

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2008.32.3.267

금속 배관의 연성된 음향 전파 특성

김호욱* · 김민수** · 이상권†

(2007년 10월 17일 접수, 2008년 1월 17일 심사완료)

Characteristics of Coupled Acoustic Wave Propagation in Metal Pipe

Ho-Wuk Kim, Min-Soo Kim and Sang-Kwon Lee

Key Words : Coupled Problem(연성 문제), Pipe Acoustic Wave Propagation(배관 음향 전파), Cut-off Frequency(차단 주파수), Waveguide(도파관), Dispersive Wave(분산파)

Abstract

The circular cylinder pipes are used in the many industrial areas. In this paper, the acoustic wave propagation in the pipe containing a gas is researched. First of all, the theory for the coupled acoustic wave propagation in a pipe is investigated. Acoustic wave propagation in pipe can not be occurred independently between the wave of the fluid and the shell. It requires complicated analysis. However, as a special case, the coupled wave in a high density pipe containing a light density medium is corresponded closely to the uncoupled in-vacuo shell waves and to the rigid-walled duct fluid waves. The coincidence frequencies of acoustic and shell modes contribute to the predominant energy transmission. The coincidence frequency means the frequency corresponding to the coincidence of the wavenumber in both acoustic and shell. In this paper, it is assumed that the internal medium is much lighter than the pipe shell. After the uncoupled acoustic wave in the internal medium and uncoupled shell wave are considered, the coincidence frequencies are found. The analysis is successfully confirmed by the verification of the experiment using the real long steel pipe. This work verifies that the coupled wave characteristic of the shell and the fluid is occurred as predominant energy transmission at the coincidence frequencies.

기호설명

u, v, w : 배관의 변위
 a : 평균 반지름
 h : 두께
 k : 파수
 f : 주파수
 ω : 각 주파수
 ω_r : 링 주파수

c : 위상 속도
 c_L : 의사 종파 (quasi-longitudinal) 위상 속도
 Ω : 무차원 주파수
 β : 무차원 두께 변수
 E : 영 계수 (Young's modulus)
 ν : 푸아송 비 (Poisson ratio)
 n, m, l : 모드 수
 p : 압력

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과
E-mail : sangkwon@inha.ac.kr
TEL : (032)860-7305 FAX : (032)868-1716

* 인하대학교 대학원 기계공학과

** 인하대학교 대학원 기계공학과

1. 서론

금속 배관은 산업 전반에 걸쳐 다양하게 사용되

고 있다. 특히, 도시 가스 배관은 이제 실생활에 있어서 없어서는 안될 중요한 시설인 동시에 각별한 안전이 요구되는 시설이기도 하다. 따라서, 배관 내 결함이나 가스 누출로 인한 이상 신호 발생의 모니터링(monitring)이 중요한 관심사가 되며, 이를 위한 방법으로 상관도 기법(correlation method)이 제안된다.^(2,3) 따라서 이러한 연구의 기반이 되는 배관의 음향 전파 특성을 파악하는 것이 중요하다.

도파관(waveguide)인 원형 배관을 통해 음파가 전파될 때 그 음파는 주파수 및 모드에 따라 음속이 변하는 분산파(dispersive wave) 특성을 나타내게 된다. 이 분산파 특성은 고체 파(solid wave)와 내부 매질의 유체 파(fluid wave)에서 동시에 나타나게 된다. 실제 발생하는 음파의 전파는 이 두 관계가 서로 연성된(coupled) 형태의 복잡한 형태를 띄게 되고 서로 독립적으로 해석하기 힘들다. 하지만, 매질이 가스인 금속 배관(metal pipe)의 경우에는 두 분산파 관계를 독립적으로 고려한 후에 중첩하여, 그 일치점(coincidence)을 찾는 것을 통해 음향 전파에 지배적인 주파수의 예측이 가능 하다.^(1,4)

이 논문은 이러한 배관의 고체파 및 유체파의 전파 특성에 대한 각각의 이론 전개를 선행한 후, 이 두 분산파의 일치점 관계를 통해 배관의 음향 전파에 지배적인 주파수를 규명할 것이다.

2. 배관 및 내부 유체의 음향 전파 특성

2.1 배관에서의 굽힘 음파의 전파

배관 자체의 축, 접선, 반지름 방향의 변위(displacement) u, v, w 는 축 방향 위치(axial direction position)와 방위각(azimuthal angle)의 함수로 표현될 수 있다.^(4,5)

$$u, v, w = [U(z), V(z), W(z)] \cos(n\phi + \gamma) \quad (1)$$

n 은 정수값을 갖는 원주 모드(circumferential mode number) 수이고, γ 는 임의의 위상(phase) 값이다. Fig. 1 은 얇은 두께의 원통형 배관에서의 변위와, 굽힘파(flexural wave)의 전파 형태를 보여준다. 전파하는 파수(k_s)는 축방향 파수(k_z)와 원주 방향 파수(k_c)에 의해 나선형(spiral form)으로써 전파하게 된다.

$$k_z^2 = k_s^2 - k_c^2 = k_s^2 - (n/a)^2 \quad (2)$$

여기서, 원주 방향의 모드 형태는 $\sin[k_c(a\phi)]$ 혹은 $\cos[k_c(a\phi)]$ 의 형태를 갖게 되며, $k_c = n/a$ 으

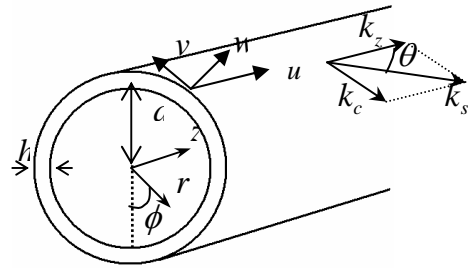


Fig. 1 Cylindrical shell coordinates, displacements, and the wavenumber vectors

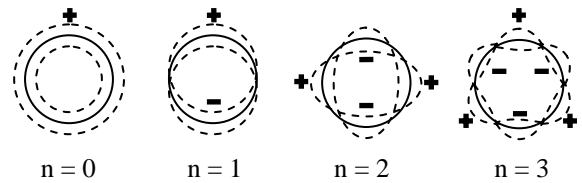


Fig. 2 Radial displacement mode shapes of a circular cylindrical shell

로 표현된다. 이 때에 원주 방향 모드 n 은 각각 각각 Fig. 2 와 같은 형태를 나타내게 된다.

배관의 숨쉬기 모드(breathing mode, $n=0$)가 발생하는 주파수를 링 주파수(ring frequency)라 하는데, 링 주파수 이하에서의 음향 전파에 지배적인 변위 항은 반지름 방향 변위인 w 가 된다. 이 링 주파수 이하에서의 굽힘 음파(flexural wave)가 효율적인 음향 방사 및 소리의 응답에 관련 되어진다.⁽⁴⁾ 이 굽힘 도파관(flexural waveguide) 모드의 축 방향 전파 속도는 모드 n 과 배관 벽 두께, 그리고 배관의 지름에 영향을 받는다.

배관의 지배 방정식으로써 많은 식들이 소개되고 있고, 본 연구에서는 얇은 배관에 관한 방정식으로 Kennard에 의한 방정식을 사용한다.^(5,6) 제차 방정식(homogeneous equation)의 행렬(matrix) 형태로 나타내면, 다음과 같다.⁽¹⁾

$$\begin{bmatrix} vk_z a & n \\ \frac{1}{2}(1+\nu)nk_z a & n^2 - \Omega^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)k_z^2 a^2 \\ k_z^2 a^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)n^2 - \Omega^2 & \frac{1}{2}(1+\nu)nk_z a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ n \\ vk_z a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

여기서, ν 는 푸아송 비이고, $\alpha = 1 - \Omega^2 + \{(n^2 + k_z^2 a^2)^2 - 1/2[n^2(4-\nu) - 2-\nu](1-\nu)^{-1}\} \beta^2$ 이다. 또한,

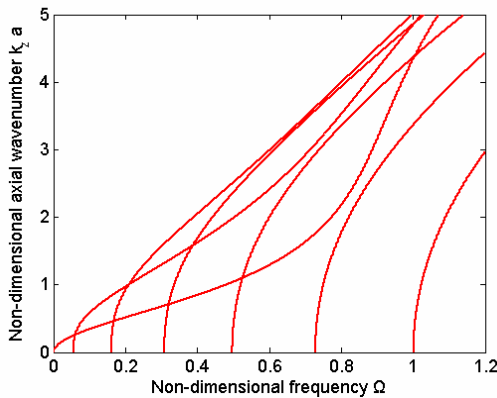


Fig. 3 Dispersive curves for flexural wave of the thin-walled cylindrical pipe

중요한 매개 변수(parameter) 중 하나인 무차원 주파수(non-dimensional frequency), Ω 는 다음과 같이 정의된다.

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_r} = \omega \frac{a}{c_L}, \quad c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (4)$$

여기서, ω_r 은 링 주파수, c_L 은 의사 종파(quasi-longitudinal) 위상 속도를 나타낸다.

식 (3)의 행렬식 (determinant)으로부터 분산 방정식 (dispersive equation)을 구할 수 있으며, 근사화된 식은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$\Omega^2 = (1-\nu^2)\{(k_z a)^2 / [(k_z a)^2 + n^2]\}^2 + \beta^2\{[(k_z a)^2 + n^2]^2 - [n^2(4-\nu) - 2-\nu] / 2(1-\nu)\} \quad (5)$$

여기서, β 는 $h/a\sqrt{12}$ 로 정의되는 또 하나의 무차원 매개 변수로써 무차원 두께(non-dimensional thickness)매개 변수라 한다.

본 연구의 관심 대상인 배관용 탄소강 관의 치수 및 주요 성질은 Table 1과 같다. 이 때, 평균 반지름 a 는 55mm 이고, 두께 h 는 4mm 이며, ν 는 0.29 로 주어진다.

식 (5)로부터 배관만의 음향 전파 특성은 주파수에 따라 변하는 분산(dispersive) 특성을 보일 것으로 예상할 수 있다. 즉, 각 원주 모드 별로 주파수에 따라 변하는 분산 곡선(dispersive curve)의 형태로써 축방향 파수(wavenumber) 혹은 축 방향 위상 속도(phase velocity)가 나타나게 된다. 이러한

관계 곡선을 얻기 위해 식 (5)에 대한 근 추적(root finding)을 위한 수치 해법(numerical method)이 요구된다. 수치 해법을 통해 이론적으로 구한 결과 Fig. 3에 나타나 있다. Fig. 3은 각각의 모드 별 분산 곡선을 나타내며, $\Omega=1$ 인 링주파수 미만에서 6개의 모드의 분산 곡선이 나타나게 된다.

Table 1 Size and properties of carbon steel pipe

| Carbon steel pipe for ordinary plumbing | |
|---|---------------------------|
| Diameter | 114 mm |
| Thickness | 4 mm |
| Young's modulus | 200 GPa |
| Density | 7,850 kg / m ³ |
| Possion ratio | 0.29 |

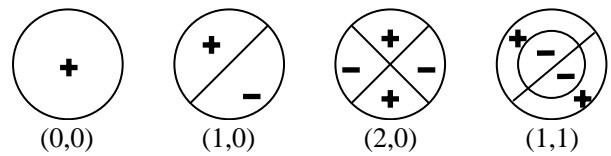


Fig. 4 Acoustic modes of a cylindrical waveguide

2.2 배관 내 정지 유체의 음파 특성

비점성(non-viscous) 정지(stationary) 유체의 3차원 선형 음파 방정식 (wave equation)은 다음과 같다.^(3,10)

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \right] p = 0 \quad (6)$$

c_0 는 내부 유체의 음속을 나타내며, ∇^2 는 원통 좌표계(cylindrical coordinate system)에서의 라플라시안(Laplacian)이다. 원통 좌표계 라플라시안을 이용한 식 (6)의 음파 방정식이 배관 내 유체의 음파 지배 방정식이 된다. 변수 분리법을 이용해 압력 p 의 해를 가정하면,

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_m R_m(r) e^{jm\theta} Z(z) e^{j\omega t} \quad (7)$$

식 (7)을 음파 방정식에 대입하여 정리하면, 다음의 $R(r)$ 에 관한 베셀(Bessel) 방정식을 얻을 수 있고, 물리적 경계 조건에 의해 반지름 방향 파수, k_r 는 식 (8)을 만족해야 한다.

$$\left. \frac{dJ_m(k_r r)}{dr} \right|_{r=a} = J_m'(k_r a) = 0 \quad (8)$$

식 (8)에서 l 번째 근(root)과 관련된 $k_{r,m,l}$ 이 얻어지며, 이 때에 음압(acoustic pressure)에 대한 일반 해는 다음과 같다.

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} J_m(k_{r,m,l}) e^{jm\theta} e^{j\omega t} \cdot [C_{1,m,l} e^{-jk_{z,m,l}z} + C_{2,m,l} e^{+jk_{z,m,l}z}] \quad (9)$$

$$k_{z,m,l}^2 = k_0^2 - k_{r,m,l}^2 \quad (10)$$

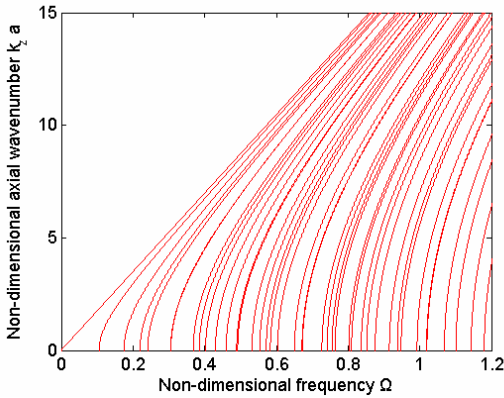


Fig. 5 Dispersive curves for acoustic wave of the internal medium(air) corresponding to each acoustic modes

k_0 는 전파하는 방향 파수이며, 음향 모드 (m, l) 은 Fig. 4 와 같은 형태를 보인다. 식 (10)의 무차원화된 형태는 식 (11)과 같다. 여기서, c_0 는 유체 매질의 음속으로써, 공기의 상온에서의 음속은 343 m/s 로 주어진다. 식 (18)을 통해 내부 매질의 음향 모드에 대한 분산 곡선을 구할 수 있으며, 그 결과는 Fig. 5 와 같다.

$$\Omega^2 = \left(\frac{c_0}{c_L}\right)^2 \left[(k_{z,m,l} a)^2 + (k_{r,m,l} a)^2 \right] \quad (11)$$

Fig. 5 는 각 모드별 분산 곡선을 나타내고 있다. 즉, 배관 내 기체 매질에서도 역시 기체 도파관 (gas waveguide)을 통해 음향이 전파됨에 따라 분산과 특성을 보이게 된다. 또한, 고체 배관의 분산 곡선과 비교하면, 링주파수 이하에서 훨씬 많은 모드가 밀집되어 있음을 알 수 있다.

3. 배관의 연성된 음향 특성

본 논문의 2 장에 기술된 바와 같이, 무한 배관의 음향 특성은 고체와 유체 각각의 경우에 도파관을 통한 음향 전파, 즉, 각각의 경우의 분산 모드 특성으로 요약될 수 있다. 금속 배관 내에 기체가 포함된 경우를 고려하는 경우라면 고체 배관 및 유체 매질 각각의 모드 특성으로부터 연성된 음향 특성을 예측하는 것이 가능하다. 즉, 고체와 유체의 원주 모드의 일치(coincidence) 관계로부터 음향 전파에 지배적인 주파수를 찾아내는 것이 가능하다. 고체 배관과 내부 유체의 축(axial) 방향 파수와 원주(circumferential) 방향 파수가 일치하는 주파수를 일치(coincidence) 주파수라 하는데, 이

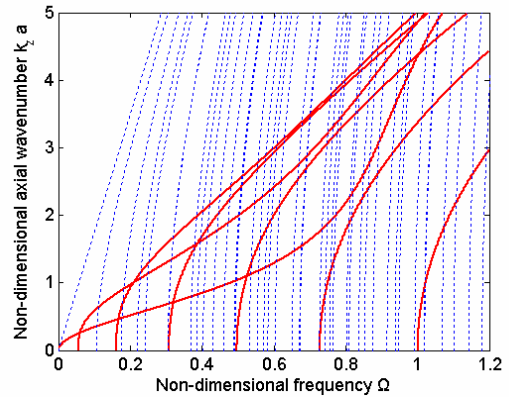


Fig. 6 Superimposed dispersive curves of the shell and the internal medium (— : Shell, : Gas)

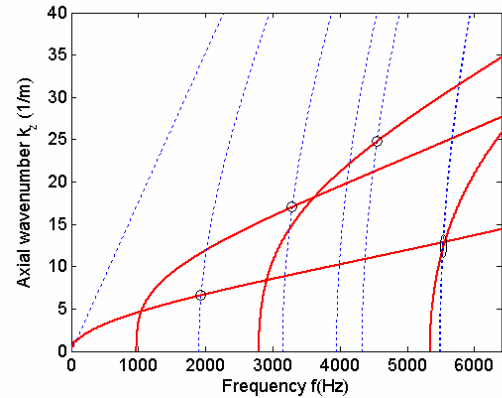


Fig. 7 Dispersive curve of the air(.....) and the pipe shell(—), of which coupling relationship

일치 주파수에서 고체 배관과 내부 유체의 음파는 같은 파장(wavelength)를 갖게 되고, 그 때에 가장 주도적인 에너지 전파를 보이게 된다.^(4,12)

이 일치 주파수는 고체 및 내부 유체의 분산 곡선의 중첩을 통해 얻어질 수 있다. 즉, 두 곡선의 중첩을 통해 동일한 원주 방향 모드에서의 동일한 축방향 파수를 찾아냄으로써 일치 주파수를 찾을 수 있다. 무차원화된 주파수 형태로 중첩한 그래프가 Fig. 6 에 나와 있고, 실제 주파수 형태로 구한 그래프가 Fig. 7 에 나타난다.

Fig. 7 에서는 처음 발생하는 일치점 5 개를 나타낸다. 즉, 고체 배관 모드 $n=1$ 일 때 유체 모드 (1,0), (1,1), $n=2$ 일 때 (2,0), $n=3$ 일 때 (3,0), $n=4$ 일 때 (4,0)과의 일치점을 각각 나타내고 있다. 단, (1,1)과 (4,0)일 때의 모드는 매우 근접해 있으므로 구분하기 힘들다.

Fig. 7 하단 그래프에서 나타내는 연성된 주파수는 1932Hz, 3286Hz, 4548Hz, 5525Hz 이다.

4. 실험

실험은 옥외에서 평균 반지름 55 mm, 두께 4 mm 인 철(steel) 배관들을 통해 이뤄졌으며, 개개의 파이프 사이는 고무(rubber)와 볼트(bolt)로써 긴밀하게 체결되었다. Fig. 8 은 옥외에 설치되어 실험에 사용된 실제 배관 사진이다. 가진 신호로써 사용된 충격 신호는 금속 해머의 타격을 통해 얻어졌다. 연결된 배관의 총 길이는 약 30m 이며, 충격 위치로부터 약 12m, 21m, 그리고 29.5m 지점에 배관 외부에 센서가 부착되었다. 센서로서는 가속도계를 사용하였고, 실험 결과는 12800Hz 샘플링 주파수로 측정되었다. 배관의 직접적인 진동의 영향을 줄이기 위해 충격 위치 부근에 13cm의 도파관 형태를 유지하는 유연한(flexible) 관을 삽입했다(Fig. 9). 이론식은 연속된 무한 관으로써 가정되었지만, 실제 적용되는 긴 배관이 연결부(connection) 없이 연속된 형태로써 장착되기는 힘들다. 이러한 한계에 대해 추후 연구하도록 하고, 본 연구에서는 상기된 이상적인 경우의 이론들에 대해 실제 적용 가능성에 대해 확인해 보도록 한다. 실험은 두 번에 걸쳐서 이루어 졌다.

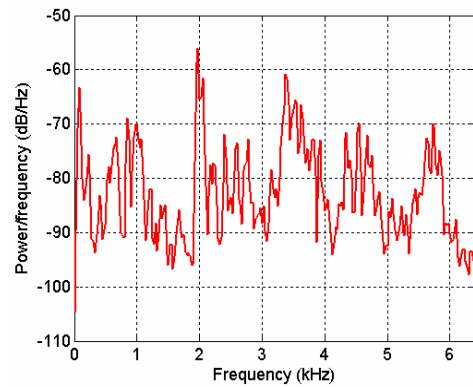
실험을 통해 측정된 데이터를 통해, Welch 법에 의한 PSD(Power Spectrum Density)를 얻어낼 수 있다.⁽¹³⁾ Fig. 10 은 첫 번째 실험과 두 번째 실험에서의 Sensor 2 에서 측정된 데이터의 PSD결과이다. Fig. 10 으로부터 가장 주도적인 에너지 전파는 1975Hz와 3375Hz에서 나타남을 알 수 있다.

시간-주파수 해석을 통해 음향이 전파되어 감에

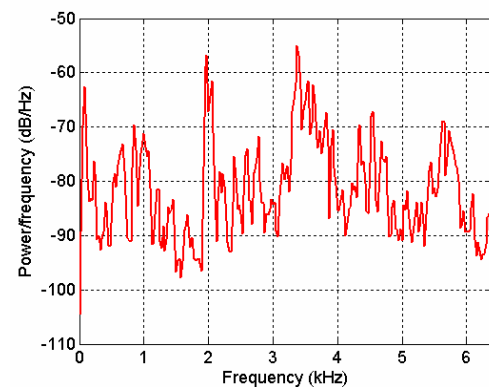


Fig. 8 Outdoor experiment

따라 에너지 전파에 상대적으로 더 크게 기여하게 되는 주파수 대역을 확인할 수 있다. 각 센서로부터 측정된 데이터를 통해 시간-주파수 해석법 중 하나인 CWT(Continuous Wavelet Transform)를 구할 수 있으며,^(14,15) Fig. 11 과 Fig. 12 는 두 번의 실험에서 측정된 데이터의 CWT 결과이다. CWT에서 보이는 바와 같이 음파가 전파함에 따라 일치점에서 상대적으로 더욱 주도적인 에너지 전파가 나타남을 알 수 있다. Fig. 11 과 Fig. 12 의 CWT를 보면, Sensor 1 에서는 특징적인 주파수 대역을 찾아내기 힘들지만, 계속해서 음향이 전파되어 감에 따라, Sensor 2 와 Sensor 3 에서는 일치점 부근에서 상대적으로 더 큰 에너지로써 음향이 전파됨을 확인할 수 있다. 특히, 처음의 두 일치점에서 가장 주도적인 에너지 전파가 나타남을 확인할 수 있다.



(a) First experiment



(b) Second experiment

Fig. 10 PSD of the experimental result

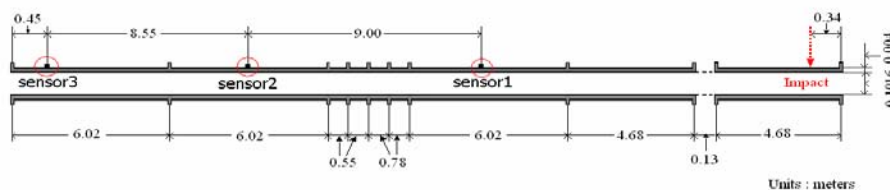
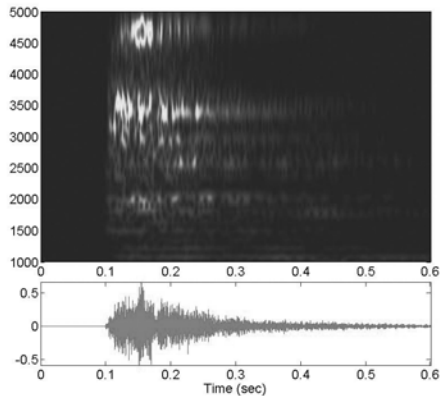
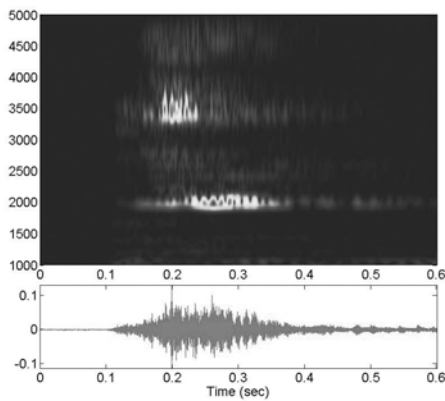


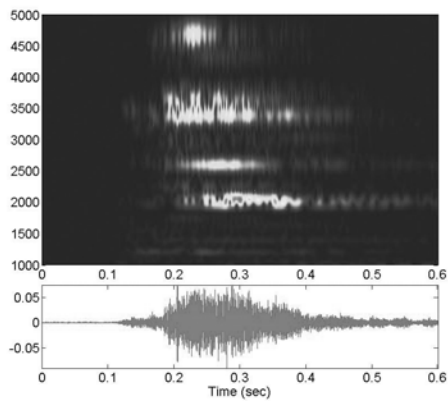
Fig. 9 Scheme of the experimental set up



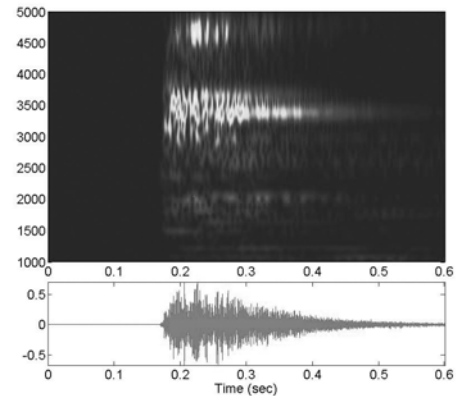
(a) Sensor 1



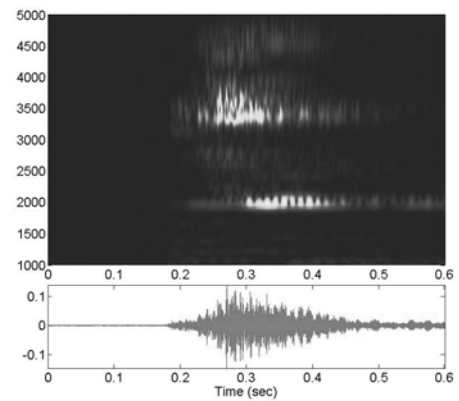
(b) Sensor 2



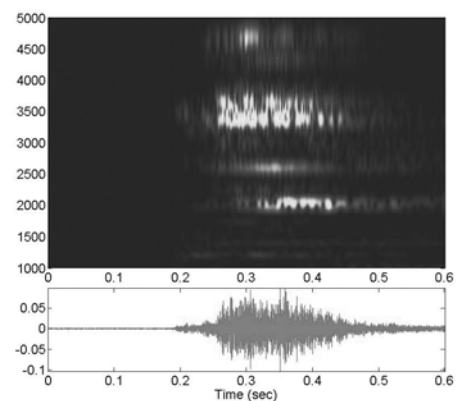
(c) Sensor 3

Fig. 11 CWT from the first experiment

(a) Sensor 1



(b) Sensor 2



(c) Sensor 3

Fig. 12 CWT from the second experiment

5. 결 론

배관의 음향 전파 특성은 일반적으로 고체와 유체 매질 각각의 도파관을 통한 음향 전파로써 고려될 수 있다. 가벼운 유체 매질을 포함하고 있는 금속 배관의 음향 전파 특성에 있어서, 고체와 유체 매질의 원주 모드의 일치점이 연성된 음향 특성을 지배하게 된다. 내부 음파가 전파되어 감

에 따라 연성된 형태의 음파는 이 일치점에서 가장 주도적인 에너지 전파를 보이게 된다. 이것은 실제 강관(steel pipe)에서의 실험을 통해 근사하게 확인됨을 알 수 있다. 특히, 저 주파수(low frequency)에 위치한 첫 번째와 두 번째 일치점에서 가장 지배적인 값을 갖는 것을 확인할 수 있다.

참고문헌

- (1) Fuller, C. R., Fahy, F. J., 1982, "Characteristic of Wave Propagation and Energy Distribution in Cylindrical Elastic Shells Filled with Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 81, No. 4, pp. 501~518.
- (2) Gao, Y., Brennan, M. J., Joseph, P. F., Muggleton, J. M., and Hunaidi, O., 2004, "A Model of the Correlation Function of Leak Noise in Buried Plastic Pipes," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 277, pp. 133~148.
- (3) Kim, M. S., Lee, S. K., 2007, "Identification on Principle of Acoustic Wave Propagation in a Gas Duct," *Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference*, KSNVE07S-32-07.
- (4) Fahy, F. J., 1985, *Sound and Structural Vibration – Radiation, Transmission and Response*, Academic Press Inc.
- (5) Leissa, A. W., 1993, *Vibration of Shells*, Acoustical Society of America through the America Institute of Physics.
- (6) Junger, M. C., Feit, D., 1993, *Sound, Structures, and Their Interaction*, Acoustical Society of America through the America Institute of Physics.
- (7) Kim, J. O., and Rose, J. L., 2005, Thin-Shell Approach for Elastic Wave Propagation in a Pipe with Liquid, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 19, No. 5, pp. 1087~1094.
- (8) Rose, Joseph L., 1999, *Ultrasonic Waves in Solid Media*, Cambridge Univ. press.
- (9) Heckl, M., 1962, "Vibration of Point-Driven Cylindrical Shells," *The Journal of the Acoustical Society of America*. Vol. 34, No. 10, pp. 1553~1557.
- (10) Munjal, M. L., 1987, *Acoustics of Ducts and Mufflers with Application to Exhaust and Ventilation System Design*, John Wiley & Sons Inc..
- (11) Belinskiy, B. P., Dauer, J. P., and Überall, H., 2000, "The Reality of Fluid-wave Resonance Frequencies on a Cylindrical Shell," *Acta Mechanica*. Vol. 141, pp. 117~123.
- (12) Norton, M., Karczub, D., 2003, *Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers*, 2nd ed., Cambridge Univ. Press.
- (13) Vaseghi, S. V., 2006, *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, 3rd ed, John Wiley & Sons Inc..
- (14) Qian, S., 2002, *Introduction to Time-Frequency and Wavelet Transforms*, Prentice Hall Inc..
- (15) Cohen, L., 1989, "Time-Frequency Distribution – A Review," *Proceedings of the IEEE*. Vol. 77, pp. 941~981.
- (16) Cho, Y., and Rose, J. L., 1996, "Guided Waves in a Water Loaded Hollow Cylinder," *Nondestructive Testing and Evaluation*, Vol. 12, pp. 323~339.