

초기길이 수정법(ULMM)을 이용한 케이블 장력 결정에 관한 연구

A Study on Determination of Cable-Tension Using Unstrained-Length-Modification Method

공 민 식* 안 찬 혁** 임 성 순***
Kong, Min Sik An, Chan Hyeog Yhim, Sung Soon

Abstract

This study presents the ULMM(unstrained-length-modification method) to determine the cable tension consistent with target tension after arrangement of cable-members by controlling the unstrained length of cables. This method used to be shown to determine the exact unstrained length for cable-supported bridge with elastic catenary cable. The some verification examples show to determine the unstrained length that satisfies the target tension and to obtain the satisfactory result for cable-supported bridge. Accordingly this modification method of the unstrained length in this study is used to introduce the satisfactory target tension.

요 지

본 연구는 케이블의 초기길이를 조절하여 케이블 배치가 끝난 후 발생한 장력과 목표장력을 서로 일치시킬 수 있는 초기길이 수정법을 제시하였다. 케이블 지지교량에 대해 정확한 초기길이를 결정하기 위하여 본 연구는 탄성현수선 케이블 요소를 사용하였다. 검증 예제를 해석한 결과 목표장력에 따라 이를 만족하는 초기길이를 결정할 수 있었고 케이블 교량에 대해서도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 초기길이를 수정하는 본 연구의 방법을 이용하면 목표장력을 도입할 수 있을 것으로 판단된다.

Keywords : Cable Supported Bridges, Cable Tension, Elastic Catenary Cable, Unstrained Length, Unstrained Length Modification Method,

핵심 용어 : 초기길이, 초기길이 수정법, 케이블 장력, 탄성현수선 케이블 요소, 케이블 교량

* 정희원, 서울시립대학교 토목공학과 박사수료

** 정희원, (주) 지에스건설 사원

*** 정희원, 서울시립대학교 토목공학과 교수

E-mail : kongms@uos.ac.kr 011-9124-9393

• 본 논문에 대한 토의를 2008년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 2008년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서론

케이블 교량은 보강거더에 작용하는 하중을 케이블을 통하여 주탑으로 전달함으로써 전체 구조계를 지지하는 구조물로 기하학적 비선형성이 지배하는 케이블 특성으로 해석과정이 복잡하며 케이블에 도입되는 장력크기와 초기길이에 따라 전체 구조계의 형상이 결정되는 특징을 가지고 있다. 따라서 케이블 장력과 초기길이를 정확히 산정하는 연산과정이 요구되며 결정된 장력을 케이블에 도입하는 과정도 중요하다.

본 연구는 결정된 장력을 도입하기 위하여 케이블 초기길이를 이용하는 반복법을 제시하였다. 이러한 초기길이 조절 반복법에서 가장 중요한 연산과정은 정확한 케이블 초기길이 결정이다. Gimsing⁽¹⁰⁾은 현수선 요소를 사용하여 변형 후 케이블의 길이를 산정하는 식을 제안하였으며 임성순⁽²⁾은 케이블을 단순보로 가정하여 변형 후 케이블의 길이를 산정하였다. Karoumi⁽⁷⁾는 탄성현수선요소를 이용하여 케이블을 모델링하였으며 케이블 장력을 변화시켜 초기길이를 산정하였다. Kim 등⁽⁸⁾은 초기길이를 변수로 추가하고 그 개수에 해당하는 절점변위를 구속하여 초기길이를 결정하였다.

본 연구는 목표장력을 도입하기 위한 케이블 초기길이를 결정하기 위하여 탄성현수선 요소를 이용하였다. 탄성현수선 요소의 강성행렬은 장력성분과 케이블 초기길이에 대한 함수로 구성되어 있어 케이블 초기길이에 따라 장력성분이 변화한다. 따라서 본 연구는 목표장력을 도입하기 위한 케이블 초기길이를 반복법에 의하여 결정하였다. 제시한 케이블 초기길이 결정방법의 타당성을 검토하기 위해 장력이 결정된 케이블교량 구조물에 대하여 케이블 초기길이를 산정하였으며 기존 연구의 결과와 비교 분석하였다.

2. 해석이론

2.1 탄성현수선 케이블 요소

일반적으로 케이블 부재를 이상화하는 방법은 비선

형 트러스, Ernst의 등가 트러스, 탄성현수선 케이블 요소 등으로 대별할 수 있다. 비선형 트러스 또는 Ernst의 등가 트러스 요소의 경우 사장교 케이블과 같이 새그가 작고 장력이 큰 경우에 적용 가능한 요소이기 때문에 본 연구는 현수교 케이블과 같이 새그가 크고 비선형성이 강한 케이블의 거동을 가장 잘 표현할 수 있는 탄성현수선 케이블 요소를 사용하였다.⁽¹⁾ 케이블의 초기길이가 L_0 이며 두 고정점 i, j 에 연결되어 있는 케이블은 자중에 의해 Fig. 1과 같이 변형이 발생하게 된다. L 은 변형 후 케이블의 길이를 나타내며 E 는 케이블의 탄성계수, A_0 는 변형 전의 케이블 단면적, w 는 단위길이 당 케이블의 자중을 의미한다. $F_1 \sim F_6$ 은 케이블 장력의 각 방향 성분, s 는 변형 전의 케이블 좌표, $p(s)$ 는 변형 후의 케이블 좌표를 나타낸다. 또한 탄성현수선 케이블 요소는 기본적으로 초기길이 L_0 와 케이블 장력의 각 방향성분을 미지수로 사용하여 해석한다.

Fig. 1에 나타난 기하학적 조건 및 평형 조건, 그리고 구성방정식을 이용하면 변형 후 케이블의 좌표 $p(s)$ 는 식(1)과 같이 직교좌표계로 나타낼 수 있고 L_0 를 알고 있다면 l_x, l_y, l_z 는 식(1)에 $s=L_0$ 를 대입함으로써 얻을 수 있다.

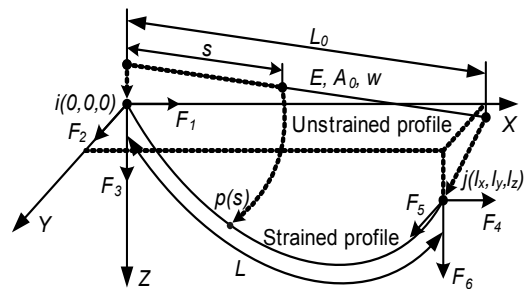


Fig. 1 탄성현수선 케이블 요소

$$x(s) = \int - \left\{ \frac{F_1}{EA_0} + \frac{F_1}{T(s)} \right\} ds \quad (1a)$$

$$y(s) = \int - \left\{ \frac{F_2}{EA_0} + \frac{F_2}{T(s)} \right\} ds \quad (1b)$$

$$z(s) = \int - \left\{ \frac{F_3 + ws}{EA_0} + \frac{F_3 + ws}{T(s)} \right\} ds \quad (1c)$$

여기서 $T(s) = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (F_3 + ws)^2}$ 를 의미한다. 또한 l_x, l_y, l_z 는 i 단의 장력성분 F_1, F_2, F_3 과 케이블의 초기길이 L_0 의 함수로 식 (2)과 같이 표현할 수 있다.

$$l_x = f(F_1, F_2, F_3, L_0) \quad (2a)$$

$$l_y = g(F_1, F_2, F_3, L_0) \quad (2b)$$

$$l_z = h(F_1, F_2, F_3, L_0) \quad (2c)$$

두 고정점 i, j 의 상대변위 변화량과 절점력 변화량의 관계를 나타내기 위해 식(2)의 양변을 편미분한 결과는 식(3)과 같이 매트릭스 형태로 표현할 수 있다. 식(3)에서 \mathbf{F} 는 유도도 행렬을 의미하며 역행렬을 계산함으로써 탄성현수선 케이블 요소의 강성행렬을 구성할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} dl_x \\ dl_y \\ dl_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial F_1} & \frac{\partial f}{\partial F_2} & \frac{\partial f}{\partial F_3} \\ \frac{\partial g}{\partial F_1} & \frac{\partial g}{\partial F_2} & \frac{\partial g}{\partial F_3} \\ \frac{\partial h}{\partial F_1} & \frac{\partial h}{\partial F_2} & \frac{\partial h}{\partial F_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{F} \begin{Bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

2.2 케이블 초기길이 결정

본 연구는 목표장력을 도입하기 위한 초기길이를 결정하기 위해 케이블 장력의 수평성분을 목표장력으로 선택하였으며 Fig. 2와 같이 초기길이에 따라 수평장력의 크기가 변하는 관계를 이용하였다. 초기길이 L_0^U 를 이용하여 산정한 수평장력 F_1^U 이 목표장력 F_1^T 보다 크면 이는 L_0^U 가 목표장력을 만족하는 케이블 초기길이 L_0 보다 작기 때문이며 반대로 초기길이 L_0^L 를 이용하여 산정한 수평장력 F_1^L 이 목표장력보다 작다면 이는 L_0^L 가 L_0 보다 크기 때문이다.

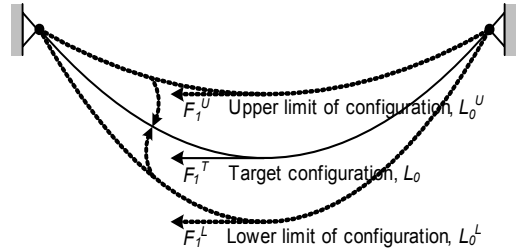


Fig. 2 초기길이와 수평장력의 관계

따라서 케이블의 초기길이를 L_0^i 이라 가정하여 해석한 결과 케이블장력의 수평성분 F_1^i 이 목표장력인 F_1^T 보다 크면 가정한 L_0^i 이 짧은 것을 의미하므로 L_0^i 를 증가시켜 L_0^{i+1} 를 산정하고 F_1^T 보다 작은 경우에는 L_0^i 를 감소시켜 L_0^{i+1} 를 산정하게 된다. 새롭게 산정된 L_0^{i+1} 을 이용하여 해석한 결과 케이블 장력의 수평성분 F_1^{i+1} 과 목표장력 F_1^T 와의 차이가 수렴범위를 만족하면 L_0^{i+1} 를 케이블의 초기길이라고 결정하였다. 여기서 위첨자 i 와 T 는 각각 반복횟수와 목표장력을 의미하고 F_1 과 L_0 는 각각 케이블 장력의 수평성분과 케이블 초기길이를 나타낸다. 이러한 과정을 Fig. 3에 나타내었다. 본 연구에서 제시한 방법의 정확성을 높이기 위해서는 L_0^{i+1} 를 결정하는 증분량 ΔL_0^i 을 선정하는 것이 중요하다. 본 연구는 초기길이 증분량 ΔL_0^i 을 아래와 같은 방법을 통해 결정하였다. 케이블 초기길이와 변형 후의 케이블 길이의 관계는 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

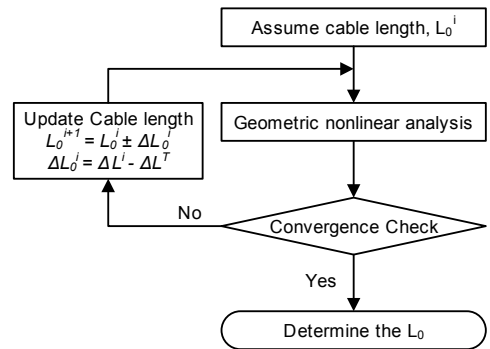


Fig. 3 케이블 초기길이 결정 알고리즘

$$L = L_0 + \Delta L \quad (4)$$

여기서, L 은 변형 후 케이블의 길이를 의미하며 L_0 와 ΔL 은 각각 케이블의 초기길이와 자중 및 외부하중으로 인한 변형량을 나타낸다. 또한 변형 후 케이블의 길이 L 은 식(5)와 같이 표현할 수 있으며 계산 결과 식(6)을 얻을 수 있다. 식(4)와 식(6)에 의해 케이블의 변형량 ΔL 은 식(7)과 같이 F_1, F_2, F_3, L_0 의 함수식으로 나타낼 수 있다.

$$L = \int_0^{L_0} dL ds \quad (5a)$$

$$dL = \sqrt{\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2} \quad (5b)$$

$$L = L_0 + \frac{1}{2EA_0w} [(F_3 + wL_0)T_j - F_3T_i] + \frac{F_1^2 + F_2^2}{2EA_0w} [\ln\{F_3 + wL_0 + T_j\} - \ln\{F_3 + T_i\}] \quad (6)$$

$$\Delta L = \frac{1}{2EA_0w} [(F_3 + wL_0)T_j - F_3T_i] + \frac{F_1^2 + F_2^2}{2EA_0w} [\ln\{F_3 + wL_0 + T_j\} - \ln\{F_3 + T_i\}] \quad (7a)$$

$$T_i = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} \quad (7b)$$

$$T_j = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (F_3 + wL_0)^2} \quad (7c)$$

그리고 식(4)를 이용하면 식(8)과 같이 두 개의 식을 얻을 수 있다.

$$L^T = L_0^T + \Delta L^T \quad (8a)$$

$$L^i = L_0^i + \Delta L^i \quad (8b)$$

식(8a)는 목표장력을 적용하여 계산한 변형 후 케이블 길이를 의미하며 식(8b)는 각 반복횟수마다 계산된 변형 후 케이블의 길이를 나타낸다. i 번째 단계에서 결정한 케이블 초기길이 L_0^i 를 적용하여 산정한

케이블 장력의 수평성분 F_1^i 이 목표장력인 F_1^T 와 같다면 식(6)에 의해 변형 후 케이블의 길이 L^T 와 L^i 는 서로 같은 값을 갖게 된다. 따라서 식(8)을 이용하여 식(9)과 같은 관계식을 얻을 수 있으며 식(9)에 의해 계산된 ΔL_0^i 를 초기길이 증분량으로 결정하였다.

$$\Delta L_0^i = L_0^T - L_0^i = \Delta L^i - \Delta L^T \quad (9)$$

3. 수치예제 및 결과

3.1 평면 케이블

본 연구에서 사용한 탄성현수선 케이블 요소의 타당성을 확인하기 위해 Fig. 4와 같이 초기장력이 작용하고 있는 평면 케이블에 대하여 Table 1과 같이 자중이 변화할 경우에 대하여 중앙점의 수직 처짐을 산정하였다. 본 연구는 케이블 부재를 2개의 탄성현수선 케이블 요소로 모델링하고 주어진 초기길이를 이용하여 해석하였으며 각각 20개의 트러스 요소, 20개와 24개의 3절점 요소, 2개의 탄성현수선 케이블 요소를 사용하여 flexibility iteration 방법을 적용한 기존 연구자들의 결과와 비교하였다.

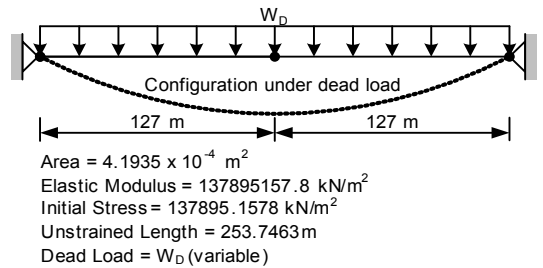


Fig. 4 자중만을 받는 평면 케이블

Table 1 중앙점의 수직처짐 [m]

자중 (kN/m)	Knudson (1971)	Haase (1979)	Ozdemir (1979)	Jayaraman (1981)	본 연구
0.0035	3.3426	3.3434	3.3388	3.3386	3.3398
0.0105	5.8674	5.9484	5.9489	5.9477	5.9487
0.0175	7.3152	7.4369	7.4376	7.4359	7.4369
0.0245	8.4074	8.5352	8.5361	8.5347	8.5354
0.0315	9.3472	9.4267	9.4280	9.4262	9.4270

Table 2 케이블 장력의 수평성분에 따른 초기길이

자중 [kN/m]	자중		자중+집중하중	
	목표장력 [kN]	초기길이 [m]	목표장력 [kN]	초기길이 [m]
0.0035	8.4469	253.7463	98.0296	253.7463
0.0105	14.2201	253.7463	99.6260	253.7463
0.0175	18.9505	253.7463	101.2192	253.7463
0.0245	23.1073	253.7463	102.8097	253.7463
0.0315	26.8913	253.7463	104.3958	253.7463

Table 1에서 볼 수 있듯이 2개의 탄성현수선 케이블 요소만으로도 만족할 만한 결과에 수렴하는 것을 볼 수 있으며 본 연구에서 사용한 케이블 요소가 타당하다고 판단된다.

본 연구에서 적용한 목표장력을 도입하기 위한 케이블 초기길이 결정 알고리즘의 타당성 및 정확성을 검증하기 위해 케이블 장력의 수평성분에 대한 목표장력을 산정하여 본 연구에서 제시한 방법으로 초기 길이를 결정하였다. 또한 집중하중이 작용하는 경우에도 본 연구의 알고리즘이 타당성을 가지는지 검증하기 위해 Fig. 4에 나타난 평면케이블의 중앙점에 Z방향으로 35kN의 집중하중을 작용시켜 그 결과를 Table 2에 나타내었다. Table 2에서 목표장력은 자중 및 집중하중이 작용할 때 산정한 케이블 장력의 수평성분을 의미한다. 이러한 목표장력을 도입하기 위한 초기길이를 산정한 결과 Fig. 4에 제시된 초기길이와 일치하는 결과를 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서 적용한 초기길이 결정 알고리즘은 타당하다고 판단된다.

3.2 타정식 현수교

케이블 교량에 대해 본 연구에서 제시한 방법의 타당성 및 정확성을 검토하기 위해 타정식 현수교를 해석 대상 구조물로 선정하였다. 현수교는 주케이블과 보강거더를 행어로 연결하는 구조로서 행어는 보강거더에 작용하는 하중을 주케이블에 전달하는 부재이다. 따라서 현수교를 Fig. 5와 같이 보강거더와 행어의 연결점을 지점으로 가정하면 보강거더에 발생하는 지점 반력을 행어에 작용하는 하중으로 치환할 수 있다.⁽⁸⁾ 따라서 여러 개의 집중하중을 받는 케이블 구조

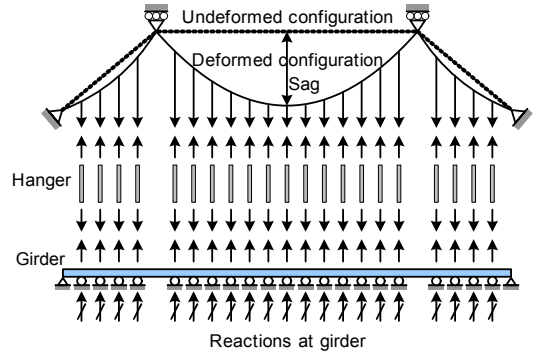


Fig. 5 타정식 현수교의 케이블 시스템 모델링

물로 이상화 할 수 있으며 이 하중에 행어의 자중을 더하면 최종적으로 케이블에 작용하는 하중을 얻을 수 있다.

일반적으로 케이블 부재는 힘의 평형조건을 만족하기 위하여 수직하중에 의해서도 횡방향 처짐이 발생할 수 있다. 이러한 횡방향 처짐으로 행어는 경사지게 배치될 수 있기 때문에 본 연구는 케이블의 횡방향 처짐을 발생시키지 않기 위해 횡방향 자유도를 구속시켰다. 초기길이를 결정하는 해석단계마다 계산된 케이블-보강거더 연결점의 거리가 행어의 길이가 되며 이를 고려하여 케이블에 작용하는 하중을 재산정하였다. 이 과정을 통해 산정한 케이블 장력의 수평성분과 목표장력의 차이가 일정 수렴범위 내에 존재할 때의 초기길이를 케이블의 초기길이로 결정하였다. Fig. 6에 현수교 주케이블의 초기길이를 결정하는 알고리즘을 나타내었다.

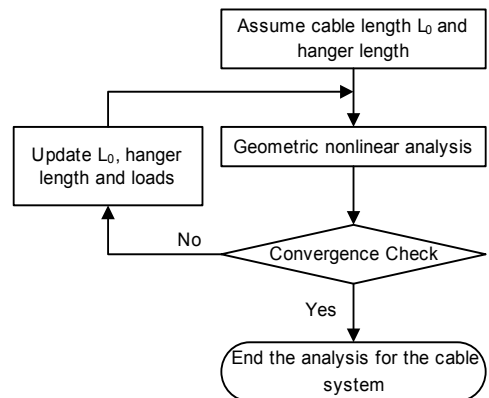


Fig. 6 현수교 주케이블 초기길이 결정 알고리즘

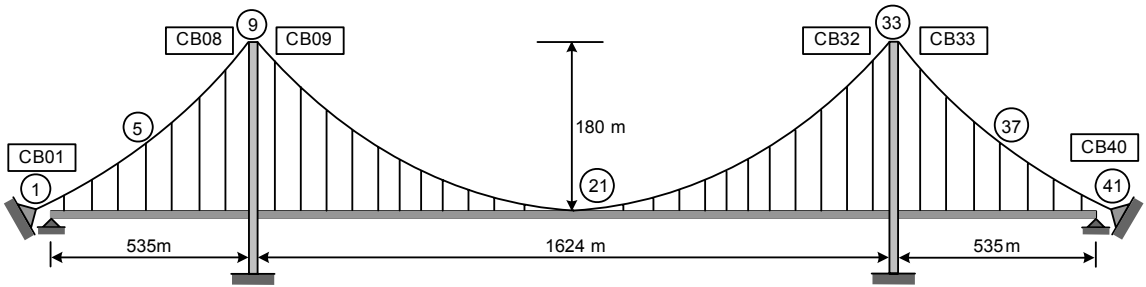


Fig. 7 타정식 현수교

Table 3 단면상수 및 물성치

	탄성계수 [kN/m ²]	단면적 [m ²]	단위중량 [kN/m]
주경간 케이블	2.1×10 ⁸	0.40	32.948
측경간 케이블	2.1×10 ⁸	0.41	33.833
행어	2.1×10 ⁸	0.025	-
보강거더	2.1×10 ⁸	0.50	72.466

Table 4 타정식 현수교의 장력 및 초기길이

	본 연구	Kim 등 ⁽⁸⁾
수평장력[kN]	194.0×10 ³	194.0×10 ³
앵커부 케이블 장력[kN]	197.77×10 ³	198.0×10 ³
주경간 새그[m]	179.91	180.00
측경간 새그[m]	20.01	-
주경간 초기길이[m]	1671.71	1671.74
측경간 초기길이[m]	564.80	564.78
주 케이블 초기길이[m]	2801.31	2801.30

해석 대상 교량은 Fig. 7과 같이 측경간이 535m, 주경간이 1624m로 주경간에 22개, 측경간에 각각 7개의 행어가 연결되어 있으며 주케이블의 중앙부분은 보강거더에 직접적으로 연결되어 있는 현수교이다. 절점 및 케이블 요소의 번호는 좌측에서 우측으로 1~41, CB01~CB40으로 번호를 부여하였다. 해석 대상 교량의 물성치는 Table 3과 같고 행어의 단위중량은 주케이블의 단위중량에 포함되어있다. 케이블 초기길이를 산정하기 위하여 Kim⁽⁸⁾ 등에 의해 산정된 194.0×10³kN을 목표장력으로 설정하였다. 이러한 목표장력을 도입하기 위한 초기길이를 산정한 결과 Table 4와 같이 주케이블 초기길이는 2801.31m로 산정되었으며 수평장력은 194.0×10³kN, 주경간 케이

Table 5 케이블 각 요소의 초기길이

Cable No.	초기길이[m]	Cable No.	초기길이[m]
1	68.097	11	71.545
2	68.683	12	70.751
3	69.293	13	70.040
4	70.006	14	69.417
5	70.795	15	68.882
6	71.666	16	68.421
7	72.617	17	68.070
8	73.644	18	67.798
9	73.379	19	67.607
10	72.420	20	67.526

Symmetric

Table 6 3차원 사장교의 단면 상수 및 물성치

구조요소	Girder	Tower	Cable
탄성계수 [kN/m ²]	2.059×10 ⁸	2.746×10 ⁷	1.961×10 ⁸
단면적 [m ²]	1.225	7.625	0.007
비틀림상수 [m ⁴]	1.377	9.481	-
단면2차모멘트 [m ⁴]	3.4468	22.393	-
단위중량 [kN/m ³]	107.767	24.515	100.119

블 새그는 179.91m로 나타나 Kim⁽⁸⁾ 등의 결과와 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

Table 4에서 주케이블 초기길이는 각 케이블 요소의 초기길이를 합한 값으로 Table 5에 각 케이블 요소의 초기길이를 나타내었다.

3.3 3차원 사장교

해석 대상 교량 구조물은 Fig. 8과 같이 주경간이 500m, 측경간이 200m인 연장 900m인 사장교로서 총 120개의 케이블이 교량중앙을 중심으로 대칭으로

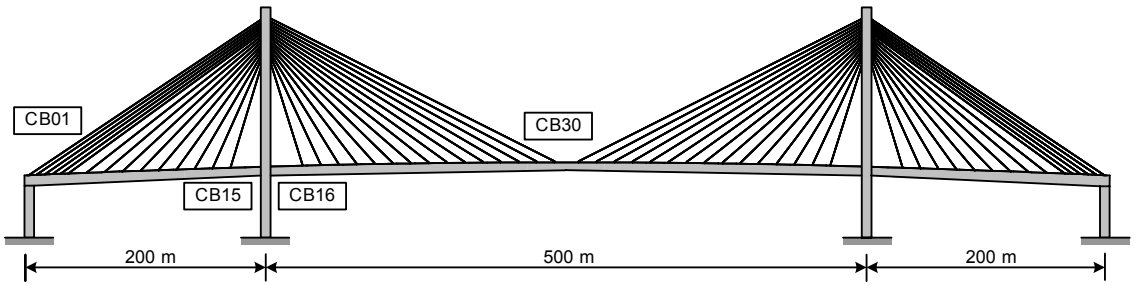


Fig. 8 3차원 사장교

Table 7 3차원 사장교 케이블 장력 및 초기길이

Cable No.	목표장력 [kN]	케이블 장력 [kN]	초기길이 [m]
1	3262.06	3261.89	226.165
2	3061.63	3061.46	219.486
3	2292.54	2292.38	212.833
4	2148.79	2148.62	206.166
5	2024.15	2024.02	199.470
6	1921.88	1921.74	192.821
7	1497.96	1497.89	178.909
8	1457.76	1457.69	165.286
9	1457.17	1457.10	151.950
10	1471.98	1471.92	138.991
11	1328.81	1328.74	126.550
12	1294.20	1294.13	114.749
13	1184.27	1184.20	104.438
14	954.74	954.66	94.124
15	561.84	561.71	86.113
16	318.15	317.94	84.487
17	884.98	884.90	91.902
18	1122.30	1122.23	101.755
19	1268.31	1268.25	111.690
20	1370.68	1370.62	123.196
21	1617.21	1617.16	135.395
22	1703.60	1703.55	148.153
23	1779.49	1779.44	161.324
24	1836.27	1836.22	174.816
25	2237.04	2236.94	188.641
26	2234.30	2234.20	202.606
27	2180.56	2180.45	216.742
28	2064.75	2064.63	231.029
29	2352.46	2352.32	245.398
30	2045.24	2045.08	259.943

배치되어 있으며 케이블 요소의 번호는 좌측에서 우측으로 CB01~CB30으로 번호를 부여하였다. 단면 상수 및 물성치는 Table 6과 같다.

해석 대상 교량의 케이블 장력은 임성순⁽²⁾에 의해 연구되었으며 본 연구는 이러한 케이블 장력을 목표장력으로 선정하여 초기길이를 산정하였다. 그 결과 Table 7과 같이 각 케이블의 초기길이를 산정할 수 있었고 또한 목표장력과 거의 일치하는 케이블 장력을 얻을 수 있었다. 따라서 현수 케이블뿐만 아니라 새그가 작은 사장 케이블에 있어서도 본 연구에서 제시한 반복법을 목표장력을 도입하기 위한 케이블 초기길이를 결정할 수 있었다.

4. 결론

본 연구는 케이블 초기길이에 따라 케이블 장력성분의 크기가 변하는 관계를 이용하여 목표장력을 도입하기 위한 케이블 초기길이 산정에 관한 연구를 수행하였다. 해석 결과 현수 케이블 및 사장 케이블의 목표장력을 만족하는 케이블 초기길이를 산정할 수 있었다. 따라서 본 연구에서 제시한 반복법을 이용하여 목표장력을 만족할 수 있는 케이블 초기길이를 산정할 수 있을 것이라고 판단된다.

참고문헌

1. 안상섭, "탄성현수선 케이블요소를 이용한 3차원 케이블망의 정적 및 동적 비선형해석", 석사학위논문, 서울대학교, 1991.
2. 임성순, "사장교의 케이블 초기장력 및 기준길이 결정

-
- 에 관한 연구”, 구조물진단학회지 제9권 2호, 2005, pp. 137-146.
3. Desai, Y. M., Popplewell, N., Shah, A. H., and Buragohain, D. N., “Geometric nonlinear static analysis of cable supported structures, Comput. Structures”, Vol. 29, 1988, pp. 1001-1009.
 4. Haase, M., “Zur natürlichen formulierung von simplex-elementen höherer ordnung für die berechnung elastischer membranschalen und seilkonstruktionen unter grossen verformungen, Doctorial dissertation, University of Stuttgart”, Stuttgart, 1979.
 5. Irvine, H. M., “Cable Structures”, MIT Press, 1981.
 6. Jayaraman, H. B. and Knudson, W. C., “A curved element for the analysis of cable structures”, Comput. Structures, Vol. 14, 1981, pp. 325-333.
 7. Karoumi Raid, “Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported brigdes”, Comput. Structures, Vol. 71, 1999, pp. 397-412.
 8. Kim, K. S. and Lee, H. S., “Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges”, Comput. Structures, Vol. 79, 2001, pp. 2681-2692.
 9. Knudson, W. C., “Static and dynamic analysis of cable net structure”, Doctorial dissertation, University of California, Berkely, California, 1971.
 10. Niels, J. Gimsing, “Cable Supported Bridges”, Concept and Design, John Wiley&Sons, 1997.
- (접수일자 : 2007년 5월 18일)