korea.com, 교신저자)

3 정회원, 연세대학교 토목공학과 교수 (Member, Professor, Dept. of Civil Eng, Yonsei Univ.)

4 정회원, 연세대학교 토목공학과 부교수 (Member, Associate Prof., Dept. of Civil Eng., Yonsei University)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2008년 7월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

을 가지고 있음에도 하나의 대표값을 적용한다는 것이다. 대표값을 이용하여 해석하는 방법을 결정론적 방법(deterministic method)이라 한다. 결정론적 방법으로 산정한 안전율은 구조물의 조건, 기술자의 판단, 파라미터에 적용될 보수성 등이 경험적·정성적으로 반영된 것이기 때문에 최종적으로 도출된 결과(예, 지지력)에 대하여 정량적인 신뢰도를 명확하게 규정할 수 없게 된다. 예를 들면 사면안정에서의 안전율이 1.5일 때와 3.0일 때 후자가 전자에 비해 결코 2배 안정한 것은 아니라는 것이다(김병일 등, 2007).

위와 같은 결정론적 방법의 한계를 극복하기 위한 노력이 최근 국외에서 활발히 진행되고 있다. 예를 들면 AASHTO 설계법(AASHTO, 2007), Eurocode 7(CEN, 2004) 등이다. 본 설계법은 각 설계정수의 분산성 및 인위적인 오차에서 나타나는 불확실성을 보다 합리적이고 정량적으로 고려할 수 있는 방법으로, 확률론적 방법(probabilistic method) 또는 신뢰성 설계법(reliability-based design)이라 한다. 본 설계법은 Level I, Level II, Level III로 구분되며, Level I은 하중저항계수 설계법(load and resistance factor design, LRFD)이 대표적이며, Level II의 경우 목표 신뢰지수(reliability index)를 관리하는 방법으로 모든 설계변수가 정규분포한다는 가정을 내포하고 있다. Level III는 가장 높은 수준의 설계법으로 기능함수(performance function)의 결합확률밀도함수를 직접 적분하거나 몬테카를로 방법(Monte Carlo simulation, MCS)과 같은 시뮬레이션 기법을 이용하여 파괴확률(probability of failure)을 결정하여 관리하는 방법이다. Level III에서는 각 확률변수의 확률분포 특성이 고려된 파괴확률을 결정할 수 있지만, 확률·통계 이론에 친숙하지 않은 지반공학자에게는 적분과정 또는 시뮬레이션 과정이 다소 어렵다는 것이 일반적인 견해이다.

신뢰성 설계법을 이용할 경우 적용 설계변수의 불확실성 및 각 변수간의 상관성이 정량적으로 고려된 신뢰지수(reliability index) 또는 파괴확률을 산정할 수 있다. 또한, 최종 획득한 파괴확률이 0.1이라는 것은 얇은기초 100개 중 10개가 불만족 기능수행(unsatisfactory performance) 즉, 설계하중이 극한지지력을 초과할 수 있다는 것을 의미하는 것이므로 결정론적 방법과는 달리 파괴확률 0.2는 0.1에 비해 정확히 2배가 불만족 기능수행 조건이 될 수 있음을 의미한다.

본 논문에서는 얇은기초 설계시 기존의 결정론적 방법에서 고려하지 못하는 지반 불확실성 등을 포함한 설

계변수의 분산을 고려한 신뢰성 설계 사례를 제시하였다. 확률변수로는 단위중량, 점착력 및 내부마찰각 그리고 탄성계수를 채택하였고, 서울·경기 지역내 풍화토에 대한 적정 확률분포 형태 및 통계적 특성을 분석하여 제시하였다. 각 확률변수별 이론적 확률분포를 적용하여 신뢰지수와 파괴확률을 산정하였으며, 목표 신뢰지수 또는 확률에 대한 기초폭을 결정하여 제시하였다. 또한 MCS 기법을 활용하여 설계변수에 대한 다양한 확률분포별 극한지지력과 침하량의 확률분포 형태 역시 규명하였다.

2. 이론적 배경

2.1 지지력 및 침하량 산정

본 연구에서는 그림 1과 같은 조건에 대한 사례를 제시하고자 한다. 결정론적 방법과 확률론적 방법에서의 지지력은 Hansen의 지지력 공식(1970)을 이용하였다.

$$q_u = cN_{cs}d_cj_c + p_o'N_{qs}d_qi_q + 0.5B'\gamma_tN_{\gamma}s_{\gamma}d_{\gamma}i_{\gamma} \quad (1)$$

여기서, c =점착력, p_o' =기초저면에서의 유효상재압, B' =유효폭($B-2e_B$), e_B =편심거리, N_c, N_q, N_{γ} =지지력계수, s_c, s_q, s_{γ} =형상계수, d_c, d_q, d_{γ} =근입깊이계수, i_c, i_q, i_{γ} =하중경사계수이다.

침하량 산정을 위해서는 Harr(1966)의 즉시침하량 공식(단, 강성기초 하부)을 이용하였다.

$$S = \alpha_r \cdot q \cdot B \cdot \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} \quad (2)$$

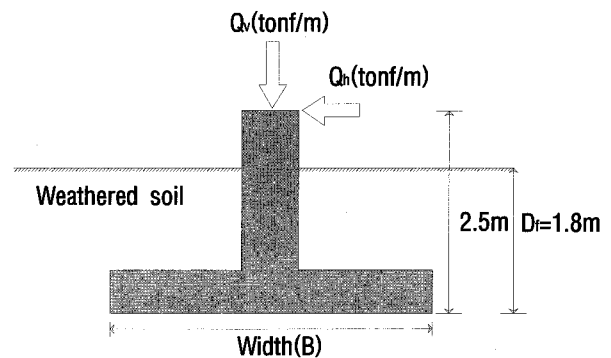


그림 1. 얇은 기초의 설계

여기서, α_r =영향계수, q =기초에 작용하는 하중(tonf/m^2), B =기초 폭(m), ν_s =기초 지반의 포아송비, E_s =기초 지반의 탄성계수(tonf/m^2)이다. 따라서 지지력에 대한 불만족 기능수행조건인 한계상태식은 “식(1)에 의해 계산된 지지력-설계지지력”이 되고, 침하량의 경우 “식(2)에 의해 계산된 침하량-허용 침하량 즉, 4.0cm”(한국지반공학회, 2003)로 설정할 수 있다. 파괴확률은 위의 한계상태식이 “0”이하가 되는 확률을 의미한다.

결정론적 방법과 확률론적 방법의 차이는 설계변수를 하나의 대표값으로 적용하느냐 아니면 불확실성을 고려하여 평균과 표준편차 등의 분산성을 적용하느냐의 차이이다. 따라서 확률론적 방법에서는 기존의 결정론적 방법에서 이용하는 설계변수 중 불확실성이 고려되어야 하는 변수를 확률변수로 취급하게 된다. 본 연구에서는 지지력공식의 경우 점착력, 단위중량, 내부마찰각, 하중 등을 확률변수로 채택하였고, 침하량공식의 경우 포아송비와 탄성계수를 확률변수로 채택하였다.

2.2 확률분포 특성의 적합성 검증

수집된 자료의 확률분포를 임의의 확률분포로 가정하였을 때 가정된 확률분포의 타당성을 검토하기 위해 Chi-Square Test(이하 χ^2 통계량), Kolmogorov-Smirnov Test(이하 K-S 통계량), Anderson-Darling Test(이하 A-D 통계량)를 이용할 수 있다. χ^2 통계량은 연속형 및 이산형 표본(sample) 모두 이용 가능하며, 가정된 확률분포의 적합성 검증에 가장 양호한 통계치이다. K-S 통계량과 A-D 통계량은 연속형 표본에 대한 적합성 검증시 이용가능하다. A-D 통계량은 표본의 양쪽 끝단인 꼬리 부분 적합성 검증시 주로 이용하며, 첫 두 개의 통계량이 가정된 확률분포의 적합성 검증에 주로 이용된다 (Palisade corporation, 2002).

χ^2 통계량은 자료의 빈도와 적합분포 빈도간의 차이를 결정하는 통계량이다. 수식으로는 다음과 같이 표현된다.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{\{O(i) - E(i)\}^2}{E(i)} \quad (3)$$

여기서, $O(i)$, $E(i)$ 는 각각 자료의 빈도와 적합분포의 기대값을 의미하며, χ^2 값이 작으면 작을수록 적합성이 우수함을 말한다.

K-S 통계량은 자료의 누적분포함수와 적합분포의 누적분포함수간 거리의 최대값을 이용하여 계산되는 통

계량이며 다음과 같이 나타난다.

$$D_n = \max \{|F_n(x) - F(x)|\} \quad (4)$$

여기서, D_n 이 K-S 통계량이고, $F_n(x)$ 는 개개 자료점의 누적분포함수, 그리고 $F(x)$ 는 적합분포의 분포함수를 의미하며, 작으면 작을수록 적합성이 우수함을 말한다. 본 연구에서는 확률변수의 적정 확률분포 형태를 결정하기 위하여 위에서 제시한 두 통계량을 이용하였다.

2.3 비정규분포함수의 변환

확률 및 통계이론에 친숙하지 않은 지반공학자에게는 확률변수가 정규분포가 아닐 경우 신뢰성 해석시 어려움을 겪게 되는 예가 많다. 이에 Rackwitz와 Fiessler (1978)는 통계적으로 독립인 비정규분포 확률변수의 처리 방법을 제안하였다. 본 방법의 경우 설계점 또는 최대 파괴가능점(most probable failure point)에서는 비정규분포 확률변수의 밀도함수와 분포함수의 값이 등가의 정규분포 확률변수의 밀도함수(probability density function, PDF)와 누적분포함수(cumulative distribution function, CDF)의 값과 같다고 가정하고 이로부터 등가정규분포 확률변수의 평균과 표준편차를 추정하는 방법이다. 등가정규분포 확률변수의 평균과 표준편차를 각각 μ_X^N , σ_X^N 이라 하고 각 확률변수가 비의존적이라면, 가정에 의해 비정규분포 확률변수의 확률밀도함수, $f_X(x)$ 와 누적분포함수, $F_X(x)$ 의 경우 설계점(x^*)에서는 식 (5)가 성립한다.

$$f_X(x^*) = \frac{1}{\sigma_X^N} \cdot \phi\left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N}\right)$$

그리고 $F_X(x^*) = \Phi\left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N}\right) \quad (5)$

여기서, $\phi(\cdot)$ =표준정규분포 변수의 누적분포함수이다. 위 식(5)로부터 역으로 등가정규분포 확률변수의 평균과 표준편차 μ_X^N , σ_X^N 를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\mu_X^N = x^* - \sigma_X^N \cdot \phi^{-1}\{F_X(x^*)\}$$

그리고 $\sigma_X^N = \frac{\phi[\phi^{-1}\{F_X(x^*)\}]}{f_X(x^*)} \quad (6)$

예를 들어 대수정규분포에 대하여 식 (6)을 적용하면 최종적으로 다음과 같은 결과를 도출할 수 있다.

$$\mu_X^N = x^* \cdot [1 - \log(x^*) + \lambda]$$

$$\text{그리고 } \sigma_X^N = x^* \cdot \sqrt{\log[1 + (\sigma_X/\mu_X)^2]} \quad (7)$$

여기서, $\lambda = \log(\mu_X) - \frac{1}{2} \cdot \log[1 + (\sigma_X/\mu_X)^2]$, μ_X =비정규 분포 확률변수의 평균, σ_X =비정규분포 확률변수의 표준편차를 나타낸다. 본 연구에서는 확률변수의 분포가 비정규분포일 때 본 기법을 적용하여 정규분포로 변환하여 적용하였다.

2.4 신뢰지수와 파괴확률

본 논문에서는 Excel spreadsheet와 반복법을 이용하여 신뢰지수를 산정하고자 하였다. 특히 각 확률변수들 간의 상관성을 고려할 수 있도록 상관계수 행렬을 이용하는 방법을 제시하였다. 따라서 각 확률변수들간의 상관성이 존재하거나 상관성이 없을 때 모두 이용가능하다. 상관성이 없는 경우 상관계수 행렬은 대각행렬이 되며, 상관성이 있는 경우 대칭행렬이 된다. 해석방법은 두 경우 동일하다. 신뢰지수와 파괴확률은 다음과 같이 산정한다(Low와 Tang, 1997a, b).

- 신뢰지수(β)와 파괴확률(P_f)

$$\beta = \min_{\underline{x} \in F} \sqrt{\left[\frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \right]^T [R]^{-1} \left[\frac{x_i - m_i}{\sigma_i} \right]},$$

$$P_f = P(q_u < q_{u_{design}}) = \phi[-\beta] \quad (8)$$

여기서, \underline{x} =확률변수 벡터, F =파괴영역, x_i =최초 시행시에는 확률변수 i 의 평균값을 입력하고, 이후 Excel의 “Solver tool”에서는 최소 신뢰지수를 결정할 때까지 반복 변경되는 값, m_i =확률변수 i 의 평균값, σ_i =확률변수 i 의 표준편차, $[R]$ =상관계수 행렬이다. 본 방법은 그림 2와 같이 기존 Level II 방법중 하나인 Hasofer-Lind법(1974)과는 달리 변수 변환이 필요 없는 기본 변수공간에서 신뢰지수를 결정할 수 있는 방법이다. 그림에 제시된 바와 같이 확률변수, X_1 과 X_2 가 평균점에서 확대되어 한계상태면 즉, 파괴면에 접하는 최소의 거리가 신뢰지수와 연관되어 있으며, 타원의 형태는 상관성에 따라 변화하게 된다(Low와 Tang, 1997a, b).

MCS 방법은 가정한 확률분포와 관련된 확률변수를 무작위로 생성하는 기법이다. 진행 과정 동안 수많은 반복작업이 계속되고 충분히 수렴되면 한계상태함수의 히스토그램이 구해진다. 본 방법은 Level III에 해당하

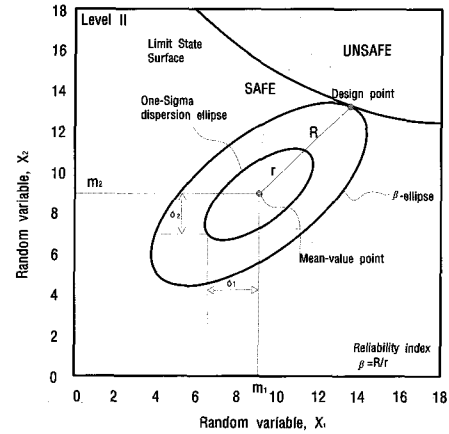


그림 2. 기본 변수공간에서의 신뢰지수(Hasofer와 Lind, 1974)

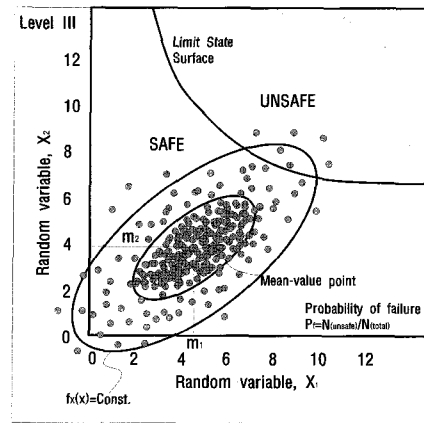


그림 3. MCS기법에서의 파괴확률(김병일 등, 2007)

며, 파괴확률은 다음과 같이 결정한다.

- 파괴확률

$$P_f = P(q_u < q_{u_{design}}) = \frac{n}{n_{total}} = \frac{q_{u_{design}} \text{보다 작은 } q_u \text{의 개수}}{MCS \text{시행 회수}} \quad (9)$$

그림 3은 MCS 방법에서 파괴확률의 산정 개념이다. 무작위로 생성된 난수를 이용하여 계산한 결과가 한계상태영역에 속할 경우가 불만족 기능수행 조건이 된다.

3. 신뢰성 설계

3.1 극한지지력 산정

3.1.1 설계 지반정수의 확률분포 특성

신뢰성 설계시 확률변수의 변동성을 파악하기 위해서는 통계처리가 필요하며, 그 과정을 통해서 평균과 분산 그리고 확률분포 형태를 결정하게 된다. 그러나 관측

치의 한계나 실험적인 오차로 인해서 지반정수의 분산 및 분포형태를 결정하는 일은 쉽지 않으며 많은 경우 문헌에 의한 값을 사용해 왔다. 지반공학에서 일반적으로 사용되는 확률분포는 정규분포(normal distribution)와 대수정규분포(lognormal distribution)이며, 정규분포로 나타내는 지반정수들은 흙의 단위중량, 간극비, 포화도, 액성한계, 소성한계, 비중, 소성지수 등이며, 정규분포 이외의 분포로 표시되는 지반정수들은 압축지수, 투수계수, 점착력, 마찰각 등이 있다(Christian 등, 1994). 표 1은 기존 문헌에서 제시한 지반정수별 확률분포형태를 요약하여 정리한 것이다.

본 연구에서는 앞은기초의 지지력공식인 식 (1)과 확률변수인 점착력, 내부마찰각, 수평하중, 연직하중, 단위중량에 대한 통계적 특성치(평균, 표준편차)를 이용하여 민감도 분석을 수행하였다. 분석 범위는 초기 평균값에서 각 영향요소의 평균±3·표준편차까지 총 7단계이며, 확률변수의 통계적 특성치의 변화에 따른 지지력의 변화를 살펴보았다(그림 4). 표 1에 제시된 바와 같이 강도정수인 마찰각과 점착력은 정규분포 이외의 분포를 따를 수 있으며, 그림 4의 민감도 분석 결과에서 나타난 바와 같이 두 확률변수가 극한지지력에 미치는 영향은 매우 크다. 이는 두 확률변수의 분포형태가 중요함을 의미한다. 단위중량의 경우 극한지지력에 미치는 영향은 작고(그림 4), 기존 문헌에서도 정규분포를 따르는 것으로 제안되어 있다. 본 연구에서는 단위중량의 경우 정규분포로 가정하여 확률론적 해석을 진행하였다. 그

림 4의 민감도 분석 결과에서 연직하중과 수평하중 역시 극한지지력에 큰 영향을 미친다. 그러나 일반적으로 연직하중과 수평하중에 관한 분포형태를 지반공학자가 결정하기에는 많은 어려움이 있다. 허정원 등(2005)과 Low와 Tang(1997a)에 따르면 연직하중과 수평하중은 극한분포로 가정하는 것이 타당함을 제시하고 있다. 본 연구에서 두 확률변수의 분포형태를 극한분포로 가정하였다.

본 연구에서는 표 2에 제시된 바와 같이 서울·경기도 내 도로 및 지하철 설계 등 총 12개 지역에서 채취된 풍화토의 직접전단시험 결과(c, ϕ)를 수집, 각각 46개의 강도정수를 분석하여 각각의 확률분포 형태를 살펴보았다. 표에는 침하량 산정시 이용된 탄성계수에 관한 통계량도 제시하였다. 각 확률변수 및 확률분포별 통계분

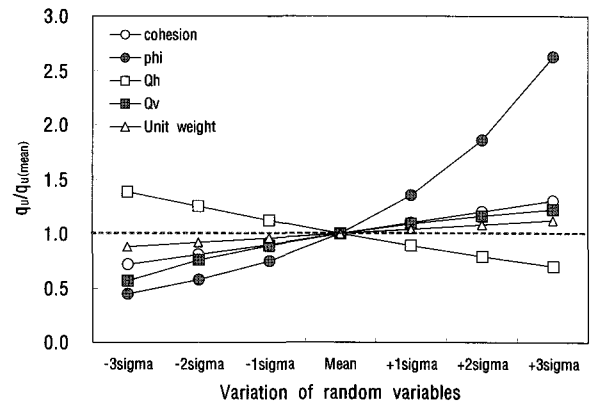


그림 4. 지지력공식의 민감도 분석

표 1. 지반정수의 확률분포 형태

Soil properties	Soil type	PDF	References
Internal friction angle(ϕ)	Sand	Normal/Beta	Lacasse et al.(1996), Hooper and Butler(1966), Schultze(1971), McGuffery et al.(1981)
	All soils	Normal	Meyerhof(1970), Turnbull et al.(1966)
Cohesion(c)	All soils	Normal/Beta	Hooper and Butler(1966), Schultze(1971), McGuffery et al.(1981), Lumb(1966)
Density(γ)	All soils	Normal	Meyerhof(1970), Turnbull et al.(1966), Harr(1987), Kulhawy et al.(1992)

표 2. 지반정수의 통계량(서울·경기 지역, raw data)

Properties	Statistics	Minimum	Maximum	Mean	Standard deviation	Coefficient of variation
Cohesion(tonf/m^2)		0.101	2.70	1.90	0.46	0.24
Friction angle($^\circ$)		21.85	42.74	33.17	5.17	0.16
Unit weight(tonf/m^3)		1.551	1.974	1.779	0.112	0.063
Young's modulus (tonf/m^2)		1160	6018	3166	1436	0.45

석 결과는 표 3과 같고, 특이점(극소치, 극대치 등)을 제거하고자 원 데이터(raw data)에서 신뢰구간 90%(평균 $\pm 1.65 \cdot$ 표준편차)내의 결과만을 선별하여 사용하였다. 각 확률분포 형태별 적합도 순위는 χ^2 과 K-S 통계량을 종합 분석하여 최종 3개의 확률분포를 선정하였다(그림 5~6). 점착력의 확률분포 형태는 대수정규분포, 와이블분포(Weibull distribution), 극한분포(extreme value distribution) 순으로 적합한 것으로 나타났으며, 마찰각의 경우 베타, 삼각형, 정규분포 순으로 나타났다. 또한 제시된 그림에는 χ^2 적합도 순위와 확률분포별 특성치를 첨부하였다.

3.1.2 확률변수간 상관관계 분석

신뢰성 설계의 장점중 하나는 한계상태식의 종속변수에 해당하는 확률변수간의 상관성을 정량적으로 고려할 수 있다는 것이다. 이를 위해서는 각 확률변수간 상관관계 분석과 이를 이용한 상관계수 행렬을 작성하여 신뢰지수 산정시 고려해야 된다(식 8 참조).

그림 7과 8은 각 확률변수간의 상관성을 분석한 것으로 점착력과 마찰각은 반비례 관계, 마찰각과 단위중량은 비례관계, 점착력과 단위중량간에는 상관성이 거의 없는 것으로 나타났다. 수평하중과 연직하중간의 상관성은

표 3. 확률변수(c, ϕ)의 확률분포 형태별 통계량

Random variable Prob. distribution	Cohesion(tonf/m ²)						Internal friction angle(°)					
	Mean	Std.	χ^2		K-S		Mean	Std.	χ^2		K-S	
			Value	Rank	Value	Rank			Value	Rank	Value	Rank
Normal	1.771	0.354	10.5	7	0.127	4	31.317	2.652	16.86	3	0.206	1
Lognormal	1.771	0.352	3.079	1	0.109	2	-	-	-	-	-	-
Extvalue	1.777	0.391	3.489	3	0.109	3	31.533	3.498	19.2	5	0.265	5
Exponential	1.751	0.582	11.8	8	0.238	8	31.127	5.681	25.6	7	0.402	7
Beta	1.789	0.414	8.03	6	0.147	5	32.282	2.692	12.0	1	0.210	2
Weibull	1.771	0.354	3.080	2	0.104	1	31.328	2.573	17.8	4	0.224	4
Uniform	1.829	0.396	6.38	4	0.167	6	30.870	3.230	24.8	6	0.284	6
Triangular	1.693	0.356	6.79	5	0.190	7	31.142	2.520	14.4	2	0.212	3

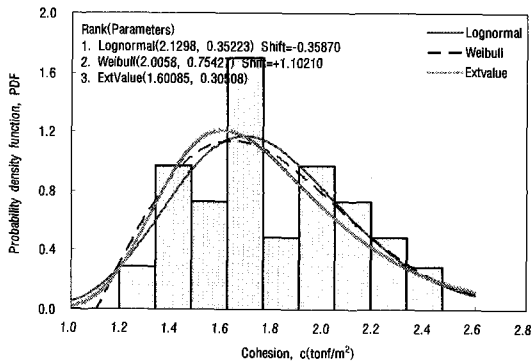


그림 5. 점착력의 확률분포 특성

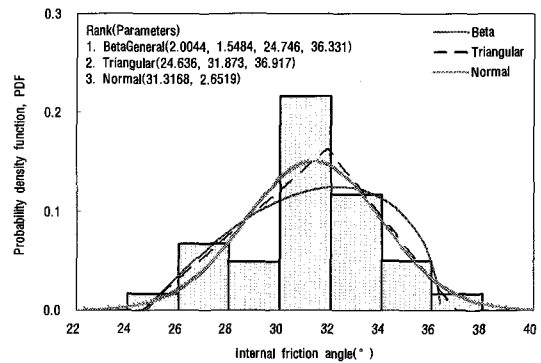


그림 6. 마찰각의 확률분포 특성

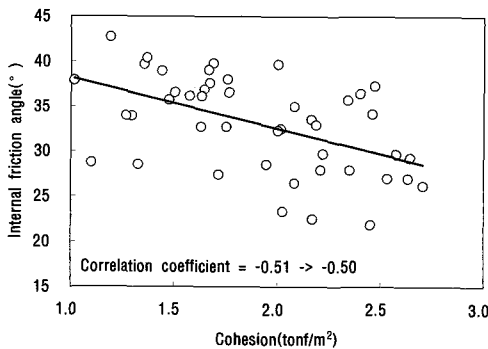


그림 7. 점착력과 내부마찰각간의 상관성

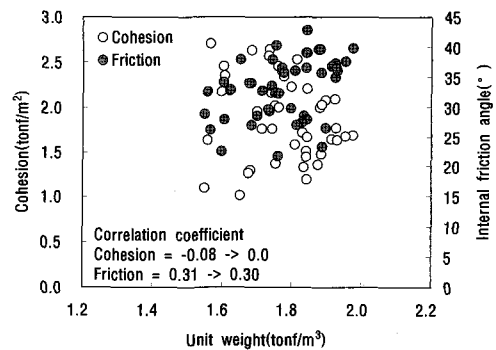


그림 8. 점착력, 내부마찰각 및 단위중량간의 상관성

Low와 Tang(1997a)의 문헌을 참조하여 적용하였다. 본 연구에서 이용된 상관계수 행렬은 아래의 표 4와 같다.

3.1.3 확률분포 특성을 고려한 지지력 산정

점착력과 내부마찰각을 제외한 확률변수의 경우 수평하중과 연직하중은 변동계수(coefficient of variation, COV)는 0.15, 확률분포는 극한분포로 가정하였다(허정원 등, 2005). 단위중량의 경우 정규분포로 가정하였으며, 3.1.2절의 상관관계 분석 시 이용된 결과에 대하여 평균 1.78tonf/m³, 표준편차 0.112 및 변동계수 0.063을 획득하였다. 표 5에 제시한 설계변수에 대하여 결정론적

방법에서의 극한지지력을 계산한 결과 137.47tonf/m², 안전율 3.0을 적용할 경우 허용지지력은 45.82tonf/m², 기초폭은 3.87m로 나타났다. 신뢰성 설계에서는 결정론적 방법에서 결정된 기초폭 3.87m에 대하여 확률변수의 분포형태별 지지력을 계산하였다. 사용된 설계변수는 표 6과 같고, 점착력과 마찰각의 분포형태별 지지력산정을 위한 시나리오는 표 7과 같다. 시나리오 1이 점착력과 마찰각에 대하여 가장 적합한 확률분포이므로 기준이 되는 시나리오임을 의미한다. 시나리오 10은 일반적인 확률분포에 해당하는 정규분포에 대한 타당성을 확인하고자 추가된 것이다.

표 4. 확률변수간 상관계수 행렬

Variables	Cohesion	Friction angle	Horizontal load	Vertical load	Unit weight
Cohesion(c)	1	-0.5	0	0	0
Friction angle(ϕ)	-0.5	1	0	0	0.3
Horizontal load(Q _h)	0	0	1	0.5	0
Vertical load(Q _v)	0	0	0.5	1	0
Unit weight(γ)	0	0.3	0	0	1

표 5. 결정론적 방법에서의 설계변수(I)

Random variables	Cohesion	Friction Angle	Horizontal Load	Vertical Load	Unit weight	Width	Length	Depth
	c(tonf/m ²)	ϕ (°)	Q _h (tonf/m)	Q _v (tonf/m)	γ (tonf/m ³)	B(m)	L(m)	D(m)
Mean(m)	1.77	31.3	30	120	1.78	3.869	10	1.8

표 6. 확률론적 방법에서의 설계변수(I)

Random variables	Cohesion	Friction Angle	Horizontal Load	Vertical Load	Unit weight	Width	Length	Depth
	c(tonf/m ²)	ϕ (°)	Q _h (tonf/m)	Q _v (tonf/m)	γ (tonf/m ³)	B(m)	L(m)	D(m)
Mean(m)	Parameters with probability distribution type(Fig. 5~6)		30	120	1.78	3.869	10	1.8
Standard deviation(σ)			4.5	18.0	0.112			

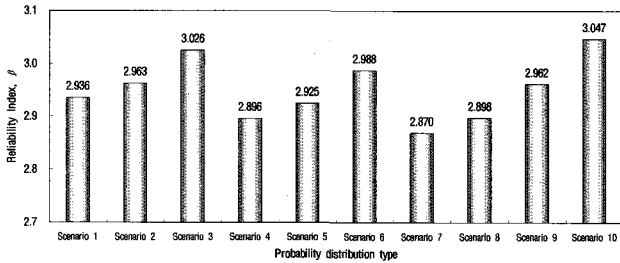
표 7. 지지력 산정을 위한 시나리오

Simulation code	PDF of random variables	
	Cohesion	Friction angle
Scenario 1	Lognormal	Beta
Scenario 2		Triangular
Scenario 3		Normal
Scenario 4	Weibull	Beta
Scenario 5		Triangular
Scenario 6		Normal
Scenario 7	Extvalue	Beta
Scenario 8		Triangular
Scenario 9		Normal
Scenario 10	Normal	Normal

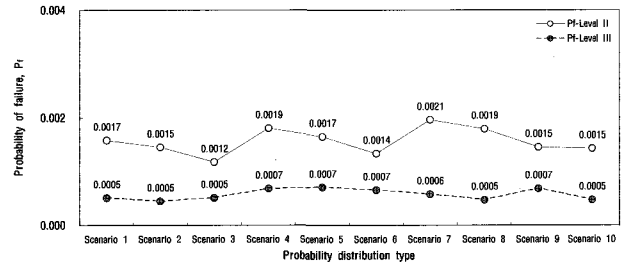
표 8. 신뢰지수 산정 예(시나리오 1)

Random variables	PDF	Parameters				x^*	m^N	s^N	CRMAT	n^X	β
		1	2	3	4						
Cohesion	Lognormal	1.78	0.36			1.708	1.74	0.34	Table 3	-0.107	2.936
Friction	Beta	2.00	1.55	24.75	36.33	27.60	30.81	2.59		-1.237	
Load(Q_h)	Extvalue	30	4.5			45.09	21.50	9.71		2.429	
Load(Q_v)	Extvalue	120	18			128.69	115.61	20.41		0.641	
Weight	Normal	1.78	0.112			1.70	1.78	0.11		-0.728	

note) x^* : design point, m^N : equivalent normal mean, s^N : equivalent normal standard deviation, CRMAT: correlation matrix, n^X : $[(x^* - m^N)/s^N]$, β : reliability index



(a) 확률분포 특성별 신뢰지수(Level II)



(b) 확률분포 특성별 파괴확률(Level II and III)

그림 9. 확률분포 특성별 신뢰지수와 파괴확률

표 8에는 시나리오 1에 대하여 Low와 Tang(1997a) 방법(이하 Level II 방법)에서의 계산 예를 제시한 것이다. 각 확률변수와 분포형태별 입력치는 Parameter항과 x^* 항이다. x^* 항은 초기치로는 평균값이 입력되어야 하며, Excel spreadsheet의 “Solver tool”의 “값을 바꿀 셀”에서 변경되는 값으로 지정되어 최종 신뢰지수 산정시까지 변화되는 값이다. m^N 과 s^N 은 등가 정규분포의 평균과 표준편차로 x^* 값이 변화됨에 따라 반복 계산된다. n^X 는 정규화변수의 벡터로서 식 (8)의 신뢰지수 산정을 위해 계산되는 값이다. 신뢰지수는 구속조건에서 최소값을 찾을 때까지 반복계산되는 값이다. Solver tool에서 “목표셀”에 해당한다. 추가 구속조건(최적해를 찾는 데 있어 만족시켜야 할 조건)으로는 한계상태함수 즉, “극한지지력=설계지지력”이 있다.

그림 9(a)는 시나리오별 극한지지력의 신뢰지수를 나타낸 것이다. Level II의 경우 시나리오 1의 신뢰지수는 2.936으로 나타났으며, 최대 신뢰지수는 시나리오 10에서 그리고 최소 신뢰지수는 시나리오 7에서 나타났다. 시나리오 1~3, 4~6, 7~9를 비교해 보면 점착력의 확률분포는 동일하지만 마찰각의 분포가 변화하면서 적합도가 감소할수록 신뢰지수는 증가하는 경향을 보이며, 이와 반대로 시나리오 1, 4, 7과 2, 5, 8 및 3, 6, 9를 비교하였을 때, 즉 마찰각의 분포형태가 동일할 경우 점착력의 적합도가 감소할수록 신뢰지수는 감소하는 경

향을 나타냈다. 이는 그림 4에서 나타낸 바와 유사하게 극한지지력의 신뢰지수가 마찰각의 변화에 크게 민감한 것으로 판단된다.

시나리오 10은 점착력과 내부마찰각의 확률분포가 일반적인 정규분포라 가정하였을 경우로 다른 시나리오에 비하여 가장 높은 신뢰지수가 산정되었다. 이는 일반적으로 점착력 및 마찰각 모두 정규분포를 적용한 경우 각 확률변수의 최적 분포형태를 적용한 시나리오 1에 비하여 높은 신뢰지수를 나타내는 것으로 다소 불안측의 설계가 될 수 있음을 보여주는 바, 향후 신뢰성 설계에 있어서는 각 확률변수에 대하여 적합한 분포형태를 적용해야 할 것으로 판단된다.

그림 9(b)는 파괴확률을 나타낸 것으로 Level II(신뢰지수로부터 계산)와 Level III에서 산정된 파괴확률 역시 제시하였다. Level III의 경우 각 확률변수별로 50,000개씩의 난수를 발생시켜 극한지지력을 계산하였다. 전체적인 경향을 살펴보면 Level II의 파괴확률은 평균 0.0016으로 Level III의 파괴확률은 0.0006으로 나타났다. 두 방법에 있어 파괴확률이 다른 이유는 MCS 기법의 경우 각 확률분포 형태별로 생성된 50,000개의 극한지지력에 대하여 파괴확률을 직접 산정하는데 비하여, Level II는 비정규분포를 정규분포 근사화 시켰으며, 지지력의 분포형태가 정규분포라는 가정에 신뢰지수로부터 간접적으로 추정된 확률이기 때문이다. 그러나

Level II 방법의 경우 파괴확률이 아닌 목표 신뢰지수에 대한 기준을 만족시키는 것으로 설계가 진행되고, 두 방법간의 파괴확률이 큰 차이를 보이지 않고 있으므로 본 방법을 향후 알은기초 설계시 적용하는데 큰 무리가 없을 것으로 판단된다.

그림 10은 Level III에서 계산된 극한지지력의 확률분포 형태를 제시한 것이다. 모든 시나리오에 있어 최종 극한지지력은 베타분포, 대수정규분포 및 극한분포를 나타내고 있으며, 특히 대수정규분포는 모든 시나리오에서 적합성이 매우 우수한 것으로 확인되었다.

3.2 침하량 산정

3.2.1 설계 지반정수의 확률분포 특성

Harr(1966)의 즉시침하량 공식에서는 확률변수로 포아송비와 탄성계수를 채택할 수 있다. 그러나 실제적으로 풍화토의 포아송비를 결정하기에는 많은 어려움이

있다. 또한, 침하량에 관한 영향인자별 민감도 분석을 수행한 결과(그림 11) 포아송비는 탄성계수에 비하여 즉시침하량에 미치는 영향이 크지 않다. 이는 포아송비의 확률분포 형태가 큰 영향을 미치지 못한다는 것을 의미한다. 이상과 같은 이유로 본 연구에서는 일반적인 정규분포를 따르는 것으로 가정하였다. 탄성계수의 경우 강도정수에서와 동일한 지역에서 수행된 공내 재하시험 결과를 활용하여 확률분포 형태 및 통계량을 분석하였으며, 그림 12는 적합도가 우수한 3개의 확률분포에 대한 결과를 제시한 것이다. 그림 12에 제시된 바와 같이 풍화토의 탄성계수는 극한, 대수정규, 와이블 분포 등의 순으로 적합한 것으로 나타났다.

3.2.2 확률분포 특성을 고려한 침하량 산정

탄성계수의 확률분포 형태가 선정됨에 따라 각 통계량을 이용하여 침하량을 산정하였다. 결정론적 방법에서는 표 9의 조건을 이용하였으며, 침하량은 1.95cm로 계산되

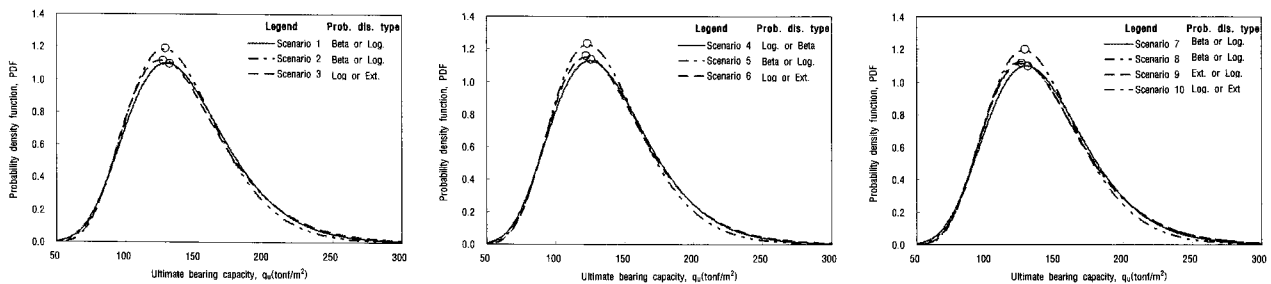


그림 10. 지지력의 확률분포 특성

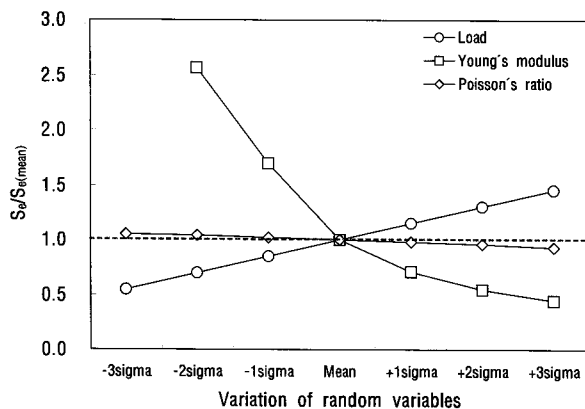


그림 11. 즉시침하량의 민감도 분석

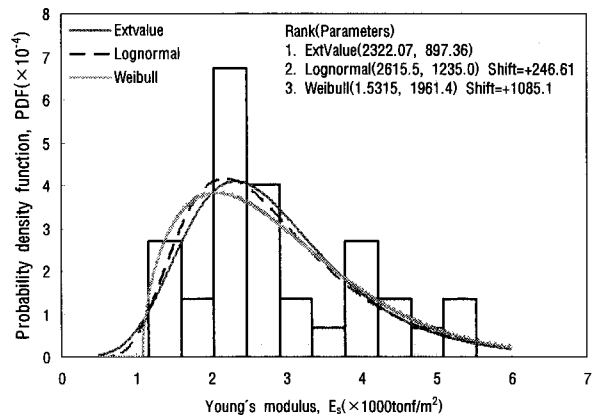


그림 12. 탄성계수의 확률분포 특성

표 9. 결정론적 방법에서의 설계변수(II)

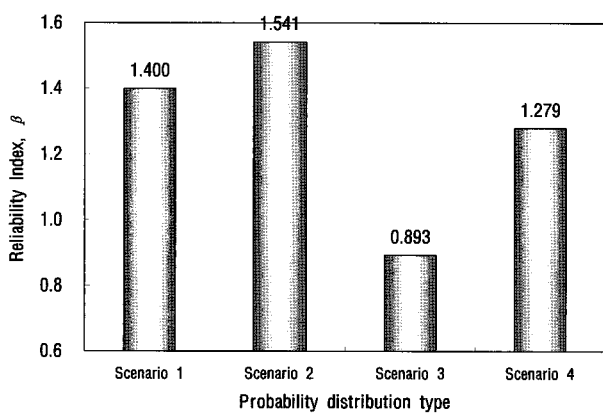
Random variables	Width	Length	Load	Young's modulus	Poisson's ratio
	B(m)	L(m)	q (tonf/m ²)	E_s (tonf/m ²)	ν
Mean(m)	3.87	10.0	12.0	2855.5	0.30

표 10. 확률론적 방법에서의 설계변수(II)

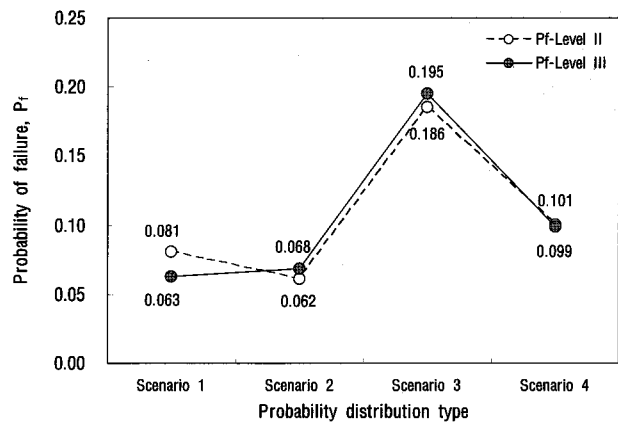
Random variables Statistics	Width	Length	Load	Young's modulus	Poisson's ratio
	B(m)	L(m)	q(tonf/m ²)	E _s (tonf/m ²)	ν
Mean(m)	3.87	10.0	12.0	Parameters with probability distribution type(Fig. 12)	0.30
Standard deviation(σ)			1.8		0.03

표 11. 침하량 산정을 위한 시나리오

Simulation code	PDF of random variables
	Young's modulus
Scenario 1	ExtValue
Scenario 2	Lognormal
Scenario 3	Weibull
Scenario 4	Normal



(a) 확률분포 특성별 신뢰지수(Level II)



(b) 확률분포 특성별 파괴확률(Level II and III)

그림 13. 확률분포 특성별 신뢰지수와 파괴확률

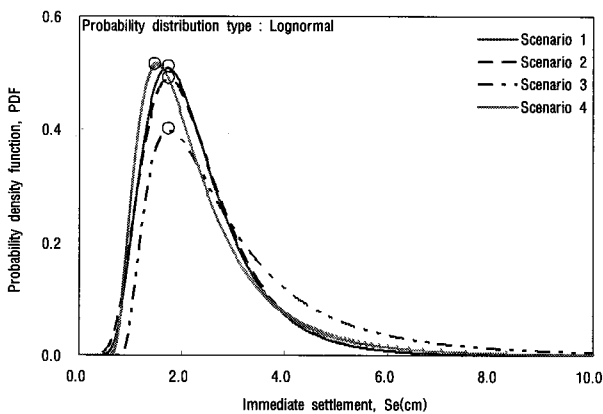


그림 14. 즉시침하량의 확률분포 특성

었다. 확률론적 방법에서는 표 10을 이용하였고 표 11과 같은 시나리오별로 계산하였다. 이때 지지력 계산과 동일하게 하중은 극한분포로 가정하였으며, 시나리오 4의 경우 일반적 분포인 정규분포에 대하여 추가한 것이다.

그림 13에 의하면 시나리오 1과 2의 신뢰지수가 3과 4보다 높게 나타났으며, 4개의 확률분포에 대한 평균 신

뢰지수는 1.278, 파괴확률은 0.107로 나타났다. Level II 및 Level III의 파괴확률은 거의 유사한 값을 나타내었다. 이는 본 연구에서 제시한 Level II 방법이 침하량에 대해서는 비교적 정확한 방법임을 의미하는 결과이다.

그림 14에 의하면 각 확률변수의 분포형태를 각각 적용한 결과 최종 도출된 침하량은 대수정규분포가 가장 적합한 것으로 나타났다. 또한 침하량의 최빈값(그림 14의 원, mode)은 정규분포인 시나리오 4에서 가장 작게 나타났다.

3.3 목표 신뢰지수에 대한 기초폭 결정

결정론적 설계에서는 기준안전율을 만족하는 허용지 지력 조건에서의 기초 폭을 결정하게 된다. 이와 유사하게 신뢰성 설계에서도 목표 신뢰지수(Level II) 또는 파괴확률(Level III)에 해당되는 기초 폭을 결정할 수 있다. 목표 신뢰지수는 기초에 대하여 매우 특별한 경우 2.5~

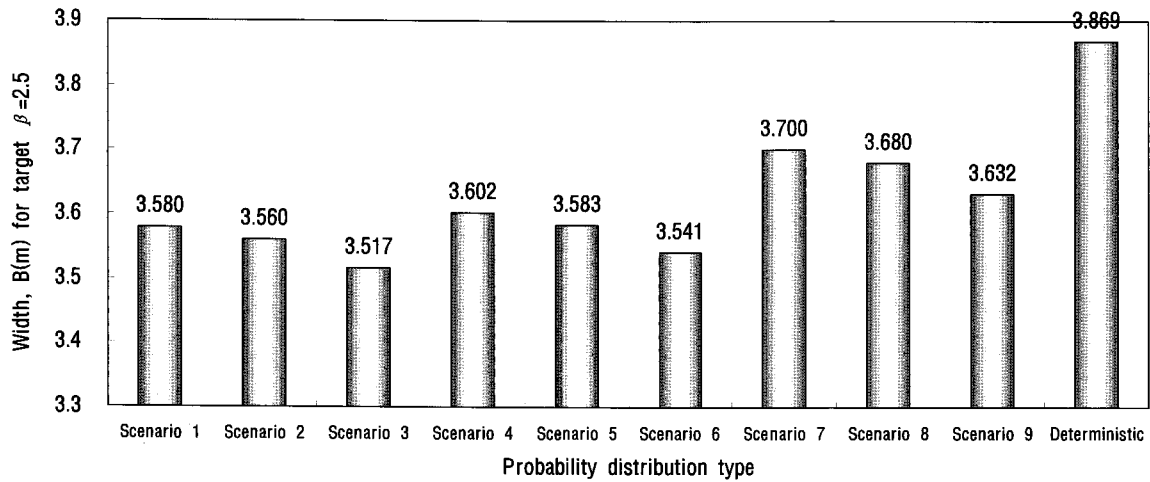


그림 15. 지지력조건에 대한 기초폭

3.5, 일반적인 경우 2.0~3.0을 채용하고 있다(Baecher와 Christian, 2003). 목표 신뢰지수를 특별한 경우의 최소값이자 일반적인 경우의 평균값인 2.5로 가정하였다면 신뢰지수 계산방법을 역순으로 진행하거나 기초폭에 대하여 반복수행하면 각 방법별 기초 폭을 결정할 수 있다. 그림 15(시나리오 10 제외)는 그 결과를 제시한 것으로 결정론적 방법에서의 기초 폭 3.87m에 대하여 각 확률분포별 필요 기초 폭을 나타낸 것이다. 확률변수의 분포 형태를 고려하여 목표 신뢰지수 2.5에 대하여 산정된 기초폭은 3.517에서 3.700m로 결정론적 방법의 기초폭에 비하여 평균 약 93%에 해당하는 것으로 나타났다. 그러나 기초폭의 감소는 본 논문에서 적용된 확률변수의 값, 변동계수, 분포형태 및 목표 신뢰지수에 의존하는 값이므로 향후 조건이 변경될 경우 기초폭이 변동될 수 있음을 밝혀 둔다.

극한지지력의 신뢰지수가 가장 높게 산정되었던 시나리오 3이 가장 작은 기초폭을 나타내었으며, 정반대인 경우가 시나리오 7에서 나타났다. 각 확률분포의 조합에 따라 서로 다른 기초폭을 보이고 있으며, 모든 시나리오에서 결정론적 방법보다는 작은 기초 폭의 설계가 가능함을 나타내 준다. 이상과 같은 결과는 신뢰성 설계시 확률변수의 분포형태가 매우 중요함을 의미하는 것으로 향후 얇은기초 설계를 위해서는 해당 지역 확률변수의 분포형태 규명이 반드시 필요함을 나타내고 있다.

Level III에 해당하는 MCS 방법의 경우 Level II보다 더 낮은 파괴확률이 산정되어 더 좁은 기초폭을 산정할 것이 명백하다. 그러나 본 연구를 수행하면서 MCS 방법의 적용은 다음과 같은 단점을 가지고 있음을 알 수 있었다. 첫째, MCS 방법의 경우 확률변수가 증가하거

나 목표확률이 작은 경우 계산회수, 데이터 수 및 계산 시간 등이 기하급수적으로 증가한다. 이는 각 확률변수 별로 각각의 난수를 발생시켜 계산을 수행해야 하기 때문이며, 파괴확률이 0.0001인 경우 최소 난수의 개수 및 계산 회수는 확률변수×10,000 이상이 되어야 한다. 둘째, 확률변수가 2개 이상일 경우 별도의 난수 발생 프로그램이 요구된다. 이는 각 확률변수별로 생성된 난수에 대한 계산이 각각 수행되어야 하기 때문에 Spreadsheet를 활용하는데는 어려움이 있다. 셋째, 기초폭 결정을 위해 반복법을 사용할 경우 발생하는 난수에 의해 유일한 기초폭 결정이 어렵다. 특히 목표확률이 작을 경우 기초폭이 매우 민감하게 변화한다. 일반적으로 난수는 추출할 때마다 서로 다른 값이 생성되기 때문에 유일한 신뢰지수 또는 파괴확률 산정이 어렵다.

따라서, 본 연구에서는 신뢰성 설계의 도입이 활발하지 않은 국내 실정을 감안하여 현 단계에서는 적용하기 쉽고 지반공학 설계자가 친숙한 Spreadsheet를 활용할 수 있는 Level II 방법을 적용하는 것도 바람직할 것으로 판단된다.

4. 결론

본 연구에서는 얇은 기초 설계시 지반 불확실성 등을 포함한 설계변수의 분산을 고려한 확률론적 방법의 신뢰성 설계 사례를 제시하였다. 단위중량, 점착력 및 내부마찰각, 탄성계수에 대한 적정 확률분포 형태 및 통계적 파라미터를 분석하여 제시하였으며, 각 확률변수별로 채택된 확률분포를 적용하여 신뢰지수와 파괴확률을 결정하였다. 목표 신뢰지수 또는 확률에 대한 기초폭

을 결정하여 제시하였으며, 확률변수에 대한 여러 가지 확률분포별 극한지력역과 침하량의 확률분포 형태 역시 규명하였다. 이상과 같은 연구를 통해 다음과 같은 결과를 획득하였다.

- 1) 서울·경기지역에서 수행된 직접전단시험과 공내재 하시험 결과를 분석한 결과 점착력의 확률분포 형태는 대수, 와이블, 극한분포 순으로 적합한 것으로 나타났다. 마찰각의 경우 베타, 삼각형, 정규분포 그리고 탄성계수의 경우 극한, 대수정규, 와이블분포 순으로 나타났다.
- 2) 시나리오별 극한지력역의 신뢰지수를 산정한 결과 점착력의 확률분포가 동일한 경우, 마찰각의 확률분포에 따라 신뢰지수는 크게 민감한 것으로 나타났으며, 점착력과 내부마찰각의 확률분포가 일반적인 정규분포라 가정하였을 때 각 확률변수의 최적 분포형태를 적용한 경우에 비하여 높은 신뢰지수를 나타내어 기초폭이 가장 작게 선정됨을 보였다. 따라서 향후 신뢰성 설계에 있어서 각 확률변수에 대하여 적합한 분포형태를 각각 적용하는 것이 바람직할 것으로 판단된다.
- 3) 극한지력역의 확률분포 형태는 베타분포, 대수정규 분포 및 극한분포를 나타내고 있으며, 특히 대수정규 분포는 모든 시나리오에서 적합성이 매우 우수한 것으로 확인되었다. 즉시침하량 역시 대수정규분포가 가장 적합한 확률분포인 것으로 나타났다.
- 4) 목표 신뢰지수(Level II)에 따른 기초폭을 산정한 결과 확률변수의 확률분포형태에 따라 서로 다른 기초폭이 도출 되었으며, 목표 신뢰지수가 2.5인 경우 기존 결정론적 방법에 비하여 평균 93% 정도 감소하였다. 또한 일반적으로 적용되는 정규분포는 확률변수의 분포형태에 대하여 적합도는 낮고, 신뢰지수는 높으며, 기초폭은 최소가 되는 바 향후 실무 적용시 정규분포에 관한 가정은 주의 깊게 선택할 필요가 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. 김병일, 김연수, 김창동, 사상호 (2007). 설계 파라미터의 불확실성을 고려한 얇은기초 신뢰성 설계, *한국지반공학학회 기초기술위원회 학술발표회 논문집*, pp.1-10.
2. 한국지반공학학회 (2003). *구조물 기초설계기준 해설*, 한국지반공학학회, pp.177-276.
3. 허정원, 정상섭, 광기식 (2005). 축하중을 받는 말뚝구조물의 MCS

에 기초한 신뢰성해석, *한국지반공학학회 논문집*, 제25권 3C호, pp.181-188.

4. AASHTO (2007). *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*, SI Units, 4th Edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D. C.
5. Baecher, G. B., and Christian, J. T. (2003). *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*, John Wiley, Chichester, U.K.
6. CEN (European Committee for Standardisation) (2004). *Eurocode 7: Geotechnical design-Part 1: General rules*, BS EN 1997-1, London.
7. Christian, J. T., Ladd, C. C. and Baecher, G. B. (1994). Reliability applied to slope stability analysis, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol.120, No.12, pp.2189-2207.
8. Hansen, J. B. (1970). A revised and extend formula for bearing capacity. *Danish Geotech. Inst., Bulletin 28*, Copenhagen.
9. Harr, M. E. (1966). *Foundations of Theoretical Soil Mechanics*, McGraw-Hill Book Company, New York.
10. Harr, M. E. (1987). *Reliability-Based Design in Civil Engineering*, McGraw-Hill Book Company, New York.
11. Hasofer, A. M. and Lind, N. (1974). An exact and invariant first-order reliability format. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 100, EM 1, pp.111-121.
12. Hooper, J.A., and Butler, F.G. (1966), Some Numerical Results Concerning the Shear Strength of London Clay, *Geotechnique*, Vol.16, pp.282-304.
13. Kulhawy, F. H., Birgisson, B. and Grigoriu, M. D. (1992). Reliability-based foundation design for transmission line structures: Transformation models for in-situ tests. *Rpt EL-5507(4)*. Electric Power Research Institute, Palo Alto.
14. Lacasse, S. and Nadim, F. (1996), Uncertainties in characterising soil properties, Uncertainty in the geologic environment: From theory to practice, *ASCE GSP No.58*, pp.49-75.
15. Low, B. K., and Tang, W. H. (1997a). Efficient Reliability Evaluation using Spreadsheet, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.123, No.7, pp.749-752.
16. Low, B. K., and Tang, W. H (1997b). Reliability Analysis of Reinforced Embankments on Soft Ground. *Canadian Geotechnical Journal*, 345, pp.672-685.
17. Lumb, P. (1966). The variability of natural soils, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.3, pp.74-97.
18. McGuffery, Iori, V.J., Kyfor, Z., and Grivas, D.A. (1981), Statistical Geotechnical Properties of Lockport Clays, *Transportation Research Board*, No.809, pp.54-59.
19. Meyerhof, G. G. (1970), Safety Factors in Soil Mechanics, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.5, No.2, pp.140-148.
20. Palisade corporation (2002). *Guide to using @Risk*. <http://www.palisade.com>
21. Rackwitz, R. and Fiessler, B. (1978). Structural reliability under combined load sequences. *Computers and Structures*, Vol.9, pp. 489-494.
22. Schultze, E. (1971), Frequency Distributions and Correlations of Soil Properties, *Proceedings of the First International Conference on Application of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering*, pp.371-387.
23. Turnbull, W.J., Compton, J.R., and Ahvin R.G. (1966), Quality Control of Compacted Earthwork, *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, Vol.92, No.SM5, pp.142-145.

(접수일자 2007. 12. 10, 심사완료일 2008. 1. 25)