

평판 에어포일 캐스케이드와 입사 난류의 상호작용에 의한 광대역 소음의 모달 음향 파워 특성

Characteristics of Modal Acoustic Power of Broadband Noise by Interaction of a Cascade of Flat-plate Airfoils with Inflow Turbulence

정 철 응* · 주덕 빈센트* · 조셉 필립*

Cheolung Cheong, Vincent Jurdic and Phillip Joseph

(2007년 10월 10일 접수 ; 2007년 12월 4일 심사완료)

Key Words : Inflow Broadband Noise(유입 광대역 소음), Fan Noise(팬 소음), Turbulence Noise(난류소음), Flat-airfoil Cascade(평판-에어포일 캐스케이드), Aeroacoustics(공력소음)

ABSTRACT

This paper investigates the modal acoustic power by a cascade of flat-plate airfoils interacting with homogeneous, isotropic turbulence. Basic formulation for the acoustic power upstream and downstream is based on the analytical theory of Smith and its generalization due to Cheong et al. The acoustic power spectrum has been expressed as the sum of cut-on acoustic modes, whose modal power is the product of three terms: a turbulence series, an upstream or downstream power factor and an upstream or downstream acoustic response function. The effect of these terms in the modal acoustic power has been examined. For isotropic turbulence gust, the turbulent series are only reducing factor of the modal acoustic power. The power factor tends to reduce the modal acoustic power in the upstream direction, although the power factor is liable to increase the modal acoustic power in the downstream direction. The modes close to cut-off are decreasing strongly, especially in the downstream direction. Therefore the modes close to cut-off don't contribute highly to the radiated acoustic power in the downstream direction, although the modal acoustic pressure is high for these modes.

기 호 설 명

a : 음속
 B : 캐스케이드 에어포일 개수
 c : 에어포일 코드길이
 M : 자유류의 마하수
 M_1 : 축방향 자유류 마하수

M_2 : 원주방향 유동 마하수
 k_i : 유입난류의 파워
 p : 압력 섭동
 s : 블레이드 사이의 간격
 u_i : x_i -방향의 속도 섭동
 U_i : x_i -방향의 유속
 w : 에어포일면의 수직방향 속도섭동
 W : 자유류 속도, $\sqrt{U_1^2 + U_2^2}$
 x_i : 덕트 직교 좌표계, Fig. 1
 y_i : 캐스케이드 고정직교좌표계, Fig. 1
 z : 에어포일 코드방향에서 측정된 길이, Fig. 1

† 교신저자 : 정희원, 부산대학교 기계공학부
E-mail : ccheong@pusan.ac.kr
Tel : (051)510-2311, Fax : (051)514-7640
* ISVR, University of Southampton

- α : 발생한 교란량의 축방향 파수
- β : 발생한 교란량의 원주방향 파수
- Γ : 와류의 세기
- Δ : 컷은 변수
- θ : 엇갈림 각도, $\tan^{-1}(U_2/U_1)$
- Θ : 단절비
- λ : 무차원 주파수, $\omega c/W$
- Λ : 난류의 길이 스케일
- ρ : 밀도 섭동
- ρ_0 : 자유류 밀도
- σ : 블레이 사이의 위상각
- ω : 각주파수
- \wedge : 코드길이에 무한원 한 값

1. 서 론

항공 교통량의 증가와 더불어 지난 삼십 년 동안 항공기로 인한 소음 공해는 공항 주변 거주자들의 주요 민원의 대상이 되어왔으며 이와 더불어 소음 규제 관련 법규를 점점 더 가혹하게 만들었다. 동시에 항공 산업계는 소음의 전파량을 줄이거나 소음원 자체를 제어하여 엔진 소음을 줄일 수 있는 개념과 기술을 개발하는 연구에 많은 투자를 하고 있는 실정이다.

초고바이패스비(ultra-high-bypass-ratio) 엔진과 저속 팬(fan)과 같은 새로운 엔진 구조를 이용하여 제트 소음과 팬 조화(tone) 소음을 줄일 수 있게 됨에 따라 최근에 팬 광대역 소음이 주요 소음원으로 대두하고 있다. 팬 광대역 소음의 주요한 소음원들 중 하나가 로터 후류와 정익베인(stator vane) 사이의 상호작용이다.

항공기 팬의 경우 블레이드의 개수가 매우 많아 블레이드 사이의 음향학적 상호작용을 무시할 수 없기 때문에 단독 에어포일 대신에 에어포일 캐스케이드(cascade)를 고려하여야 한다. Smith⁽¹⁾와 Whitehead⁽²⁾가 단일 주파수의 와류속도 성분과 평판 에어포일 캐스케이드의 상호작용에 의하여 발생하는 음향파에 대한 적분방정식과 이 적분식을 수치적으로 해석할 수 있는 방법을 제시하였다. 이 단일 주파수에 대한 이론식을 일반화하여 정철웅 등⁽³⁾이 균질한 등방성의 입사 난류와 평판 에어포일 캐스케이드의 상호작용에 의한 광대역 소음장에 대한 음향

파워 예측식을 유도하여 제시하였다. 또한 정철웅 등^(4,5)은 임계주파수를 정의하고 임계주파수 보다 큰 영역에서 근사적으로 음향 파워를 예측할 수 있는 간단한 대수방정식을 제시하였다.

최근에 항공기 엔진과 같은 덕트내 소음을 제어하고자 하는 시도가 활발히 진행되고 있다⁽⁶⁾. 덕트내 음향장은 개방공간에서와 달리 덕트내 특정 모드형상을 가지게 되고 따라서 소음제어도 덕트 내부 소음원의 주요 모드에 대한 정보가 필수적이다. 이 논문에서는 입사 난류와 평판 에어포일 캐스케이드의 상호작용에 의하여 발생하는 음향 파워의 모드별 특성을 분석하였다. 모달 음향 파워의 특성을 분석하기 위하여 모달 음향 파워 발생 과정을 분해하여 단계별 분석을 하였다. 이를 통하여 상류(upstream)와 하류(downstream) 방향으로 전파해가는 모달 음향 파워의 특성을 제시하였다. 이런 음향 파워의 모드별 분석 결과는 팬 유입 광대역 소음의 발생과정에 대한 이해도를 심화하고 궁극적으로는 팬 광대역 소음의 제어에 필요한 기본적인 정보를 제공할 것으로 생각한다.

다음 절에서 유입난류와 평판 에어포일의 상호작용에 의한 음향 파워 엄밀 예측식의 유도과정을 개괄하고 세 번째 절에서 모달 음향 파워의 분해를 통한 단계요소 별 분석 결과를 제시하였다. 네 번째 절에서 앞 절의 결과를 바탕으로 전체 모달 음향 파워와 함께 요소 별 기여도를 분석하였다. 마지막으로 결론 부분에서 이 논문의 주요 결과를 요약하였다.

2. 음향 파워 스펙트럼 엄밀 예측식

2.1 음향 파워 스펙트럼

이 논문에서 다룰 캐스케이드-난류 모델을 Fig. 1에서 간략히 나타내었다. 점성 영향을 무시하고 자유류의 입사각도를 영으로 가정하였다.

자유류에 대한 모든 섭동(perturbation)값들을 상대적으로 작다고 가정하면 지배방정식은 선형화된 Euler-방정식으로 표현할 수 있다. 유동을 등엔트로피(isentropic)로 가정하고 섭동양들의 파동해(wave solution)를 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{p} \end{pmatrix} e^{i(\alpha x + \alpha x_1 + \beta x_2)} \quad (1)$$

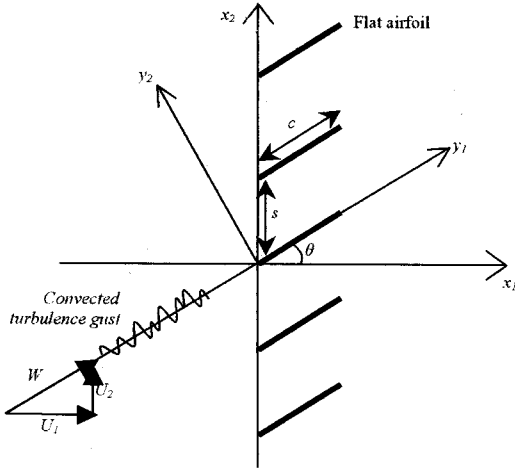


Fig.1 The cascade geometry and the convected turbulence gust

평판 에어포일 캐스케이드에서 단일 주파수의 입사 와류파에 대하여 발생하는 음압에 대한 해를 구하기 위하여 Smith⁽¹⁾가 제시한 방법을 따랐고 입사 난류에 대한 이론의 확장은 정철웅 등⁽³⁾의 방법을 따랐다. 자유류에 고정되어 대류하는 난류 속도장은 자유류와 함께 움직이는 $y'_1 = y_1 - Wt$ 는 좌표계에서 $w(y'_1, y_2, y_3)$ 와 같이 표현할 수 있다. 캐스케이드에 고정된 좌표계의 y_1 - y_2 평면에서 난류속도장은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w(y_1, y_2, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{w}_r(k_1, k_2) e^{-i[k_1(y_1 - Wt) + k_2 y_2]} dk_1 dk_2 \quad (2)$$

여기서 Fourier 성분인 $\hat{w}_r(k_1, k_2)$ 은 $w(y_1, y_2)$ 를 이용하여 다음과 같은 식으로 결정할 수 있다.

$$\hat{w}_r(k_1, k_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-r}^r \int_{-r}^r w(y_1, y_2) e^{-i(k_1 y_1 + k_2 y_2)} dy_1 dy_2 \quad (3)$$

여기서 r 은 유한하지만 충분히 큰 값이다. 다음과 같은 형태로 캐스케이드에 입사하는 와류 속도 성분에 대하여

$$w_g = w_0 e^{i[k_1(y_1 - Wt) + k_2 y_2]} \quad (4)$$

Smith⁽¹⁾와 Whitehead⁽²⁾는 평판 에어포일에서 발생

하는 음향파에 대한 식을 아래와 같이 유도하였다.

$$p^+(x_1, x_2, t) = \rho_0 W^2 w_0 \left(\sum_{r=-\infty}^{\infty} R_r^+ e^{i(k_1 W t + \alpha_r x_1 + \beta_r x_2)} \right) \quad (5)$$

여기서 +는 상류방향, -는 하류방향의 양을 나타내며, R_r^+ 는 캐스케이드의 음압반응함수이고

$$\beta_r = \frac{(k_1 \sin \theta + k_2 \cos \theta) s - 2\pi r}{s} \quad (6)$$

식 (5)의 결과를 식 (2)로 표현한 난류 입사 속도에 대해서 확장하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p^+(\mathbf{x}, t) = \rho_0 W^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\hat{w}(k_1, k_2) \left(\sum_{r=-\infty}^{\infty} R_r^+ e^{i(k_1 W t + \alpha_r^+ x_1 + \beta_r x_2)} \right) \right] dk_1 dk_2 \quad (7)$$

식 (7)로부터 참고문헌 (3)에서 기술한 과정을 통하여 식 (3)으로 표현되는 입사난류에 의한 음향 파워스펙트럼의 엄밀예측식을 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\mathcal{P}^+(\omega) = \frac{2\pi \rho_0 M^3}{\cos \theta} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left[Q_l^+(\omega) \left(\sum_{r=-\infty}^{\infty} \Phi_{ww}(K_1, k_{2,l+Br}) \right) \right] \quad (8)$$

여기서 음향 파워 반응함수는

$$Q_l^+(\omega) = \left(\left[R_l^+(k_2) \right]^2 \frac{\omega(-\alpha_l^{*+} + M_1(\omega + U_1 \alpha_l^{*+} + U_2 \beta_l))}{\left| (\alpha_l^{*+})^2 + (\beta_l)^2 \right|} \right)$$

와 같이 표현되고, Φ_{ww} 항은 난류 스펙트럼,

$$\beta_l = \frac{2\pi l}{Bs} \quad (9)$$

와 같이 표현된다. 식 (8)을 이용하여 에어포일 캐스케이드와 입사 난류의 상호작용에 의한 음향 파워 스펙트럼을 계산할 수 있다. 음향 파워 스펙트럼 예측식에 사용할 수 있는 난류 스펙트럼에 대한 실험 자료가 현재까지 존재하지 않으므로 이 논문에서는

기존의 대수식 모델을 사용하였다. 난류가 균질(homo-geneous)하고 등방성(isotropic)이라고 가정하면 다음과 같은 형태의 Liepmann 스펙트럼을 사용할 수 있다.

$$\Phi_{ww}(k_1, k_2) = \frac{2\bar{w}^2 \Lambda^2 [1 + \Lambda^2(4k_1^2 + k_2^2)]}{4\pi [1 + \Lambda^2(k_1^2 + k_2^2)]^3} \quad (10)$$

3. 모달 음향 파워 구성요소별 분석

전체 음향 파워 스펙트럼은 감쇄없이 전파해가는 모든 음향 모드수 l 의 모달 음향 파워의 합으로 표현할 수 있다. 감쇄없이 전파해가는 음향파는 다음과 같은 컷온(cut-on) 변수 Δ_l 에 대한 부등식을 만족시키는 모드이다.

$$\Delta_l^2 = (a/\omega + M_2\beta_l)^2 [1 - \Theta_l^2] \geq 0 \quad (11)$$

여기서 무차원 변수인 단절비(cut-off ratio) Θ_l 은 다음과 같이 정의된다.

$$\Theta_l = \frac{\sqrt{1 - M_1^2} \beta_l}{a/\omega + M_2\beta_l} \quad (12)$$

식(11)에서 단절비 Θ_l 이 -1과 1사이에 있으면 음향모드가 감쇄없이 전파해간다는 것을 알 수 있다. 각각의 l 번째 음향 모드는 $l = m - Br$ 의 회절 관계식을 만족하는 무한대의 와류 모드에 의하여 발생한다. 그러므로 l 번째 모드의 음향 파워는 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\mathcal{P}_l^+(\omega) = \frac{2\pi\rho_0 M^3}{\cos\theta} Q_l^+(\omega) \left(\sum_{r=-\infty}^{\infty} \Phi_{ww}(K_1, k_{2,l+Br}) \right) \quad (13)$$

Fig. 2에서 식(13)을 이용하여 마하수 0.5의 자유류 속에 놓인 평판 에어포일 캐스케이드에서 발생하는 모달 음향 파워(modal acoustic power, MAP)의 계산 결과를 음향 모드수에 대해서 표현하였다. 유입 난류는 $\bar{w}/W = 0.02$ 와 $\Lambda/c = 0.05$ 의 조건으로 식(10)을 이용하여 모델링하였고 $K_1 = 10.1\pi$ 에서 $B=30$, $s/c=9/B$, $\theta=30^\circ$ 의 캐스케이드 모델 대한 계산결과를 나타낸다. 상·하류 방향의 모드 성분들 중 다른 모드의 크기와 비교할 때 매우 작은 값은

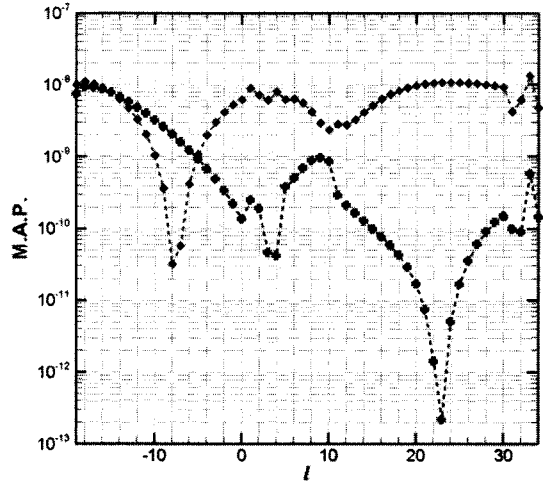


Fig. 2 Modal acoustic power versus acoustic mode order l for the case: $B=30$, $s/c=9/B$, $\theta=30^\circ$, $K_1=10.1\pi$ and $M=0.5$, (+ upstream, ◆ downstream)

가지는 최소 모드(상류방향에서는 $l = 23$, 하류방향에서는 $l = -8$)가 존재하며 하류방향에서는 상류방향과 달리 중간영역의 모드들이 전체 모드음향파워에 큰 기여를 한다는 것을 알 수 있다. 이와 같은 모달 음향파워 분포 특성을 나타내는 발생 원인을 분석하기 위해서 식(13)을 두 개의 요소로 분할하면 첫 번째 항은 식(8)에서 정의한 모달 음향 파워 반응함수에 해당한다.

$$Q_l^\pm = |R_l^\pm|^2 \zeta_l^\pm \quad (14)$$

여기서

$$\zeta_l^\pm = \frac{\omega(-a\alpha_l^{\pm*} + M_1(\omega + U_1\alpha_l^{\pm*} + U_2\beta_l))}{|(\alpha_l^\pm)^2 + (\beta_l)^2|} \quad (15)$$

는 파워요소항이다. 모달 음향 파워의 두 번째 요소는 음향 모드 l 로 회절하는 유입 난류 스펙트럼의 와류 모드들의 무한대 합이 된다. Fig. 3에서 위에서 제시한 두 항목: 음향 파워 반응함수와 난류 기여성분을 음향 모드수 대해서 제시하였다. 계산은 Fig. 2와 같은 기준 경우에 대해서 수행하였다. Fig. 3을 통하여 모달 음향 파워 분포는 전적으로 모달 음향 파워 반응함수에 의해서 결정된다는 것을 확인할 수 있다. 난류 기여성분은 모드수에 관계없이 거의 일

정함을 알 수 있다. 비슷한 결과를 다른 경우에 대해서도 확인할 수 있다.

식 (14)에서 모달 음향 파워 함수는 모달 압력 반응함수 R_i^\pm 의 제곱과 파워요소항 ζ_i^\pm 의 곱으로 표현된다. 다음 두 절에서 위 두 항의 모달 음향 파워에 대한 기여도를 분석하였다.

3.1 모달 음향 압력 반응 함수

모달 음향 압력 반응함수 R_i^\pm 은 적분식을 수치적으로 구한 근사해를 이용하여 구한다^(1,2). 식 (5)에서 정의한 R_i^\pm 은 아래와 같은 행렬곱으로 표현된다^(1,2).

$$R_i^\pm = (X_i^\pm)_j K_{ji}^{-1} W_i \quad (16)$$

식 (16)에서 외류분포와 모달 음압을 관계시키는 일종의 전달함수 역할을 하는 벡터 X_i^\pm 은 $X_i^\pm(x_0) = |V_i^\pm| x_i^\pm$ 와 같이 분리할 수 있다. 여기서 실수 요소 V_i^\pm 은 다음과 같이 정의되고:

$$V_i^\pm = -\frac{(v')^\pm (\lambda + \hat{\alpha}_i^\pm \cos \theta + \hat{\beta}_i^\pm \sin \theta)}{(s/c) \hat{\beta}} \quad (17)$$

벡터 x_i^\pm 는 X_i^\pm 의 위상 벡터로서 j 번째 요소는 식 (18)과 같이 정의된다.

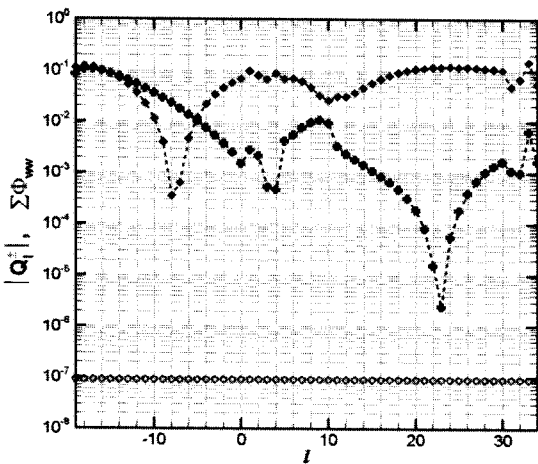


Fig. 3 Distribution of $|Q_i^\pm|$ and $\sum \Phi_{wav}$ versus acoustic mode order l . (+ $|Q_i^+|$, ◆ $|Q_i^-|$, ○ $\sum \Phi_{wav}$)

$$x_i^\pm = \exp \left[-i(\hat{\alpha}_i^\pm \cos \theta + \hat{\beta}_i^\pm \sin \theta) \left(1 - \cos \frac{\pi j}{N} \right) + i\phi \right] \quad (18)$$

여기서 위상 ϕ 는 V_i^\pm 의 정확한 부호를 나타내기 위해 도입된 것으로 V_i^\pm 가 양수이면 0으로 두고 V_i^\pm 가 음수이면 π 로 둔다. 따라서 식 (16)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_i^\pm = |V_i^\pm| (x_i^\pm)_j K_{ji}^{-1} W_i \quad (19)$$

(1) V_i^\pm 항의 분석

원주방향의 파수 $\hat{\beta}_i$ 과 컷온 변수 Δ_i 를 사용하여 식 (17)의 두 번째 항을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{(\lambda + \hat{\alpha}_i^\pm \cos \theta + \hat{\beta}_i^\pm \sin \theta)}{\hat{\beta}} = \frac{K_1 + \beta_i \sin \theta \pm \Delta_i \cos \theta}{\beta_i (1 - M_1^2)} \quad (20)$$

또한 식 (17)의 무차원 속도 v' 도 $\hat{\beta}_i$ 과 Δ_i 를 사용하여 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$v'^\pm = \frac{\beta_i}{2\Delta_i(\beta_i^2 + \Delta_i^2)} [kM_1\beta_i \mp \Delta_i(M_2^2\beta_i + kM_2)] \quad (21)$$

두 식 (20)와 (21)을 식 (17)에 대입하면 아래와 같이 된다.

$$V_i^\pm = \frac{c}{s} \frac{1}{2\Delta_i(\beta_i^2 + \Delta_i^2)(1 - M_1^2)} (Y_1 \pm \Delta_i Y_2) \quad (22)$$

여기서,

$$Y_1 = (\Delta_i^2 + \beta_i^2) [M_2(k + M_2\beta_i) - (1 - M_1^2)\beta_i] \cos \theta \quad (23)$$

$$Y_2 = \frac{M_2}{M} (\Delta_i^2 + \beta_i^2) \quad (24)$$

식 (22)의 또 다른 형태는 단절비 Θ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V_i^\pm = \frac{c}{s} \left[\frac{\cos \theta}{2\sqrt{1 - M_1^2}\sqrt{1 - \Theta^2}} \left(\frac{M_2}{\sqrt{1 - M_1^2}} - \Theta \right) \pm \frac{\sin \theta}{2(1 - M_1^2)} \right] \quad (25)$$

Fig. 4(a)와 (b)에서 기준 경우: $B=30$, $M=0.5$, $\theta=30^\circ$ 의 조건을 사용하여 각각 다른 주파수에서 $|X_l^\pm|$ 를 계산할 결과를 모드 수 l 과 단절비 Θ 에 대해서 각각 제시하였다. Fig. 4(a)에서 각각의 주파수에서 $|X_l^\pm|$ 값이 현저히 작아지는 최소 모드 수가 존재함을 알 수 있다. Fig. 4(b)에서 와류분포와 음압사이의 전달함수 X_l^\pm 는 단절비에 대해서 표현할 때 주파수와 관계없이 단일곡선으로 나타남을 알 수 있다. 주어진 주파수에서 식 (11)을 사용하여 감쇄 없이 전파해가는 음향모드의 개수가 결정된다. 그것에 대응하는 전달함수 X_l^\pm 는 식 (25)가 나타내는 연속곡선위의 유한한 점으로 나타난다. 식 (25)를 불연속변수인 단절비 Θ 이 아닌 연속변수 Θ 의 연속함수로 가정하면 $|X_l^\pm|=0$ 이 되는 Θ 값이 아음속영역에서 항상 존재함을 알 수 있다. 상·하류 방향으로 전파해가는 파동에 대해서 $|X_l^\pm|=0$ 이 될 때의 Θ 값을 각각 Θ^+ , Θ^- 로 정의하고 식 (25)를 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\Theta^+ = M_2 \sqrt{1 - M_1^2} / (M - M_1^2) \quad (26)$$

$$\Theta^- = -M_2 \sqrt{1 - M_1^2} / (M + M_1^2) \quad (27)$$

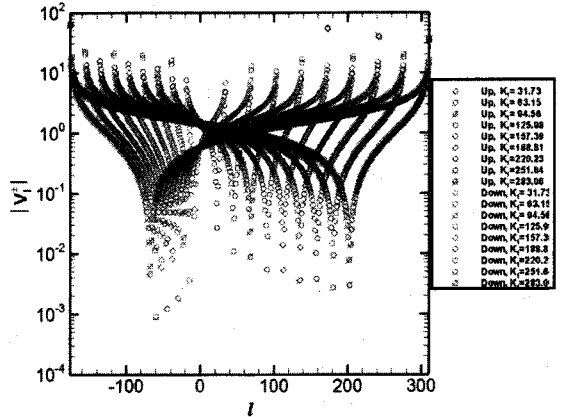
식 (12)를 이용하여 식 (26)과 (27)으로 계산한 Θ^+ , Θ^- 에 대응하는 모드수를 계산하면 아래와 같다.

$$l^+ = \frac{B s \omega \sin \theta}{2 \pi a 1 - M} \quad (28)$$

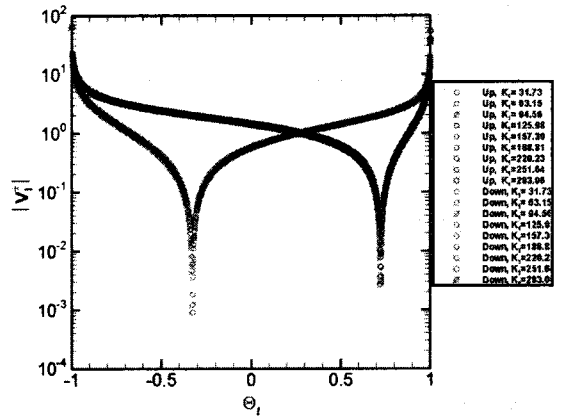
$$l^- = -\frac{B s \omega \sin \theta}{2 \pi a 1 + M} \quad (29)$$

식 (28)과 (29)로 계산한 l^\pm 에 가장 가까운 정수들이 Fig. 4(a)에서 나타난 각 주파수에서 최소모드에 해당하는 모드수이다. 이는 Fig. 2에서 설명한 최소음향 파워 모드수와도 일치한다.

서로 다른 두 주파수에서 같은 모드에 대응하는 $|\Theta|$ 은 낮은 주파에서 더 크게 된다. 그러므로 전달함수 X_l^\pm 의 크기는 주파수가 낮을수록 더 커진다. 식 (25)와 같이 X_l^\pm 의 절대값을 Θ 의 함수로 표현하면 주파수뿐만 아니라 블레이드 수나 용적비(solidity)에 대해서도 무관하다는 것을 알 수 있다. 즉 오직



(a)



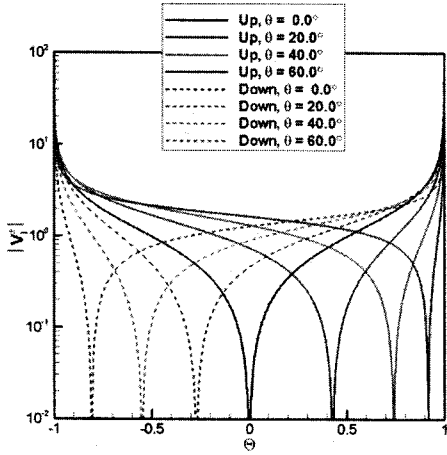
(b)

Fig. 4 Modulus of X_l^\pm of 30 blades at different frequencies with $\theta=30^\circ$: (a) $|X_l^\pm|$ versus l and (b) $|X_l^\pm|$ versus Θ

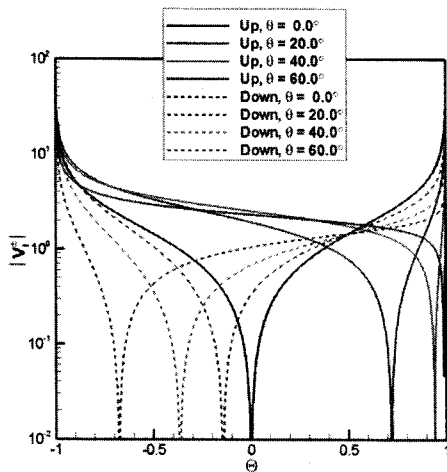
마하수와 엇갈림 각도만의 함수로 표현된다. 나머지 변수, 코드길이(c), 용적비(s/c), 블레이드 개수, 주파수는 Θ_l 을 결정하는데 사용된다.

Fig. 5에서 다른 엇갈림 각도와 마하수에 대해서 각각 상·하류 방향으로 전파해가는 파동에 대한 $|X_l^\pm|$ 값의 계산결과를 나타내었다. 엇갈림 각도가 증가함에 따라 Θ^+ 과 Θ^- 의 값이 1과 -1에 점점 가까워지고 마하수가 증가하면 상류방향의 Θ^+ 값이 더욱 빨리 1에 가까워짐을 알 수 있다.

캐스케이드의 무차원 압력 반응을 결정하기 위해서는 $|X_l^\pm|$ 값 하나만으로는 불충분하다. 블레이드 위의 와류분포와 위상각 또한 반응함수에 기여한다.



(a)



(b)

Fig. 5 Modulus of X_i^\pm of 30 blades at different stagger angles and mach numbers: (a) $M=0.25$ and (b) $M=0.75$

(2) $(x_i^\pm), K_i^{-1}W_i$ 의 절대값 분석

이 절에서는 위상벡터 x_i^\pm 와 $K^{-1}W$ 행렬로 정의되는 블레이드 상의 와류분포와의 곱의 절대값에 대해서 분석하였다. 식 (19)로부터 위 항이 $|R_i^\pm|/|X_i^\pm|$ 과 같다는 것을 알 수 있다.

Fig. 6에서 기준경우에 대하여 $|R_i^\pm|/|X_i^\pm|$ 의 계산결과를 제시하였다. Fig. 6과 Fig. 3을 비교하면 Fig. 4에서 제시한 최소모드영역 근처를 제외하고는 $|R_i^\pm|/|X_i^\pm|$ 의 분포가 모달 음향 파워 분포를 대부분 결정함을 알 수 있다.

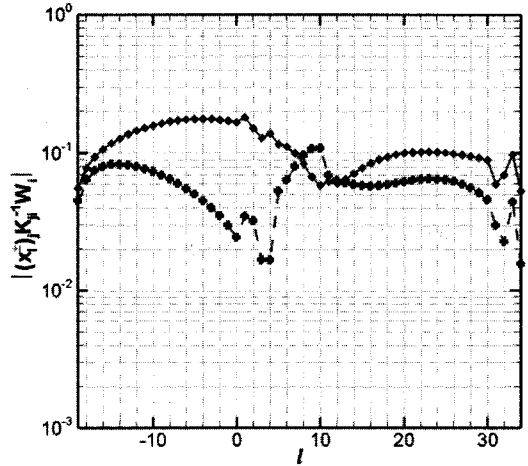


Fig. 6 $|R_i^\pm|/|X_i^\pm|$ for the reference case at $K_1=10.1\pi$ (+ upstream, ♦ downstream)

3.2 모달 파워 요소항

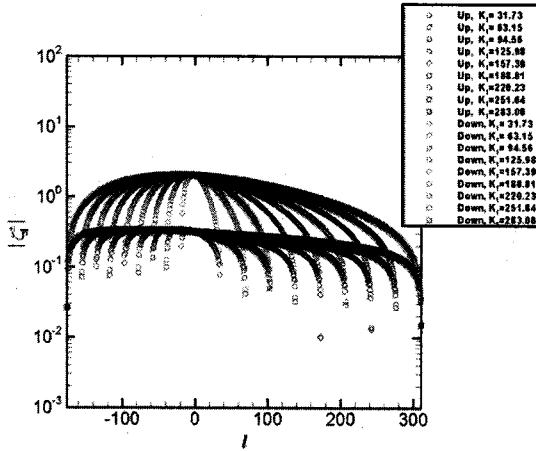
음향 모드의 파워 분포를 결정하는 중요한 요소는 모달 파워 요소는 ζ_i^\pm 이다. 식 (15)에서 정의한 모달 파워 요소는 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\zeta_i^\pm = \mp \frac{\omega M_1^2 \text{Re}(\Delta_i)}{a(\alpha_i^\pm \mp \Delta_i)^2} \quad (30)$$

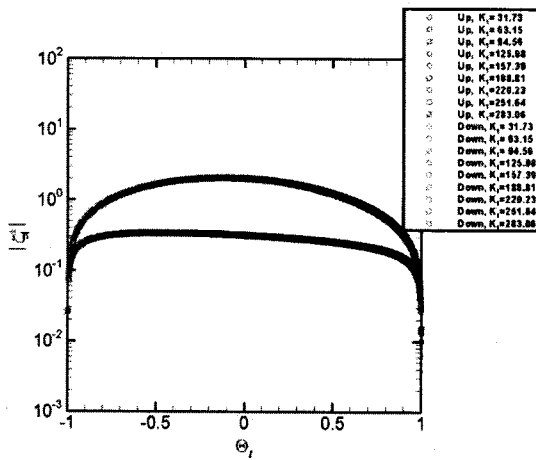
위 식으로부터 단절주파수에 해당하는 모드의 Δ_i 값은 허수이고 따라서 음향 파워 요소는 0이 되어 음향파위에 전혀 기여하지 않고 Δ_i 항이 실수일 때 즉 l번째 음향 모드가 감쇄 없이 전파해가는 모드일 때만 음향 파워에 기여를 한다는 것을 알 수 있다. 전파해가는 파에 대해 축방향 주파수 α_i^\pm 를 대체하고 컷온비 Θ 를 사용하여 식 (30)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\zeta_i^\pm = \mp(1-M_1^2) \left(1 - \frac{M_2 \Theta_i}{\sqrt{1-M_1^2}} \right) \frac{\sqrt{1-\Theta_i^2}}{\left[1 \pm M_1 \sqrt{1-\Theta_i^2} \right]^2} \quad (31)$$

기준경우에 대해서 식 (30)과 (31)을 계산한 결과를 Fig. 7에서 제시하였다. $|X_i^\pm|$ 와 마찬가지로 ζ_i^\pm 도 Θ 의 함수로 표시하였을 때 특정 마하수와 엇갈림 각도에 대해서 단일곡선으로 표시할 수 있음을 알 수 있다. 상류방향으로 전파해가는 파에 대한 파워 요



(a)

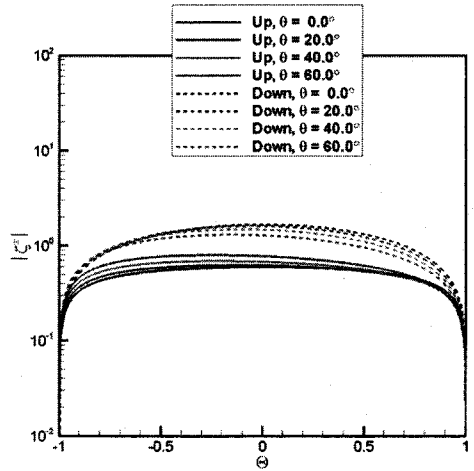


(b)

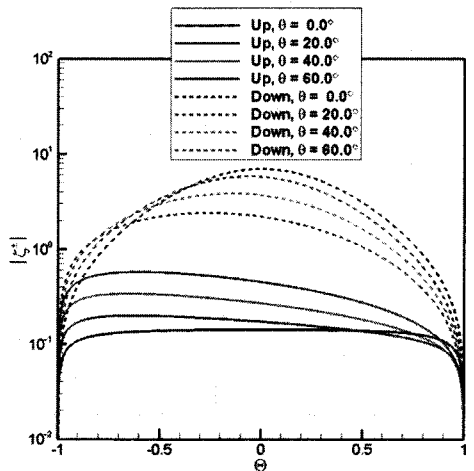
Fig. 7 Power factor ζ_1^\pm for the reference case at different frequencies with $\theta=30^\circ$: (a) ζ_1^\pm versus land (b) ζ_1^\pm versus Θ

소는 단절모드에 가까운 모드만 빼고는 비교적 직선 형태를 나타내는데 반해 하류방향으로 전파해가는 파에 대한 파워 요소는 중앙부분이 위로 많이 올라간 둥근곡선형태를 띠게 된다. 상하류 방향의 파워 요소의 이런 특성이 Fig. 3에서 제시한 상하류 방향의 모달 음향파워 곡선의 특성에 기여하게 된다.

Fig. 8에서 다른 마하수에서 여러 엇갈림 각도에 대해서 파워 요소 ζ_1^\pm 에 대한 계산 결과를 제시하였다. 마하수가 증가할수록 상류방향으로 전파해가는 파동에 대해서는 파워 요소량은 감소하고 하류방향으로 전파해가는 파동에 대해서는 증가한다는 것을 알 수 있다.



(a)



(b)

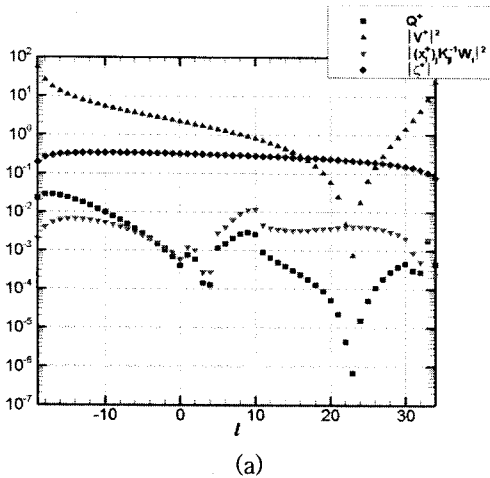
Fig. 8 Power factor ζ_1^\pm at different stagger angles and Mach numbers: (a) $M = 0.25$ and (b) $M = 0.75$

식 (31)의 선형항 $1-M_2\Theta_1/\sqrt{1-M_1^2}$ 이 그림에서 볼 수 있는 엇갈림 각도에 따라 나타나는 곡선의 기울기를 결정한다. 엇갈림 각도가 증가할수록 기울기가 점점 더 중요한 역할을 하는데 이는 원주 방향의 마하수가 점점 더 커지기 때문이다. 파워 요소의 분포는 0이 아닌 엇갈림 각도에 대해서는 비대칭적으로 형성된다. 더불어 상류 방향으로 전파해가는 파동 사이에서는 파워 요소의 크기의 차이가 상대적으로 작은데 반해(10이하) 하류 방향으로 전파해가는 파의 경우 약 100정도 차이가 날 정도로 크다는 것을 알 수 있다.

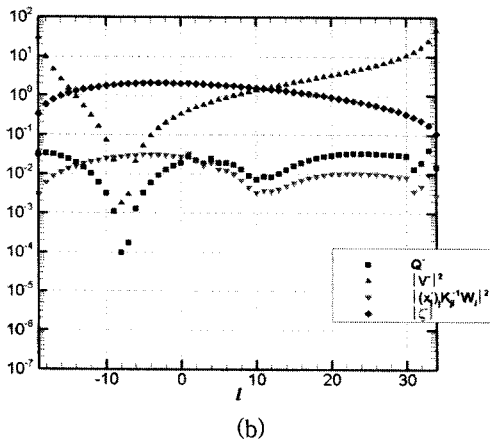
4. 모달 음향 파워 반응 함수

기준경우에 대해서 상·하류 방향의 모달 음향 파워 반응함수 Q_i^+ 을 $|X_i^+|^2$, $|(x_i^+)_j K_{ji}^{-1} W_i|^2$, 파워 요소 항 ζ_i^+ 과 함께 음향 모드수에 대해서 계산한 결과를 Fig. 9에서 나타내었다.

상류방향으로의 파워 요소는 거의 일정한 분포를 보이며 결과적으로 Q_i^+ 항을 작게 만들지만 하류방향으로는 Q_i^+ 항을 크게 만드는 경향을 보인다. 또한 단절 주파수에 가까운 모드들은 작아지는 경향을 보이는데 이는 하류방향에서 두드러지게 나타난다. 이는



(a)



(b)

Fig. 9 Modal acoustic power response function Q_i^+ and its components versus for $B=30$, $s/c=9/B$, $\theta=30^\circ$, $K_1=10.1\pi$ and $M=0.5$; (a) upstream and (b) downstream

결과적으로 하류방향의 소음장의 경우 단절 주파수에 가까운 모드들이 음압은 매우 큰데 반해 음향 파워에는 큰 기여를 하지 못하는 결과를 나타낸다. Q_i^+ 모드수에 따른 분포는 $|(x_i^+)_j K_{ji}^{-1} W_i|^2$ 의 분포에 의해 거의 결정된다. $|X_i^+|^2$ 항은 단절 주파수에 가까운 모드들의 Q_i^+ 의 큰 값에 영향을 주는 동시에 식 (28)과 (29)에 정의되어 있는 가장 가까운 정수의 최소 모드수와 그 주위의 모드들이 전체 음향파위에 상대적으로 작은 기여를 하도록 영향을 준다.

5. 결 론

자유류에 고정되어 대류하는 균질한 등방성의 입사 난류 속도장과 평판 에어포일 캐스케이드의 상호작용에 의하여 발생하는 광대역 음향장의 음향 파워 스펙트럼에 대하여 고찰하였다. 음향 파워 스펙트럼을 감쇄 없이 전파하는 음향 모드들의 합으로 표현하였다. 각각의 모달 음향 파워는 다음 세 가지 요소들의 곱으로 표현할 수 있다.

- (1) 회절 규칙에 따라 특정 파수에서 난류 스펙트럼에 의하여 표현되는 난류열 요소.
- (2) 상·하류 방향의 파워 요소
- (3) 상·하류 방향의 음압을 특징짓는 음압 반응 함수.

모달 음향 파워에 대한 위 세 요소들의 영향을 구체적으로 분석한 결과는 다음과 같다. 등방성 난류에 대해서는 난류 속도장은 단지 모달 음향 파워를 감소시키는 역할만을 수행한다; 파워 요소의 경우 상류 방향의 모달 음향 파워는 감소시키는 경향을 보이나 하류 방향의 모달 음향 파워는 증가시킨다; 파워 요소의 특징으로 인하여 단절 주파수에 가까운 모드들은 작아지는 경향을 보이는데 특히 하류 방향의 모달 음향 파워에서 확인한 특성을 보인다; 결과적으로 하류 방향으로 전파해가는 음향장은 단절 주파수에 가까운 모드들이 음압은 매우 크나 음향 파워에는 큰 기여를 하지 못 한다; 음압 반응함수는 아음속에서 항상 최소값을 나타내는 모드수를 가지게 되며 이 최소모드수 주위의 분포가 모달 음향 파워의 최소값 모드 분포를 결정하게 된다.

후 기

이 논문은 2007년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. R01-2007-000-10207-0)

참 고 문 헌

(1) Smith, S. N., 1972, "Discrete Frequency Sound Generation in Axial Flow Turbomachines", Technical Report 3709, Aeronautical Research Control Council.

(2) Whitehead, D. S., 1987, "Classical Two-dimensional Methods", In M.F. Platzer and F. O. Carta, editors, AGARD Manual on Aeroelasticity in Axial Flow Turbomachines, Vol. 1, Neuilly sur Seine, France.

(3) Cheong, C., Joseph, P. and Lee, S., 2005, "Computation of Broadband Noise of a 2-D Flat-airfoil Cascade Subject to Ingested Turbulence",

Transactions of Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 6, pp. 687~696.

(4) Cheong, C., Jung, S. S., Cheung, W. S. and Lee, S., 2005, "High-frequency Approximate Formulation for the Prediction of Broadband Noise of Airfoil Cascades with Inflow Turbulence", Transactions of Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 10, pp. 1177~1185.

(5) Cheong, C., Joseph, P. and Lee, S., 2006, "High Frequency Formulation for the Acoustic Power Spectrum Due to Cascade-turbulence Interaction", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 119, Issues 1, pp. 108~122.

(6) Wilkinson, M. J., 2004, "Active Control of Low Frequency Buzz-saw Tones", Ph. D. Thesis, University of Southampton.