

## ■ 論 文 ■

**다중 평가지표에 기반한 도로용량 증대 소요예산 추정**

Budget Estimation Problem for Capacity Enhancement based on Various Performance Criteria

**김 주 영**

(한국교통연구원 국가교통DB센터 책임전문원) (한국교통연구원 국가교통DB센터장) (한국교통연구원 국가교통DB센터 책임연구원)

**이 상 민****조 종 석****목 차**

- |         |                      |
|---------|----------------------|
| I. 서론   | 4. 풀이 알고리즘           |
| II. 본론  | III. 예제 네트워크를 적용한 분석 |
| 1. 용어정립 | IV. 결론               |
| 2. 평가지표 | V. 참고문헌              |
| 3. 모형구축 |                      |

**Key Words :** 도로용량 증대, 네트워크 설계, 총통행시간, 형평성, 환경비용, 기회제약모델, 유전자알고리즘, 레시코그라피 최적화

Capacity enhancement, Network design problem, Total travel time, Equity, Emission cost, Chance-constrained model, Genetic algorithm, Lexicographic optimization problem

**요 약**

도로용량 증대를 위한 소요예산 추정문제는 관련주체인 이용자와 공급자의 입장은 모두 반영할 필요가 있다. 본 연구에서는 총통행시간, 형평성, 환경비용을 평가지표로 설정하고, 3가지 평가지표에 대한 관련주체의 요구사항이 만족되는 대안 중 소요예산을 최소화하는 최적 도로용량 증대 대안을 선정하는 문제를 모형화하였다. 일반적으로 도로용량 증대를 위한 소요예산 추정문제는 Network Design Problem(NDP)로 다루어지며, 이용자와 공급자의 다른 입장을 고려하기 위해 Bi-level 최적화문제로 모형화된다. 본 연구에서는 장래 교통수요의 불확실성을 반영하기 위해 확률모형(Stochastic model)을 적용하고, 평가지표별 신뢰도를 차별화하기 위해 Chance-constrained model(CCM)를 적용하였으며, 3가지 평가지표의 제약식을 만족하면서 소요예산을 최소화하는 목적함수를 만족하는 최적대안을 선정하기 위해 레시코그라피(Lexicographic) 최적화문제로 접근하였다. 예제 네트워크를 통하여 분석한 결과, 평가지표별 신뢰도 및 교통수요 변화율이 클수록 더욱 많은 소요예산이 요구되며, 평가지표별 신뢰도가 클수록 장래 교통수요의 변화에 더욱 탄력적으로 대응할 수 있는 대안이 선정되었다. 제안된 모델은 다양한 관련주체의 입장을 모두 고려한 최적 도로용량 증대 대안과 소요예산을 선정함과 동시에, 도로용량 증대량의 변화에 따른 평가지표간 상쇄관계(Tradeoff)와 도로 네트워크 개선을 위한 예산 배분의 포트폴리오를 정책결정자에게 제공 가능하다.

Uncertainties are unavoidable in engineering applications. In this paper, we propose an alpha reliable multi-variable network design problem under demand uncertainty. In order to decide the optimal capacity enhancement, three performance measures based on 3E (Efficiency, Equity, and Environmental) are considered. The objective is to minimize the total budget required to satisfy alpha reliability constraint of total travel time, equity ratio, and total emission, while considering the route choice behavior of network users. The problem is formulated as the chance-constrained model for application of alpha confidence level and solved as a lexicographic optimization problem to consider the multi-variable. A simulation-based genetic algorithm procedure is developed to solve this complex network design problem (NDP). A simple numerical example is presented to illustrate the features of the proposed NDP model.

## I. 서론

도시의 통행수요 증가에 따른 교통혼잡을 해소하기 위해 교통수요관리 및 시설 공급을 통한 용량증대 등 다양한 교통정책이 시행되고 있다. 시설 공급을 통한 도로의 용량증대는 일부 도로구간을 확장하거나 새로운 노선을 신설하는 것을 의미하는데, 많은 투자비용과 시간이 소요되므로 효율적인 대안 수립이 요구된다. 이를 위해 최적의 도로용량 증대대안 선정 및 소요예산 산정을 위한 교통모형 개발이 우선시되어야 하는데, 교통모형은 네트워크의 특성을 반영하기 위해 네트워크 설계문제 (NDP, network design problem)로 접근되어야 하며 다음과 같은 이슈에 대해 고려할 필요가 있다.

교통모형은 다양한 교통주체(stakeholder)인 이용자와 공급자, 그리고 사회적 관점 모두를 반영해야 한다. 이용자는 용량증대를 통하여 목적지까지의 통행시간을 최소화하는데 주안점을 두고 있으며, 공급자는 이용자의 요구를 충족하되 용량 증대에 따른 소요예산을 최소화하는데 주안점을 두고 있다. 또한, 사회적 관점에서는 용량 증대에 따른 통행시간 절감편익을 모든 이용자에게 고르게 분배되어야 하며, 사회적 비용, 특히 환경비용을 최소화 하는 효과를 수반할 수 있어야 한다. 이와 같은 다양한 관련주체의 입장을 모두 반영하기 위해서는 총통행시간(total travel time), 형평성 지수(equity ratio) 및 환경비용(economic cost) 등 다양한 평가지표를 반영할 필요가 있다.

용량증대를 위한 최적대안 선정시 통행수요의 불확실성을 반영할 수 있어야 한다(Liu, 1999; 권용석외, 2001). 일반적으로 현재 및 장래 통행수요는 정확히 추정되기 어려우며, 또한 경제상황의 변화, 지역개발 및 사회적 특성의 변화 등으로 인하여 통행수요가 다소 변동될 수 있다. 따라서, 추정된 교통수요를 중심으로 일정 범위내의 랜덤 교통수요 셀을 설정하고 모든 교통수요 셀에 대해 평가하여 가장 안정적인 대안을 설정함이 바람직하다. 다시 말하면, 통행수요 불확실성하에서의 최적 용량증대 대안을 수행할 경우, 장래 통행수요 변화에 따른 교통 혼잡상황의 발생 위험도가 가장 낮다고 해석할 수 있다.

교통모형은 용량을 증대할 링크를 선정하는 부분과 선정된 링크의 용량을 어느 정도 증대할 것인가에 대한 부분으로 구분하여 접근할 필요가 있다. 전자는 후자에 비해 상위개념이며, 2가지 모두를 교통모형에 반영하는

것은 네트워크의 복잡성 및 링크간 상관성으로 인하여 신중한 접근이 요구된다.

본 연구에서는 앞에서 언급한 이슈를 반영할 수 있는 도로용량 증대시 최적대안 및 소요예산 산출 교통모형을 개발하고자 하며, 최적대안 선정을 위한 평가지표로 총통행시간, 형평성 지수 및 환경비용 3가지를 반영토록 한다. 단일 평가지표의 경우에는 평가지표의 값이 최소인 대안을 선정하면 되지만 다중 평가기표의 경우에는 다른 접근 기법이 요구된다. 본 연구에서는 사전에 정책 결정자가 총통행시간, 형평성 지수 및 환경비용의 목표치를 설정한다는 가정하에, 용량증대를 통한 3개 평가지표의 값이 목표치를 충족하면서 소요예산이 최소인 최적 대안을 선정하는 모형식을 구축토록 한다. 단, 정책결정자에 의해 선정된 특정 링크의 최적 용량증대 대안을 산출하는데 주안점을 두며, 용량증대가 요구되는 링크 선정문제는 향후과제로 남겨두고자 한다.

## II. 본론

본 연구에서 선정된 총통행시간, 형평성지수 및 환경비용 이외에 다양한 평가지표가 설정될 수 있는데, Yin(2006) 외는 링크 서비스수준이라는 단일 평가지표를 설정하여 모든 링크 서비스 수준을 목표치 이상으로 유지하기 위한 소요예산을 추정하는 문제를 다룬 바 있다. 일반적으로 도로용량 증대를 위한 소요예산 추정문제는 NDP로 접근하고 있으며, 다양한 교통주체의 입장은 반영하기 위해 변동부등식(김재영·임강원, 2000) 혹은 이중레벨(bi-level)로 프로그램(임용택·임강원, 2004; 김병종·김원규, 2005; Boyce, 1984; Magnanti and Wong, 1984; Friesz, 1985; Yang and Bell, 1998)되며, 교통수요의 불확실성을 반영하기 위해 확률최적화 문제(Stochastic Optimization Problem)로 다루어지고 있다. 확률 최적화 문제로 접근하기 위해 Charnes and Cooper(1959)에 의해 처음으로 개발된 CCM (Chance-constrained Model)을 적용한다. CCM모델은 교통수요의 불확실성을 반영하기 위해 생성된 N개의 교통수요 셀에 대해, 각 평가지표 값의 분포도가 정책결정자에 의해 설정된 목표치(target value)내에 포함될 확률이  $a(N \times \alpha)$  이상인 대안을 선정하는데 활용된다. CCM을 적용하기 위해서는 정책결정자는 평가지표별 목표치를 사전에 설정해야 한다.

## 1. 용어정립

$A$	: 네트워크의 링크 셀
$\bar{A}$	: 용량을 증대하는 링크 셀
$W$	: O-D쌍의 수
$R_w$	: O-D쌍간의 노선 수( $w \in W$ )
$f_r^w$	: 노선 $r(r \in R_w)$ 상의 교통량
$v_a$	: 링크 $a(a \in A)$ 의 교통량
$v$	: 링크교통량의 벡터. $v = (v_1, v_2, \dots)^T$
$u_a$	: 링크의 용량 증대량( $a \in \bar{A}$ )
$u$	: 링크 용량증대량의 벡터. $u = (u_1, u_2, \dots)^T$
$t_a(v_a, u_a)$	: 링크 $a(a \in A)$ 의 통행비용
$u_a^{\max}$	: $u_a$ 의 상한값
$Q_w$	: O-D쌍( $w \in W$ )간 교통수요셀
$q$	: $q_w$ 의 벡터
$g_a(u_a)$	: 링크 $a(a \in A)$ 의 용량증대 소요예산
$\delta_{ar}^w$	: O-D쌍 $w$ 의 노선 $r$ 이 링크 $a$ 를 이용하면 1. 그렇지 않으면 0
B	: 용량증대를 위한 최대 가용예산
$\alpha$	: CCM 모델의 신뢰도

## 2. 평가지표

앞에서 설명한 바와 같이, 용량 증대를 위한 최적 대안을 선정하기 위해 총통행시간, 형평성지수 및 환경비용 3가지 평가지표(PI3)를 설정하였다.

### PI1: 총통행시간(for efficiency):

총통행시간은 NDP에서 가장 많이 활용되는 평가지표로, 네트워크의 총통행시간을 최소화 할수록 이용자의 편익은 커진다.

$$F_1(v(\varepsilon), u) = \sum_{a \in A} t_a(v_a(u, Q), u_a) \cdot v_a(u, Q) \quad (1)$$

**PI2 : 형평성지수(for equity):** 형평성지수는 많은 NDP 관련 연구(Meng and Yang, 2002; Chen and Yang, 2004)에서 고려된 바 있는데, 본 연구에서는 용량증대 전·후간 O-D 통행시간비율의 최대값으로 정의한다. 네트워크 일부 링크의 용량을 증대할 경우, 일반적으로 대부분의 O-D 통행시간은 단축되는 반면에 일부 O-D 통행시간은 노선전환으로 인해 통행시간이 증가하는 현상

이 발생한다. 용량증대가 시행되지 않으면 형평성지수는 1이 되며, 일반적으로 용량 증대량이 커질수록 형평성지수가 커지는 결과를 보인다. 형평성지수가 1미만으로 유지하여야 모든 O-D 통행자가 용량증대로 인하여 통행시간 절감의 편익을 가진다고 해석할 수 있다.

$$F_2(v(\varepsilon), u) = \max_w \left\{ \frac{\pi_w(u, v(u, Q))}{\pi_w(0, v(u, Q))} \right\} \quad (2)$$

여기서,  $\pi_w(u, v(u, Q))$ ,  $\pi_w(0, v(u, Q))$ 는 랜덤 수요벡터  $Q$ 에 대해 용량 증대한 경우와 하지 않은 경우의 O-D쌍간 최소통행시간을 의미한다. 최소 O-D 통행시간은 랜덤 수요변수인  $Q$ 와 용량 증대값인  $u$ 에 의해 영향을 받는다. 형평성지수는 모든 O-D쌍에 대해 용량 증대 전·후간 통행시간비가 최대인 상황만을 고려하며, 이 값이 클 수록 특정 O-D의 이용자는 용량증대로 인하여 통행시간 크게 증가하여 손해를 보는 것으로 해석할 수 있다. 형평성 지수는 다른 개념(예: O-D 통행시간비의 평균값, Gini 계수)으로도 적용할 수 있다.

**PI3: 환경비용(for Environment):** NDP 문제에서 환경비용 중 일산화탄소 CO는 기존의 많은 연구에서 평가지표로 활용된 바 있다. (Herman and Ardekani, 1985; Benedic and Rilett, 1998; Ericsson et. al., 2006; Venigalla et. al, 1999). CO뿐만 아니라 다른 환경비용(예: CO<sub>2</sub>, NOX 등)을 정확히 산출하기 위해서는 통행시간, 통행거리, 가·감속속도, 순간 통행속도 및 운행모드 등 많은 요소들이 고려(Ahn et. al., 2007)되어야 하지만, 거시적 분석기법인 NDP에서 미시적 요소를 모두 산출하기에는 어려움이 있다. 본 연구에서는 식(3)과 같이 평균속도를 이용하여 CO를 추정하는 Transit-7F 모형을 적용한다.

$$F_3(v(\varepsilon), u) = \sum_{a \in A} e_a(v_a(u, Q), u_a) v_a(u, Q) \quad (3)$$

여기서,  $e_a(\cdot)$ 는 링크  $a$ 의 교통량 수준에 따른 CO의 오염량을 의미하며, 랜덤 수요벡터  $Q$ 와 링크의 용량 증대값  $u$ 에 따른 함수이다.  $e_a(\cdot)$ 는 식(4)와 같이 표현될 수 있다.

$$e_a(v_a(u, Q), u_a) = k \times \frac{A e^{B s_a(u, Q)}}{C s_a(u, Q)} \times L_a \quad (4)$$

여기서,  $k$ 는 메타단위를 피트로 바꾸기 위한 상수이다. A, B, C는 상수값(각각 3.3936, 0.014561, 그리고 1,000)이며,  $s_a(u, Q)$ 는 링크  $a$ 의 평균차량속도,  $L_a$ 는 링크  $a$ 의 연장이다(Penic and Upchurch, 1992).

앞에서 정의한 3개의 평가지표 이외에 도로 용량 증대값에 따른 소요예산을 산정하는 식이 필요한데, 본 연구에서는 간단하게 식(5)와 같이 적용토록 한다.

$$F_4(u) = \sum_{a \in A} g_a(u_a) \quad (5a)$$

$$g_a(u_a) = 0.3 \times u_a \times L_a, \forall a \quad (5b)$$

수요셀  $Q$ 에 따른 랜덤변수로 정의되는 3개의 평가지표는 도로용량 증대값인 설계변수  $u$ 가 증가할수록 모두 감소하는 특성을 가지지 않고 있다. 이는 네트워크 구성 요소간의 복잡성과 상관성 때문인데, 용량 증대시 총통행시간은 감소하지만 형평성지수는 오히려 증가한다. 환경비용은 용량 증대시 일반적으로 감소하지만 과다한 용량 증대시 통행시간에 근거하여 최단경로로 선택하는 통행배정모형의 특성상 통행거리의 증가로 인하여 오히려 증가할 수 있다. 이와 같이 상충하는 특성을 가진 평가지표를 이용한 최적 용량증대 문제는 모든 평가지표가 정책결정자가 선정한 목표치(target value)를 만족할 수 있는 최적대안을 선정함이 바람직하다. 즉, 형평성이 크게 악화되지 않는 수준에서 총통행시간과 환경비용을 감소시키는 전략을 수립해야 한다.

### 3. 모형구축

총통행시간, 형평성지수 및 환경비용 3가지 평가지표를 고려하여 용량증대를 위한 소요예산을 추정하기 위해 본 연구에서는 확률모형인 CCM (Chance-constrained Model)을 이용한다. Charnes and Cooper(1959)는 확률모형으로 평균값을 이용하는 EM (expected model), 확률분포의  $\alpha\%$ 가 목표치내의 포함되도록 하는 CCM, 그리고 목표치내에 포함되는 확률을 최대화하는 DCM (dependent chance model)을 제안한 바 있다. 본 연구에서는 교통수요 불확실성에 따른 평가지표의 분포가 목표치내에 포함될 확률이  $\alpha$ 를 만족하도록 제약하는 CCM 모델을 제약식으로 설정하며, 목적함수로는 소요예산을 최소화하는 식을 적용한다. 이를 적용하기 위해서는 사

전에 정책결정자가 평가지표별 목적치를 설정해야 한다. 일반적인 확률 NDP와 같이 관련주체(이용자와 관리자)의 다른 관점을 반영하기 위해 이단레벨(bi-level)로 모형화한다(Chen et. al., 2007).

#### 1) 상위레벨(Upper-level) 프로그램

상위레벨은 설계변수  $u$ 의 대안을 생성하고, 랜덤하게 추출된 교통수요 셀과 설계변수  $u$ 를 이용하여 하위레벨인 통행배정모델에서 계산된 평가지표에 근거, 제약식을 만족하면서 소요예산을 최소화하는 최적대안을 선택하는 기능을 수행한다.

$$\min_u F_4(u) = \sum_{a \in A} g_a(u_a) \quad (6a)$$

s.t.

$$\Pr\left(\sum_{a \in A} t_a(v_a(u, Q), u_a) \cdot v_a(u, Q) \leq \bar{F}_1\right) \geq \alpha_1 \quad (6b)$$

$$\Pr\left(\max_w \left\{ \frac{\pi_w(u, v(u, Q))}{\pi_w(0, v(u, Q))} \right\} \leq \bar{F}_2\right) \geq \alpha_2 \quad (6c)$$

$$\Pr\left(\sum_{a \in A} e_a(v_a(u, Q), u_a) \cdot v_a(u, Q) \leq \bar{F}_3\right) \geq \alpha_3 \quad (6d)$$

$$\sum_{a \in A} g_a(u_a) \leq B \quad (6e)$$

$$0 \leq u_a \leq u_a^{\max} \quad \forall a \in A \quad (6f)$$

여기서, (6a)는 소요예산을 최소화하는 설계변수  $u$ 를 찾는 목적함수이다. (6b), (6c) 및 (6d)는 각 평가지표에 대한 제약식을 정의하고 있으며, (6e)는 정책결정자에 의한 설정되는 가용 최대예산, (6f)는 링크별 용량 증대량의 제약식을 정의하고 있다. 식(6b)-(6d)의  $\bar{F}_i$ 는 정책결정자에 의해 결정되는 목표치(target value)로 정의된다.

#### 2) 하위레벨(Lower-level) 프로그램

하위레벨은 상위레벨에서 주어진 랜덤 교통수요 셀과 설계변수  $u$ 를 이용하여 이용자 균형 통행배정문제를 다룬다.

$$\min_v \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} t_a(w, u_a) dw \quad (7a)$$

s.t.

$$\sum_{r \in R_w} f_r^w = q_w, \quad \forall w \in W \quad (7b)$$

$$v_a = \sum_{w \in W} \sum_{r \in R_w} f_r^w \delta_{ar}^w, \quad \forall a \in A \quad (7c)$$

$$f_r^w \geq 0, \quad \forall r \in R, w \in W \quad (7d)$$

여기서, (7a)는 이용자 균형 통행배정의 목적함수를 나타내며, (7b)는 교통량 보존제약, (7c)는 링크-경로 관계, 그리고 (7d)는 경로교통량의 비음조건을 나타낸다. 하위레벨에서 통행배정을 통해 산출되는 링크별 교통량을 이용하여 평가지표의 값을 계산한다.

#### 4. 풀이 알고리즘

본 연구에서는 확률 NDP를 풀기 위해 몬테카로(Montecarlo) 시뮬레이션, 통행배정 알고리즘, 유전자 알고리즘(GA, genetic algorithm) 및 렉시코그라피(lexicographic) 최적화 알고리즘을 이용한다. 몬테카로 시뮬레이션은 사전에 정의된 확률분포의 특성(평균, 분산 등)을 이용하여 교통수요의 불확실성을 반영하는데, 본 연구에서는 Chang et. al.(1994) 의해 제안된 다분산 랜덤변수 생성알고리즘을 적용한다. 교통수요의 불확실성의 범위를 어떻게 설정하는가에 따라 목적함수 및 평가지표에 큰 영향을 미칠 수 있기 때문에 랜덤 교통수요셀의 최소값과 최대값을 제약할 수 있는  $\theta$  값을 적용토록 한다. 식(8)의  $\theta$  값은 장래 교통수요 불확실성에 따른 변화의 위험도를 의미한다.

$$Q = \left\{ q \in W \left| \left( \frac{q_w^{\max} - q_w^{mean}}{q_w^{mean}} \right) \leq \theta \right. \right\} \quad (8)$$

여기서,  $q_w^{mean}, q_w^{\max}$ 는 각 O-D쌍별로 교통수요의 평균값과 최대값을 의미한다. 추정된 장래 교통수요를 평균값으로 설정하고 불확실성의 정도에 따라  $\theta$ 의 값을 조정할 수 있다.  $\theta$ 의 값이 클수록 교통수요의 변화량이 크다고 해석할 수 있다.

상위레벨에서 생성된 설계변수  $u$ 와 교통수요셀  $Q$ 를 이용하여, 하위레벨에서는 이용자 균형 통행배정모형에 의해 각 대안별 평가지표의 값을 산출한다. 상위레벨에

서는 대안별 평가지표 값이 제약조건을 만족하는지 여부를 판단하고, 만족할 경우 소요예산이 타 대안들 중에서 최소값인지 여부를 결정하게 된다. 수 많은 대안들 중 최적대안을 선정하기 위해 유전자 알고리즘을 이용하는데, 이는 변수의 연속성여부, 미분 가능여부, 단일 및 복합수단여부, 컨벡스 및 비컨벡스 함수 모두 적용 가능한 장점을 가지고 있기 때문이다 (Gen and Cheng, 2000; Goldberg, 1989). 최적대안은 제약식을 만족하면서 소요예산을 최소화하는 대안을 선정하기 위한 알고리즘으로 Goal Programming의 한 종류인 렉시코그라피 최적화 알고리즘을 적용하였다. 일반적으로 제약식을 만족하면서 목적함수를 만족하는 대안을 선정하기 위해 폐널티함수(penalty function)가 이용되고 있다. 제안모형은 제약식의 평가지표별 목적치  $\bar{F}_i$ 와 신뢰도  $\alpha_i$ 에 따라 제약식을 모두 만족하는 대안이 존재하지 않을 수가 있는데, 이 경우 정책결정자는 제약조건에 우선순위를 설정하여 우선순위가 높은 제약식을 만족하면서 목적함수를 만족하는 대안을 선정하는 것이 바람직하다. 예를 들면, 정책결정자가 높은 수준의  $\bar{F}_i$ 와  $\alpha_i$ 를 설정하여, 식(6e) 혹은 (6f)에 의해 제한된 용량 중대로 총통행시간과 형평성지수를 모두 만족하는 대안이 없는 경우, 정책결정자는 우선순위가 높은 총통행시간의 제약을 만족하면서 소요예산을 최소화하는 차선안을 선정할 필요가 있다. 폐널티 함수는 이와 같은 부분을 명확히 반영하기 어렵기 때문에 본 연구에서는 Goal Programming을 이용한다.

##### Priority 1: 총통행시간

$$\Pr \left( \sum_{a \in A} t_a(v_a(u, Q), u_a) \cdot v_a(u, Q) - \bar{F}_1 \leq d_1^+ \right) \geq \alpha_1 \quad (9)$$

여기서, overachievement  $d_1^+$ 은 0이 되어야 한다.

##### Priority 2: 형평성 지수

$$\Pr \left( \max_w \left\{ \frac{\pi_w(u, v(u, Q))}{\pi_w(0, v(u, Q))} \right\} - \bar{F}_2 \leq d_2^+ \right) \geq \alpha_2 \quad (10)$$

여기서, overachievement  $d_2^+$ 은 0이 되어야 한다.

##### Priority 3: 환경비용

$$\Pr \left( \sum_{a \in A} e_a(v_a(u, Q), u_a) \cdot v_a(u, Q) - \bar{F}_3 \leq d_3^+ \right) \geq \alpha_3 \quad (11)$$

여기서, overachievement  $d_3^+$ 는 0이 되어야 한다.

#### Priority 4: 소요예산

$$\sum_{a \in A} g_a(u_a) + d_4^- + d_4^+ \leq \bar{F}_4 \quad (12)$$

여기서,  $\bar{F}_4$ 는 최대예산 B로 대체될 수 있으며, overachievement  $d_4^+$ 는 0이 되어야 하며, underachievement  $d_4^-$ 의 값이 최대인 대안을 선택해야 한다.

요약하면, 렉시코그라피 최적화문제는 다음과 같이 수식화될 수 있다.

$$\min_u [d_1^+, d_2^+, d_3^+, -d_4^-] \quad (13a)$$

s.t.

$$\Pr\left(\sum_{a \in A} t_a(v_a(u, Q), u_a) \cdot v_a(u, Q) - \bar{F}_1 \leq d_1^+\right) \geq \alpha_1 \quad (13b)$$

$$\Pr\left(\max_w \left\{ \frac{\pi_w(u, v(u, Q))}{\pi_w(0, v(u, Q))} \right\} - \bar{F}_2 \leq d_2^+\right) \geq \alpha_2 \quad (13c)$$

$$\Pr\left(\sum_{a \in A} e_a(v_a(u, Q), u_a) \cdot v_a(u, Q) - \bar{F}_3 \leq d_3^+\right) \geq \alpha_3 \quad (13d)$$

$$\sum_{a \in A} g_a(u_a) + d_4^- + d_4^+ \leq B \quad (13e)$$

$$0 \leq u_a \leq u_a^{\max} \quad \forall a \in A \quad (13f)$$

$$d_i^-, d_i^+ \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (13g)$$

풀이 알고리즘은 다음과 같다.

**Step 0.** 초기치 설정: 랜덤 교통수요셀의 수(N), 교배 및 돌연변이율, 최대 세대수 등

**Step 1.** 랜덤 교통수요 셀 생성

**Step 2.** 식(13e), 식(13f)를 만족하는 초기 대안 (chromosomes) 생성(GA)

**Step 3.** 하위레벨의 통행배정모형을 이용한 대안의 평가지표 평가 및 렉시코그라피 최적화문제를 이용한 최적대안 선정

**Step 4.** 최대 세대수에 도달여부 검토, 도달시 Step 7 수행, 아니면 Step 5 수행

**Step 5.** 적합도(Fitness) 평가에 따른 대안을 정렬, 새로운 대안 생성

**Step 6.** 교배 및 돌연변이 룰을 이용한 새로운 대안 설정, Step 3 수행

**Step 7.** 최적대안 기록 및 종료

Step 3에서는 평가지표인 총통행비용, 형평성지수 및 환경비용의 확률분포가 제약식을 만족하는지 여부를 검토하기 위해 사전에 설정된 최대 교통수요셀의 수만큼 하위레벨인 통행배정모형을 수행해야 한다.

### III. 예제 네트워크를 적용한 분석

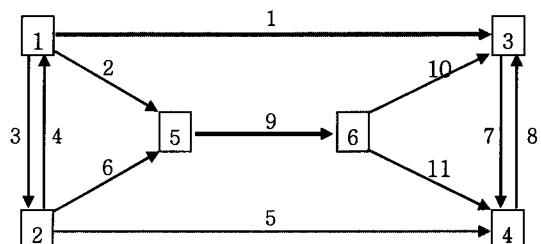
본 연구에서는 간단한 예제 네트워크(〈그림 1〉 참조)를 이용하여 제안된 모델을 분석하고자 한다. 링크 통행시간은 BPR(Bureau of Public Road) 함수를 이용한다.

$$t_a = t_a^f \left( 1 + 0.15 \left[ \frac{v_a}{C_a} \right]^4 \right) \quad (14)$$

여기서,  $v_a$ ,  $t_a^f$  및  $C_a$ 는 각각 링크 교통량, 자유속도에서의 통행시간 및 링크 용량을 의미하며, 본 분석에서는 다음과 같은 파라미터를 이용한다.

- 모집단: 30개의 대안(chromosome)으로 구성
- 최대 세대수: 3,000
- 최대 교통수요 셀: 1,000
- 교배율: 0.5
- 돌연변이율: 0.1
- 설계변수의 하한 및 상한값:  $[0, C_a]$
- 평가지표별 목적치(Target value): 총통행시간 3,000, 형평성지수 1.2, 환경비용 4,500
- 교통수요의 불확실성 변수  $\theta$ : 0.25

예제 네트워크는 〈그림 1〉과 같이, 6개의 노드, 11개의 링크, 4개씩의 출발지 및 도착지, 그리고 17개의 O-D쌍으로 구성된다.



〈그림 1〉 예제 네트워크

O-D쌍별 랜덤 교통수요는 정규분포의 한 종류인 Triangular 분포(a,b,c)에 의해 생성되는데, 여기서 a 와 b는 하한 및 상한값이다. c는 교통수요의 평균값을 의미하는데, O-D쌍 O-D(1-2), O-D(1-3), O-D(1-4), O-D(1-5), O-D(1-6), O-D(2-1), O-D(2-3), O-D(2-4), O-D(2-5), O-D(2-6), O-D(3-4), O-D(4-3), O-D(5-3), O-D(5-4), O-D(5-6), O-D(6-3), O-D(6-4)에 대해 각 10, 60, 15, 5, 10, 10, 25, 50, 5, 10, 10, 10, 5, 10, 5, 5, 5의 값으로 설정하였다. 하한값 a 및 상한값 b는 O-D쌍별 c의  $\pm\theta$ 와 같이 설정된다. 여기서,  $\theta$ 는 장래 교통수요 불확실성의 위험도로 정의되는데, 정책결정자에 의해 설정된다.

〈표 1〉은 예제 네트워크의 링크 속성과 현재의 통행여건을 보여주고 있는데, 11개의 링크 중 v/c비가 높은 1번과 9번 링크의 최적 용량 증대량( $u_1, u_2$ )을 산출하고자 한다.

설계변수  $u$ 는 연속성 함수이며, 평가지표의 제약식을 만족하는 대안은 수 없이 많이 존재한다. 이 중 소요예산

이 최소인 최적 대안을 선정해야 하는데, 소요예산은 정책 결정자가 설정한 신뢰도  $\alpha$ , 목표치(target value) 및 교통수요 불확실성의 범위를 정의하는 파라메타  $\theta$ 의 값에 큰 영향을 받는다. 따라서, 예제 네트워크 분석을 통하여 소요예산과 이 3가지 파라메타와의 관계를 분석해 볼 필요가 있다. 〈표 2〉는 평가지표별 신뢰도  $\alpha$ ( $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ )에 따른 최적 설계변수, 교통수요 불확실성에 따른 평가지표의 평균값( $E(F(\cdot))$ )과 표준편차( $STD(F(\cdot))$ ), 평가지표의  $\alpha$ 값, 그리고 소요예산을 나타내고 있다.  $\alpha$ 의 값이 증가할수록 평가지표의 평균값, 표준편차는 점차 감소하게 되지만, 소요예산은 점차 증가하는 추세를 보이고 있다. 이는 교통수요 불확실성하에서 평가지표의 분포도가 사전에 설정된 목표치에 포함되어야 하는 확률( $\alpha$ )이 클수록 더 많은 용량 증대량과 소요예산이 요구되며, 용량 증대량이 클수록 평가지표의 평균과 표준편차를 모두 감소시키는 것은 장래 교통수요가 추정된 값과 다소 다르다 할지라도 더욱 안정적으로 대처할 수 있는 것으로 해석된다. 평가지표별  $\alpha$ 값은 사전에 설정된 총통행비용 3000, 형평성지수 1.2, 환경비용 4500보다 항상 작으면서 균접한 수치를 보이고 있는데, 이는 소요예산을 최소화하기 위해서는 이들 제약을 만족하면서 최소한의 용량 증대량을 탐색하기 때문이다. 그러나 신뢰도가 95%에서는 제약식 중 총통행시간과 형평성지수만 만족하면서 소요예산이 최소인 차선안이 선택되고, 100%에서는 첫 번째 우선순위인 총통행시간을 최소화하는 차선안이 선택된 것으로 분석되고 있다.

〈그림 2〉는 신뢰도  $\alpha$  변화에 따른 최적대안의 설계변수( $u_1, u_2$ )값의 변화를 보여주고 있다. 〈표 2〉에서 평가지표간 관계를 살펴보면, 많은 예산을 투자하여 용량증

〈표 1〉 링크 속성

링크 번호	링크 용량	자유 통행시간	링크 연장	링크 교통량	V/C비	통행 시간
1	45	12	11	58.3	1.29	17.06
2	35	3	3	31.7	0.91	3.30
3	15	3	2	10.0	0.67	3.09
4	15	3	2	10.0	0.67	3.09
5	55	12	11	64.0	1.16	15.31
6	35	4	4	26.0	0.74	4.18
7	20	2	1	10.0	0.50	2.02
8	20	2	1	24.0	1.20	2.63
9	45	6	5	67.7	1.50	10.61
10	30	3	3	22.7	0.76	3.15
11	35	4	4	30.0	0.86	4.32

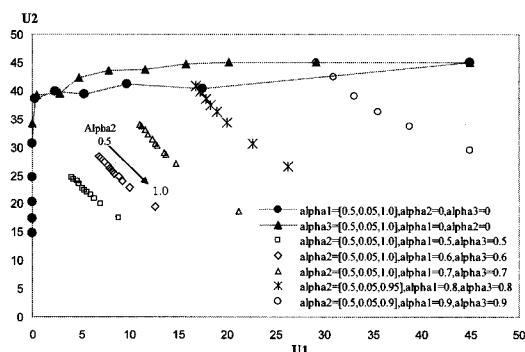
〈표 2〉 신뢰도  $\alpha$ 에 따른 링크용량증대 결과

$\alpha$	$u_1$	$u_2$	$E(F_1(u))$	$E(F_2(u))$	$E(F_3(u))$	$STD(F_1(u))$	$STD(F_2(u))$	$STD(F_3(u))$	$\alpha$ of $F_1$	$\alpha$ of $F_2$	$\alpha$ of $F_3$	$F_4(u)$
0.5	3.99	24.66	2862.0	1.202	4516.8	228.2	0.053	360.2	2851.3	1.199	4500.0	35.4
0.55	5.86	26.04	2832.0	1.195	4469.4	220.7	0.049	348.4	2850.0	1.196	4497.9	42.8
0.6	7.39	27.37	2808.6	1.191	4432.6	214.9	0.045	339.2	2850.4	1.197	4498.6	49.0
0.65	9.84	29.25	2776.6	1.184	4382.0	206.9	0.040	326.5	2851.1	1.197	4499.6	58.8
0.7	12.32	31.32	2747.6	1.179	4336.3	199.6	0.037	314.9	2851.1	1.196	4499.6	68.9
0.75	15.10	34.35	2717.5	1.178	4288.7	192.0	0.035	303.0	2850.9	1.199	4499.3	80.7
0.8	19.00	36.30	2689.0	1.172	4243.9	184.3	0.035	290.9	2851.0	1.200	4499.4	95.4
0.85	26.09	34.06	2665.1	1.167	4206.1	175.8	0.033	277.5	2851.3	1.200	4499.9	116.8
0.9	45.00	29.51	2634.8	1.159	4158.3	164.6	0.030	259.8	2851.3	1.199	4500.0	175.1
0.95	45.00	25.66	2645.4	1.150	4175.1	166.5	0.029	262.8	2930.8	1.200	4625.4	171.6
1	45.00	45.00	2602.3	1.185	4107.0	160.0	0.037	252.4	3075.6	1.315	4853.9	189.0

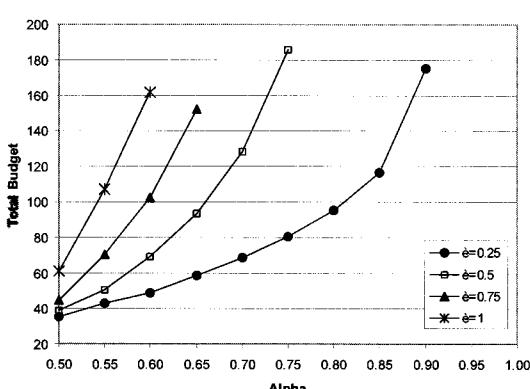
대를 많이 할수록 총통행시간과 환경비용은 점차 감소하지만, 형평성지수는 점차 커지는 것을 알 수 있다. 즉, 평가지표간 상충하는 특성을 보이고 있기 때문에 평가지표별 신뢰도  $\alpha$ 와 설계변수의 변화를 분석할 필요가 있다. <그림 2>에서 평가지표를 총통행시간 혹은 환경비용만 적용할 경우에는 링크 9의 용량증대가 우선시 되지만, 형평성지수의 신뢰도를 증가시킬 경우에는 링크1의 용량을 많이 증가시켜야 하는 것으로 분석된다.

<그림 3>은 교통수요의 불확실성의 범위를 정의하는 파라메타  $\theta$ 값과 신뢰도  $\alpha$ 값의 변화에 따른 최소 소요 예산의 변화를 보여주고 있다. 동일한  $\theta$ 하에서  $\alpha$ 가 증가할 수록 소요예산이 증가하며, 반대로 동일한  $\alpha$ 에서  $\theta$ 가 증가할 수록 소요예산이 증가하는 것을 보이고 있다.

<그림 4>는 용량증대 전과 용량증대 후(신뢰도  $\alpha = 0.5, 0.85$ )간의 교통수요 불확실성에 따른 평가지표의 분포도를 도시한 결과이다. 총통행시간과 환경비용의 경우, 용량증대 전에 비해서 용량증대 후의 평가지표 평균값과 표준편차 모두 감소하는 특성을 보이고 있는데,

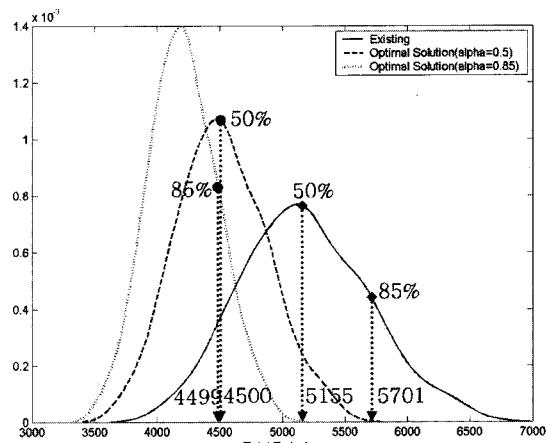
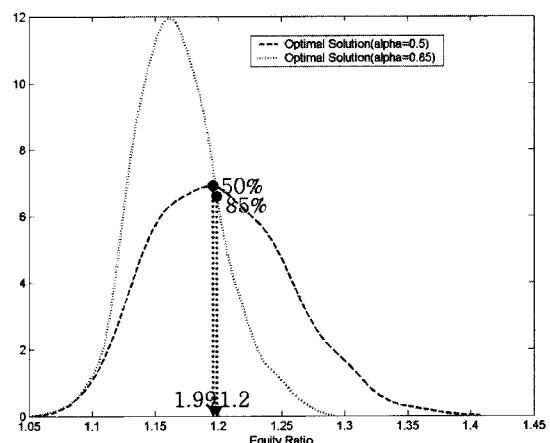
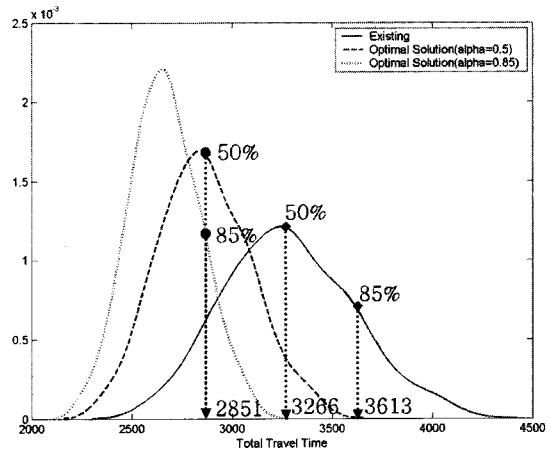


<그림 2> 신뢰도  $\alpha$ 에 따른 설계변수의 변화



<그림 3> 신뢰도  $\alpha$ 와 교통수요 불확실성변수  $\theta$ 의 변화에 따른 소요예산

이는 교통수요 불확실성에 따른 평가지표의 변화율이 작아지고 장래 교통수요 변화에 네트워크가 안정적으로 대응할 수 있는 것으로 해석된다.



<그림 4> 3개의 평가지표에 대한 확률밀도함수( $\theta = 0.25$ )

신뢰도  $\alpha$ 가 증가할수록 평가지표의 분포도는 더욱 안정화되고 있다. 이 결과가 시사하는 바는 용량 증대량이 클수록 교통수요가 불규칙하게 변하더라도 도로네트워크는 이를 인정적으로 수용할 수 있는 확률이 높아진다는 것을 의미한다. 형평성 지수는 용량증대 전과 후의 O-D 통행시간을 비교하므로 용량증대 전의 분포도를 도시할 수 없다. 따라서, 신뢰도  $\alpha$ 가 0.5와 0.8인 경우를 비교하여 도시하였는데, 다른 두 평가지표와 마찬가지로 용량증대량이 클수록 형평성지수의 분포도가 더욱 안정화되는 것으로 분석되었다.

## IV. 결론

본 연구는 도로용량 증대시 교통수요의 불확실성 하에서 평가지표를 일정수준으로 유지하기 위한 최소 소요예산을 추정하는 시스템 기반 접근기법을 제안하였다. 네트워크의 개선정도를 평가하기 위해 총통행시간, 형평성지수 및 환경비용 3가지를 적용하였는데, 이는 네트워크 개선시 이용자 및 공급자 등 다양한 관련자의 입장을 반영하기 위함이다. 최근에는 효율성 평가지표인 총통행시간 뿐만 아니라, 사회적 차원의 평가지표인 형평성지수와 환경비용이 도로 네트워크 설계시 점차적으로 중요하게 인식되고 있다. 교통수요 불확실성에 따른 3개 평가지표의 분포도가 정책결정자에 의해 설정된 신뢰도의 범위내에 포함되는 최소 소요예산을 산정하기 위해, 본 연구에서는 확률모형인 CCM을 이용하여 수식화하였으며, 렉시코그리픽 최적화문제를 이용하여 최적해를 계산하였다. 제안모델은 유전자알고리즘, 몬테칼로 시뮬레이션 및 렉시코그리픽 알고리즘의 상위레벨과 통행배정모형의 하위레벨로 구성된 이중레벨(bi-level)로 프로그램되었다. 제안된 모델은 평가지표별 신뢰도 및 교통수요 불확실성의 범위의 변화에 따른 최소 소요예산을 파악함으로서 도로네트워크 개선을 위한 예산배분의 포트폴리오를 정책결정자에게 제공할 수 있다. 또한, 도로용량 증대시 상충하는 3개의 평가지표 값의 변화를 통하여 어떻게 상쇄(Tradeoff)관계가 발생하는지의 특성을 파악할 수 있는 장점이 있다.

간단한 예제 네트워크의 적용은 제안된 모델의 특성을 잘 설명하고 있으나, 제안된 모델을 적용하기 위해서는 정책결정자가 평가지표별 목표치(Target value)를 설정해야 하는 단점을 가지고 있다. 또한, 전체 네트워크

에 대해 용량증대를 위한 예산 투자계획을 수립할 경우에 본 모델을 적용하기 위해서는 어떤 링크를 우선적으로 용량증대를 수행할 것인가 하는 링크 선택문제가 추가되어야 한다.

본 연구에서 적용한 예제 네트워크는 6개의 노드, 11개의 링크로만 구성되어 있는데, 본 연구에서 제시한 알고리즘의 구현 및 활용성 측면을 제대로 평가하기 위해서는 현실적인 규모의 네트워크를 적용할 필요가 있다. 제안된 CCM Stochastic Model은 각 대안별로 주어진 교통수요 셀 많큼 통행배정 과정을 수행해야 하므로 오랜 시간이 걸리는 단점이 있는데, 향후 확률모형의 계산 시간을 줄일 수 있는 방안에 대한 연구가 수행될 필요가 있다.

## 참고문헌

1. 임용택 · 임강원(2004), “Bi-level program에서 Cournot-Nash게임과 Stackelberg게임의 비교연구”, 대한교통학회지, 제22권 제7호, 대한교통학회, pp.99~106.
2. 김병종 · 김원규(2005), “BI-Level Programming 기법을 이용한 교통 네트워크 평가방법 연구”, 대한교통학회지, 제23권 제7호, 대한교통학회, pp.111~123.
3. 김재영 · 임강원(2000), “유전자 알고리즘을 이용한 변동부등식 제약하의 연속형 가로망 설계”, 대한교통학회지, 제18권 제1호, 대한교통학회, pp.61~73.
4. 권용석 · 박병천 · 이성모(2001), “가변수요 통행배정의 민감도 분석을 통한 최적가로망 설계”, 대한교통학회지, 제19권 제1호, 대한교통학회, pp.89~99.
5. A. Chen, J. Kim, Z. Ahou, and P. Chootinan (2007). An alpha reliable network design problem. In Transportation Research Record, No.2029, pp.49~57.
6. D. E. Boyce(1984), Urban Transportation Network-Equilibrium and Design Models: Recent Achievements and Future Prospects. Environment and Planning A, Vol. 16, No. 11, pp.1445~1474.
7. T.L. Magnanti and R. T. Wong.(1984), Network Design and Transportation Planning: Models and Algorithms. Transportation Science, Vol.

- 18, No. 1, pp.1~55.
8. T. L. Friesz(1985), Transportation Network Equilibrium, Design and Aggregation: Key Developments and Research Opportunities. *Transportation Research Part A*, Vol. 19, No. 5/6, pp.413~427.
9. H. Yang and M.G.H. Bell(1998), Models and Algorithms for Road Network Design: A Review and Some New Developments. *Transport Reviews*, Vol. 18, No. 3, pp.257~278.
10. Y. Yin and S. Lawphongpanich, Estimating highway investment requirements with uncertain demands. In TRB 2006 Annual Meeting CD-ROM.
11. A. Charnes and W. Cooper(1959), Chance-constrained programming. *Management Science*, Vol. 6, No. 1, pp.73~79.
12. B. Liu(1999), Uncertainty Programming, John Wiley and Sons, Inc., New York.
13. Q. Meng, H. Yang(2002), Benefit distribution and equity in road network design. *Transportation Research B* 36, pp.19~35.
14. Chen, A. and C. Yang.(2004), Stochastic transportation network design problem with spatial equity constraint. In *Transportation Research Record* 1882, TRB, National Research Council, Washington, D.C., pp.97~104.
15. Herman, R. and Ardekani, S.(1985). The influence of stops on vehicle fuel consumption in urban traffic. *Transportation Science*, vol. 19, no. 1.
16. C. M. Benedek and L. R. Rilett(1998), Equitable traffic assignment with environmental cost functions, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 124, Issue 1, pp.16~22.
17. E. Ericsson, H. Larsson and B. F. Karin(2006), Optimizing route choice for lowest fuel consumption: Potential effects of a new driver support tool, *Transportation Research Part C*, Vol. 14, pp.369~383.
18. M. M. Venigalla, A. Chatterjee and M. S. Bronzini(1999), A specialized equilibrium assignment algorithm for air quality modeling, *Transportation Research Part D*, 4, pp.29~44.
19. K. Ahn and J. Rakha, Energy and environmental impacts of route choice decisions. In TRB 2007 Annual Meeting CD-ROM.
20. M. A. Penic and J. Upchurch(1992), Transyt-7F: Enhancement for fuel consumption, pollution emissions, and user costs, *Transportation Research Record*, 1360.
21. C. H. Chang, Y. K. Tung and J. C. Yang(1994), Monte Carlo simulation for correlated variables with marginal distributions. *J. Hydraul. Eng.* 120 (3), pp.313~331.
22. M. Gen and R. Cheng(2000), Genetic Algorithms and Engineering Optimization. John Wiley and Sons, Inc., New York.
22. D. Goldberg(1989), Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison-Wesley, Reading, MA.

◆ 주작성자 : 김주영

◆ 교신저자 : 김주영

◆ 논문투고일 : 2008. 2. 23

◆ 논문심사일 : 2008. 5. 14 (1차)

2008. 8. 26 (2차)

2008. 9. 3 (3차)

2008. 9. 21 (4차)

◆ 심사판정일 : 2008. 9. 21

◆ 반론접수기한 : 2009. 2. 28

◆ 3인 익명 심사필

◆ 1인 abstract 교정필