

ML 알고리즘 기반의 도래각 추정을 위한 비용 함수의 초기화 방법 비교

준회원 조상호*, 정회원 이준호*

Initialization of Cost Function for ML-Based DOA Estimation

Sang-Ho Jo* Associate Member, Joon-Ho Lee* Regular Member

요약

ML (Maximum Likelihood) 방법 기반의 도래각 (Direction-of-Arrival, DOA) 추정은 본질적으로 다차원 비선형 비용 함수의 최적화 과정이다. 초기 추정치에 기울기 (gradient) 기반 탐색을 적용하여 최종 추정치를 구하기 때문에, 초기 추정치의 정확성은 매우 중요하다. 본 논문은 균등한 전체탐색 (uniform exhaustive search)과 개선된 전체탐색(improved exhaustive search)의 다차원 탐색 방법을 제안한다. 개선된 전체탐색 기법은 균등한 전체탐색의 기법에 비하여 정확성 측면과 계산량 측면에서 우수하다.

Key Words : Initialization, Computational Cost, Maximum likelihood, Exhaustive Search, Direction-of-Arrival (DOA)

ABSTRACT

Maximum likelihood (ML) direction-of-arrival (DOA) estimation is essentially optimization of multivariable nonlinear cost function. Since the final estimate is highly dependent on the initial estimate, an initialization is critical in nonlinear optimization. We propose a multi-dimensional (M-D) search scheme of uniform exhaustive search and improved exhaustive search. Improved exhaustive search is superior to uniform exhaustive search in terms of the computational complexity and the accuracy of the estimates.

I. 서론

배열 안테나를 이용한 입사신호에 대한 도래각 추정에 대한 많은 연구가 진행되었다. 전파 도래각 추정을 위한 배열신호처리 기법은 접근 방식에 따라 공간 스펙트럼 특성을 기반으로 한 방식과 신호 모델을 기반으로 한 parametric 접근 방식으로 나뉠 수 있다. 공간 스펙트럼 접근 방법은 conventional 빔형성 기법^[1], 선형 예측 기법(Linear Prediction Method)^[2], Eigen-based LP 기법^[3], MUSIC(MULTiple Signal Classification)^[4], MN(Minimum Norm) 기법^[5], SEM

(Signal Eigenvector Method)^[6] 등이 있으며, parametric 접근 방법에는 ML(Maximum Likelihood)^[7], ESPRIT (Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariance Technique)^[8] 등이 있다.

다중경로 신호가 입사하는 경우의 기본적인 신호 처리 기법은 배열안테나를 부배열(sub-array)로 분할하는 공간 (spatial) smoothing 방법이다^[9]. 그러나, 공간 smoothing 방법은 특수한 구조의 배열안테나에 적용가능하며, 해상도(resolution)가 감소하는 문제점이 있다.

특수한 배열 구조가 아닌 일반적인 배열 구조에

* 본 연구는 21세기 프론티어 연구개발사업의 일환으로 추진되고 있는 정보통신부의 유비쿼터스컴퓨팅및네트워크원천기반기술개발사업의 지원에 의한 것이다

* 세종대학교 정보통신공학과 (mnsjreu@sju.ac.kr, joonhlee@sejong.ac.kr)

논문번호 : KICS2007-10-475, 접수일자 : 2007년 10월 17일, 최종논문접수일자 : 2007년 12월 5일

입사하는 다중경로 신호의 도래각을 추정하는 대표적인 방법은 ML (maximum likelihood) 알고리즘이다^[9]. ML 알고리즘은 다른 방법들에 비하여 추정 정확성 측면에서 뛰어난 성능을 가진다. 그러나, 비선형 다차원 함수를 최적화하여야 하므로, 많은 계산량을 요구한다. ML 도래각 추정은 본질적으로 다차원 비선형 비용 함수의 최적화 방식이다. 그리고, 비선형 최적화 문제의 최종 수렴 여부는 초기 추정치에 따라 결정되는 단점이 있다. 따라서, 초기 추정치를 정확하게 구하는 것이 중요하며, 기존에 제안된 대표적인 초기 추정치 계산법은 AP (alternating projection) 알고리즘이다^[15]. AP 방법은 계산적인 측면에서 효과적인 초기화 기법으로 제안되었다. AP 알고리즘은 연속적인 1차원 탐색으로 이루어져 있으므로 계산량이 적은 장점이 있다. 그러나, 모든 변수를 동시에 변화시키지 않고 한 변수씩 차례로 변화시키므로 초기 추정치의 정확성이 저하되는 문제점이 있다.

본 논문에서는 AP 초기화의 성능을 개선시키기 위해 전체탐색(exhaustive search) 초기화 기법을 제안한다. 전체탐색 초기화는 AP 초기화에 비하여 계산량이 증가하는 단점이 있으나, 추정 정확성이 증가되는 장점이 있다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II장에서 배열 신호 모델과 ML 추정기를 설명한다. 그리고, 제안하는 균등한 전체탐색과 개선된 전체탐색 방법을 III장에서 소개한다. IV장에서는 두 알고리즘의 성능을 비교하여 모의실험결과를 보여주고, 끝으로 V장에서 결론을 맺는다.

II. UWB 신호 모델링

2.1 배열 신호 모델

M 개 배열 안테나에 L 개의 협대역 신호가 입사한다. 신호원은 원거리전계 (far field) 조건을 만족하며, 수신신호의 도래각은 $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_L]$ 로 표현된다. 신호의 파형은 알려진 반송파 주파수를 가진 협대역이라고 가정된다. 수신된 신호는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_L)]$ 는 각 입사 신호에 해당하는 steering 벡터 $\mathbf{a}(\theta)$ 를 열(column) 벡터로 가지는 행렬이고, $\mathbf{a}(\theta_i)$ 는 i 번째 신호원의 위치 배열 안테나의 응답이다.

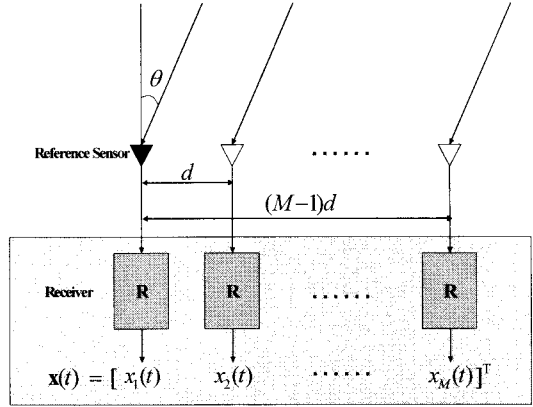


그림 1. M 개 센서를 가진 등간격 선형 배열의 구성

$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_L(t)]^T$ 는 시간 t 에서 L 개의 신호 원이고, $\mathbf{n}(t)$ 는 신호와 독립(independent)인 첨가된 잡음(additive noise)을 의미한다. 또한, 그림 1과 같이 등간격 선형 배열 안테나를 가정한다. M 개로 구성된 선형 배열 안테나에서 i 번째 입사각의 어레이 매니폴드(array manifold)는 다음과 같다.

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{j(w/c)d\sin\theta_i}, \dots, e^{j(w/c)d(m-1)\sin\theta_i}]^T \quad (2)$$

여기서 입사각 θ_i 는 $(-\pi/2, \pi/2)$ 에서 변화하고, w 는 중심 주파수이며, c 는 전파 속도이다. 그리고 d 는 인접한 안테나의 간격이다.

2.2 ML (Maximum Likelihood) 추정기

신호 $\mathbf{s}(t)$ 를 미지의 결정적 신호로 모델링한다. 도래각의 벡터 $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_L]$ 의 ML 추정기는 다음과 같이 주어진다^[6].

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \text{tr}\{\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\theta)}\hat{\mathbf{R}}\} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{P}_{\mathbf{A}(\theta)} = \mathbf{A}(\theta)(\mathbf{A}(\theta)^H\mathbf{A}(\theta))^{-1}\mathbf{A}(\theta)^H$ 는 행렬 $\mathbf{A}(\theta)$ 의 열벡터(column vector)들에 의해 스패(span)되는 공간으로의 투영연산자(projection operator)이고, $\hat{\mathbf{R}}$ 은 공분산 행렬의 추정치이다.

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) \quad (4)$$

여기서 N 은 유효한 데이터 스냅샷의 수를 의미한다.

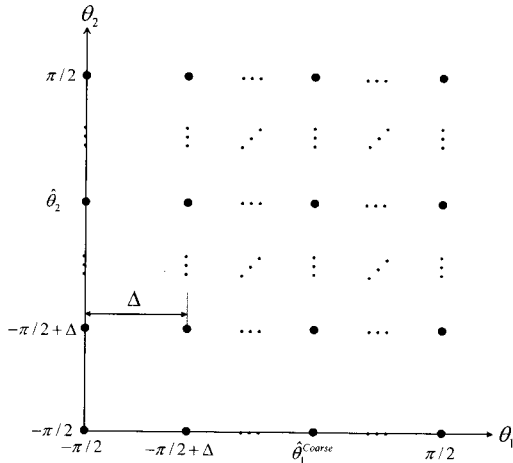


그림 2. 신호가 2개일 때, 균등한 전체탐색 방법의 탐색 간격

III. 초기화 알고리즘

일단 L 개의 도래각의 초기 추정치가 유효하면, 식 (3)으로부터 기울기(gradient)에 기반한 Newton 반복(iteration)을 통하여 최종 추정치를 구할 수 있다.

3.1 균등한 전체탐색

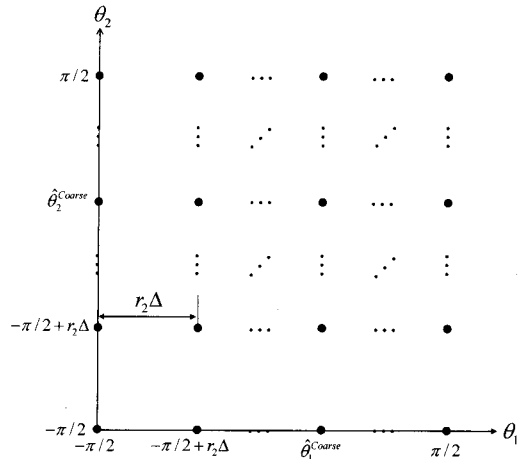
AP 알고리즘은 1차원 탐색에 계산적으로 효과적이지만 모든 도래각들이 동시에 최적화되지 않기 때문에 도래각에 대한 초기 추정치의 정확성이 저하된다. 이 문제를 완화하기 위해, L 차원 공간 탐색인 균등한 전체탐색(uniform exhaustive search) 방법을 제안한다.

$$[\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_L] = \arg \max_{\theta_1, \dots, \theta_L} \text{tr} \{ \mathbf{P}_{[\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_L)]} \hat{\mathbf{R}} \} \quad (5)$$

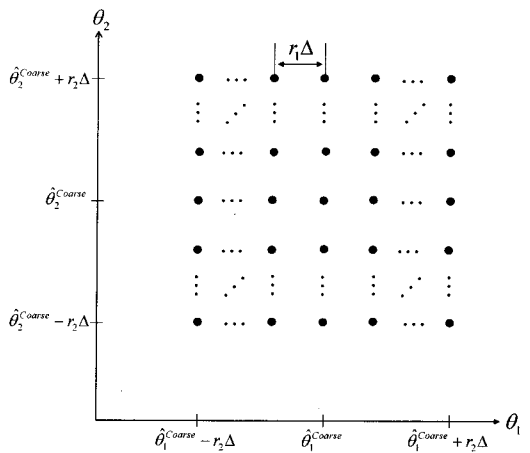
여기서 각 신호원에 대한 탐색 범위는 $(-\pi/2, \pi/2)$ 이고, 탐색 간격은 Δ 이다.

$$\Delta = \frac{\sin^{-1}(2/M)}{4} \quad (6)$$

이 기법의 계산량은 탐색지점 수와 L 값이 증가함에 따라 급격히 증가한다. L 차원 공간의 각 탐색지점에서 비용함수를 구하고, 비용함수가 최대가 되는 탐색지점을 선택한다. 그림 2는 2개의 신호 ($L=2$)에 대한 균등한 전체탐색 방법의 탐색간격과 탐색범위를 보여준다. 비용함수의 계산 수 K 는 다음과 같이 주어진다.



(a) 1단계 탐색



(b) 2단계 탐색

그림 3. 신호가 2개일 때, 개선된 전체 방법의 탐색 간격

$$K_{UES} = \left[\frac{\pi}{\Delta} \right]^L \quad (7)$$

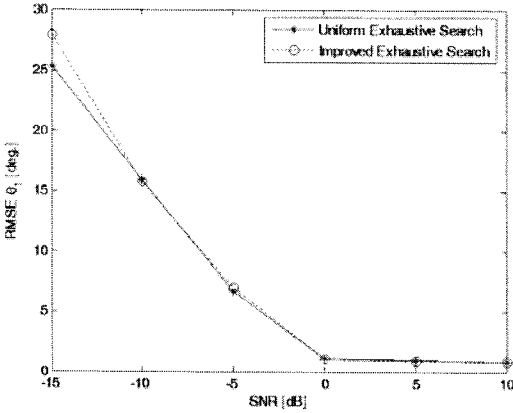
3.2 개선된 전체탐색

균등한 전체탐색 초기화 기법의 계산량을 줄이는 위하여 개선된 전체탐색 알고리즘을 제안한다. 제안된 기법은 1단계와 2단계 탐색의 두 단계 처리과정으로 구성된다.

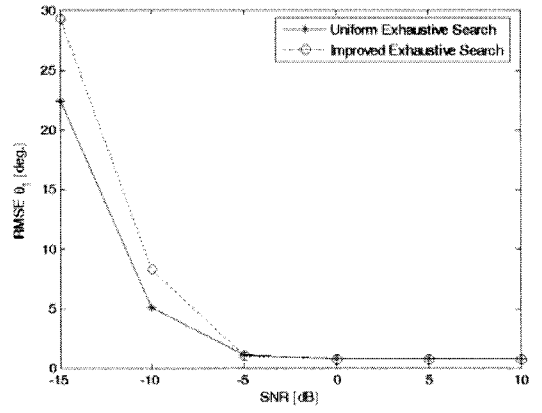
1단계 탐색은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[\hat{\theta}_1^{Coarse}, \dots, \hat{\theta}_L^{Coarse}] = \arg \max_{[\theta_1^{Coarse}, \dots, \theta_L^{Coarse}]} \text{tr} \{ \mathbf{P}_{[\mathbf{a}(\theta_1^{Coarse}), \dots, \mathbf{a}(\theta_L^{Coarse})]} \hat{\mathbf{R}} \} \quad (8)$$

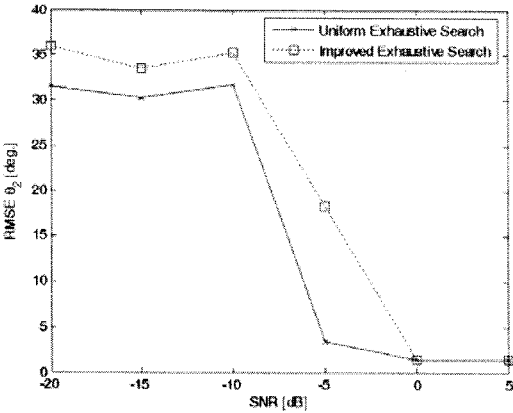
여기서 탐색 범위는 $(-\pi/2, \pi/2)$ 이고, 탐색 간격



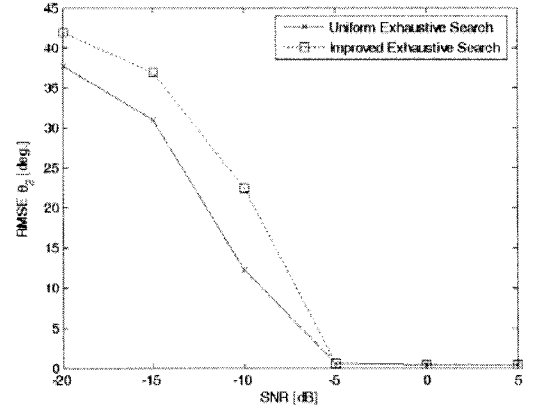
(a) 첫 번째 신호의 RMS 오차 (도래각 -10°)



(a) 첫 번째 신호의 RMS 오차 (도래각 -10°)



(b) 두 번째 신호의 RMS 오차 (도래각 -5°)



(b) 두 번째 신호의 RMS 오차 (도래각 20°)

그림 4. SNR에 따른 도래각 추정의 RMS 오차 (입사각 : $\theta_1 = -10^\circ, \theta_2 = -5^\circ$)

그림 5. SNR에 따른 도래각 추정의 RMS 오차 (입사각 : $\theta_1 = -10^\circ, \theta_2 = 20^\circ$)

은 균등한 전체탐색 간격 Δ 의 r_2 배인 $r_2\Delta$ 이다. r_2 는 1단계 탐색 간격을 설정하는 상수이다.

2단계 탐색은 세밀한 처리과정이다.

$$[\hat{\theta}_1^{Fine}, \dots, \hat{\theta}_L^{Fine}] = \arg \max_{\{\theta_1^{Fine}, \dots, \theta_L^{Fine}\}} \text{tr} \left\{ \mathbf{P}_{\mathbf{a}(\theta_1^{Fine}), \dots, \mathbf{a}(\theta_L^{Fine})} \hat{\mathbf{R}} \right\} \quad (9)$$

여기서 탐색 범위는 $[\hat{\theta}_1^{Coarse}, \dots, \hat{\theta}_L^{Coarse}]$ 주변이고, 탐색 간격은 $r_1\Delta$ 이다. 그림 3은 2개의 신호 ($L=2$)에 대한 개선된 전체탐색 방법의 탐색 간격과 탐색 범위를 보여준다. 개선된 전체탐색에 대한 비용함수의 계산 수 K 는 다음과 같이 주어진다.

$$K_{IES} = \left\lceil \frac{\pi}{r_2\Delta} \right\rceil^L + \left\lceil \frac{2r_2}{r_1} \right\rceil^L \quad (10)$$

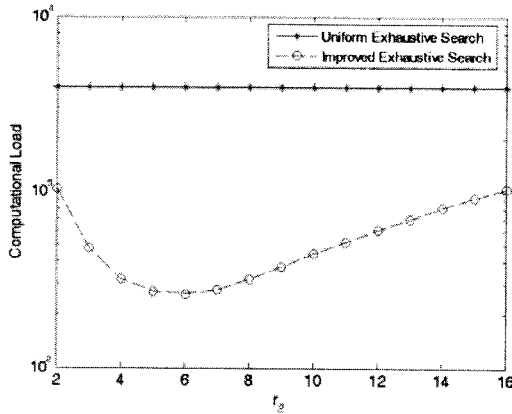
IV. 모의 실험 결과

우선 $M=10$ 인 등방성의 센서들로 구성된 등간격 선형 배열을 이용한다. 배열 안테나의 간격은 반파장이고, 스냅샷의 수는 30이다. 입사되는 두 신호는 완전히 상관관계가 있으며, 직접파의 전력은 반사파의 전력보다 5dB 크다.

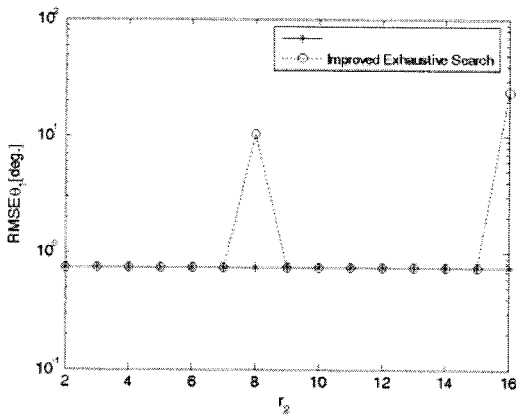
그림 4와 그림 5에서 개선된 전체탐색의 간격은 $r_1=1, r_2=4$ 에 의해 정해진다.

그림 4는 $\theta_1 = -10^\circ, \theta_2 = -5^\circ$ 의 두 입사 신호에 대한 균등한 전체탐색과 개선된 전체탐색 기법에 의해 구한 두 신호에 대한 추정값들의 RMS (Root Mean Square) 오차를 나타낸다.

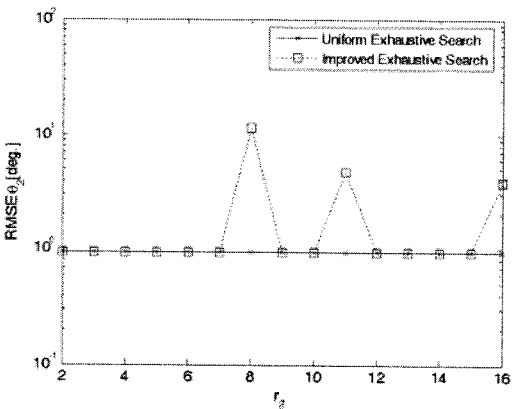
그림 5는 두 입사신호가 $\theta_1 = -10^\circ, \theta_2 = 20^\circ$ 의 각도에서 입사될 때 전체탐색과 개선된 전체 탐색



(a) 계산량



(b) 첫 번째 신호의 RMS 오차



(c) 두 번째 신호의 RMS 오차

그림 6. $r_1=1$ 일 때, r_2 의 변화에 따른 계산량과 도래각 추정치의 RMS 오차 비교

기법에 의해 구한 두 신호에 대한 추정값들의 RMS 오차를 SNR에 따라 나타낸다.

그림 4와 그림 5에서 SNR이 증가함에 따라 개선된 전체탐색은 균등한 전체탐색과 성능이 거의 비슷

표 1. $r_1=1$, r_2 를 변화시킬 때 안테나의 수에 따른 계산량

| M | r_2 | 균등한 전체탐색 | 개선된 전체탐색 | | | | |
|----|-------|----------|----------|-----|-----|-----|-----|
| | | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 5 | | 961 | 272 | 157 | 128 | 149 | 180 |
| 6 | | 1369 | 377 | 205 | 164 | 164 | 193 |
| 7 | | 1936 | 500 | 261 | 185 | 181 | 208 |
| 8 | | 2500 | 641 | 325 | 233 | 200 | 225 |
| 9 | | 3249 | 857 | 397 | 289 | 244 | 244 |
| 10 | | 3969 | 1040 | 477 | 320 | 269 | 265 |

함을 알 수 있다.

개선된 전체탐색에서는 r_1 과 r_2 의 값에 따라서 계산량을 줄이거나 해상도를 높여 정확도를 향상시킬 수 있다.

그림 6은 $r_1=1$ 로 고정하여 개선된 전체탐색의 2단계 탐색 간격이 균등한 전체탐색 간격이 같은 경우를 고려하였다. r_2 의 변화에 따른 계산량과 RMS 오차를 비교하였다. 그림 6(a)에서는 r_2 가 증가할수록 개선된 전체탐색의 계산량이 감소하다가 다시 증가한다. 이는 2단계 탐색범위가 1단계 탐색간격에 의해 정해지기 때문이다. 즉, 1단계 탐색 간격을 설정하는 r_2 가 커질수록 2단계 탐색 범위가 넓어지게 되어 2단계 탐색의 계산량이 많아지게 된다. 그림 6(b)와 그림 6(c)는 각각 첫 번째 신호와 두 번째의 신호에 대한 개선된 전체탐색과 균등한 전체탐색의 RMS 오차를 비교하였는데 r_2 가 8, 16일 때 성능이 크게 저하됨을 관찰할 수 있다. 이는, 탐색 간격이 빔폭의 정수배인 경우이다.

표 1은 $r_1=1$ 로 고정하고, r_2 를 변화시킬 때 안테나의 수(M)에 따른 계산량을 보여준다. 안테나의 수가 증가할수록 탐색 간격 Δ 는 작아지고, 균등한 전체탐색의 계산량은 점점 커지게 된다. 개선된 전체탐색에서는 r_2 의 값을 잘 조정하면 균등한 전체탐색의 1/10이하로 계산량을 줄일 수 있다.

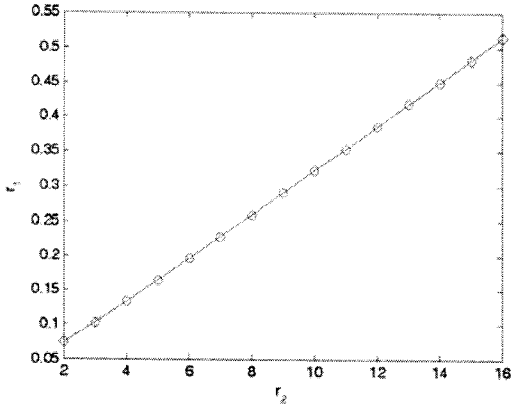
그림 7은 균등한 전체탐색과 개선된 전체탐색의 계산량이 같아지는 r_1 과 r_2 를 정하고 이 때 두 알고리즘의 RMS 오차를 비교하였다. 그림 7(a)에서 r_2 의 변화에 따라 식 (7)과 (10)의 값이 같아지는 r_1 을 정하였다. $r_1 < 1$ 이므로, 개선된 전체탐색의 2단계 탐색간격인 $r_1\Delta$ 값이 균등한 전체탐색의 탐색간격인 Δ 보다 작아서, 개선된 전체탐색의 해상도가 성능이 균등한 전체탐색의 성능에 비하여 우수할 것으로 예상할 수 있다. 그림 7(b)와 그림 7(c)는 각각 첫 번째 신호와 두 번째의 신호에 대한 개

V. 결론

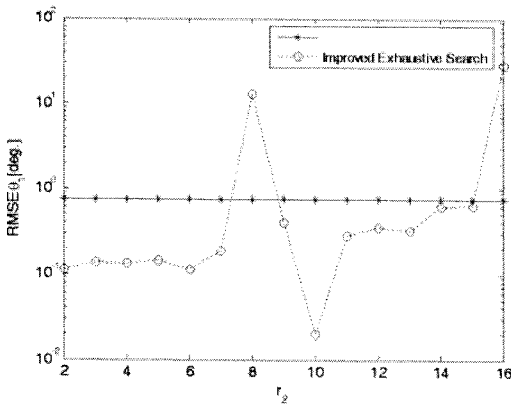
이 논문에서 ML 기반의 도래각 알고리즘의 초기화에 대한 계산량을 줄이고, 초기 추정치의 정확도를 향상시키기 위해 개선된 전체탐색을 제안하였다. 개선된 전체탐색은 계산량을 줄이기 위해 1단계와 2단계 탐색을 사용하는 두 단계 처리 과정으로 구성된다. 모의실험을 통하여 개선된 전체탐색이 균등한 전체탐색에 비하여 계산량 측면과 정확성 측면에서 우수함을 보였다.

참고 문헌

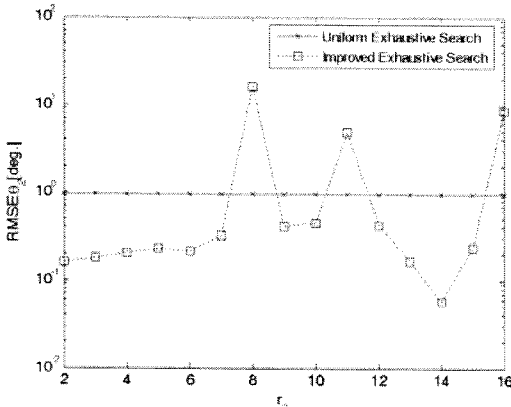
- [1] Lai C. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communication, Part II: Beam-forming and direction-of-arrival considerations," *Proc. IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195-1245 August 1997.
- [2] J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," *Proc. IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 2408-2418, Aug. 1969.
- [3] Don H. Johnson, "The application of spectral estimation methods to bearing estimation problems," *Proc. IEEE*, vol. 79, no. 9, Sep. 1982.
- [4] R.O.Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, pp. 276-280, 1986.
- [5] R. Kumaresan and D.W.Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 134-139, Jan. 1983.
- [6] J. A. Cadzow, "General DOA estimation-A signal subspace approach," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 25, no. 1, pp.31-47, Jan. 1989.
- [7] Y. Bresler and A. Macovski, "Exact maximum likelihood parameter estimation of superimposed exponential signals in noise," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, Oct. 1986.
- [8] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance



(a) r_1



(b) 첫 번째 신호의 RMS 오차



(c) 두 번째 신호의 RMS 오차

그림 7. r_2 의 변화에 따른 균등한 전체탐색과 계산량이 같아지는 r_1 과 도래각 추정의 RMS 오차 비교

선된 전체탐색과 균등한 전체탐색의 RMS 오차를 비교하였다. r_2 가 빔폭의 정수배일 때를 제외하면 개선된 전체탐색의 성능은 균등한 전체탐색의 성능에 비하여 우수하다.

techniques," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, July 1989.

[9] Ziskind and M. Wax, "Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 36, pp. 1553-1560, Oct. 1988.

[10] S. A. Vorobyov, A.B. Gershman, and K.M. Wong, "Maximum likelihood direction-of-arrival estimation in unknown noise fields using sparse sensor arrays," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, pp. 34-43, Jan. 2005.

[11] Pei-Jung Chung, "Stochastic maximum likelihood estimation under misspecified numbers of signals," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 55, pp. 4726-4731, Sep. 2007.

[12] S Marano, V Matta and P Willett and L Tong, "Support-based and ML approaches to DOA estimation in a dumb sensor network," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, pp. 1563-1567, Apr. 2006.

[13] D Rahamim, J Tabrikian and R Shavit "Source localization using vector sensor array in a multipath environment," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, pp. 3096-3103, Nov. 2004.

[14] R. E. Bethel and K. L. Bell, "Maximum likelihood approach to joint array detection/estimation," *IEEE Trans. aerospace and Electronic Systems*, vol. 40, pp. 1060-1072, Jul. 2004.

[15] Y.I. Abramovich, N. K. Spencer and A. Y. Gorokhov, "Bounds on maximum likelihood ratio-part I: application to antenna array detection-estimation with perfect wavefront coherence," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, pp. 1524-1536, Jun. 2004.

조 상 호 (Sang-Ho Jo)

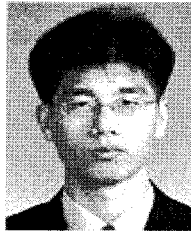
준회원



2006년 2월 세종대학교 정보통신공학과 졸업
2006년 2월~현재 세종대학교 정보통신공학과 석사과정
<관심분야> 배열신호처리, 위치인식, 스마트안테나 등

이 준 호 (Joon-Ho Lee)

정회원



1994년 2월 포항공과대학교 전자전기공학과 학사
1996년 2월 포항공과대학교 전자전기공학과 석사
1999년 8월 포항공과대학교 전자전기공학과 박사
1999년 7월~2004년 2월 ETRI 선임연구원

2004년 3월~현재 세종대학교 정보통신공학과조교수
<관심분야> 무선통신, 신호처리 등