

논문 2008-45TC-1-2

OFDM 신호의 PAPR 감소를 위한 낮은 계산 복잡도를 갖는 PTS 기법

(PTS Technique with Low Computational Complexity
for PAPR Reduction of OFDM Signals)

공민한*, 송문규**

(Min Han Kong and Moon Kyou Song)

요약

전송 신호의 높은 PAPR(Peak-to-Average Power Ratio)은 OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)의 주된 문제점 중의 하나이다. PTS (Partial Transmit Sequences) 기법은 OFDM 신호의 PAPR의 통계를 개선하는 기법이다. 그러나 PTS 기법에서 위상 가중치의 선택을 위한 계산 복잡도는 서브블록의 수에 따라 지수적으로 증가한다. 본 논문에서는 위상 가중치 값의 제한이 없고 탐색을 위해 부가적인 연산이 불필요한 탐색 알고리즘을 제안한다. 제안하는 탐색 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 PAPR의 CCDF (Complementary Cumulative Distribution Function)와 계산 복잡도를 완전 탐색과 비교한다. 시뮬레이션을 통하여 제안한 탐색 알고리즘은 완전 탐색과 비교할 때 약간의 성능 저하를 가지고 계산 복잡도를 상당히 낮출 수 있음을 보였다.

Abstract

The high peak-to-average power ratio (PAPR) of the transmitted signals is one of the major drawbacks of the orthogonal frequency division multiplexing (OFDM). The partial transmit sequences (PTS) technique can improve the PAPR statistics of the OFDM signals. However, in the PTS technique, the computational complexity to select phase weighting factors increases exponentially with the number of sub-blocks. In this paper, a search algorithm that has no limit on the values of phase weighting factors and requires no additional operations for the search is presented. To evaluate the performance, the proposed search algorithm is compared with the full search algorithm in terms of the complementary cumulative distribution function (CCDF) of the PAPR and the computational complexity. It is shown through simulations that the proposed technique can achieve significant reductions in the computational complexity with little performance degradation compared with the full search algorithm.

Keywords : OFDM, PAPR, PTS

I. 서론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)은 고속의 데이터열을 다수의 직교 부반송파를 이용하여 저속의 병렬 데이터열로 전송하는 방식이다. OFDM

은 대역 효율성이 높고 다중경로 페이딩에 강하여 고속 데이터 전송이 가능하다^[1~2]. 이러한 장점으로 인해 OFDM은 DAB, DVB, HiperLAN, IEEE 802.11a, IEEE 802.16e-2005 등의 표준으로 채택되었다. 이러한 OFDM 시스템의 주된 문제점은 독립적으로 변조된 각각의 부반송파가 동위상으로 더해지는 경우 높은 PAPR(Peak-to-Average Power Ratio)을 갖는 것이다^[1]. 이로 인해서 전력 증폭기 및 ADC, DAC의 효율성이 저하되며, 특히 입력 back-off가 넓은 선형 전력 증폭기를 사용해야 한다. 이러한 PAPR 문제를 해결하기

* 정회원, ** 평생회원, 원광대학교 전기전자및정보공학부
(Dept. of Electrical, Electronic and Information
Engineering, Wonkwang University)

※ 이 논문은 2007년도 원광대학교의 교비 지원에 의해서 수행됨

접수일자: 2007년8월2일, 수정완료일: 2008년1월15일

위해 많은 방법들이 제안되었다.

PTS(Partial Transmit Sequences) 기법^[3]은 그 중의 하나로서 OFDM 신호의 PAPR의 통계를 개선하는 기법이다^[4]. PTS 기법에서 정보 블록은 G 개의 서브블록으로 분할된다. 각 서브블록에 IFFT를 취하여 위상 가중치를 곱하고 난 후 이들을 모두 더해서 정보 블록과 동일한 정보를 표현하는 OFDM 신호를 생성한다. 이때 PAPR이 최소가 되도록 크기가 1인 위상 가중치를 선택한다. 수신기에서 원래의 정보 블록을 복원하기 위해서 송신기는 선택된 위상 가중치에 대한 부가 정보를 전송해야 한다. PTS 기법의 PAPR 감소 성능은 가장 낮은 PAPR을 갖도록 하는 위상 가중치를 선택하기 위한 탐색 방법에 크게 의존한다. 가능한 위상 가중치의 조합을 모두 탐색하는 완전 탐색이 가장 우수한 PAPR 감소 성능을 갖는다. 그러나 완전 탐색의 경우 계산 복잡도는 서브블록의 수에 따라 지수적으로 증가하는 문제점이 있다. 이를 해결하기 위해 완전 탐색에 비하여 PAPR 감소 성능은 다소 낮지만, 상대적으로 낮은 계산 복잡도를 갖는 알고리즘이 제안되었다^[4-8]. 문헌 [4]에서는 반복적인 flipping 알고리즘을 제안하였다. 문헌 [5]에서는 PAPR이 문턱값 이하로 감소하면 완전 탐색을 중지하는 방법을 제안하였다. 문헌 [6]에서는 이중 계층 구조를 제안하였으며, 문헌 [7]에서는 이진 위상 가중치와 전송 비트의 관계를 이용하였다.

본 논문에서는 위상 가중치 값의 범위에 제한이 없고 탐색을 위해 부가적인 연산을 요구하지 않는 탐색 알고리즘을 제안한다. 제안하는 탐색 알고리즘은 V 개의 초기 위상 가중치 벡터를 가지고 시작한다. 먼저 V 개의 벡터에서 가장 낮은 PAPR을 갖도록 하는 위상 가중치를 선택한다. 이후 선택된 위상 가중치 벡터에서 유클리드 거리가 1인 위상 가중치 벡터에 대한 탐색을 최대 반복 횟수 I 까지 반복한다. 제안한 탐색 알고리즘은 선택 가능한 위상 가중치 값의 범위에 제한을 두지 않고 유클리드 거리가 1인 벡터만을 탐색함으로써 탐색을 위한 부가적인 연산을 요구하지 않는다. 또한 탐색 횟수는 서브블록의 수 G , 초기 위상 가중치 벡터 V , 그리고 최대 반복 횟수 I 의 값이 결정되면 일정한 값을 갖는다. PAPR의 CCDF(Complementary Cumulative Distribution Function)와 계산 복잡도를 완전 탐색과 비교함으로써 제안하는 탐색 알고리즘의 성능을 평가한다.

이후 본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 OFDM 신호의 PAPR과 PTS 기법의 원리를 설명한다. III장에서 제안하는 탐색 알고리즘과 파라미터에 따른

계산 복잡도를 설명하고, IV장에서 PAPR의 CCDF와 계산 복잡도를 완전 탐색과 비교하여 제안한 탐색 알고리즘의 성능을 평가한다. 마지막으로 V장에서 결론을 맺는다.

II. 본 론

1. OFDM 신호의 PAPR

N 개의 부반송파를 갖는 OFDM 신호의 기저대역 복소 포락선은 식 (1)과 같다^[2].

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N a_n e^{j\omega_n t}, \quad 0 \leq t < NT \quad (1)$$

여기에서 a_n 은 n 번째 부반송파의 데이터 심볼이며 ω_n 은 $\omega_n = 2\pi n\Delta f$ 로 정의되는 n 번째 부반송파의 각주파수이다. 각 부반송파 사이의 간격은 $\Delta f = 1/NT$ 이고 T 는 직렬 데이터 심볼 a_n 의 주기이다. 식 (1)과 같이 정의되는 OFDM 신호의 PAPR은 식 (2)와 같다^[4].

$$PAPR = \frac{\max |x(t)|^2}{E[|x(t)|^2]} \quad (2)$$

여기에서 $\max |x(t)|^2$ 과 $E[|x(t)|^2]$ 는 각각 신호 $x(t)$ 의 최대 순시전력과 평균전력을 의미한다. 대부분의 시스템은 이산시간 신호를 사용하므로 연속시간 신호의 PAPR을 얻기 위해 식 (1)을 L 배 오버샘플링할 필요가 있다. 문헌 [8]에 $L=4$ 이면 연속시간 신호의 PAPR을 충분히 정확하게 얻을 수 있음이 알려져 있고, 이는 $(L-1)N$ 개의 0을 덧붙인 LN 포인트 IFFT에 의해서 구할 수 있다.

2. PTS 기법

그림 1은 문헌 [3]에서 제시한 PTS 기법의 블록도를 보인 것이다. PTS 기법에서 정보 블록 X 는 서로 다른 G 개의 서브블록 X_m ($m=0, 1, \dots, G$)으로 분할되고 다음과 같이 조합된다.

$$X' = \sum_{m=1}^G b_m X_m \quad (3)$$

여기에서 $b_m = e^{j\phi_m}$ 은 각 서브블록의 데이터 X_m 의 위상을 회전시키기 위한 위상 가중치이다. 일반적으로 위상 가중치의 크기는 1이고, 성능 손실 없이 하나의 위상 가중치 값을 고정할 수 있다. 즉, $b_1=1$ 와 같이 설정한다. X_m 에 IFFT를 취하면 부분 전송 시퀀스 x_m 을 얻

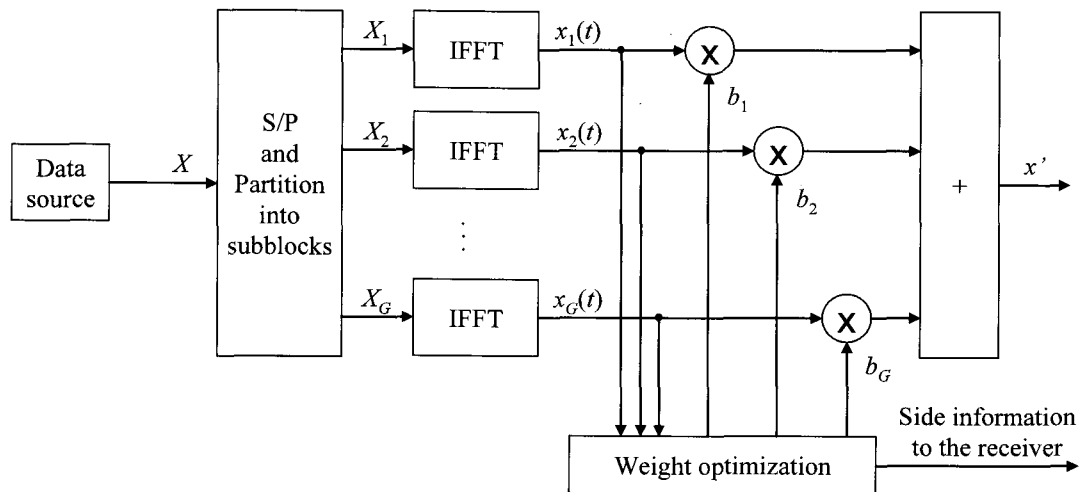


그림 1. PTS 기법의 블록도

Fig. 1. Block diagram of PTS technique.

을 수 있으며 X' 의 시간영역 신호는 다음과 같다.

$$\mathbf{x}' = \sum_{m=1}^G b_m \mathbf{x}_m \quad (4)$$

위상 가중치 b_l 은 \mathbf{x}' 의 PAPR이 최소가 되도록 선택한다. 계산 복잡도를 줄이기 위해 선택 가능한 위상 가중치 값은 제한되며, 다음과 같다.

$$P = \{e^{j2\pi l/W}\}, \quad l = 0, 1, \dots, W-1 \quad (5)$$

여기에서 W 는 선택 가능한 위상 가중치 값의 수이다. 따라서 PAPR이 최소가 되도록 하는 위상 가중치 벡터 \mathbf{b} 를 찾기 위해 $W^{(G-1)}$ 번의 탐색이 필요하며, 계산 복잡도는 서브블록의 수 G 에 따라 지수적으로 증가한다.

이후 본 논문에서는 위상 가중치 집합을 벡터 $\mathbf{b}=[b_1, b_2, \dots, b_G]$ 로 표현한다.

III. 위상 가중치 탐색 알고리즘

이 장에서는 위상 가중치 값의 제한이 없고 탐색을 위해 부가적인 연산이 불필요한 탐색 알고리즘을 설명한다. 제안하는 탐색 알고리즘은 원소가 모두 1인 벡터를 포함하여 랜덤하게 선택한 V 개의 초기 벡터를 가지고 시작한다. 선택한 V 개의 벡터에 대하여 PAPR을 계산하고, 그 중 가장 낮은 PAPR이 되도록 하는 벡터 \mathbf{b}' 을 선택한다. 선택한 벡터 \mathbf{b}' 를 중심으로 유클리드 거리가 1인 벡터에 대하여 PAPR을 다시 계산하고 상기의 과정을 최대 반복 횟수 I 까지 반복한다. 유클리드 거리를 1로 제한한 이유는 유클리드 거리가 1인 벡터는

벡터의 원소를 하나씩 $\pm 90^\circ$ 천이함으로써 쉽게 구할 수 있어 부가적인 연산이 불필요하기 때문이다. 제안하는 탐색 알고리즘을 단계별로 요약하면 다음과 같다.

단계 1 : 원소가 모두 1인 위상 가중치 벡터를 포함하여 V 개의 초기 벡터를 선택한다.

단계 2 : 반복횟수를 $i=1$ 로 설정하고, V 개의 벡터에 대한 PAPR을 계산한다.

단계 3 : 가장 낮은 PAPR이 되도록 하는 벡터 \mathbf{b}' 을 구한다.

단계 4 : \mathbf{b}' 벡터를 중심으로 유클리드 거리가 1인 벡터를 탐색한다.

단계 5 : 반복횟수가 $i>I$ 이면 탐색을 중단하고, 그렇지 않으면 반복횟수 $i=i+1$ 로 설정하고 단계 3으로 돌아간다.

제안하는 탐색 알고리즘에서 계산 복잡도는 초기 벡터의 수 V 와 최대 반복 횟수 G 에 의존하며 탐색 횟수는 다음과 같다. 초기 벡터에 대하여 V 번 탐색하고 유클리드 거리가 1인 벡터에 대하여 $2 \times G$ 번 탐색한다. 따라서 최대 반복 횟수 I 를 고려한 탐색 횟수는 $V+2 \times I \times G$ 로 주어진다.

IV. 시뮬레이션 결과

제안하는 탐색 알고리즘의 PAPR 감소 성능을 평가하기 위해 PAPR의 CCDF와 계산 복잡도를 완전 탐색

과 비교한다. PAPR의 CCDF는 다음과 같이 정의된다.

$$CCDF = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} r_i \quad (6)$$

where, $r_i = \begin{cases} 1, & PAPR_i > PAPR_0 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$

여기에서 N_s 는 시뮬레이션을 위해 생성한 OFDM 심볼의 수를 의미하고 본 논문에서는 100,000으로 하였다. 부반송파의 수는 $N=256$ 이고 각 부반송파의 변조는 QPSK를 가정하였다. 위상 가중치의 선택 가능한 값은 $\{\pm 1, \pm j\}$ 즉, $W=4$ 이다. 연속시간 신호의 PAPR을 얻기 위해 오버샘플링 계수는 $L=4$ 로 하였다.

그림 2와 3은 각각 서브블록의 수 $G=4, 8$ 그리고 최대 반복 횟수 $I=0$ 인 경우 초기 위상 가중치 벡터의 수 V 에 따른 PAPR의 CCDF를 보인 것이다. 그림에서 'Unmodified'는 PTS 기법을 적용하지 않은 경우, 'Ordinary'는 완전 탐색을 수행하는 PTS 기법을 적용한

경우, 그리고 'Proposed'는 본 논문에서 제안한 탐색 알고리즘을 수행하는 PTS 기법을 적용한 경우를 의미한다. 'Unmodified'의 0.1% PAPR은 11.3dB 이고 'Ordinary'는 G 에 따라 각각 8.4dB ($G=4$), 7.5dB ($G=8$) 임을 알 수 있다. 그림 2에서 'Proposed'의 0.1% PAPR은 V 가 커질수록 9.6dB ($V=5$), 9.1dB ($V=10$), ..., 8.55dB ($V=50$)로 PAPR이 감소함을 알 수 있다. 그러나 V 가 커질수록 PAPR의 감소량 역시 지수적으로 감소함을 알 수 있다. 이러한 경향은 그림 3에서도 확인할 수 있다. 따라서 제안한 탐색 알고리즘에서는 $V=30$ 이 가장 적합한 것으로 사료된다.

그림 4와 5는 각각 서브블록의 수 $G=4, 8$ 그리고 초기 벡터의 수 $V=10$ 인 경우 최대 반복 횟수 I 에 따른 PAPR의 CCDF를 보인 것이다. 그림 4에서 $I=2, 3$ 인 경우 0.1% PAPR은 약 8.7dB로 비슷하며, PAPR 감소가 매우 미미함을 알 수 있다. 따라서 제안한 탐색 알고리

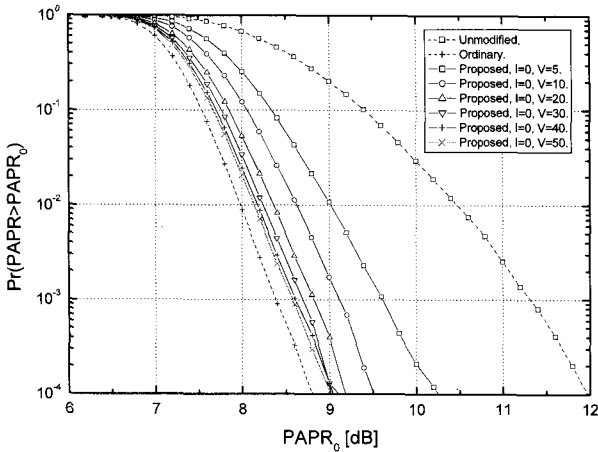


그림 2. V 에 따른 PAPR의 CCDF ($G=4, I=0$)
Fig. 2. CCDF of PAPR according to V ($G=4, I=0$).

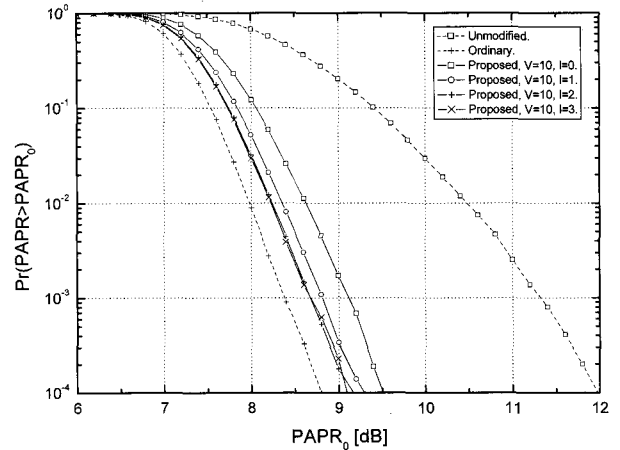


그림 4. I 에 따른 PAPR의 CCDF ($G=4, V=10$)
Fig. 4. CCDF of PAPR according to I ($G=4, V=10$).

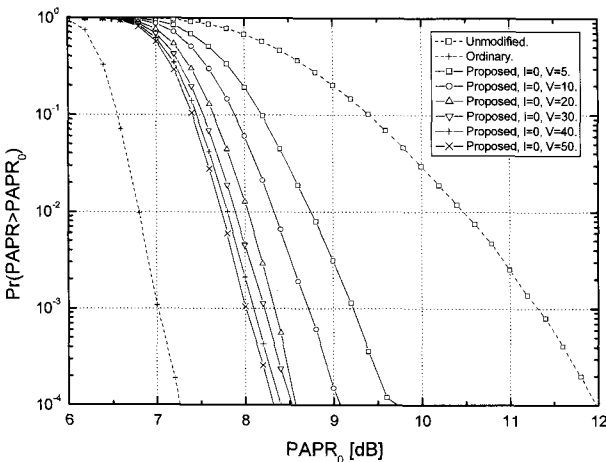


그림 3. V 에 따른 PAPR의 CCDF ($G=8, I=0$)
Fig. 3. CCDF of PAPR according to V ($G=8, I=0$).

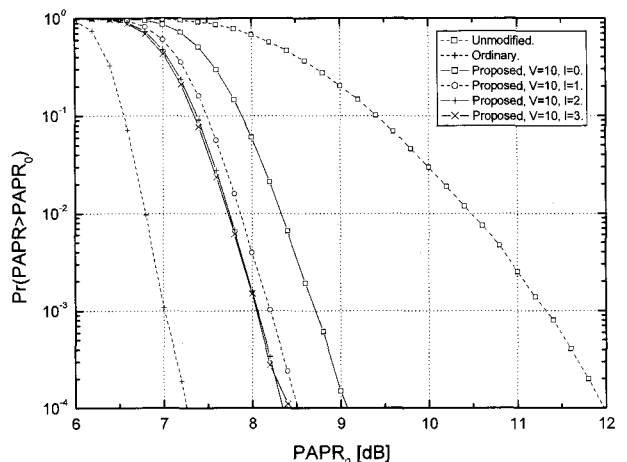


그림 5. I 에 따른 PAPR의 CCDF ($G=8, V=10$)
Fig. 5. CCDF of PAPR according to I ($G=8, V=10$).

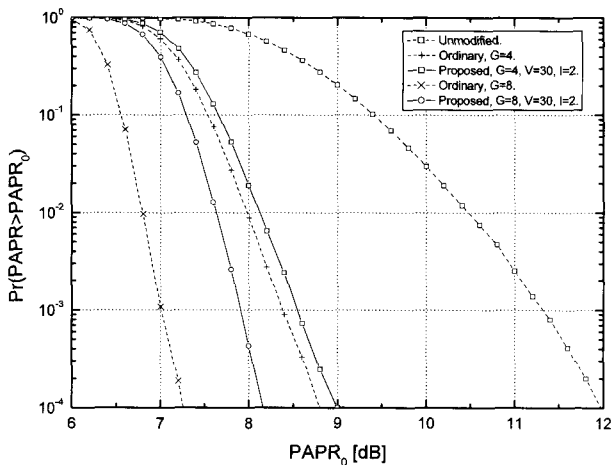


그림 6. PAPR의 CCDF ($G=4, 8, V=30, I=2$)

Fig. 6. CCDF of PAPR ($G=4, 8, V=30, I=2$)

표 1. 제안한 탐색 알고리즘의 계산 복잡도와 0.1% PAPR 감소량의 비율

Table 1. Decrement for the computational complexity and 0.1% PAPR of proposed search algorithm.

	계산 복잡도	0.1% PAPR 감소량
$G=4, W=4, V=30, I=2$	71.875%	96.552%
$G=8, W=4, V=30, I=2$	0.378%	79.070%

즘에서는 $I=2$ 가 가장 적합한 것으로 사료된다.

그림 6은 $G=4, 8, V=30$, 그리고 $I=2$ 인 경우 PAPR의 CCDF를 보인 것이다. 'Proposed'의 0.1% PAPR은 $G=4, 8$ 인 경우 각각 8.5dB, 7.9dB이다. 그림 2, 3과 비교하였을 때 G 와 무관하게 $V=30$ 개의 초기 벡터에 대한 탐색 이후 $I=2$ 번의 반복 탐색에 의해 약 0.2dB 더 PAPR이 감소하였다.

완전 탐색과 제안한 탐색 알고리즘의 탐색 횟수는 각각 $W^{(G-1)}, V+2 \times I \times G$ 이다. 따라서 완전 탐색을 기준으로 한 제안한 탐색 알고리즘의 계산 복잡도와 0.1% PAPR의 감소량의 비율(%)은 표 1과 같다.

표 1에 보인 바와 같이 $G=4$ 인 경우 제안한 탐색 알고리즘은 완전 탐색을 기준으로 72%의 계산 복잡도를 가지고 96.6%의 PAPR 감소를 얻을 수 있다. 완전탐색의 계산 복잡도가 지수적으로 증가하는 $G=8$ 인 경우에는 0.4%의 계산 복잡도를 가지고 79.1%의 PAPR 감소를 얻을 수 있음을 확인하였다.

V. 결 론

본 논문에서는 OFDM 신호의 PAPR 감소를 위한

PTS 기법에서 낮은 PAPR을 갖도록 하는 위상 가중치의 탐색을 위한 탐색 알고리즘을 제안하였다. 제안하는 탐색 알고리즘은 V 개의 초기 위상 가중치 벡터를 가지고 시작한다. 먼저 V 개의 벡터에서 가장 낮은 PAPR을 갖도록 하는 위상 가중치를 구한다. 이후 선택된 위상 가중치 벡터에서 유클리드 거리가 1인 위상 가중치 벡터에 대한 탐색을 최대 반복 횟수 I 까지 반복한다. 제안한 탐색 알고리즘은 선택 가능한 위상 가중치 값의 범위에 제한이 없고 유클리드 거리가 1인 벡터만을 탐색함으로써 탐색을 위한 부가적인 연산을 요구하지 않는다. 또한 탐색 횟수는 서브블록의 수 G , 초기 위상 가중치 벡터 V , 그리고 최대 반복 횟수 I 의 값이 결정되면 일정한 값을 갖는다. 시뮬레이션을 통하여 제안하는 탐색 알고리즘은 $G=4, 8, V=30$, 그리고 $I=2$ 인 경우 0.1% PAPR은 각각 8.5dB, 7.9dB임을 확인하였다. 또한 완전 탐색을 기준으로 $G=4, 8$ 인 경우 각각 72%의 계산 복잡도를 가지고 96.6% 그리고 0.4%의 계산 복잡도를 가지고 79.1%의 PAPR 감소를 얻을 수 있음을 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] R. Van Nee and R. Prasad, *OFDM for Wireless Multimedia Communications*, Boston, MA: Artech House, 2000.
- [2] J. Heiskala and J. Terry, *OFDM Wireless LANs: A Theoretical and Practical Guide*, Sams, 2002.
- [3] S. H. Müller and J. B. Huber, "OFDM with Reduced Peak-to-Average Power Ratio by Optimum Combination of Partial Transmit Sequences," *Electronic Letters*, vol. 33, no. 5, Feb. 1997, pp. 368-69.
- [4] Leonard J. Cimini, Jr. and Nelson R. Sollenberger, "Peak-to-average power ratio reduction of an OFDM signal using partial transmit sequences," *IEEE Communications Letters*, vol. 4, no. 3, pp. 86-88, Mar. 2000.
- [5] A. D. S. Jayalath and C. Tellambura, "Adaptive PTS Approach for Reduction of Peak-to-Average Power Ratio of OFDM Signal," *Electronic Letters*, vol. 36, no. 14, pp. 1226-28, July 2000.
- [6] Wong Sai Ho, A. S. Madhukumar, and Francois Chin, "Peak-to-average power reduction using partial transmit sequences: a suboptimal approach based on dual layered phase sequencing," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 49, no. 2, pp. 225-231, Jun. 2003.

- [7] L. Yang, R. S. Chen, and K. K. Soo, "PAPR reduction of an OFDM signal by use of PTS with low computational complexity," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 52, no. 1, pp. 83-86, Mar. 2006.
- [8] C. Tellambura, "Computation of the Continuous-Time PAR of an OFDM Signal with BPSK Subcarriers," *IEEE Communications Letters*, vol. 5, no. 5, pp. 185-187, May 2001.

— 저 자 소 개 —



공민한(정회원)
 2001년 2월 원광대학교
 전기공학부 졸업
 2003년 2월 원광대학교 제어계측
 공학과 공학석사
 2003년 8월 원광대학교 제어계측
 공학과 공학박사

2004년 4월~현재 원광대학교 전기전자및정보
 공학부 강의교수
 <주관심분야: 디지털 통신시스템 설계, 채널 부호
 화>



송문규(평생회원)
 1988년 2월 고려대학교
 전자공학과 졸업
 1990년 2월 고려대학교
 전자공학과 공학석사
 1994년 2월 고려대학교
 전자공학과 공학박사

1994년 3월~현재 원광대학교 전기전자및
 정보공학부 교수
 1999년 9월~2000년 8월 캐나다 빅토리아대학교
 전기및컴퓨터공학과 방문교수
 2006년 2월~2007년 2월 미국 스탠퍼드대학교
 전기공학과 방문교수
 <주관심분야: 무선통신, 디지털 통신시스템 설계,
 채널 부호화>