

3차원 슬리드요소 및 비상관 소성흐름 법칙을 이용한 콘크리트의 응력해석

3-D Concrete Model Using Non-associated Flow Rule in Dilatant-Softening Region of Multi-axial Stress State

성 대 정*

Seong, Dae Jeong

최 정 호**

Choi, Jung Ho

Abstract

Cohesive and frictional materials such as concrete and soil are pressure dependent. In general, failure criterion for such materials inclined with respect to positive hydrostatic axis in Haigh-Westergaard stress space. Consequently, inelastic volumetric strain always positive with associated flow rule. In this study, to overcome this shortcoming, non-associated flow rule which controls volumetric component of plastic flow is adopted. Numerical analysis based on a constitutive model using nonuniform hardening plasticity with five parameter failure criterion and non-associated flow rule has conducted to predict concrete behavior under multi-axial stress state and verified with experimental result.

요 지

탄-소성론에 근거한 콘크리트나 토질과 같은 재료의 파괴 포락선은 주응력을 축으로 하는 공간 좌표계상에서 인장의 등압(hydrostatic stress)축을 향해 기울어진 형태를 가지며 소성흐름이 상관소성흐름 법칙(associated flow rule)에 따라 결정될 경우 콘크리트의 거동 예측시에 과도한 체적 팽창률을 나타내게 된다. 본 논문에서는 콘크리트의 다축응력 하에서의 거동을 예측하기 위하여 비균일 경화(nonuniform hardening)를 적용한 5계수 파괴 포락선과 등압축 방향 성분의 소성 흐름을 수정하는 비상관 소성흐름 법칙(non-associated flow rule)을 사용하여 비선형 유한요소해석 프로그램을 개발하였으며 신뢰성 있는 연구자의 다축응력 실험결과와 유한요소해석 프로그램의 해석결과를 비교하였다.

Keywords : Concrete constitutive model, Non-associated flow rule, Nonuniform hardening

핵심 용어 : 콘크리트 구성 방정식, 비상관 소성흐름, 비균일 경화

* 정희원, 성균관대학교 토목공학과 박사수료

** 정희원, 한경대학교 토목공학과 부교수, 교신저자

E-mail : jhchoi@hknu.ac.kr 031-670-5145

• 본 논문에 대한 토의를 2008년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 2008년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

적절한 구성방정식과 탄-소성모델, 파괴역학 등의 조합으로 콘크리트의 파괴모드에 따른 응력을 해석적으로 예측하기 위한 연구들⁽¹⁾⁻⁽³⁾이 계속되고 있다. 콘크리트는 구속응력에 대한 민감성, 인장영역과 압축영역에서의 서로 다른 경화 및 연화 거동, 하중 경로에 대한 의존성, 비탄성 영역에서의 체적팽창, 균열의 형성과 함께 점진적으로 진행되는 탄성 강성의 저하 등 복잡한 거동을 보인다. 파괴 포락선과 경화 법칙, 소성 흐름 법칙으로 구성된 고전적 소성모델의 부족한 점을 들자면 응력이 최고점에 달한 이후의 연화영역에서의 거동을 설명하기 위한 능력이 상대적으로 떨어지며, 과도하게 단순화된 모델의 경우 콘크리트의 복잡한 거동을 모든 하중상태 하에서 예측하기에는 어려움이 따른다. 이러한 단점을 극복하기 위한 노력으로 기존의 소성 모델에 콘크리트의 거동 특성을 예측하기 적합하도록 크고 작은 수정이 가해졌으나 이로 인한 수치해석상의 어려움을 정당화 할 만큼 해석결과의 개선은 이루어지지 않은 경우가 많았다.⁽⁸⁾ 고전적인 소성론은 주응력을 축으로 하는 공간상에서 초기의 탄성 한계를 규정하는 항복 포락선을 가정하고 경화를 규정하는 기준에 따라 이 포락선은 일정 크기를 유지하거나 또는 파괴 포락선에 도달할 때 까지 하중 포락선 (loading surface)이라 불리는 중간 단계의 포락선으로 그 크기와 형태 등이 변화한다. 소성변형의 크기와 방향을 결정하기 위한 흐름 법칙이 추가로 고려되면 소성 영역에서의 응력과 변형률의 관계를 증분에 대한 관계식으로 얻을 수 있다. 이러한 초기의 소성모델은 등압축에 무관한 거동을 보이는 금속성 재료의 거동 예측에 적합하였으며, 콘크리트나 토질과 같은 압력에 민감하고 점착성 및 마찰각에 따른 거동 특성을 보이는 재료에 적용하기 위해서는 항복 포락선의 모양, 경화 및 연화 기준 및 소성 흐름 법칙 등 많은 부분 수정이 필요하다. 보다 실제에 가까운 거동을 예측하면서 다양한 하중상태 하에서의 수치해석에 적합한 구성 모델을 정립하기 위해서는 기존의 소성모델에 가해지는 수정사항이 가능하면 파괴포락선의 연속성, 볼록면 (convexity) 등을 유지하는 범위 내에서 이루어지는

것이 바람직하다. 소성흐름이 발생하는 동안 해의 유일성 및 Drucker의 안정성 조건(Drucker's stability postulate)에 위배되지 않는 해를 안정적으로 구할 수 있게 하는 상관 소성흐름 법칙은 콘크리트와 같은 압력에 민감하고 마찰각의 영향을 받는 재료의 경우 비탄성 체적변화에 민감한 영향을 미치므로 수정이 불가피하다. 이 연구에서는 고전적인 소성론과 하중증분 또는 변위증분법에 근거한 콘크리트의 구성모델을 바탕으로 Han and Chen⁽⁴⁾에 의해 제안된 비균일 경화 모델을 사용한 콘크리트의 구성 모델을 유한요소해석에 사용하였으며 과도한 비탄성 체적 변화율을 제어하기 위한 비상관 소성흐름 법칙을 유한요소해석에 적용하였다.

2. 3차원 구성모델

2.1 파괴 포락선

균열이 발생하지 않은 콘크리트는 유사등방성의 재료로 가정한다. 응력을 축으로 하는 공간상에서 파괴 포락선은 기준 좌표계에 따른 영향을 받지 않아야 하므로 응력의 불변항의 함수로 표현된다. 콘크리트의 파괴포락선 정의는 일반적으로 식(1)과 같은 형태를 가지며 포락선의 형상을 정의 하기위한 계수값들은 일축, 이축 및 삼축응력 실험결과들로부터 결정할 수 있다.

$$f(\rho, \sigma_m, \theta) = \rho - \rho_f(\sigma_m, \theta) = 0 \quad |\theta| \leq 60^\circ \quad (1)$$

응력의 불변항은

$I_1 = \sigma_{kk}$, $J_2 = (s_{ij}s_{ij})/2$, $J_3 = (s_{ij}s_{jk}s_{ki})/3$ 의 세 가지이며 편차응력은 $s_{ij} = \sigma_{ij} - (\sigma_{kk}/3)\delta_{ij}$ 와 같다.

식(1)에서 파괴 포락선은 Haigh-Westergaard 좌표축에 대하여 표현되었으며 각각 $\sigma_m = \xi/\sqrt{3} = I_1/3$, $\rho = \sqrt{2J_2}$, $\theta = (1/3)\cos^{-1}\{(3\sqrt{3}J_3)/(2J_2^{3/2})\}$ 의 관계를 가진다. 편차평면(deviatoric plane)상에서 파괴 포락선은 60° 를 기준으로한 세 개의 주응력 축에 대칭인 포물선 형태를 가진다. 비교적 낮은 구속응력하에서는 $\theta = 60^\circ$ 인 압축축에 편중된 삼각형 형태를 보

이고 구속응력이 증가함에 따라 원형으로 점진적으로 변화하는 형태를 가진다. 이 연구에서는 Willam-Warnke의 5계수 파괴포락선을 사용하였다. 총 6개의 계수 값은 인장 등압-편차 포물선과 압축 등압-편차 포물선이 등압축에서 서로 만나야 하므로 5개의 독립적인 계수 값이 존재한다. 전체 파괴 포락선은 식(2)와 같다. ρ_c 와 ρ_t 는 각각 압축, 인장 편차 응력이며 모든 응력 값은 일축 압축강도 f'_c 으로 정규화 되었다.⁽⁹⁾

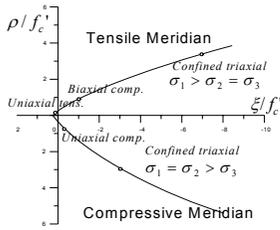


Fig. 1 등압-편차평면상의 파괴포락선

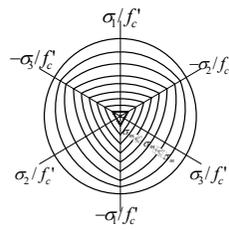


Fig. 2 편차평면상에서 파괴포락선의 변화

$$\rho_f(\sigma_m, \theta) = \left\{ 2\rho_c(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos\theta + \rho_c(2\rho_t - \rho_c) \right. \\ \left. \times \sqrt{4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + 5\rho_t^2 - 4\rho_t\rho_c} \right\} \\ / \left\{ 4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + (\rho_c - 2\rho_t)^2 \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_m = a_0 + a_1\rho_t + a_2\rho_t^2 \quad (3)$$

$$\sigma_m = b_0 + b_1\rho_c + b_2\rho_c^2 \quad (4)$$

2.2 탄-소성 정식화

소성 변형이 발생한 이후의 전체 변형률은 탄성 변형률 증분과 소성 변형에 의한 변형률 증분으로 나누어서 식(5)와 같이 나타낼 수 있다. D_{ijkl}^e 는 4차 등방 텐서인 탄성 계수 행렬이다.

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl}^e = D_{ijkl}^e (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p) \quad (5)$$

소성 변형률의 증분은 상관 소성흐름 법칙에 의해서 파괴 포락곡면에 직교한 방향으로 발생한다고 가정할 수 있다.

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6)$$

여기서 g 는 소성포텐셜을 나타낸다. 상관 소성흐름 법칙을 만족하는 해는 Drucker의 안정성 조건에 위배되지 않으며 해의 유일성을 보장 받는다. 소성 변형의 크기를 결정하는 소성 승수(plastic multiplier) $d\lambda$ 는 소성 변형이 발생하는 동안에도 응력은 파괴 포락선 상에 존재해야 하므로 일관성조건(consistency condition)으로부터 구할 수 있다. 최종적인 응력과 변형률의 증분으로 표현된 탄-소성 응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$d\sigma_{ij} = \left(D_{ijkl}^e - \frac{1}{h} D_{ijpq}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnkl}^e \right) d\epsilon_{kl} \quad (7) \\ = (D_{ijkl}^e + D_{ijkl}^p) d\epsilon_{kl} = D_{ijkl}^{ep} d\epsilon_{kl}$$

$$h = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnpq}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} - H^p \frac{\partial f}{\partial \sigma_e} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \sigma_{kl} \quad (8) \\ = n_{pq} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} - H^p \frac{\partial f}{\partial \sigma_e} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \sigma_{kl}$$

여기서 σ_e , ϵ_p 는 각각 스칼라량인 유효 응력과 유효 변형률이며 $H^p = d\sigma_e/d\epsilon_p$ 는 소성 계수(plastic modulus)이다.

2.3 비균일 경화 모델

탄성한계 이후에 완전 소성에 가까운 거동을 보이는 일부 강재와 달리 콘크리트는 탄성한계와 소성 경화의 구분점이 모호하다. 초기 탄성 한계를 지나 미시 균열(micro crack)이 진전하면서 응력의 한계점에 도달할 때까지의 경화 거동은 가장 간단하게는 등방성 경화 모델(isotropic hardening model)로 설명할 수 있다. 하지만 콘크리트는 압축과 인장에서 다른 거동을 보이며 비교적 낮은 구속응력 하에서는 경화거동 후에 거시 균열(macro crack)의 발생과 체적의 팽창이 가속되며 변위가 집중되는 연화거동이 뒤따른다. 반면에 비교적 높은 구속하중 하에서는 거시 균열의 진전이

구속되어 체적의 팽창이 발생하지 않으며 높은 등압축력 하에서는 뚜렷한 연화 거동 없이 바로 파괴에 이른다. 비균일 경화 모델은 파괴포락선을 등압축 상에서 인장 구간, 인장과 압축이 혼재하는 구간, 비교적 낮은 구속응력이 작용하는 구간 그리고 높은 구속응력이 작용하는 구간으로 나누어서 초기 탄성한계를 정의하는 포락선과 최종 파괴 포락선 사이의 하중 포락선을 달리 정의하였다. 식(9)에서 $k(\sigma_e, \sigma_m)$ 은 등압축의 크기와 현재 유효 응력의 크기에 따른 초기 탄성한계 포락선의 최종 파괴 포락선간의 팽창의 정도를 결정하는 형상 계수이며 0과 1사이의 값을 가진다.

$$f(\sigma_m, \rho, \theta) = \rho - k(\sigma_e, \sigma_m) \rho_f(\sigma_m, \theta) = 0 \quad (9)$$

파괴 등압-편차평면상에서 $\sqrt{J_2} < I_1/\sqrt{3}$ 인 구간은 인장-인장 영역($\sigma_m^0 \leq \sigma_m \leq \sigma_m^t$)으로 일축인장 하에서는 소성변형에 따른 경화과정을 거치지 않기 때문에 초기탄성 한계와 파괴 포락선이 일치하는 형태를 가진다. 이 구간에서 형상 계수 k 는 항상 1의 값을 가진다. $\sqrt{J_2} \geq I_1/\sqrt{3}$ 또는 $\sqrt{J_2} \geq -I_1/\sqrt{3}$ 인 구간($\sigma_m^t \leq \sigma_m \leq \sigma_m^c$)은 압축과 인장이 혼재하는 영역으로 파괴 포락선과 현재의 하중 포락선 간의 크기 비율은 식(10)과 같이 등압축에 대한 2차식으로 정의하였다. σ_m^k 는 비교적 낮은 구속응력이 작용하는 영역과 높은 구속응력이 작용하는 지점을 구분하는 값으로 수치 예제에서 사용한 값은 일축압축 강도로 정규화하여 -1을 사용하였다. 식(10)에서 k_0 는 식(11)로부터

구한 k 를 사용한다. $\sigma_m^c \leq \sigma_m \leq \sigma_m^k$ 구간에서 k 는 등압축에 무관하며 파괴 포락선과 일축압축 직선이 만나는 지점에서의 최종 포락선과의 크기 비를 나타내며 식(11)로부터 구할 수 있다.

$$k(\sigma_e, \sigma_m) = \left\{ (\sigma_m^c - \sigma_m)^2 + k_0 (\sigma_m^t - \sigma_m) \times (\sigma_m^t - 2\sigma_m^c + \sigma_m) \right\} / (\sigma_m^t - \sigma_m^c)^2 \quad (10)$$

$$k(\sigma_e) = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\sigma_e b_2}{b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2 b_0} - \frac{4}{3}b_2 \sigma_e} \quad (11)$$

높은 구속응력을 받는 영역($\sigma_m^k \leq \sigma_m$)에서는 파괴 포락선이 압축축 등압축을 향해 닫힌 형상을 갖도록 먼저 현재의 유효 응력에 따라 $\overline{\sigma}_m$ 을 정의하였다. $\overline{\sigma}_m$ 은 초기 탄성 한계에서 유한한 특정 값을 가지며, 유효 응력비가 1로 증가함에 따라 점진적으로 무한대의 값을 가지게 된다.

$$\overline{\sigma}_m = \frac{-1.4}{1 - \sigma_e} \quad (12)$$

$$k(\sigma_e, \sigma_m) = \frac{k_0 \{ \overline{\sigma}_m (\overline{\sigma}_m + 2) - \sigma_m (\sigma_m + 2) \}}{(1 + \overline{\sigma}_m)^2} \quad (13)$$

모든 응력성분은 일축 압축강도 f'_c 으로 정규화 되었으며, 각 구간의 천이 영역에서의 연속성을 보장하기 위해서 파괴 포락선의 기울기가 불연속인 지점이 발생하지 않도록 정의되었다.

탄성한계 이후의 경화 및 연화과정에서는 현재의 상태를 정의 해 주는 경화 계수가 필요하다. 최종 파괴 포락선 식(9)에서 형상 계수는 응력의 등압축 성분과 유효 응력의 함수로 표현 되었으며 유효 응력은 유효 변형률의 함수로 표현 가능하므로 형상 계수는 내재적으로 유효 변형률의 함수로 볼 수 있다. 콘크리트의 경우 파괴포락선 함수에 등압축 성분이 변수로 추가되므로 소성 변형에 의한 체적의 변화가 발생하며, 변형

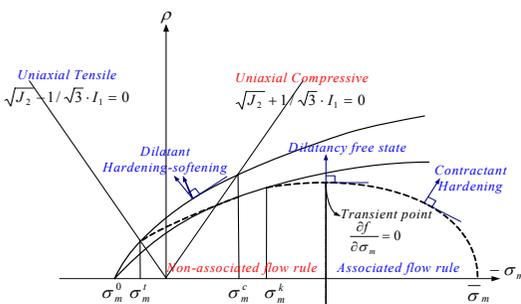


Fig. 3 콘크리트의 비균일 경화⁽⁴⁾

경화(strain hardening) 대신 work hardening의 적용이 더 용이하다. 유효 변형률은 소성 변형이 한 일로부터 식(14)과 같이 정의 되며 증분법에서 단계 별로 합산되어 경화 계수의 역할을 한다.

$$dW_p = \sigma_c d\epsilon_p = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \sigma_{ij} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (14)$$

2.4 유효 응력 및 유효 변형률

유효 응력과 유효 변형률의 관계는 일축 실험결과로부터 구할 수 있으며 다축 응력 상태의 유효 응력-유효 변형률 관계로 확장하여 사용 할 수 있다. 유한요소해석의 입력값을 간략히 하기 위해서 일축압축 실험의 응력-변형률 관계식은 Thorenfeldt 등이 제안한 식(15)를 사용하였으며, $15 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 125 \text{ MPa}$ 범위의 강도를 갖는 콘크리트에 적용할 수 있다.

$$\frac{f'_c}{f'_c} = n \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) / \left\{ n - 1 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^{nk} \right\} \quad (15)$$

여기서 ϵ_0 는 f'_c 에서의 변형률, n 은 $E_c / (E_c - E'_c)$, E'_c 은 f'_c / ϵ_0 과 같이 정의된다. k 는 경화 구간에서는 1로 일정한 값을 가지며 연화 구간에서는 식(16)으로부터 얻는다.

$$k = 0.67 + \left(\frac{f'_c}{62} \right) \geq 1.0 \quad (\text{MPa}) \quad (16)$$

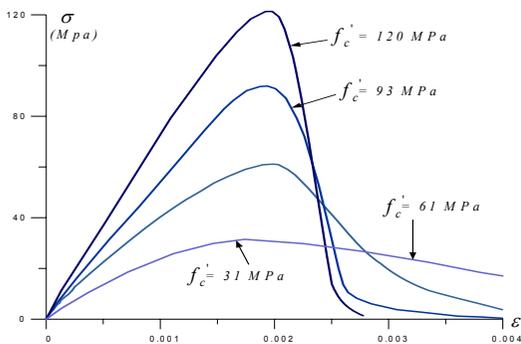


Fig. 4 전형적인 콘크리트의 일축압축 응력-변형률 곡선

2.5 비상관 소성 흐름

압력에 민감한 콘크리트와 같은 재료의 경우 파괴 포락선은 압축축 등압 방향으로 열려 있는 형태를 가지며, 소성흐름의 등압축 방향성분 $\partial f / \partial I_1$ 이 항상 양의 값을 가지게 되므로 해석결과는 실제보다 과도한 소성 체적 변화율을 나타내게 된다. 비상관 소성흐름은 소성 변형의 방향을 결정하는데에 파괴 포락선식을 사용하지 않고 동일한 소성 포텐셜을 가진 점들로 이루어진 소성 포텐셜(plastic potential)면을 정의한다. 소성흐름의 방향은 소성 포텐셜 g 를 총 9개의 응력 성분으로 편미분해서 구할 수 있다. 파괴 포락선과는 달리 뚜렷한 소성 포텐셜면을 정의하기 위한 근거를 찾기는 힘들다. 적절한 소성 포텐셜을 정의하는 것이 타당한 방법일 수는 있으나 항상 해의 유일성을 보장 받아야 한다는 조건을 만족해야 하므로 장점 보다는 수치해석상의 복잡성을 증가시키는 단점이 더 크게 작용한다. 이 연구에서는 낮은 구속 하중하에서 과도하게 예측되는 소성 체적 변화를 제어하기 위하여 전단과 거시 균열로 인하여 체적의 팽창이 발생하는 영역과 높은 구속 하중하에서 체적의 수축만 발생하는 영역으로 구분하고 전자의 경우에만 비상관 소성흐름 법칙을 적용하였다. 두 영역간의 천이 지점은 파괴 포락선의 등압축 성분에 대한 변화율이 0인 지점을 기준으로 구분하였다. 소성흐름의 편축방향 변화율 성분과 θ (lode angle)방향 변화율 성분은 그대로 두고 등압축 방향 성분만 식(17)과 같이 수정하였다.

$$\frac{\partial g}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \left\{ \frac{\alpha_0}{e^{\alpha_1(1-\sigma_c)}} - \alpha_2 \sigma_c \right\} \quad (17)$$

α_0 와 α_1 , α_2 값은 소성 체적 변화를 제어하는 계수 값으로, 실험결과와 비교해서 적절한 값을 결정할 수 있다. 비상관 소성흐름 법칙을 따르는 탄-소성 구성 모델은 Drucker의 안정성 조건을 반드시 만족하지는 않지만 해의 유일성을 보장 받을 수 있는 범위 내에서는 비상관 소성흐름 법칙의 적용이 가능하다. 해의 유일성을 보장받기 위해서는 탄-소성 응력-변형률 관계식에서 식(8)이 항상 0보다 큰 값을 가져야 한다.

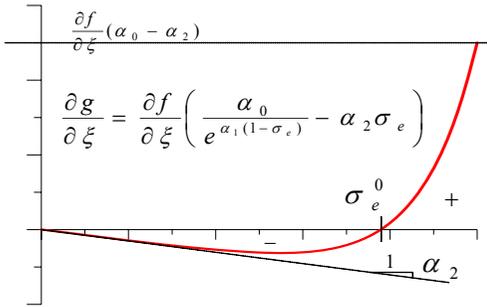


Fig. 5 비상관 소성흐름 계수

하중 포락선과 소성 포텐셜면이 정의되면 응력-변형을 관계식으로부터 탄-소성 영역에서 하중 증분 또는 변위 증분법에 의한 응력과 변형률을 결정할 수 있다. 비상관 소성흐름 법칙에 따른 탄-소성 강성 행렬은 주 대각선을 기준으로 비대칭(unsymmetric) 행렬이 된다. Fig. 5는 식(17)을 도식적으로 나타낸 것이다. 계수값 α_0 및 α_2 는 각각 식(17)의 최대값 및 초기 곡선의 기울기를 나타내며 α_1 은 곡선이 수평축과 만나는 지점을 제어하는 역할을 한다.

2.6 비선형 유한요소해석 프로그램

비선형 유한요소해석을 위한 프로그램은 버클리 대학의 Taylor가 개발한 범용 유한요소해석 프로그램 FEAP에 비선형 재료모델을 추가한 RCAHEST⁽¹⁾를 수정하여 작성하였다. 응력과 변형률의 미소증분이 유한한 값을 가지는 증분으로 대체 되었으므로 현 단계의 계산이 종료된 시점의 응력은 하중 포락선상에 위치하지 않고 외부에 존재할 수 있다. 초기 응력의 증가분으로부터 계산된 유효 변형률과 응력상태는 현 단계의 하중 포락선상에 놓일 때까지 반복 계산된다. 소성회귀응력(plastic return stress)을 결정하기 위한 알고리즘으로는 방사회귀귀착점(radial return mapping) 알고리즘을 사용하였다.

3. 수치 예제 및 고찰

해석모델을 검증하기 위하여 Kupfer 등⁽⁷⁾ 및 Jan

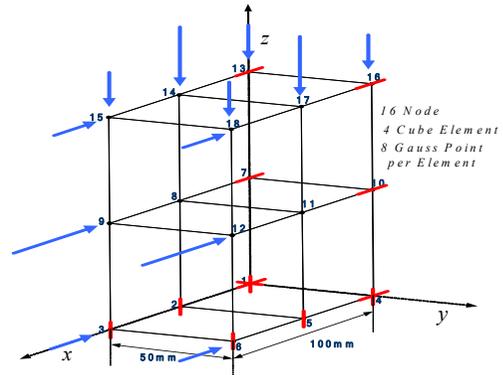


Fig. 6 유한요소 모델⁽⁷⁾

등⁽⁵⁾의 실험을 선택하였다. 파괴 포락선을 정의하는 계수값은 Table 1에 나타난 바와 같다. 파괴 포락선의 계수값은 인장축 등압축과 만나는 점을 제외하고 모든 지점에서 연속성을 유지하면서 부드럽게 변해야 한다. 해석 프로그램 상에서 결정된 계수값은 위의 조건에 부합하는지를 검토하고 그렇지 않을 경우 경고 메시지를 출력하도록 하였다.

Kupfer 등⁽⁷⁾은 $200\text{mm} \times 200\text{mm} \times 50\text{mm}$ 의 콘크리트 시험체에 대한 이축응력 실험을 수행하였다. 대칭성을 고려하여 Fig. 6과 같이 1/4시험체로 모델링 하였다. 탄성계수는 31700MPa , 일축 압축강도는 32.06MPa 그리고 포아송 비는 0.22를 사용하였다. 일축 인장강도는 일축 압축강도의 10%로 보았으며 동일한 압축력으로 압축했을 때의 이축 압축강도는 일축 압축강도의 115%를 사용하였다.

Table 1 파괴 포락선 계수값의 결정

Type	σ_m/f'_c	ρ/f'_c	θ	Willam-War nke의 계수
Uniaxial Compression	-1/3	$\sqrt{2/3}$	60°	$a_0 = b_0 =$ 0.0991299
Uniaxial Tension	1/3×0.1	$\sqrt{2/3} \times 0.1$	0°	
Biaxial Compression	-2/3×1.15	$\sqrt{2/3} \times 1.15$	0°	$a_1 = -$ 0.79477063
Confined Compression ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$)	-1.933	2.11	60°	$a_2 = -$ 0.13557271
Confined Compression ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$)	-3.9	2.91	0°	$b_1 = -$ 0.37931011 $b_2 = -$ 0.18413674

비균일 경화 모델의 σ_m^k 값은 -1 , $\overline{\sigma_m}$ 의 초기값은 -2 를 사용하였다. σ_m^0 , σ_m^t , σ_m^c 는 파괴 포락선이 결정되면 해석 프로그램 내부에서 계산된다. 일축압축 시험에서 ϵ_0 는 0.00216을 사용하였으며 탄성한계는 $0.3f_c'$ 로 보았다. 이축응력 시험결과와 해석결과를 비교하기 전에 소성 체적변화를 제어하는 식(17)의 α_0 과 α_1 , α_2 를 결정해야 한다. Kupfer 등⁽⁷⁾의 실험은 일축과 이축 응력상태하의 체적변화 곡선을 제공하므로 이를 먼저 해석결과와 비교하였다.

해석에 사용된 α_0 , α_1 및 α_2 는 각각 0.9, 17.35 및 0.52이다. 실험값은 파괴 포락선상의 θ 값이 작을수록 체적 변화율이 압축축에 편중되는 경향을 보이며 비상관 소성흐름은 일축압축 실험을 기준으로 결정되었다. Fig. 7은 일축압축 시험의 체적변화율을 나타낸다. 상관 소성흐름 법칙에 따른 해석결과는 소성변형 구간에서 체적 변화를 과도하게 예측하였으며, 체적변화를 제어한 비상관 소성흐름 해석결과는 실험결과와 거의 일치하는 체적변화율을 보였다. Fig. 8의 응력-변형률 관계에서도 해석결과는 실험결과와 상당히 일치하였다. 반면에 Fig. 9 및 Fig. 11의 이축압축 시험체의 경우에는 해석결과가 실험결과 보다 다소 작은 체적 압축율을 보였다. 체적변화를 제어하기 위해서 소성흐름 방향을 과도하게 조절하면 응력-변형률 곡선이 전체적으로 압축축에 편중된 형태로 나타나게 된다.

Fig. 13과 Fig. 14에는 Van Mier⁽⁵⁾의 일축 압축 실험과 해석결과를 비교하였다. 변위제어를 통한 일축 압축 실험은 변위증분에 의한 해석을 수행하였다.

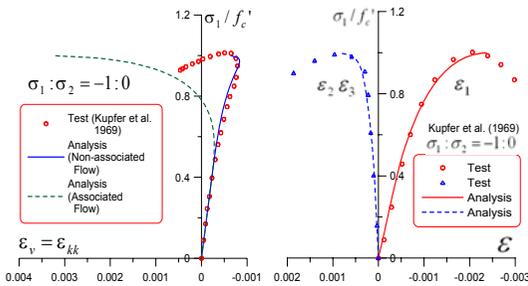


Fig. 7 체적변화율 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : 0$)

Fig. 8 압축-압축 하중 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : 0$)

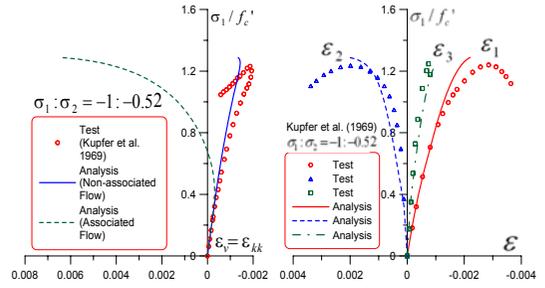


Fig. 9 체적변화율 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : -0.52$)

Fig. 10 압축-압축 하중 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : -0.52$)

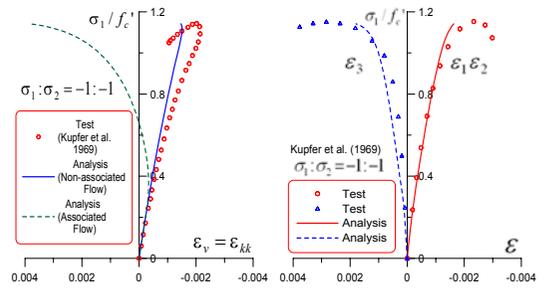


Fig. 11 체적변화율 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : -1$)

Fig. 12 압축-압축 하중 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : -1$)

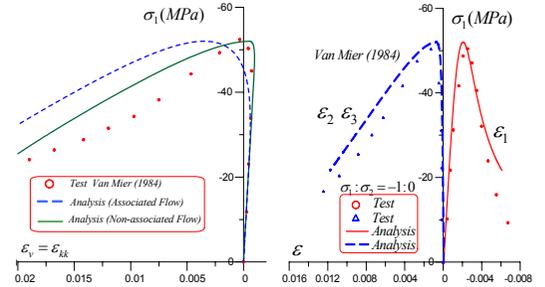


Fig. 13 체적변화율 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : 0$)

Fig. 14 압축-압축 하중 ($\sigma_1 : \sigma_2 = -1 : 0$)

4. 결론

이 연구에서는 다축응력을 받는 콘크리트의 응력을 예측할 수 있는 비선형 유한요소해석 프로그램을 개발하였으며 실험 및 해석결과와 비교를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 제안된 해석모델은 비균일 경화 모델 및 비상관 소성흐름 법칙에 따라 구성되었으며, 상관 소성흐름

법칙에 따른 해석결과에 비하여 소성영역에서의 체적변화를 보다 정확하게 예측할 수 있었고 이축응력 상태의 실험결과와도 비교적 잘 일치하는 결과를 얻었다.

- 2) 비상관 소성흐름을 결정하는 제안식은 콘크리트의 체적변화 곡선에 근거해서 계수값을 결정 할 수 있으며 다양한 응력상태의 콘크리트의 체적 팽창을 제어하기 위한 매개변수 연구에 활용될 수 있을 것으로 판단된다.
- 3) 이 연구에서 개발된 콘크리트의 해석모델과 적절한 철근 해석모델을 조합하므로써 2차원 해석으로는 거동 예측에 한계가 있는 철근콘크리트 구조물의 3차원 유한요소해석에 효과적으로 활용할 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 한경대학교 교비 해외파견 연구비의 지원으로 이루어 졌음을 밝히며 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. 김태훈, 신현목, "Analytical approach to evaluate the inelastic behaviors of reinforced concrete structures under seismic loads", 한국지진공학회 논문집, V.5, N.2, 2001, pp. 113-124.
2. 권민호, 조창근, "구속응력을 받는 콘크리트 구조물

해석을 위한 콘크리트 구성모델", 한국콘크리트학회 논문집, V.15, N.3, 2003, pp. 433-442.

3. 주영태, 이용학, "콘크리트의 비탄성 체적팽창 제어를 위한 소성흐름 방향의 결정", 대한토목학회 논문집, V.22, N.2-A, 2002, pp. 211-219.
4. D. J. Han & W. F. Chen, "A Nonuniform Hardening Plasticity Model for Concrete Materials", Journal of Mechanics of Materials, V.4, N.4, 1985, pp. 283-302.
5. J. G. M. van Mier, "Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions", PhD dissertation, Eindhoven Univ. of Technol., The Netherlands, 1984.
6. H. D. Kang & K. J. Willam, "Performance evaluation of elastoviscoplastic concrete model", Journal of Engineering Mechanics, V.126, N.9, 2000, pp. 995-1000.
7. H. Kupfer, H. K. Hilsdorf, & H. Rusch, "Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses", ACI Journal, V.66, N.8, 1969, pp. 656-666.
8. F. B. Lin, Z. P. Bazant, J. C. Chern & A. H. Marchertas, "Concrete model with normality and sequential identification", Computers & Structures, V.26, N.6, 1987, pp. 1011-1025.
9. Ph. Menetrey & K. J. Willam, "Triaxial failure criterion for concrete and its generalization", ACI Structural Journal, V.92, N.3, 1995, pp. 311-318.

(접수일자 : 2007년 11월 19일)