

# 고속철도 아치교량의 공진특성

## Resonance Characteristics of a Arch Bridge for High-Speed Railways

남 덕 우<sup>1)</sup> · 최 홍 길<sup>2)</sup> · 김 경 남<sup>3)</sup> · 정 경 섭<sup>4)</sup>

Nam, Deok Woo · Choi, Hong Kil · Kim, Kyoung Nam · Jung, Kyoung Sup

**요약** : 본 연구에서는 열차하중에 의한 아치교량의 처짐, 변형률이력곡선, 진동가속도와 같은 동적거동특성을 파악하기 위하여 동적주행시험을 실시하였다. 동적주행시험의 측정결과는 실 제원을 바탕으로 형상화 된 구조해석모델의 시간이력 및 고유치해석과의 비교를 통해 구조해석모델의 타당성을 검증하는데 이용되었다. 검증된 구조해석모델의 공진 검토결과, 주파수 일치에 의한 공진의 경우 가진 진동수와 고유진동수비가  $1 \pm 0.04$ 의 공진영향범위에서 벗어나도록 하는 것이 필요하다 판단된다. 또한 속도매개변수에 의한 공진의 경우 2차 모드 진동수는 아치교량의 동적거동에 크게 영향을 미치며 아치리브와 관련된 형고비, 라이즈비, 폭, 두께 등의 형상 매개변수 조절을 통해 실 운행속도대역 이상으로 부임계속도를 변화시킴으로써 아치교량의 동적거동을 안정화시킬 수 있었다.

**ABSTRACT** : The dynamic vehicle running tests were performed to analyze dynamic behavioral characteristics such as displacement, strain history loop and vibration acceleration in arch bridges. Also, the validity of the modeling was verified by comparing the results of the tests and those of the structural analysis modeling. With the resonance revision of verified modeling, when the ratio of excited frequencies to natural frequencies exceeds  $1 \pm 0.04$ , the stability of the bridge is obtained. Also, in the event of resonance by speed parameter, the second mode shape is dominant to the dynamic behaviors of arch bridges. It is found that manipulating the parameters involving arch ribs can increase the second mode natural frequency. It makes critical velocity greater than operational velocities to guarantee the stability of arch bridges.

**핵심 용어** : 동적주행시험, 이력곡선, 진동가속도, 공진, 속도매개변수

**KEYWORD** : Dynamic vehicle running test, History loop, Vibration acceleration, Resonance, Speed parameter

### 1. 서론

100m 이상의 경간을 갖는 유럽의 고속철도 교량은 이제까지 아치교 형식이 일반적이지만 국내에서는 고속도로와 철도 횡단구간 등 경간 확보가 필요한 특수한 경우의 구간에만 아치교가 설치되고 있다. 아치교는 독특한 곡선의 아름다움과 하중에 의한 수평 반력을 효과적으로 분배할 수 있고, 주변지역 환경과의 조화가 잘 이루어지기 때문에 도로교에서는 중앙지간이 70~200m 이상 요구되는 장대교량에도 설계·시공되고 있는 반면(최명기, 2005), 고속철도 교량건설 분야에서는 고속열차 운행 특성상 중량의 열차가 고속으로 운행됨으로서 교량에 작용하는 활하중에 의한 동적거동 및 변형형상이 복잡하고 소음 등이 콘크리트 교량에 비하여 상대적으로

로 크다는 기존통념과 그에 대한 연구나 검토가 미비한 현실로 인하여 아치교가 활성화 되지 못하고 있다. 기존 고속철도 교량의 동적거동 연구에서 Yang 등(1997)은 공진현상과 지간길이에 따른 공진소멸의 현상에 대해 연구하였으며, 본 연구의 기초가 된 Ju 등(2003)은 아치교량을 3-D모델링하여 공진현상을 열차의 가진 진동수( $n V_{train}/L_{train}$ ) ( $n=1,2,3,\dots$ )가 교량의 고유진동수에 근접할 때에 생기는 공진현상과 2차 모드 진동수와 속도매개변수  $S(=V_{train}/L_{bridge}f_2)$ 에 따른 처짐 동요현상 등 두 가지로 분류·연구하였다. 아치교량은 여타의 거더 교량이나 트러스교량과는 달리 각 방향(X, Y, Z)별로 무시할 수 없는 불규칙적인 질량기여도 분포특성을 가지고 있어 구조물 고유의 동적거동이나 임계속도를 결정하는데 어려움을 가지고 있었다. 따라서 본 연구에서는 동

1) 정희원, 충북대학교 구조시스템공학과, 석사과정(pc1107@hanmail.net)  
2) 학생회원, 충북대학교 구조시스템공학과, 석사과정(jeolseminam@hanmail.net)  
3) 정희원, 충북대학교 구조시스템공학과, 공학박사(kkn74@cbnu.ac.kr)  
4) 교신저자, 정희원, 충북대학교 토목공학부, 교수(ksjung@cbnu.ac.kr)  
(Tel. 043-261-2408, Fax. 043-261-2408, E-mail : pc1107@hanmail.net)

본 논문에 대한 토의를 2009년 2월 28일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

적주행시험을 통해 측정된 구조물의 고유진동수와 처짐, 변형률 이력곡선을 구조해석모델과의 비교를 통해 구조해석모델의 동적거동에 대한 타당성을 검증하였다. 검증된 구조해석모델은 Ju등의 연구를 기초로 하여 주파수 일치에 의한 공진과 속도매개변수에 따른 공진현상을 검증하기위해 무차원계수( $I$ )를 적용하였고, 처짐동요현상 이외에 응력동요현상에 대해서도 검토하였다. 또한 주파수 일치에 의한 공진현상 이외에 아치교의 동적거동은 임계속도를 결정하는 2차 진동수에 의해 결정(Ju 등, 2003)되듯이 2차 진동수를 아치리브와 관련된 형상매개변수 즉, 리즈( $f$ ), 리브의 형고( $h$ ), 폭( $b$ ), 두께( $t_f, t_w$ ) 등의 조절을 통해 임계속도( $V_{cr1}, V_{cr2}$ )의 변화를 유도하여 고속철도 아치교의 동적거동을 안정화 하고자 하였다.

## 2. 동적주행시험 및 구조해석

연구대상 아치교는 경부고속철도 8-2공구 내에 위치하며, 총연장 2.1Km 중 Arch 구간은 125m이다. 리즈(Rise):

$f$ 와 지간( $L$ )의 비( $f/L$ )는 보통 1/5~1/10정도로 하지만 1/7~1/8정도가 가장 많다(조효남, 1999). 본 교량은 중량의 연직하중에 대비하기 위해 처짐, 부가응력의 감소 등을 고려하여 리즈비가 비교적 큰 1/5(=0.2)로 되어있다. 그림 1은 연구대상교량의 각종 센서위치 및 종단면도, 평면도, 횡단면도를 나타내고 있다.

상용유한요소해석 프로그램인 MIDAS Civil 2006을 이용하여 그림 1과 같은 아치교의 실 제원을 바탕으로 전단변형을 고려할 수 있는 요소 당 2개의 절점과 절점 당 6개의 자유도를 갖는 보요소를 이용하여 거더, 가로보 및 리브의 거동을 모사하였다. 또한 트러스요소를 이용하여 행어의 거동을 나타냈으며 판 요소를 이용하여 슬래브의 거동을 모사하였다.

### 2.1 대상교량의 고유진동수

동적주행시험 시 측정된 이력곡선은 연직(Z)방향에 대해 측정된 점을 고려하여 구조해석의 고유진동수 비교 역시 고유치 해석결과의 연직(Z)방향에 대해서만 비교하였다.

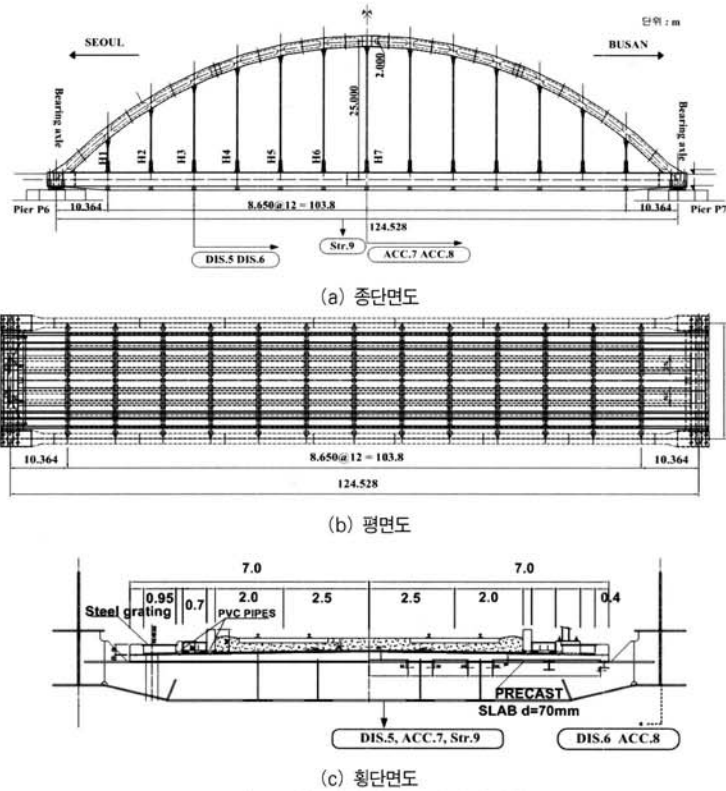
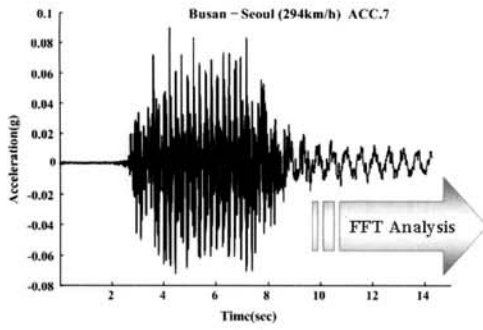
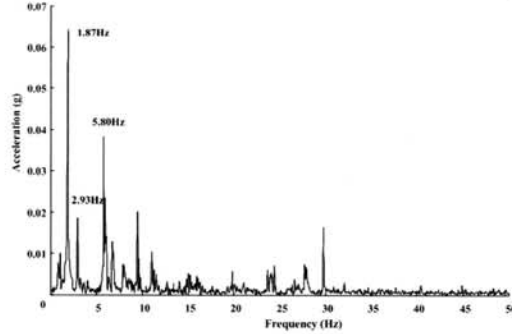


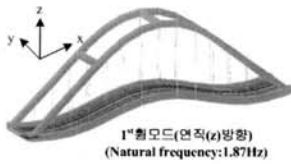
그림 1. 대상교량의 일반도 및 센서 위치



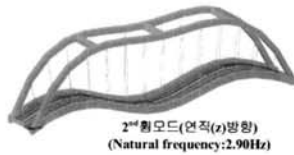
(a) 동적주행시험으로 측정된 진동가속도



(b) 측정된 진동가속도를 통한 FFT분석



(c) 1차 휨모드형상



(d) 2차 휨모드형상



(e) 3차 휨모드형상

그림 2. 고유진동수 비교

동적주행시험에 의해 측정된 그림 2(a)와 같은 수직 진동가속도(부산-서울(294km/h))를 Fast Fourier Transform 분석하면 그림 2(b)와 같은 고유진동수가 얻어진다. 연직방향에 대한 1차 휨 모드 고유진동수는 1.87Hz, 2차는 2.93Hz, 3차는 5.82Hz로 나타났다. 본 연구에서는 구조물 거동 특성에 맞는 고유치를 얻기 위해 규모가 큰 유한요소 시스템의 고유치 해석을 수행하는데 있어 매우 효과적으로 알려져 있는 부공간 반복법(Subspace iteration method)을 이용하였다(MIDASIT, 2006). 구조해석의 고유치해석 결과 연직방향에 대한 1차 휨 모드 고유진동수는 1.87Hz, 2차는 2.90Hz, 3차는 6.21Hz로 계산되었다(그림 2 (c), (d), (e)참조). 고유치 해석에서 계산된 고유진동수는 실 교량의 고유진동수와 거의 일치 하였으며, 표 1과 같이 아치교의 질량기여도는 여타의 거더교량에 비해 불규칙적인 특성을 가지고 있었다. 이에 구조물의 X, Y, Z 방향의 질량기여도를 고려한 모드형상을 모두 나타내는 동시에 각 방향에 대한 질량기여도의 합을 90%이상 유지하기 위해서 모드수를 30차( $n=30$ )까지 고려하여 검토하였다. 또한 아치교의 경우 단순한 휨 모드보다는 입체적 자유진동모드에 더욱 민감하게 반응하고 있으며 이들 교량의 자유진동해석으로 얻어진 고유치 해석의 질량기여도 분포를 고려하여 그림 3과 같이 15차 모드형상으로 나타내었다.

구조물의 공진검토는 주파수 일치에 의한 공진현상의 경우

표 1과 같이 각 방향별 질량기여도에 따라 1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup>로 구분하였으며 속도 매개변수에 의한 공진현상은 각 방향별 모드를 종합하여 1차, 2차, 3차로 구분하여 모드차수를 정의하였다.

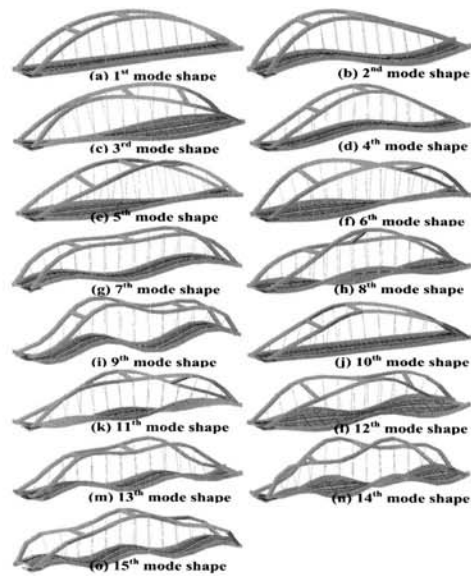


그림 3. 각 방향별 모드형상

표 1. 고유치 해석의 각 모드 별 질량기여도 및 고유진동수

Mode	교축(X)방향	횡(Y)방향	연직(Z)방향
1차	고유진동수(Hz)	0.96	1 <sup>st</sup> Y
	질량기여도(%)	18.7	-
2차	고유진동수(Hz)	1.05	-
	질량기여도(%)	4.2	1 <sup>st</sup> X
3차	고유진동수(Hz)	1.80	2 <sup>nd</sup> Y
	질량기여도(%)	34.3	-
4차	고유진동수(Hz)	-	1.87
	질량기여도(%)	-	30.4
5차	고유진동수(Hz)	1.95	3 <sup>rd</sup> Y
	질량기여도(%)	20.7	-
6차	고유진동수(Hz)	-	-
	질량기여도(%)	-	-
7차	고유진동수(Hz)	2.90	2.90
	질량기여도(%)	11.2	46.5
·	고유진동수(Hz)	-	2.90
	질량기여도(%)	-	46.5
13차	고유진동수(Hz)	5.35	-
	질량기여도(%)	48.5	4 <sup>th</sup> X
15차	고유진동수(Hz)	6.21	6.21
	질량기여도(%)	13.6	7.9

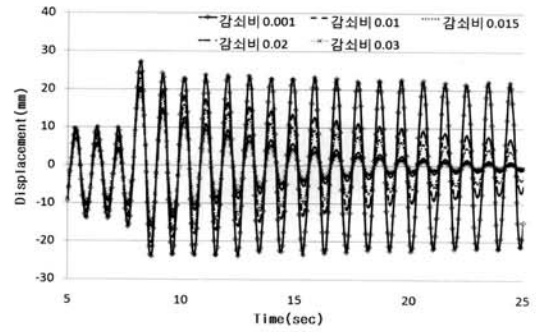


그림 5. 감쇠비에 따른 처짐이력곡선비교 (=그림 4의\*부분)

구조해석에 적용할 감쇠비를 산정하기 위해 대수감소법(Logarithmic decrement method)을 이용하여 그림 4와 같이 자유진동구역 A(강제진동이 관련된 자유진동 구역), B, C(자유진동이 끝나고 있는 구역)로 구분하여 각 자유진동구역에서 감쇠비를 계산하였다. 감쇠비는 동적주행시험에서 부산행 열차 262km/h, 300km/h, 서울행 열차 294km/h로 주행할 때의 측정 처짐이력으로부터 표 2와 같이 계산되었다.

2.2 감쇠비 산정

고속철도 교량은 주기적인 하중이 반복적으로 재하 됨으로써 일반 철도교보다 교량의 동적거동이 매우 중요한 설계변수이며, 특히 상부구조의 감쇠는 공진(Resonance)과 매우 밀접한 관계가 있다(최은석 외 6명, 2002).

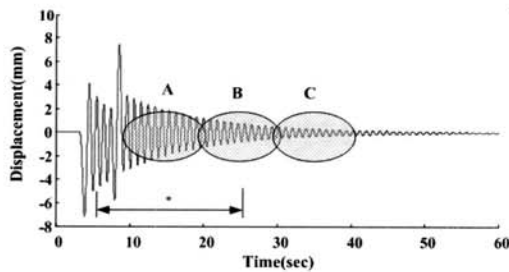


그림 4. 감쇠비의 추정(동적주행시험 서울-부산 300km/h)

그림 4는 연구대상 교량의 동적주행시험에 의한 처짐이력 곡선이며, 그림 5는 구조해석에 의한 결과로서 임계속도 330km/h에서 감쇠비에 따른 처짐 이력곡선을 나타낸 것으로 감쇠비는 교량의 공진현상에 매우 민감하게 작용함을 알 수 있다.

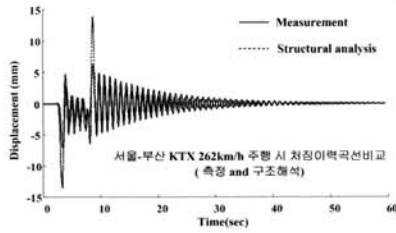
표 2. 자유진동구간별 측정 감쇠비(ζ)

구분	서울-부산 (262km/h)	서울-부산 (300km/h)	부산-서울 (294km/h)
(A)	0.0132	0.0130	0.0121
(B)	0.0127	0.0136	0.0134
(C)	0.0105	0.0129	0.0124
평균	0.0121	0.0132	0.0126

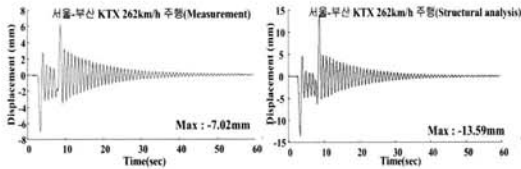
감쇠비 산정결과는 0.012~0.013의 대역으로 나타났으며 각 자유진동구간별로 감쇠비를 산정함으로써 구조물의 평균 감쇠정도를 파악할 수 있었다. 따라서 실 제원으로 형상화된 아이교의 시간이력해석에 적용 될 감쇠비를 0.013으로 정하였다.

2.3 처짐 이력곡선 비교

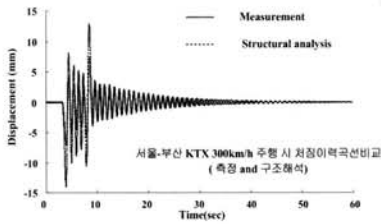
동적주행시험에서 측정된 각 속도별 처짐 이력곡선을 구조 해석 모델의 시간이력해석 결과와 비교 및 검토하였다. 그림 6(b)와 7(b)는 KTX열차(서울-부산)가 262km/h, 300km/h의 속도로 단선 주행할 때 왼쪽 지점부에서 약 27m 떨어진 세로보(Stringer)에 위치한 센서의 처짐 이력곡선이며, 그림 6(c)와 그림 7(c)는 실제 주행에 사용된 KTX열차의 구조적 형상에 따라 18.7m라는 유효타격간격(Effective beating interval)을 가진 열차하중을 적용한 시간이력해석 결과이다.



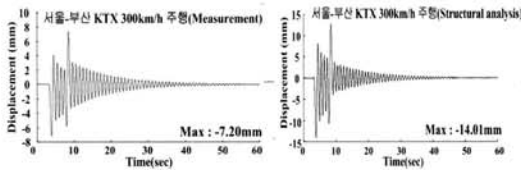
(a) 측정값과 구조해석 결과의 처짐이력곡선 비교



(b) 동적주행시험 측정값 (c) 구조해석 결과  
그림 6. 처짐 이력곡선 비교(서울-부산 262km/h)



(a) 측정값과 구조해석 결과의 처짐이력곡선 비교

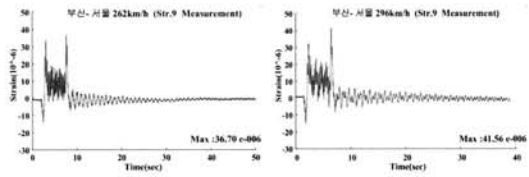


(b) 동적주행시험 측정값 (c) 구조해석 결과  
그림 7. 처짐 이력곡선 비교(서울-부산 300km/h)

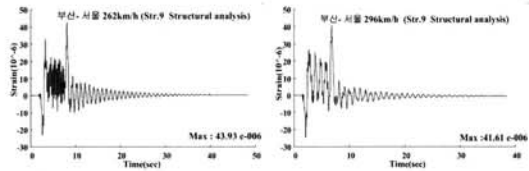
처짐이력곡선 비교 결과 구조해석의 처짐이 다소 크게 산되었다. 이는 구조해석에 열차하중 적용 시 현가장치 등을 고려하지 않았으며, 도상자갈, 침목 및 레일과 같은 미소한 강성 등이 고려하지 않고 고정하중으로만 적용하였기 때문인 것으로 판단된다. 그러나 처짐이력곡선의 이력양상은 그림 6(a), 그림 7(a)와 같이 거의 일치하므로 구조물의 거시적 거동을 연구함에는 큰 문제가 없이 적용될 수 있다고 판단하였다.

## 2.4 변형률 이력곡선 비교

동적주행시험의 변형률 이력곡선을 구조해석의 시간이력해석결과와 비교하였다. 그림 8의 (a), (b) 그래프는 KTX열차(부산→서울)가 262km/h, 296km/h의 속도로 단선 주행할 때 왼쪽 지점부에서 58m 떨어진 세로보(Stringer)에 위치한 변형률센서에서 측정된 변형률 이력곡선을 나타내고 있다. 그림 8의 (c), (d) 그래프는 KTX열차가 (a), (b)와 같은 속도로 열차가 이동하는 것을 가정하여 계산된 변형률 이력곡선을 나타내고 있다.



(a) 동적주행시험 측정값(262km/h) (b) 동적주행시험 측정값(296km/h)



(c) 구조해석 결과(262km/h) (d) 구조해석 결과(296km/h)  
그림 8. 변형률 이력곡선비교 (동적주행시험(a),(b) & 구조해석(c),(d))

이상과 같이 변형률 이력곡선 비교·검토결과 동적주행시험과 구조해석에 의한 변형률 이력곡선 및 최대 변동응력에 대한 거동의 유사성을 확인함으로써 구조해석모델의 타당성을 검증 하였으며, 이하 이들 모델을 이용하여 구조물의 공진특성을 검토하였다.

## 3. 경간에 따른 공진검토

표 3, 4와 같이 각 아치교를 경간별로 라이즈비와 거더, 리브, 가로보에 발생하는 최대응력을 가능한 동일하게 나타나도록 모델링하였으며 125m 아치교와 같은 요소를 사용하여 90, 160, 195m 타이드 아치교량(이하 비교 검토대상교량이라 한다)형식으로 모델링하였다.

표 3. 공진 검토를 위한 아치교 제원

단위 : m

구 분		90m	125m	160m	195m
거더	높이	1.8	2.5	2.7	3.3
	플랜지 폭	0.7	1.5	1.6	2.5
	플랜지 두께	0.05	0.05	0.06	0.09
리브	높이	1.3	2.0	2.0	2.5
	플랜지 폭	1.6	2.4	2.4	2.9
	플랜지 두께	0.029	0.035	0.045	0.07
슬래브	폭	13.72	13.72	13.72	13.72
	두께	0.4	0.4	0.4	0.4
응력 (MPa)	리브	-69.4	-71.0	-70.5	-71.1
	거더	71.9	81.7	83.2	82.9
	가로보	107.3	111.3	111.4	112
f/l		0.2	0.2	0.2	0.2

표 4. 공진 검토를 위한 아치교 제상수

구 분	요소종류	탄성계수(GPa)	프라이송비	재 료
거 더	Frame	206	0.3	SM520
리 브	Frame	206	0.3	SM520
행 어	Truss	206	0.3	SM520
슬래브	Plate	30.12	0.18	con'c

3.1 열차의 가진 진동수( $\Omega_n$ )에 의한 공진

교량의 공진현상은 식 (1)과 같이 열차의 유효타격간격과 주행속도로 결정되는 가진 진동수가 교량의 고유진동수와 일치하거나 유사한 값을 나타낼 경우 발생한다(Ju 등, 2003).

$$\Omega(Hz) = V_{train}/L_{train} = w_n(Hz) \quad (1)$$

$$\Omega_n(Hz) = n V_{train}/L_{train} (n = 1, 2, 3) \quad (2)$$

여기서,  $\Omega$ 는 열차의 가진 진동수,  $V_{train}$ 은 열차의 속도이며  $L_{train}$ 은 열차의 유효타격간격(18.7m)  $w_n$ 은 교량의 각 모드별 고유진동수를 나타낸다.

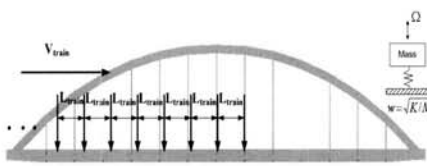


그림 9. 열차의 유효타격간격에 의한 공진원리

그림 10, 11은 125m 아치교량의 계산반력으로서 열차의 주행속도를 10km/h 간격으로 50km~500km/h까지 나누어 해석한 결과이다.

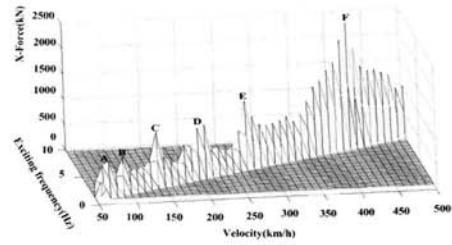


그림 10. 주행속도에 따른 125m 아치교의 교축방향반력

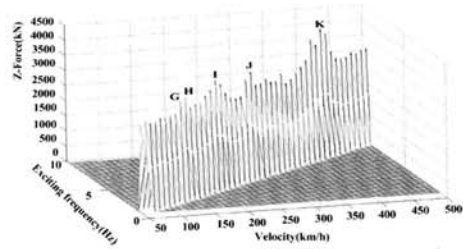


그림 11. 주행속도에 따른 125m 아치교의 연직방향반력

그림 10, 11의 공진검토 결과 열차의 가진진동수와 교량의 고유진동수 일치로 인해 설계속도(350km/h) 이하에서 공진 현상이 일어나고 있음을 교축 및 연직방향 반력을 통하여 확인할 수 있다. 또한 표 5와 같이 열차의 가진 진동수( $\Omega$ )에  $n(n = 1, 2, 3, \dots)$ 배 한 진동수( $\Omega_n$ )가 교량의 고유진동수와 일치할 경우에도 공진현상이 일어나고 있음을 확인할 수 있었다.

표 5. 125m아치교의 공진현상

진동수의 단위 : Hz

*구분	$V_{train}$ (km/h)	가진 진동수	*구분	$V_{train}$ (km/h)	고유 진동수	공진 연계모드
A	70	1.04	1	1.04	1.05	1 <sup>st</sup> X
B	90	1.34	3	4.01	4.01	3 <sup>rd</sup> X
G	130	1.93	1	1.93	1.87	1 <sup>st</sup> Z
C,H	140	2.08	3	6.24	6.21	4 <sup>th</sup> Z, 5 <sup>th</sup> X
D,I	200	2.97	1	2.97	2.90	2 <sup>nd</sup> X, Z
E,J	270	4.01	1	4.01	4.01	3 <sup>rd</sup> X
F,K	420	6.24	1	6.24	6.21	4 <sup>th</sup> Z, 5 <sup>th</sup> X

\* 여기서 구분 란의 공진 연계모드에서 X는 교축방향, Z는 연직방향 모드를 나타내며, A~K는 그림 10, 11의 Peak point를 나타내고 있다.

현재 운용중인 연구대상교량 이외의 비교 검토대상교량인 90m, 195m 아치교의 공진검토 결과는 각각 표 6, 7과 같다.

표 6. 90m 아치교의 공진현상

진동수의 단위 : Hz

*구분	$V_{train}$ (km/h)	가진 진동수	$n$	$\Omega_n = n V_l / L_l$	고유 진동수	공진 연계모드
A'	80	1.22	1	1.20	1.22	1 <sup>st</sup> X
B', G'	100	1.49	2	2.98	2.97	2 <sup>nd</sup> X, Z
C'	150	2.23	1	2.23	2.28	1 <sup>st</sup> Z
D', H'	200	2.97	1	2.97	2.97	2 <sup>nd</sup> X, Z
E'	310	4.61	1	4.61	4.51	3 <sup>rd</sup> X
F', I'	450	6.68	1	6.68	6.60	5 <sup>rd</sup> X, 3 <sup>rd</sup> Z

\* A' ~ I'은 90m 아치교의 반력변화에 따른 공진검토 결과

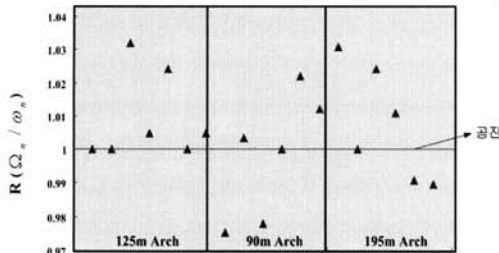
표 7. 195m 아치교의 공진현상

진동수의 단위 : Hz

*구분	$V_{train}$ (km/h)	가진 진동수	$n$	$\Omega_n = n V_l / L_l$	고유 진동수	공진 연계모드
A'''	90	1.34	1	1.34	1.30	1 <sup>st</sup> Z
B'', F''	130	1.93	1	1.93	1.87	2 <sup>nd</sup> X, Z
C'''	170	2.53	1	2.53	2.47	3 <sup>rd</sup> X, Z
D'''	250	3.71	1	3.71	3.67	4 <sup>th</sup> X
E'''	360	5.35	1	5.35	5.40	6 <sup>th</sup> X
G'''	450	6.68	1	6.68	6.75	5 <sup>th</sup> Z

\* A''' ~ G'''은 195m 아치교의 반력변화에 따른 공진검토 결과

90m, 125m, 195m 아치교의 공진검토 결과 진동수비(R = 가진진동수/교량의 고유진동수)가 그림 12와 같이 0.97~1.035 일 때 교축 및 연직방향 반력의 동요 현상이 발생하므로 교량의 공진현상을 피하기 위해서는 고속철도 아치교 설계 시 교량의 고유치 해석을 수행하여 각 방향별(X, Y, Z) 질량 기여도에 따른 고유진동수를 정확히 파악하고 열차의 속도에 따른 가진 진동수가 교량의 고유진동수와 일치하지 않도록 주행속도를 선정하는 것이 필요하며 진동수비에 적어도 4% 이상의 여유를 두는 것이 교량의 동적거동 안정성 확보를 위한 최소 조건이라 판단된다.



각 아치교의 진동수비 분석  
그림 12. 아치교의 진동수비 분석

### 3.2 속도매개변수(S)에 따른 공진

본 연구에서는 Ju 등(2003)의 연구를 토대로 시간이력해석을 통한  $L/4$ 지점에서의 처짐 및 응력을 중심으로 아치교의 공진현상을 검토하였다. 식(4)는 속도매개변수(S)와 무차원적 하중의 위치인  $Vt/L$ 의 값에 따라 변화되는 무차원계수 I 값을 정의하였다. 무차원계수 I는 그림 13과 같이 속도매개변수가 1에 근접한 값을 보일 때 증가되며 이때 교량은 공진현상이 발생한다(Ju 등, 2003).

$$I = \frac{6}{\pi^4} \left| \frac{\sin \frac{2\pi Vt}{L} - S \sin \frac{2\pi Vt}{SL}}{1 - S^2} \right| \quad (4)$$

여기서,  $S = S_{n=2} = \frac{2\pi V}{w_2 L} = \frac{V/L}{f_2}$  이고  $f_2$ 는 2차 모드 진동수를 나타낸다. L은 경간,  $Vt$ 는 열차하중의 위치를 나타낸다.

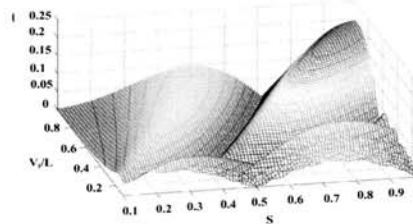


그림 13. S와  $Vt/L$ 에 따른 무차원계수 I

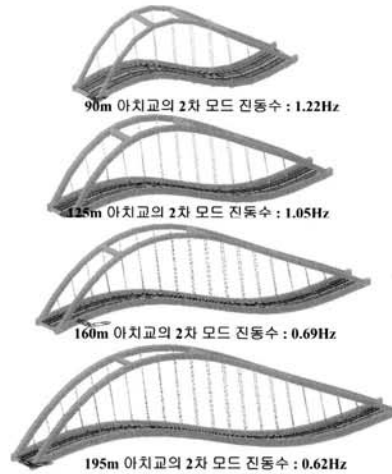


그림 14. 아치교의 2차 모드형상 및 진동수

그림 14는 연구대상교량 및 비교 검토대상교량의 고유치 해석결과인 2차 모드 진동수를 나타내고 있다. 아치교량의 2차 모드 진동수는 임계속도를 결정하는 중요한 변수이다. 식(5)는 공진현상이 시작되는 속도대역을 나타내므로 부임계속도 ( $V_{cr1}$ )라 정하였으며 식(6)은 각 속도대역에서 처짐 및 응력이 가장 크게 동요되는 속도대역을 가리키므로 주임계속도 ( $V_{cr2}$ )라 정하였다.

$$V_{cr1} = f_2 \times L \times (S \approx (0.50 \sim 0.70)) \quad (5)$$

$$V_{cr2} = f_2 \times L \times (S \approx (0.80 \sim 0.99)) \quad (6)$$

표 8은 연구대상 아치교에 대한 계산결과로 이동하중에 의한 처짐 및 응력은  $L/4$ 지점이  $L/2$ 보다 약 50% 이상 더 크기 때문에 연구대상 및 비교 검토대상교량의 처짐 및 응력값들은  $L/4$ 위치에서 계산하였다.

표 8. 이동하중에 의한 위치별 처짐 및 응력비교

구 분		KTX 300km/h주행 시	
125m Arch	Displacement (mm)	$l/4$	$l/2$
		15.02	7.22
125m Arch	Stress(MPa)	$l/4$	$l/2$
		11.10	6.95

### 3.2.1 125m 아치교

연구 대상교량은 현재 운용중인 125m 아치교량으로 속도 매개변수에 따른 공진 특성을 검증하기 위해서 열차의 운행속도를 50km/h~450km/h까지 10km/h간격으로 시간이력해석을 수행하였다. 그 결과는 그림 15, 16과 표 9와 같다.

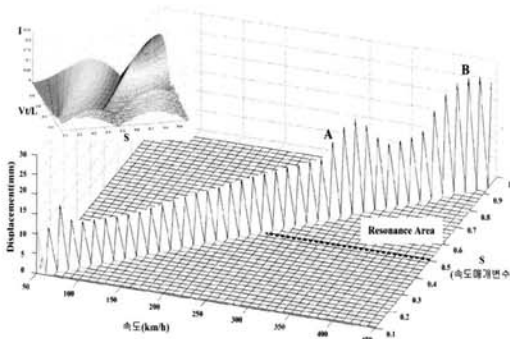


그림 15. 열차의 속도와 S의 관계에 의한 처짐 동요현상

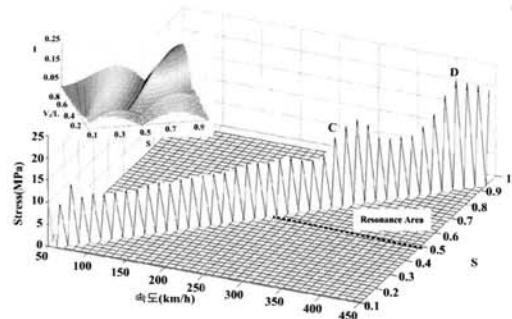


그림 16. 열차의 속도와 S의 관계에 의한 응력 동요현상

그림 15, 16에서 이동하중에 의한 처짐이 동요하기 시작하는 시점 A와 동요현상이 크게 확대 발생하는 B에서의 속도매개변수(S)는 각각 0.66, 0.91로 나타났으며 응력동요현상 역시 처짐 동요와 같은 양상을 보이고 있다. 즉 동요현상은 S 값이 약 0.5~0.99인 구간(Resonance area)에서 계산되는 임계속도 대역에서 일어나고 있음을 확인하였다(그림 13 및 그림 15, 16의 좌측 상단 그림 참조).

표 9. S값에 따른 처짐 및 응력(=125m Arch)

125m Arch	$V_n$ (km/h)	$f_2$ (Hz)	$S = V_n/f_2L$	공진검토 결과	
A	310	1.05	0.66	Dis. (mm)	18.52
B	430	1.05	0.91		28.47
C	310	1.05	0.66	Stress (MPa)	15.10
D	420	1.05	0.89		23.90

\* 여기서 A~E는 그림 15, 16 참조

### 3.2.2 비교 검토 대상 아치교

아치교 공진에 대한 동적특성을 좀 더 명확히 규명하기 위해 비교 검토 대상 교량에서도 125m 아치교와 같은 방법으로 속도매개변수에 따른 처짐 및 응력동요현상을 검토하였다.

표 10. S값에 따른 처짐 및 응력(=90m Arch)

90m Arch	$V_n$ (km/h)	$f_2$ (Hz)	$S = V_n/f_2L$	공진검토 결과	
A'	250	1.22	0.63	Dis. (mm)	18.64
B'	310	1.22	0.79		27.34
C'	380	1.22	0.96		31.85
D'	250	1.22	0.63	Stress (MPa)	26.60
E'	310	1.22	0.79		35.90
F'	380	1.22	0.96		43.20



90m 아치교에서도 마찬가지로  $S$ 값이 0.6 이상이 되었을 때부터 공진현상이 발생하기 시작하였으며  $S$ 가 1에 근접한 값을 보였을 경우에 처짐 및 응력 등이 가장 크게 중요하는 것을 확인할 수 있었다. 90m 아치교에서 부임계속도( $V_{cr1}$ )는 실 고속열차 운행속도 대역인 250km/h이었다. 즉, 열차가 250km/h 이상으로 주행하게 될 경우 교량의 공진현상 가능성을 제시하고 있다.

표 11, 12를 살펴보면 160, 195m 아치교들 역시 속도매개변수로 예측된 속도대역에서 처짐 및 응력이 중요하였으며 실 운행속도 대역인 260, 240km/h인 부임계속도가 존재하고 있었다. 즉 실 운행 중인 125m 아치교를 제외한 나머지 비교검토 대상교량은 열차의 운행속도 내에 부임계속도를 내재하고 있음이 확인되었다.

표 11.  $S$ 값에 따른 처짐 및 응력(=160m Arch)

160m Arch	$V_n$ (km/h)	$f_2$ (Hz)	$S = V_n/f_2L$	공진검토 결과	
A''	260	0.69	0.66	Dis. (mm)	34.61
B''	390	0.69	0.99		50.34
D''	260	0.69	0.66	Stress (MPa)	17.80
E''	390	0.69	0.99		26.40

표 12.  $S$ 값에 따른 처짐 및 응력(=195m Arch)

195m Arch	$V_n$ (km/h)	$f_2$ (Hz)	$S = V_n/f_2L$	공진검토 결과	
A'''	240	0.62	0.56	Dis. (mm)	21.51
B'''	360	0.62	0.83		39.29
C'''	240	0.62	0.56	Stress (MPa)	8.84
D'''	370	0.62	0.86		14.10

따라서 본 연구에서는 아치리브와 관련된 형상 매개변수로 부임계속도를 결정하는 아치교의 2차 모드 진동수를 조절함으로써 교량의 처짐 및 응력 중요현상에 대한 저지 방안에 대해 검토하였다.

#### 4. 아치리브 형상 매개변수에 따른 공진

라이즈(rise)와 형고( $h$ )를 취하는 방법에 따라 아치교의 경계성 및 강성에 큰 영향을 미칠 수 있으므로(조효남, 1999) 그림 17과 같이 라이즈비( $f/L$ ), 형고비( $h/L$ )와 리브(rib) 두께 변화에 따른 매개변수를 조절하여 2차 모드 진동수에 따른 임계속도 변화에 대해 연구하였다. 표 13은 아치교의 2차 모드 진동수( $f_2$ ), 속도매개변수( $S$ ), 부임계속도( $V_{cr1}$ )와 라이즈비( $f/L$ )와 형고비( $h/L$ )를 나타내고 있다.

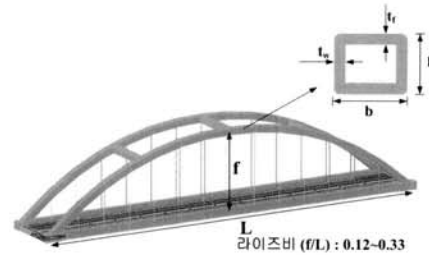


그림 17. 아치리브와 관련된 매개변수

표 13. 각 아치교들의 표준 제원 및 동적 특성

구 분	$f_2$ (Hz)	$S$	$V_{cr1}$ (km/h)	
	라이즈비( $f/L$ )	형고비( $h/L$ )	$t_w$ (mm)	$t_f$ (mm)
125m	1.05	0.66	310	
	0.2	0.016	35	35
90m	1.22	0.63	250	
	0.2	0.015	29	29
160m	0.69	0.66	260	
	0.2	0.013	50	45
195m	0.62	0.56	240	
	0.2	0.013	70	70

#### 4.1 라이즈비(Ratio of rise)에 따른 공진현상

그림 18은 125m 아치교의 라이즈비 조절에 따른 2차 모드 진동수 및 부임계속도의 변화를 나타내고 있으며 아치교의 라이즈비가 작아질수록 2차 모드 진동수( $f_2$ )는 선형적으로 증가하며 이에 따라 부임계속도 운행속도 대역이상으로 변화됨으로서 공진의 영향권을 벗어날 수 있음을 보여주고 있다.

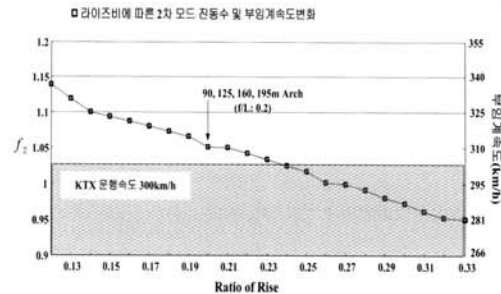


그림 18. 라이즈비에 따른 2차 모드 진동수 및 부임계속도변화

그림 19는 그림 18의 설계 원리를 검증하기 위해 125m 아치교에 라이즈비를 0.15, 0.21과 0.25를 적용한 결과에 따른 부임계속도 변화를 나타낸 것이다. 라이즈비 별 부임계

속도를 살펴보면 라이즈비가 0.25일 때 부임계속도는 약 300km/h, 라이즈비가 0.15일 때는 약 330km/h로 증가되었다. 즉 라이즈비가 작아질수록 2차 진동수의 증가로 인해 부임계속도가 운행속도대역 이상으로 변화됨으로서 안정한 교량의 동적거동을 확보할 수 있었다.

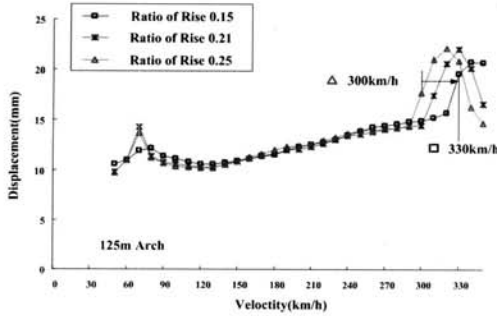


그림 19. 라이즈비에 따른 부임계속도변화(=125m Arch)

그림 20은 라이즈비에 따른 부임계속도변화를 좀 더 명확히 규명하기 위하여 160m 아치교에서 라이즈비에 따른 2차 진동수 및 부임계속도변화의 특성을 검토한 결과이다. 검토결과 라이즈비가 작아질수록 2차 모드 진동수의 증가로 인해 라이즈비가 0.2일 때 부임계속도 260km/h에서 라이즈비가 0.12일 때 부임계속도가 280km/h로 증가되는 것을 확인할 수 있었다.

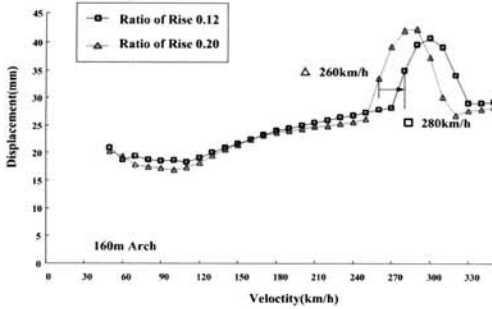


그림 20. 라이즈비에 따른 부임계속도변화(=160m Arch)

이상과 같은 결과만을 본다면 라이즈비에 따라 반복적인 열차하중에 의해 발생하는 공진현상을 조절할 수 있을 것이라 판단할 수 있다. 그러나 그림 21과 같이 라이즈비 0.12와 0.33을 비교했을 경우 동일한 자중 및 고정하중에 의해 발생된 정적 처짐(솟음(Camber) 등을 미고려) 및 응력은 각각 50mm, 100MPa 이상의 차이를 가지게 된다. 따라서 라이

즈비가 작아질수록 처짐량, 부가응력이 증대하는 경향이 있으므로 아치교의 설계에 적용될 라이즈비 선정은 동적거동에 유리할 뿐만 아니라 정적거동에 있어서도 불리하지 않도록 선정해야 할 것이다.

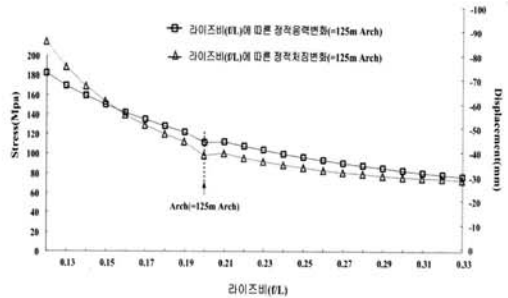
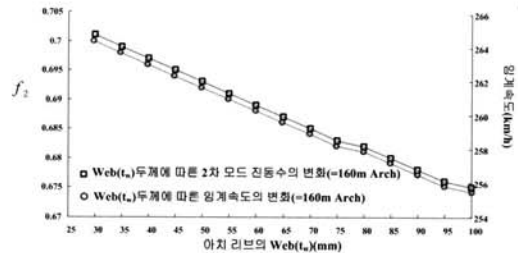


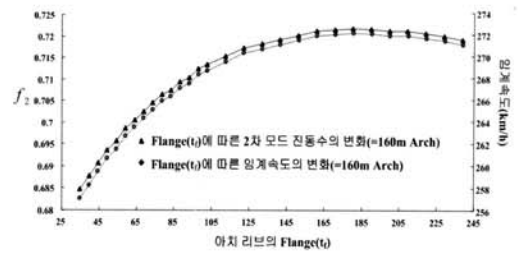
그림 21. 라이즈비에 따른 정적변위 및 응력변화

#### 4.2 아치리브(Ribs)의 강성에 따른 공진현상

아치리브의 플랜지와 웨브의 두께변화에 따른 2차 모드 진동수( $f_2$ )의 변화에 대해 알아보았다.



(a) Web 두께에 따른 2차 모드 진동수 및 부임계속도 변화



(b) 플랜지 두께에 따른 2차 모드 진동수 및 부임계속도 변화

그림 22. 매개변수에 따른 2차 모드 진동수 및 부임계속도변화

그림 22의 (a)는 리브의 복부판 두께( $t_w$ )에 따른 2차 모드 진동수 및 부임계속도 변화에 대해 나타내고 있다. 복부판 두께가 감소할수록 2차 모드 진동수가 증가하고 있으며 진동수

가 증가함에 따라 부임계속도 역시 256km/h에서 264km/h로 증가하는 경향을 가지고 있다. 즉 복부판 두께가 얇아질수록 2차 모드 진동수의 증가로 인해 부임계속도를 주행속도 대역에서 벗어나도록 유도할 수 있음을 보여주지만 복부판의 두께가 더 이상 얇아지게 된다면 좌굴 및 허용응력초과에 대한 문제가 있으므로 공진현상을 저지하기 위한 매개변수로는 적합하지 않을 것으로 판단된다.

그림 22의 (b)는 플랜지 두께( $t_f$ )에 따른 2차 진동수 및 부임계속도변화를 나타내고 있다. 플랜지의 두께가 증가할수록 2차 진동수가 증가하는 경향을 보이고 있지만 플랜지두께가 165mm를 넘어섰을 때는 오히려 플랜지 두께의 증가로 인해 2차 진동수 및 부임계속도를 점차적으로 감소시키고 있음을 알 수 있다. 이에 플랜지의 두께만으로는 표 14에서와 같이 160m 아치교의 공진제어방안에 필요한 2차 모드 진동수 0.8Hz로 조절할 수 없으므로 복부판의 두께와 마찬가지로 공진현상에 대비하기 위한 매개변수로는 적당하지 않음을 판단할 수 있다.

표 14는 각 아치교에서 공진현상에 대비하기 위한  $f_2$ 를 나타내고 있으며 각 아치교가 공진제어방안에 필요한  $f_2$ 의 값을 가지게 되면 부임계속도( $V_{cr1}$ )가 운행속도를 넘어서게 되므로 주행속도대역에서 처짐 및 응력동요현상은 발생하지 않을 것으로 판단된다.

표 14. 아치교의 동적거동확보에 필요한  $f_2$

구분	S	$f_2$ (Hz)	$V_{cr1}$ (km/h)	공진제어방안에 필요한 $f_2$ (Hz)	개선되는 $V_{cr1}$
90m	0.63	1.22	250	1.47 이상	302 km/h
125m	0.66	1.05	310	-	-
160m	0.66	0.69	260	0.80 이상	303 km/h
195m	0.56	0.62	240	0.78 이상	304 km/h

4.3 형고비(h/L)에 따른 공진현상

그림 23은 KTX 운행속도 내에서 처짐 및 응력 등의 동요 현상이 일어나는 160m 아치교의 형고비에 따른 2차 모드 고유진동수 및 부임계속도변화를 나타내고 있다.

그림 24에서는 그림 26의 공진 원리를 검증하기 위하여 시간이력해석을 수행하였다. 그 결과 형고비가 커질수록 2차 진동수는 증가하며 그에 따라 부임계속도( $V_{cr1}$ )가 KTX 운행속도를 벗어남을 확인할 수 있었다. 부임계속도가 300km/h를 넘어서게 된다면 300km/h 이내에서는 주행속도에 상관없이 아치교에서 처짐 및 응력 동요현상이 유발되지 않을 것이라 판단할 수 있다.

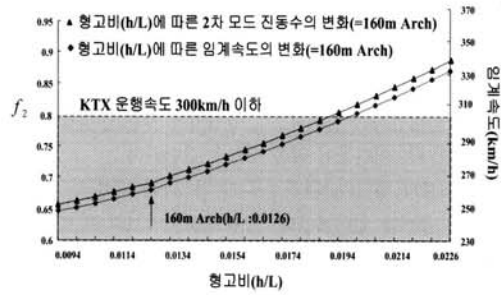
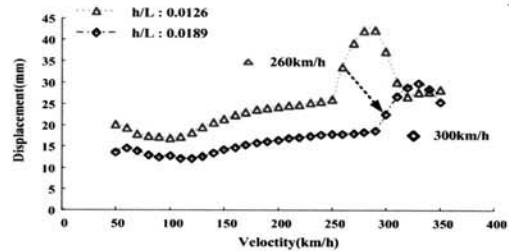
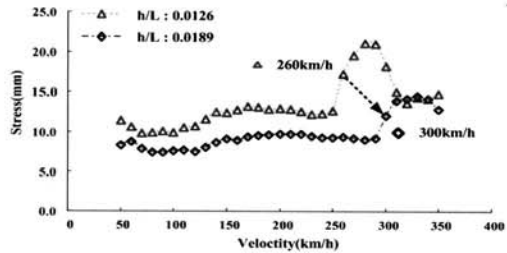


그림 23. 형고비(h/L)에 따른 2차 모드 진동수 및 부임계속도변화



(a) 형고비에 따른 부임계속도 변화 (처짐 동요현상)



(b) 형고비에 따른 부임계속도 변화 (응력 동요현상)

그림 24. 형고비(h/L)에 따른 부임계속도변화(처짐, 응력)

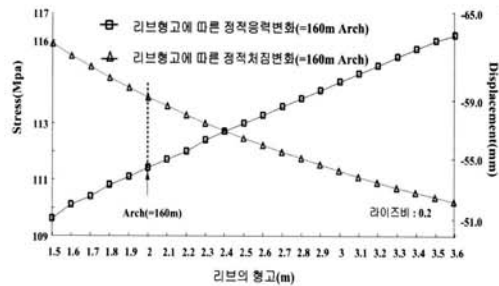


그림 25. 리브의 형고(h/L)에 따른 정적거동변화

그림 25와 같이 형고비에 따른 정적거동은 형고( $h$ )를 증가시키면 아치교의 자중 및 사하중에 의한 응력은 증가하지만 처짐은 작아지게 되는 정적거동특성을 갖고 있으나 이로 인한 처짐 및 응력변화는 미소하므로 형고비에 따른 정적거동의 조정에는 별다른 어려움이 없을 것으로 판단된다.

또한 리브의 형고( $h$ )뿐만 아니라 폭( $b$ )에 대해서도 부임계속도변화 추이를 알아보았다. 그림 26은 리브의 형고와 폭의 형상이 바뀔 때 따라 변화하는 2차 모드 진동수( $f_2$ )를 나타내고 있다. 160m 아치교에서 공진현상을 대비하기 위한 2차 모드 진동수는 0.80Hz 이상이며 이러한 고유진동수를 얻기 위해서는 리브의 폭이 아닌 형고가 가장 민감하게 반응하는 것을 알 수 있다.

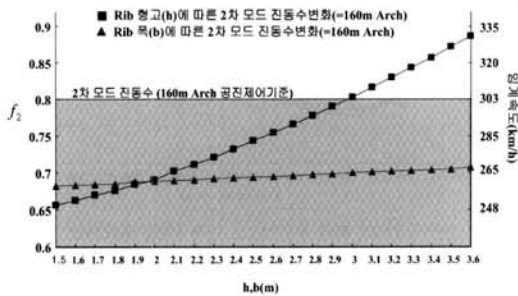


그림 26. 리브(Rib)의 폭과 형고에 따른 2차 모드 진동수변화

이상과 같이 아치교의 라이즈( $f$ ), 아치리브의 형고( $h$ ), 폭( $b$ ) 및 두께에 따른 2차 모드 진동수변화에 대해 검토한 결과 매개변수 중 2차 모드 진동수변화에 가장 민감한 변수는 라이즈비( $f/L$ )와 형고비( $h/L$ )임을 확인할 수 있었다. 라이즈비의 경우 라이즈비가 작아질수록 처짐 및 동요현상을 일으키는 부임계속도를 주행속도대역 이상으로 변화시켜 안전한 동적거동의 구조물을 설계할 수는 있겠지만 정적거동 면에서는 라이즈비가 작아질수록 처짐 및 응력 등이 크게 증가하는 경향을 가지고 있기 때문에 라이즈비만을 변수로 공진을 저지하기에는 부적절하다 판단된다. 한편 형고비( $h/L$ )에 대한 매개변수 조절 결과 형고비가 커질수록 2차 모드 진동수가 증가하여 반복적인 열차하중에 의한 처짐 및 응력 동요현상에 대해 유리한 거동을 나타내고 있으므로, 적절한 형고비 선정을 위하여 라이즈비에 대한 매개변수조절이 필요할 것이라 판단되며 이후 이들 상관관계에 대하여 지속적인 연구가 필요하다고 생각한다.

### 5. 결론

아치교는 아치리브(Rib)가 주 구조가 되어 거동함으로써 여타의 거더 교량이나 트러스교와는 달리 질량기여도 분포가 불규칙적이기 때문에 구조물 고유의 동적거동이나 부임계속도를 결정하는데 어려움을 가지고 있다. 이러한 아치교의 동적거동 및 공진특성은 아래와 같다.

- (1) 각 속도대역에서 진동수비 R(열차의가진진동수/교량의 고유진동수)에 따른 공진검토 실시결과 진동수비(R)가 1이 될 경우뿐만 아니라 0.97~1.032에서도 교축 및 교축연직방향의 반력이 동요함을 확인할 수 있었다. 따라서 연구대상의 아치교를 주행하는 열차의 속도를 결정함에 있어 속도별 가진 진동수와 고유진동수비가  $1 \pm 0.04$ 의 공진영향범위에서 벗어나도록 하는 것이 필요하다고 판단된다.
- (2) 라이즈비가 동일한 조건에서는 속도매개변수( $S = V/f_2L$ )에 따른 아치교의 공진검토 결과  $S$ 가 0.8이상 일 때 계산되는 주임계속도( $V_{cr2}$ )는 대부분 실 운행속도를 넘어서 일어나므로 교량의 동적거동에 미치는 영향은 없을 것이다. 그러나  $S$ 가 약 0.5~0.7일 때 계산되는 부임계속도( $V_{cr1}$ )는 처짐 및 응력동요현상을 통해 운행속도 내에서 125m 아치교를 제외한 세 개의 아치교에서 존재함을 확인하였다. 따라서 실질적으로 아치교의 동적거동에 치명적인 영향을 주는 속도는 부임계속도( $V_{cr1}$ )이며, 고속철도 아치교 설계 시 속도매개변수, 2차 모드 진동수( $f_2$ ), 교량경간( $L$ )으로 계산되는 부임계속도( $V_{cr1}$ )가 운행속도 내에 존재하는지에 대해 검토해야 할 것으로 판단된다.
- (3) 아치리브와 관련된 라이즈( $f$ ), 리브의 형고( $h$ )와 폭( $b$ ), 두께( $t_w, t_f$ )의 매개변수로 2차 모드 진동수를 조절한 결과 정적거동에서 뿐만 아니라 동적거동향상에 가장 효율적인 매개변수는 형고비( $h/L$ )임을 확인할 수 있었다. 즉 형고비( $h/L$ )조절을 통해 운행속도 내에 존재하는 부임계속도를 운행속도 이상으로 변화시킴으로써 교량의 동적거동을 안정화시킬 수 있었다.

### 참고 문헌

김성일(1999a), 고속철도 교량의 교량-열차 상호작용해석, 박사학위논문, 서울대학교.  
 김성일, 박종원, 장승필(1999b), 교량의 지간장과 고속전철하중 유효타격간격 사이의 관계에 따른 공진현상, 한국지진

- 공학회 논문집, 한국지진공학회, 제3권 제2호, pp.67~75.
- 윤태양, 하상길(1999), 고속열차 하중하의 강합성교량의 동적 거동, Rist 연구논문, 포항산업과학연구원, 제13권 2호, p.133~140.
- 이희현 등(2004), 경부고속철도 제8-2공구 강합성교량 초기거동 계측보고서, 연구보고서, 한국구조안전기술원.
- 조건현(2003), 속도매개변수를 이용한 강박스거더교의 충격계수 산정식, 석사학위논문, 서울산업대학교.
- 조효남(1999), 교량공학, 구미서관.
- 최명기(2005), 3경간 연속 중로식 강아치교의 동적안정성을 고려한 라이즈비 특성, 박사학위논문, 동신대학교.
- 최은석, 진원중, 박성룡, 박종원, 김영진, 김병석, 황낙연(2002), 경부고속철도 교량의 감쇠실험 연구, 대한토목학회 학술발표회논문집, 대한토목학회, pp.196~199.
- 황낙연, 배선순, 김창환(2002), 경부고속철도 교량구간 아치교 건설, 대우건설기술, 대우건설기술연구소, 통권 제24호, pp.68~76.
- Anil K. Chopra(1995), *Dynamics of Structures*, prentice-Hall, Inc, New Jersey, USA.
- Mario Paz, William Leigh(2004), *Structural Dynamics*, Kluwer academic publishers, Massachusetts, USA.
- MIDASIT(2006), *Getting started & Tutorials*, MIDASIT.
- Shen-Haw Ju, Hung-Ta Lin(2003), Numerical investigation of a steel arch bridge and interaction with high-speedtrains, *Engineering structures*, Vol.25, pp.241~250.
- Yeong-Bin Yang, Jong-Dar Yau and Lin-Ching Hsu (1997), Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds, *Engineering structures*, Vol.19, No.11, pp.936~944.
- Yeong-Bin Yang, C.W. Lin, J.D Yau(2004), Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of sound and vibration*, Elsevier, Vol.272, No.3/5, pp.471~493.
- (접수일자 : 2008. 3. 15 / 심사일 2008. 4. 4 / 게재확정일 2008. 6. 30)