

## 마찰을 고려한 포일 저널베어링의 정특성 해석

이동현 · 김영철\* · 김경웅†

한국과학기술원 기계항공시스템학부, \*한국기계연구원 시스템엔지니어링연구본부

### The Static Performance Analysis of Foil Journal Bearings Considering Coulomb friction

Dong-Hyun Lee, Young-Cheol Kim\* and Kyung-Woong Kim†

School of Mechanical, Aerospace & Systems Engineering, KAIST

\*System Engineering Research Center, KIMM

(Received September 30, 2008; Revised November 4, 2008; Accepted November 7, 2008)

**Abstract** – In foil bearings, the friction between bumps and their mating surfaces is the major factor which exerts great influence on the bearing performance. From this point of view, many efforts have been made to improve the understanding of the influence of the friction on the foil bearing performance by developing a number of analytical models. However, most of them did not consider the hysteretic behavior of the foil structure resulting from the friction. The present work developed the static structural model in which hysteretic behavior of the friction was considered. The foil structure was modeled using finite element method and the algorithm which determines the conditions of the contact nodes and the directions of the friction forces was used to take into account the friction. The developed model was integrated into the foil bearing prediction code to investigate the effects of the friction on the static performance of the bearing. The results of analysis show that multiple static equilibrium positions are presented for the one static load under the influence of the friction, inferring its great effects on the dynamic performance. However, the effect of friction on the minimum film thickness which determines load capacity of the bearing is negligible.

**Key words** – foil bearings; friction; load capacity

#### 1. 서 론

공기 포일 베어링은 공기를 윤활제로 사용하는 베어링으로서 Fig. 1과 같이 윤활면이 되는 톱포일과 이를 지지하는 범프 포일로 구성된다. 이렇게 톱 포일과 범프 포일로 구성된 포일 구조는 공기막에서 발생하는 압력에 의해 변형을 하며, 서로 상대 운동을 할 수 있는 특징을 가진다. 따라서, 포일 구조사이에 존재하는 마찰은 포일 베어링의 정적, 동적 성능에 큰 영향을 미치며, 이렇게 베어링성능에 많은 영향을 미치는 마찰의

영향을 파악하기 위해 많은 연구들이 수행되어 왔다.

Walowit과 Anno [1]는 단일 범프의 변형에 대한 해석 모델을 처음으로 제시하였다. 이 모델에서는 범프와 베어링 하우징 사이의 마찰이 고려 되었으나, 범프와 톱 포일 사이의 마찰과 범프 사이의 상호 작용은 무시되었다. 이후, 이 모델은 Heshmat 등[2]에 의해 수행된 포일베어링의 정특성 해석에 사용되었다. 이 모델은 또한 Peng과 Carpion [3]에 의해 베어링의 동적 계수를 계산하는데 사용되었으며, 가장 최근에는 Peng과 Khonsari [4]에 의해 수행된 정특성 해석에도 사용되었다.

포일 베어링의 동특성에 관한 연구에서는 포일 구조

†주저자 · 책임저자 : taeho@kaist.ac.kr

의 상대 운동에 의해 베어링에 제공되는 쿨롬 감소의 영향을 파악하기 위한 연구들이 주로 이루어졌다. 다음의 연구들은 이러한 쿨롬감소를 점성감쇠로 모델링하는 방법들이 사용되었다. Peng과 Carpino [5]는 등가점성감쇠 개념을 도입하여 포일 베어링의 동특성 해석을 수행하였다. 이때, 포일 구조는 점탄성 구조로 단순화되어 모델링 되었다. Carpino와 Talmage [6]는 범프 포일의 반경 방향과 원주 방향 변형을 고려하여 베어링의 동적 계수를 계산하였다. 이러한 연구들은 수치해석의 편의를 위해 포일 구조를 점탄성 구조로 단순화 시킨 단점을 가지고 있지만, 마찰에 의해 베어링에 제공되는 쿨롬 감소가 포일 베어링의 성능에 미치는 영향을 파악하는데 큰 성과가 있었다.

포일 구조의 변형에 대한 보다 현실적인 해석 모델의 필요로 인하여 범프 사이의 상호 작용과 마찰이 고려된 해석 모델들이 개발 되었다. Ku와 Heshmat [7]은 범프 포일과 베어링 하우징, 범프 포일과 톱 포일 사이의 마찰과 범프 사이의 상호작용을 고려한 해석 모델을 제시하였다. 이후, 이 모델은 구조적 감쇠계수를 계산할 수 있도록 확장이 되었으며[8,9], 해석 결과는 실험결과와 비교 되었다[10]. Swanson 등[11]은 하중에 비례해서 마찰력이 커지는 요소를 도입하여 범프 포일의 변형 해석을 수행 하였다. Lez 등[12]은 유한 요소 상용 프로그램을 이용하여 포일 구조가 가지는 정적, 동적 특성을 해석하였다. 그러나, 이러한 포일구조 해석 모델들은 베어링의 성능 해석에 사용되지는 못 하였다. 이후, Lez 등[13]은 포일 구조를 여러

자유도를 가지는 구조로 모델링 한 해석 모델을 개발 하였으며, 이를 베어링의 정 특성 해석에 적용하였다. 해석결과 베어링의 하중지지능력은 포일 변형 해석 모델에 따라 큰 영향을 받는다고 보고 하였다. 그러나 이 모델은 마찰력의 방향이 항상 변위의 반대 방향으로 작용한다는 가정이 사용됨으로서 하중 이력에 의존하는 마찰력의 특성이 해석에 반영되지 못하였다.

현재까지 수행된 이러한 연구들은 포일 베어링의 정적, 동적 성능을 예측하는데 큰 성과가 있었다. 그러나, 포일베어링의 성능 예측을 위해 개발된 대부분의 포일 구조 해석 모델들은 수치해석의 편의를 위해 범프 사이의 상호 작용이나 마찰을 무시하거나, 이러한 효과가 고려된 모델의 경우에도 앞서 언급했듯이 하중 이력에 의존하는 마찰력의 특성이 반영되지 못 하였다. 즉, 포일 구조에 같은 크기의 하중이 작용하더라도 하중 이력에 의존하는 마찰력의 특성으로 인하여 포일

구조의 변형은 여러 가지로 나타날 수 있다. 본 연구에서는 이렇게 하중 이력에 의존하는 마찰력의 특성이 반영된 포일 구조의 변형 해석 모델을 개발하였으며, 이를 통하여 포일 베어링의 정특성 해석을 수행하였다.

## 2. 해석모델 및 이론

### 2-1. 공기막 압력

Fig. 1과 같은 좌표계에서 공기막에서 발생된 압력은 다음과 같은 Reynolds 방정식을 통하여 계산할 수 있다.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( p h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( p h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \mu \omega \frac{\partial}{\partial \theta} (p h) \quad (1)$$

이 때, 공기막 두께( $h$ )는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$h = c + e \cos(\theta - \phi) + \delta \quad (2)$$

여기서  $\delta$ 는 공기막에서 발생된 압력에 의한 포일구조의 변형량을 나타낸다. 또한, 식 (1)을 풀기 위한 경계 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p &= p_o \text{ at } \theta = 0 \text{ and } 2\pi \\ p &= p_o \text{ at } z = 0 \text{ and } L \end{aligned} \quad (3)$$

포일 베어링에서는 대기압보다 낮은 압력이 발생하면 톱포일 양쪽의 압력이 같아질 때까지 톱포일이 들어 올려져서 대기압보다 낮은 압력은 발생하지 않게 된다. 따라서 수치해석시 대기압보다 낮은 압력이 발

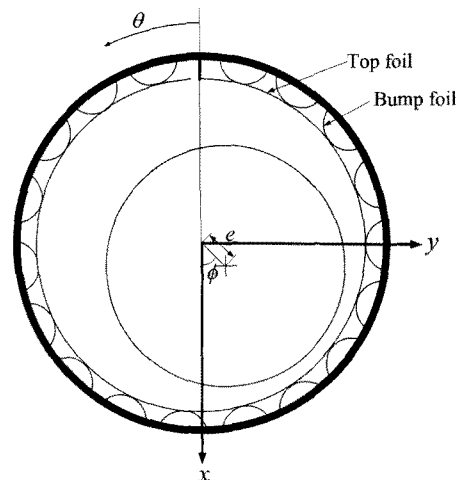


Fig. 1. Coordinate system of a foil journal bearing.

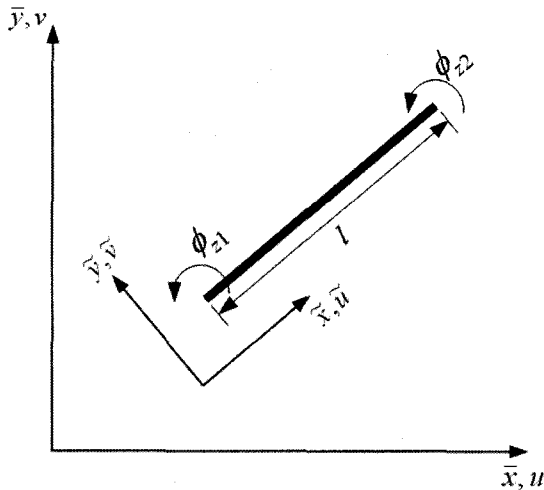


Fig. 2. Local and global coordinate systems for bump element.

생하면 이를 대기압으로 치환하여 해석을 수행하였다.

2-2. 포일구조 변형 해석

공기막에서 발생된 압력에 의한 포일 구조의 변형을 계산하기 위해 본 연구에서는 다음과 같은 가정을 사용하였다.

- 튕 포일은 범프 포일의 변형을 따른다.
- 범프 포일은 베어링 하우징과 분리되지 않는다.
- 범프 포일의 변형은 베어링 길이방향으로 균일하다.

위와 같은 가정을 통하여 범프포일은 베어링 길이 방향으로 변형이 균일한 2차원 요소로 모델링할 수 있다. 본 연구에서는 범프 포일의 변형을 해석하기 위해 다음과 같은 빔(Beam)과 바(Bar)방정식을 사용하였다.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{EI}{1-\nu^2} \frac{d^2 \tilde{v}}{dx^2} \right) - f_v = 0 \tag{4}$$

$$\frac{d}{dx} \left( EA \frac{d\tilde{u}}{dx} \right) - f_u = 0 \tag{5}$$

위의 지배 방정식들로부터 유한 요소법을 사용하여 Fig. 3과 같은 범프포일에 대한 강성행렬과 하중 벡터 사이의 관계식을 얻게 된다.

$$[K]\{U\}=\{F\} \tag{6}$$

본 해석에서 범프 포일과 튕 포일, 범프 포일과 베어링 하우징사이의 접촉은 각 범프의 중심과 양 끝단에서 점접촉을 한다고 가정하였다. 따라서, 마찰력은

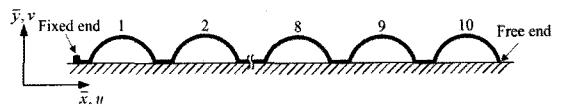


Fig. 3. Bump foil.

이러한 접촉점에 작용하며, 마찰력의 크기는 쿨롬의 법칙을 따르게 된다. 범프 변형해석에서 마찰력은 동 마찰력과 같은 크기의 마찰력을 하중 벡터, {F}, 에 부여하거나 수평방향 변위가 고정된 접촉점의 반력을 계산함으로써 고려되었다. 이렇게 범프 포일에 주어진 하중에 대해 쿨롬의 법칙을 만족하는 범프 포일의 변형을 계산하기 위해 Fig. 4와 같은 알고리즘을 사용하였다. 이 알고리즘상에서, 접촉점은 마찰력을 고려하는 방법에 따라 2가지로 구분된다. 만약 접촉점이 조건 1에 해당되면 동 마찰력과 같은 크기의 마찰력이 접촉점에 해당하는 하중벡터 성분으로 주어지게 된다. 이때, 마찰력의 방향은 이전 하중 조건에서의 변위를 고려하여 변위가 증가하는 방향의 반대 방향으로 작용한다고 하였으

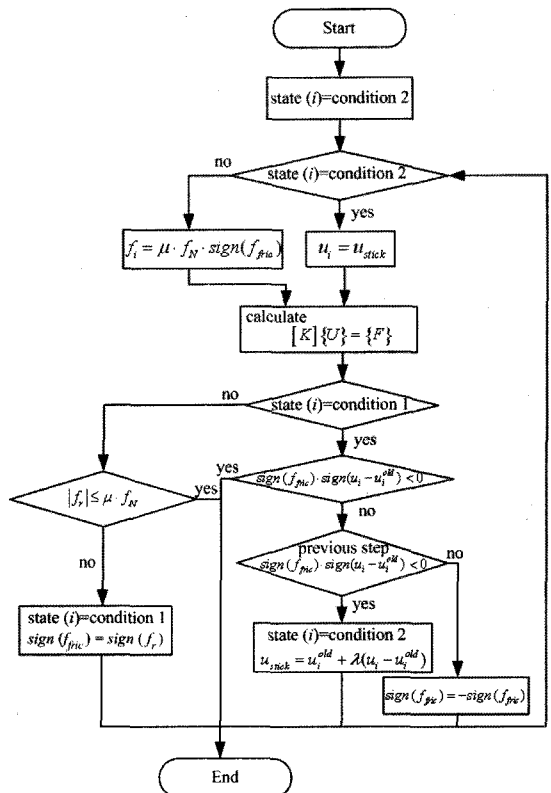


Fig. 4. Flow chart to calculate bump foil deflection.

며, 따라서 마찰력은 아래와 같은 식으로 표현이 된다.

$$f_{fric} = -\mu \cdot f_N \cdot \text{sign}(u - u^{old}) \quad (7)$$

여기서  $u^{old}$ 는 이전 하중 조건에서 계산된 접촉점의 수평 방향 변위이다. 또한, 접촉점이 조건 2에 해당되면 접촉점의 수평 방향 변위가 경계조건으로 주어지고, 이때 식 (6)을 통하여 이러한 접촉점의 수평 방향 반력,  $f_N$  을 계산하게 된다. 이 때, 반력의 크기는 쿨롬의 법칙에 따라 아래와 같은 식을 만족해야 한다.

$$|f_N| \leq \mu f_N \quad (8)$$

이러한 조건들(접촉점이 조건 1일 경우 식 (7), 접촉점이 조건2일 경우 식 (8))을 만족하는 범프의 변형량을 계산하기 위해 Fig. 4와 같은 과정을 거치게 된다. Fig. 4의 순서도는 접촉점의 조건에 따라 하중 및 변위조건을 부여하는 부분과 마찰력의 크기와 방향을 통하여 접촉점의 조건을 판단하는 부분으로 나누어진다.

### 3. 해석 결과

#### 3-1. 범프포일 변형 해석

앞절에서 소개된 범프포일 해석 방법을 통하여 Fig. 3과 같이 10개의 범프로 구성된 범프 포일에 대한 변형 해석을 수행하였다. 범프 포일의 형상과 물성치는 Table 1과 같다. 범프 포일에 작용하는 하중의 분포는 고정단에서 자유단으로 균일, 증가, 감소, 증가/감소하는 4가지가 고려 되었고, 모든 경우에 대하여 범프 포일에 작용하는 총 하중의 크기는 균일한 압력이 작용하는 경우와 같다. Fig. 5는 범프 포일에 작용하는 평균 압력을 나타내며, 시간에 따라 변화하는 2가지 경우를 고려하였다.

Fig. 6는 해석에 고려된 4가지의(균일, 증가, 감소, 증가/감소) 하중 분포에 대해 범프 포일에 작용하는 평균 압력이  $2 \cdot 10^5$  Pa (state 1~4 in Fig. 5)일 때의 결과를 나타낸다. Fig. 6의 수평축은 범프의 번호를 나타내며 수직축은 각 범프 중심의 수직방향 변위를 나타낸다. Fig. 6에서는 해석 결과와 함께 같은 경우에 대해 해석을 수행한 과거 연구결과[12,13]를 함께 나타내었다. 그림을 통해 볼 수 있듯이 하중이 증가하는 영역에 있는 State 1, 3의 경우 본 논문의 해석결과가 과거 연구 결과와 유사하게 나타나는 것을 볼 수가 있다. 이것은 하중이 증가 하는 경로에 있는 경우 본 해석모델에서 운동 마찰력과 같은 크기의 마찰력이 작용하는 접촉점의 수평 방향 변위와 변위가 변화하는 방

Table 1. Geometry of test bearing

Bearing	Diameter ( $D$ )	38.1 mm
	Length ( $L$ )	38.1 mm
	Radial clearance ( $c$ )	31.8 mm
Bump foil	Thickness ( $t_b$ )	0.102 mm
	Height ( $h_b$ )	0.508 mm
	Half wavelength ( $l_b$ )	1.778 mm
	Pitch ( $s$ )	4.572 mm
	Young's modulus ( $E$ )	214 GPa
	Poisson's ratio ( $\nu$ )	0.29

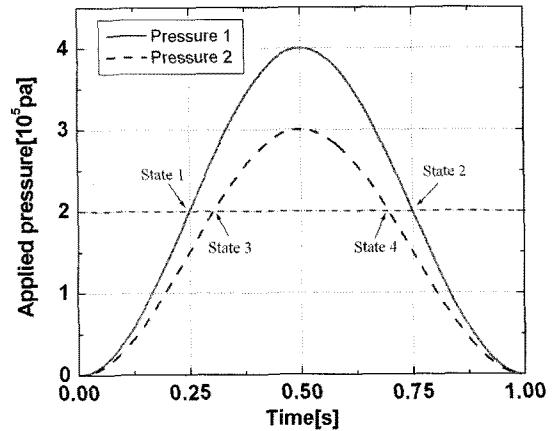
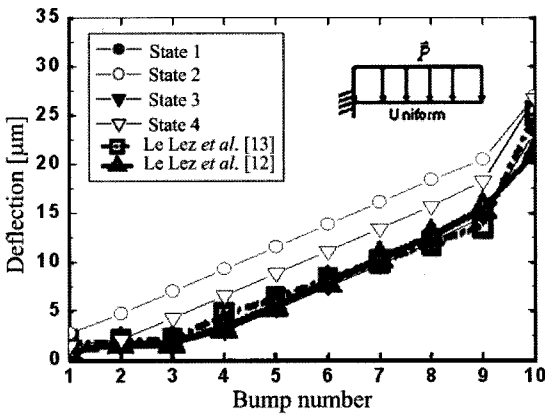
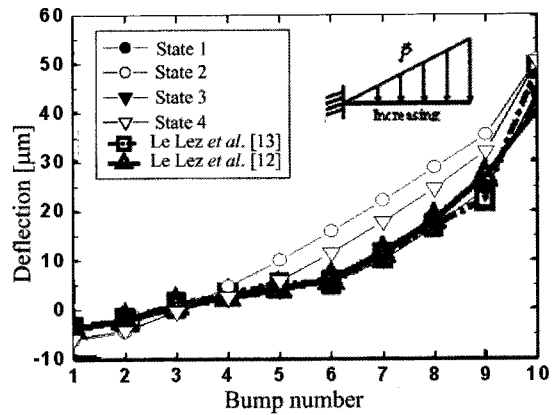


Fig. 5. Applied pressure.

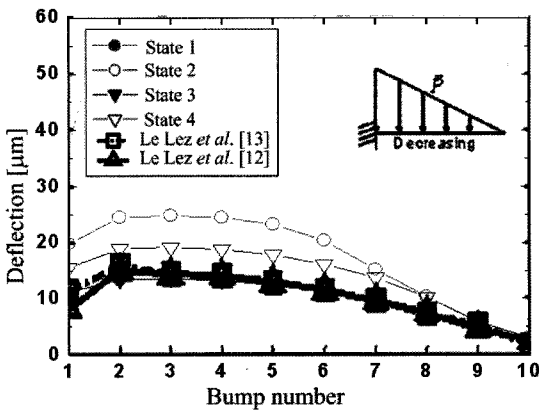
향이 일치되기 때문이다. 그러나, 하중이 감소하는 상태에 있는 State 2, 4의 경우는 State 1, 3과 다른 결과를 보임을 알 수가 있다. 이러한 현상은 하중이력에 의존하는 마찰력의 영향 때문에 나타난다. 이렇게 마찰력이 가지는 히스테리시스는 균일 하중이 작용할 때 Fig. 5의 pressure 1과 같은 압력 변화에 대하여 각 범프 오른쪽 끝 단의 수평 방향 변위와 같은 점에 작용하는 마찰력을 나타낸 Fig. 7을 통해 확인 할 수가 있다. Fig. 7에서 마찰력과 범프 오른쪽 끝 단 변위는 각각이 고정단에서 자유단을 향할 때가 양으로 표시되었다. 우선, Fig. 7-(b)에서 볼 수 있듯이 하중이 증가하는 경로에 있는 State 1의 경우에 8~10번째 범프의 오른쪽 끝 단에 작용하는 마찰력은 자유단에서 고정단 쪽으로 향하지만 하중이 감소하는 경로에 있는 State 2의 경우에는 Fig. 7-(a)를 통해 볼 수 있듯이 접촉점의 변위가 고정단으로 향하는 경로에 있으므로 마찰력이 반대로 고정단에서 자유단으로 작용하게 된다. 이



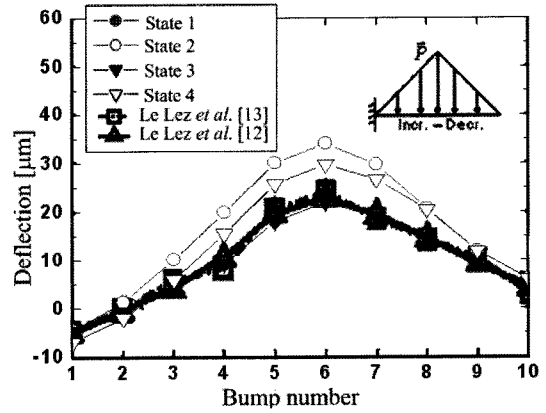
(a) Uniform load distribution



(b) Increasing load distribution



(c) Decreasing load distribution



(d) Increasing-decreasing load distribution

Fig. 6. Bump deflection for various load distributions.

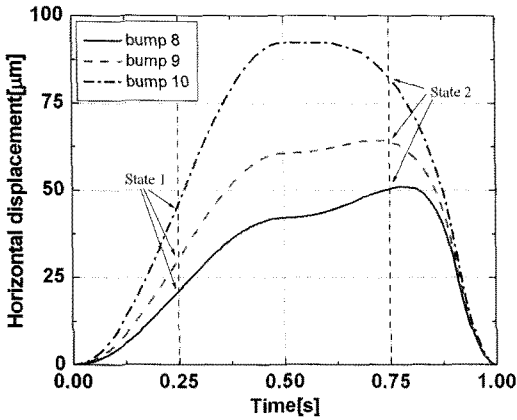
렇게 히스테리시스를 가지는 마찰력의 영향으로 Fig. 6과 같이 같은 크기의 하중이 작용하는 경우라도 하중 이력에 따라 여러 가지 형태의 결과가 나타나게 된다.

3-2. 포일 저널 베어링 정특성 해석

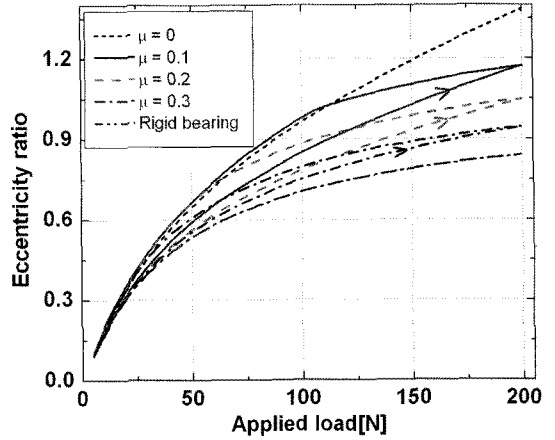
본 논문에서 제시된 범프 포일의 변형 해석 기법을 통하여 Table 1과 같은 형태의 베어링에 대한 정특성 해석을 수행 하였다. 해석시 베어링에 작용하는 하중은 5N에서 최대 하중까지 5N씩 증가시키고, 최대 하중이 된 후 다시 5N까지 감소시키며 해석을 수행하였다.

Fig. 8은 회전축의 회전 속도가 45,000 rpm일 때의 해석 결과를 나타낸다. Fig. 8-(a)는 베어링에 작용하는 하중과 편심율을 나타낸 그래프로서, 그림을 통해 볼

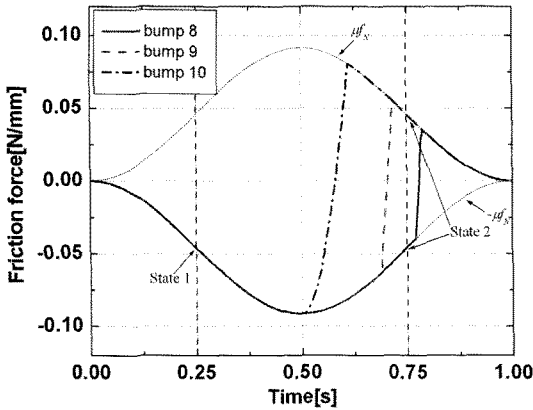
수 있듯이 모든 마찰 계수에 대하여 편심율과 하중 사이에 뚜렷한 히스테리시스가 나타나는 것을 볼 수가 있다. 즉, 하중이 증가하는 경로에서 계산한 편심율이 하중이 감소하는 경로에서 계산된 편심율 보다 작게 나타나는 것을 볼 수가 있다. 이러한 현상은 마찰의 영향으로 하중이 증가하는 경로에 있을 경우 범프 포일의 강성이 감소하는 경로에 있을 때 보다 더 크기 때문으로 판단된다[16]. 그러나, 이러한 히스테리시스는 마찰의 영향이 없는 마찰계수가 0일 때나 강체 베어링의 경우에는 나타나지 않았다. Fig. 8-(b)는 마찰 계수가 0.2일 때 여러 하중에 대해 계산된 베어링의 정적평형위치를 나타낸다. 해석은 3가지 경우의 하중 경로(5N→200N→5N, 5N→150N→5N, 5N→130N→5N)에 대하여 수행하였으며 따라서, 한 개의 하중



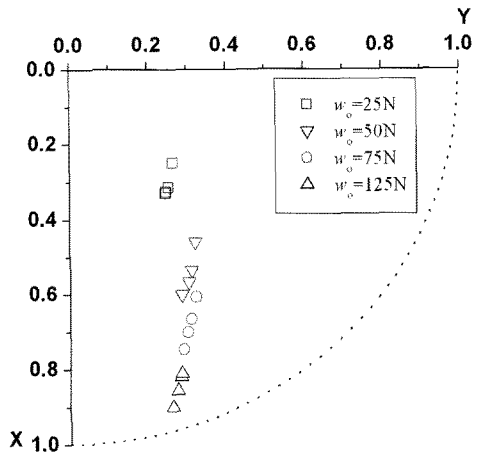
(a) Horizontal displacements of bump right ends



(a) Eccentricity ratio versus applied loads



(b) Friction forces applied at bump right ends



(b) Static equilibrium positions for various loads ( $\mu=0.2$ )

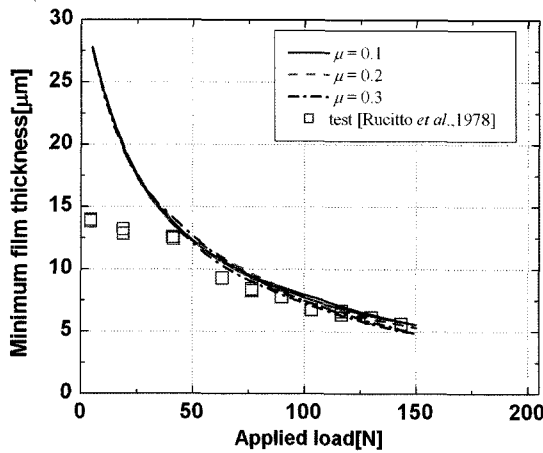
**Fig. 7. Horizontal displacements and friction forces of bump right ends for the pressure 1 and uniform load distribution.**

**Fig. 8. Eccentricity ratio and static equilibrium when rotating velocity is 45,000 rpm.**

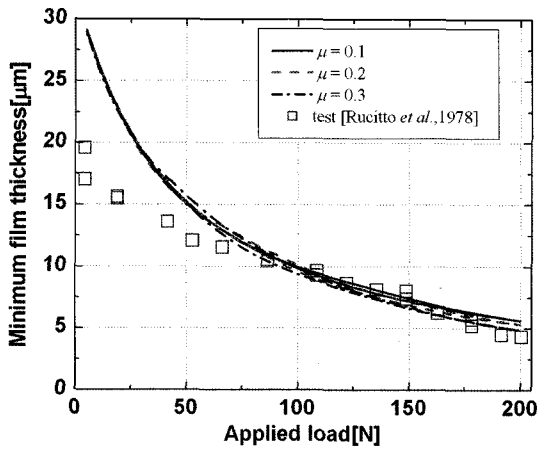
에 대하여 모두 6개의 정적 평형위치가 계산이 된다. 하중이 증가하는 경로에서 계산된 정적 평형위치 3개는 모두 동일하게 나타났다. 그러나 하중이 감소하는 경로에서 계산된 3가지의 정적 평형 위치는 그림을 통해 볼 수 있듯이 모두 다르게 나타났다. 이러한 결과를 통하여 포일 베어링에서는 마찰의 영향으로 같은 크기의 하중이 작용하더라도 여러 개의 정적평형위치가 존재하는 것을 확인할 수가 있다.

Fig. 9는 여러 마찰 계수에 대해 계산한 최소 공기막 두께와 과거 실험 연구[17]를 통해 측정된 최소 공기막 두께를 비교한 그래프이다. 실험을 통해 측정된 최소 공기막 두께는 베어링 길이 방향 중심에서 측정된 결과이다. 그림을 통해 볼 수 있듯이 최소 공기막

두께와 하중 사이에는 Fig. 8-(a)와 같은 히스테리시스 가 뚜렷하게 나타나지 않는 것을 볼 수가 있다. 또한, 해석에 고려한 3가지 마찰 계수에 대해 계산된 최소 공기막 두께는 모두 비슷하게 나타나며, 실험을 통해 측정된 최소 공기막 두께와도 하중이 60 N보다 큰 영역에서는 유사하게 나타나는 것을 볼 수가 있다. 이러한 결과로부터 마찰이 최소 공기막 두께의 크기에는 큰 영향을 주지 못하며, 따라서 하중 지지 능력 또한 마찰에 크게 영향을 받지 않는다는 것을 확인할 수가 있다. 이러한 결과는 포일 구조의 강성 변화가 베어링의 하중지지능력에 큰 영향을 미치지 않는다고 보고한 과거 연구 결과와도 부합된다[18].



(a) 30,000rpm



(b) 45,000rpm

Fig. 9. Minimum film thickness versus applied load.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 마찰을 고려한 범프포일의 변형 해석 모델을 제시하였다. 범프포일은 유한 요소법을 이용하여 모델링 되었으며, 범프포일과 톱포일, 범프포일과 베어링하우징 사이의 마찰이 고려되었다. 본 논문에서 제시된 해석 모델을 통하여 범프 포일의 변형 해석을 수행 하였으며, 여러 하중 조건에 대해 베어링의 정특성 해석을 수행하였다.

해석 결과 범프 포일 변형은 하중 이력에 의존하는 마찰력의 영향으로 같은 하중 분포에 대해서도 여러가지 형태로 나타날 수 있음을 확인하였다. 본 논문의 해석 모델을 이용한 결과중 하중이 증가하는 경로에서 계산된 범프포일의 변형은 과거 연구 결과와 유사하게

나타났으나, 하중이 감소하는 경로에서 계산된 범프포일의 변형은 과거 연구결과와 상당한 차이를 보였다. 또한, 마찰력의 영향으로 베어링에 작용하는 하중과 편심을 사이에는 히스테리시스가 존재하며, 같은 크기의 하중에 대해서도 여러 개의 정적 평형 위치가 존재함을 확인할 수가 있었다. 그러나, 이러한 마찰이 베어링의 하중지지능력을 결정하는 최소공기막 두께의 크기에 미치는 영향은 크지 않았다.

#### 후 기

이 논문은 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

#### 기호 설명

- $A$  : 범프요소의 단면적
- $c$  : 베어링 간극
- $E$  : 범프의 Elastic modulus
- $e$  : 편심량
- $f_{fric}$  : 마찰력
- $f_N$  : 수직항력
- $f_t$  : 수평방향 반력
- $f_{is}, f_v$  : Beam, bar 요소에 작용하는 힘
- $h$  : 공기막 두께
- $I$  : 범프요소의 Moment of inertia
- $p$  : 공기막 압력
- $p_a$  : 대기압
- $R$  : 베어링 반지름
- $u, v, \phi$  : 변위요소
- $w_o$  : 정적하중
- $X, Y$  :  $x/c, y/c$ , 축중심의 무차원 변위
- $x, y$  : 베어링 좌표계
- $\delta$  : 포일 구조의 변형량
- $\eta$  : 윤활체의 점도
- $\theta$  : 베어링 원주방향 좌표
- $\mu$  : 마찰 계수
- $\nu$  : 포아송 비
- $\phi$  : 베어링 자세각
- $\omega$  : 회전축의 회전속도
- $\{F\}$  : Load vector of bump foil
- $[\hat{K}]$  : 로컬 좌표계의 강성행렬
- $[K]$  : 글로벌 좌표계의 강성행렬
- $\{U\}$  : 변위벡터

참고 문헌

1. Walowit, J. A. and Anno, J. N., *Modern Development of Lubrication Mechanics*, Applied Science Publishers, London, Chap. 7., 1975.
2. Heshmat, H., Walowit, J.A., and Pinkus, O., "Analysis of Gas Lubricated Foil Journal Bearings", *ASME J. of Lubr. Tech.*, Vol. 105, pp. 647-655, 1983.
3. Peng, J. -P. and Carpino, M., "Calculation of Stiffness and Damping Coefficients for Elastically Supported Gas Foil Bearings," *ASME J. of Tribol.*, Vol. 115, pp. 20-27, 1993.
4. Peng, Z.-C. and Khonsari, M. M., "Hydrodynamic Analysis of Compliant Foil Bearings with Compressible Air Flow", *ASME J. of Tribol.*, Vol. 126, pp. 542-546, 2004.
5. Peng, J. P. and Carpino, M., "Coulomb Friction Damping Effects in Elastically Supported Gas Foil Bearings", *STLE Tribol. Trans.*, Vol. 37, pp. 91-98, 1994.
6. Carpino, M. and Talmage, G., "A Fully Coupled Finite Element Formulation for Elastically Supported Foil Journal Bearings", *STLE Tribol. Trans.*, Vol. 46, pp. 560-565, 2003.
7. Ku, C.-P. and Heshmat, H., "Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis Part I : Theoretical Model-Including Strip and Variable Bump Foil Geometry", *ASME J. of Tribol.*, Vol. 114, pp. 394-400, 1992.
8. Ku, C.-P. and Heshmat, H., "Structural Stiffness and Coulomb Damping in Compliant Foil Journal Bearings: Theoretical Consideration", *STLE Tribol. Trans.*, Vol. 37, pp. 525-533, 1994.
9. Ku, C.-P. and Heshmat, H., "Structural Stiffness and Coulomb Damping in Compliant Foil Journal Bearings : Parametric Studies", *STLE Tribol. Trans.*, Vol. 37, pp. 455-462, 1994.
10. Heshmat, H. and Ku, C.-P., "Structural Damping of Self-Acting Compliant Foil Journal Bearings", *ASME J. of Tribol.*, Vol. 116, pp. 76-82, 1994.
11. Swanson, E. E., "Bump Foil Damping Using a Simplified Model," *ASME J. of Tribol.*, Vol. 128, pp. 542-550, 2006.
12. Le Lez, S., Arghir, M., and Frene, J., "Static and Dynamic Characterization of a Bump-Type Foil Bearing Structure", *ASME J. of Tribol.*, Vol. 129, pp. 75-83, 2007.
13. Le Lez, S., Arghir, M., and Frene, J., "A New Bump-Type Foil Bearing Structure Analytical Model", *ASME J. of Eng. Gas Turbines and Power*, Vol. 129, pp. 1047-1057, 2007.
14. Kikuchi, N., *Finite Element Methods in Mechanics*, Cambridge University Press, Chap. 4, 1986.
15. Lee, D. H., Kim, Y. C., and Kim, K. W., "The Static Performance Analysis of Foil Journal Bearings Considering Three-Dimensional Shape of the Foil Structure", ASME Paper No. TRIB-07-1189, 2007.
16. Ku, C.-P. and Heshmat, H., "Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis Part II : Experimental Investigation," *ASME J. of Tribol.*, Vol. 115, pp. 364-369, 1993.
17. Ruscitto, D., Mc Cormick, J., and Gray, S., "Hydrodynamic Air Lubricated Compliant Surface Bearing For An Automotive Gas Turbine Engine 1-Journal Bearing Performance", NASA CR-135368, 1978.
18. Kim, D. J., "Parametric Studies on Static and Dynamic Performance of Air Foil Bearings with Different Top Foil Geometries and Bump Stiffness Distributions", *ASME J. of Tribol.*, Vol. 129, pp. 354-364, 2007.