

확률유한요소 해석에 의한 근접터널 안정성 분석

김상균^{1*}

Stability analysis of closely-spaced tunnel using RFEM

Sang-Gyun Kim

Abstract In this paper, the modeling procedure of random field with an elasto-plastic finite element algorithm and probability of failure on closely-spaced tunnel were investigated. Local average subdivision (LAS) method which can generate discrete random variables fast and accurately as well as change the resolution in certain region was used. And correlated value allocating and weighted average method were suggested to implement geometrical characteristics of tunnel. After the probability of failure on the test problem was thoroughly investigated using random finite element method, the results were compared with the deterministic strength reduction factor method and single random variable method. Of particular importance in this work, is the conclusion that the probability of failure determined by simplified probabilistic analysis, in which spatial variability is ignored by assuming perfect correlation, can be estimated from the safety factor determined by strength reduction factor method. Also, single random variable method can lead to unconservative estimates of the probability of failure.

Keywords: Random finite element, random variable, spatial correlation length, local average subdivision

요 지 본 논문에서는 탄소성 유한요소해석 알고리즘과 연계한 확률장 생성기법과 근접터널 조건에서의 파괴확률을 분석하였다. 유한요소 해석을 위한 이산 확률장의 생성은 빠르고 정확하며 랜덤변수의 해상도를 자유롭게 조절할 수 있는 local average subdivision 기법을 사용하였으며 터널모델링을 위해 유한요소 크기와 형상 변화 등을 적절히 고려하여 지반물성치를 적용하는 방안을 제안하였다. 예제해석 조건에 대해 강도정수의 분산정도 및 공간상관길이에 따른 파괴확률을 파악하였으며 결정론적 안정성 해석결과 및 단일랜덤변수 해석결과와 비교하였다. 강도정수의 분산특성에 따라 강도감소기법에 의한 안전율과 단일랜덤변수 해석에 의한 파괴확률의 관계를 규명하였으며 확률유한요소 해석을 통해 공간상관길이가 파괴확률에 미치는 영향을 분석하였다. 이를 통해 강도감소기법에 의한 안전율과 분산계수로부터 단일랜덤변수에 의한 파괴확률을 도출할 수 있었으며 단일랜덤변수 해석결과가 근접터널의 실제적인 파괴확률을 과소평가 할 수 있음을 파악하였다.

주요어: 확률유한요소, 랜덤변수, 공간상관길이, LAS(local average subdivision)

1. 서 론

지반구조물의 거동을 적절히 파악하기 위해서는 신뢰성 있는 물성치의 적용이 필수적이며 여러 가지 이유로 인해 변화되는 특성을 가지고 있는 지반물성치를 일정한 상수로 적용하는 것은 상당한 오차를 포함하게 되어 실제 발생할 수 있는 위험정도를 일관성 있게 평가하기 어렵다. 지반물성의 불확실성은 공간적 재료분포의 불균질성, 통계적 불확실성, 측정오차 등으로 구분되며 주로 지반의 강도 및 변형특성이 관심대상이 된다. 최근들어 지반조사 및 탐사기법의 발달로 지반의 물성을 분석하고 결정하는 것이 용이해지고 있지만 조사나 시험과정에서 발생하는 오차로 인한 불확실성과 공간적 불균

칙성 때문에 수치해석 등에 필요한 지반의 물성을 결정론적으로 명확하게 규정하는 데는 한계가 있다. 그러므로 합리적인 해석을 위해서는 지반물성의 불확실성을 확률적으로 정량화하여 분석할 필요가 있으며 이를 위해 확률론에 의한 신뢰성 분석 등이 사용된다.

본 논문에서는 근접 병렬터널 조건에서 터널굴착에 의해 발생하는 거동을 지반물성의 공간적 변화특성을 고려한 확률유한요소 해석(random finite element method, RFEM)을 통해 파악하였다. 이를 위해 공간적으로 변화하는 값(random variable)인 지반특성치를 평균과 표준편차 그리고 공간상관길이(spatial correlation length)를 입력치로 하는 확률장으로 모형화하고 이를 유한요소해석 알고리즘과 결합하여 근접터널 조건에서의 안정성을 파괴확률 개념을 도입하여 분석하였다. 확률유한요소 해석기법 적용을 위한 확률장 생성모델은 LAS(local

¹정회원, 청석엔지니어링 터널사업부 상무

*교신저자: 김상균 (kimsg@cse.co.kr)

average subdivision) 방법을 사용하였으며 동일 크기의 직사각형 형상에 대한 유한요소 물성치 추출기법인 LAS 방법의 기본적 개념을 유지하면서 근접터널 모델링이 가능하도록 유한요소크기와 기하학적 형상변화 등을 고려하는 방안을 제시하였다. 또한, RFEM에 의한 근접터널 안정성 산정방법의 적정성과 실제 발생할 수 있는 위험의 정도를 일관성 있게 평가할 수 있는지의 여부를 검토하기 위해 강도감소기법에 의한 안전율 산정방법 그리고 지반특성치의 공간적 변화특성을 고려하지 않는 단일랜덤변수 개념의 안정성 검토방법과 비교·분석하였다.

2. 지반물성치의 분포특성

지반물성치와 같은 확률적 특성을 보이는 변수를 적절히 검토하기 위해서는 먼저 확률변수의 실제적 분포 특성을 적절히 파악하여야 하며 현재 수행되고 있는 지반물성치의 분포특성에 대한 연구는 주로 정규분포, 로그정규분포 그리고 bound 분포 등을 중심으로 수행되어 왔다. 이들 중, 지반물성치의 강도특성과 변형특성에 대한 다수의 실내 및 현장시험자료 분석결과, 로그정규분포 특성을 보이는 경우가 상대적으로 많은 것으로 나타났다. 이는 로그정규분포를 보이는 지반물성치는 음의 값을 가질 수 없는 강도 및 변형특성의 기본요건에도 부합한다. 또한 지반물성치의 확률특성을 나타내는 평균과 분산의 상관성 연구에 의하면 평균에 대한 분산정도를 나타내는 분산계수, $V_c(\sigma_c/\mu_c)$ 값은 0.1~0.5의 값을 보이는 것으로 알려져 있다(Lee et al., 1983; Kulhawy and Roth, 1991). 로그정규분포특성을 지닌 지반물성치 c 에 대한 평균 μ_c 와 표준편차 σ_c 에 대한 확률밀도 함수는 다음과 같다.

$$f(c) = \frac{1}{c\sigma_{\ln c}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln c - \mu_{\ln c}}{\sigma_{\ln c}}\right)^2\right] \quad (1)$$

그림 1은 평균 μ_c 가 250 kN/m² 이고 표준편차 σ_c 가 100 kN/m²(분산계수 0.4)인 로그정규분포의 확률밀도 함수를 보여주며 곡선내부의 면적은 확률밀도함수의 특성에 따라 1이 된다. 이와 같은 로그정규분포함수와 확률변수의 상관관계를 살펴보면 다음과 같다.

먼저 확률변수 c 에 로그를 취한 값의 표준편차와 평균은 식 (2)와 식 (3)을 이용하여 분산계수와 평균에 로그를 취한 값으로부터 구할 수 있다.

$$\sigma_{\ln c} = \sqrt{\ln(1+V_c^2)} \quad (2)$$

$$\mu_{\ln c} = \ln \mu_c - \frac{1}{2}\sigma_{\ln c}^2 \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)의 역함수를 구하여 정리하면 식 (4)와 식 (5)로 다시 쓸 수 있다.

$$\mu_c = \exp\left(\mu_{\ln c} + \frac{1}{2}\sigma_{\ln c}^2\right) \quad (4)$$

$$\sigma_c = \mu_c \sqrt{\exp(\sigma_{\ln c}^2) - 1} \quad (5)$$

또한, 로그정규분포에 대한 누적확률이 0.5가 되는 중앙값(median)과 가장 큰 확률 값을 보이는 mode는 다음과 같이 구해진다.

$$\text{median } c = \exp(\mu_{\ln c}) \quad (6)$$

$$\text{mode } c = \exp(\mu_{\ln c} - \sigma_{\ln c}^2) \quad (7)$$

불규칙한 지반물성치의 공간적 분포특성을 표현하는데 필요한 또 하나의 인자는 공간상관길이(spatial correlation length), $\theta_{\ln c}$ 이며 확률장 생성에 필요한 중요한 요소이다. 공간상관길이는 공간적으로 불규칙한 확률변수가 주어진 gaussian field 내에서 서로 상관관계를 가지는 거리를 의미하므로 이 값이 큰 경우, 확률장은 공간적으

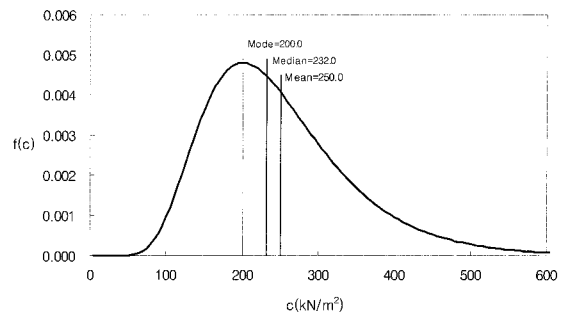


그림 1. 로그정규분포 확률밀도함수(평균 250 kN/m², 표준편차 100 kN/m²)

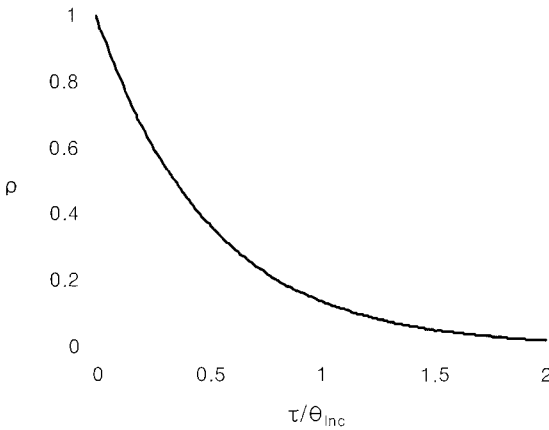


그림 2. Markovian 상관관계함수

로 서서히 변화되는 특성을 보이며 작은 경우는 매우 불규칙한 확률장의 형태를 보인다. 즉, 서로 가까이 있는 물성치일 수록 상관성이 높으며 상관길이가 클수록 동일 거리에서의 상관성이 높다. 이와 같은 공간상관길이를 파악하기 위해서는 해당지역에 대한 현장 및 실내시험 등을 통해 측정된 데이터가 필요하며 이들 데이터를 분석함으로써 공간상관길이와 임의의 두 지점사이의 거리로부터 확률변수의 상관성을 표현하는 상관관계함수가 도출된다. 본 논문에서는 두 지점의 거리에 따라 지수함수로 감소하는 상관성을 보이는 식 (8)과 같은 Markovian 상관관계함수를 사용하였다.

$$\rho = e^{-(2r/\theta_{inc})} \tag{8}$$

여기에서 ρ 는 상관계수, τ 는 두지점간의 거리를 나타낸다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 상관관계길이 θ_{inc} 만큼 이격되어있는 두 지점의 상관계수는 0.135의 값을 보이게 된다. 이와 같은 상관관계함수는 서로 가까이 있는 지점의 샘플이 먼 지점의 샘플에 비해 비슷한 값을 보이게 되는 현장 시험결과를 표현하는 한가지 방법이다. 공간적 상관성이 해석결과에 미치는 영향은 매우 크며 평균과 표준편차가 같아도 공간상관길이가 다르면 파괴확률 및 파괴양상이 다르게 나타난다.

3. 지반물성치의 확률적 모형

지반물성의 공간적 변화특성을 합리적으로 고려하기

위해 확률장(random field) 이론을 도입한 분석기법이 적용되고 있으며 이를 유한요소 해석과 결합한 확률유한요소(random finite element) 해석을 통한 연구가 수행되고 있다. 확률유한요소 해석 기법은 섭동법(perturbation technique), 신뢰성 이론에 의한 근사해법 그리고 몬테카를로 모의분석법 등이 있으며 이들 중 몬테카를로 모의분석법은 확률변수를 포함하는 복잡한 공학적 문제의 해석에 대한 적용성이 우수하고 해석결과의 정확도가 가장 높으며 분산이 크거나 비선형성이 존재하는 문제에 대해서도 신뢰성 높은 결과를 얻을 수 있는 방법으로 알려져 있다. 한편, 불규칙한 지반물성치의 공간적 분포 특성을 확률적으로 나타내기 위해 확률장이론의 도입이 필요하며 확률장 발생기법으로는 공분산행렬 분해에 의한 방법, Fourier 변환을 사용하는 방법과 TBM(turning bands method) 그리고 LAS(local average subdivision) 방법 등이 사용되고 있다. 이와 같은 확률장 생성기법들에 대해서 계산시간, 유한요소 모델링의 적합성 그리고 변수의 상관성 표현방법 등에 대한 비교·분석을 통해 주어진 조건에 적합한 기법이 선택된다. 이와 같은 확률유한요소법에서는 확률변수의 공간적 변화를 모형화하기 위하여 대상영역을 유한요소망에 따라 이산화(discretization) 하고 이산화된 영역을 확률변수로 나타내어 물성의 공간적 불규칙성을 확률장으로 모형화 한다. 각 요소의 물성은 중심좌표사이의 거리에 대한 상관함수를 사용하여 구성한 공분산 행렬에 의해 구해지므로 각 요소물성의 확률적인 특성은 주어진 확률분포와 요소망의 형태에 따라 결정된다.

본 논문에서 적용된 확률장 발생기법은 비선형해석에 적합하고 다른 기법에 비해 상대적으로 효율성이 높고 사용이 간편하며 요소크기에 따른 분산특성을 적절히 반영할 수 있는 LAS 알고리즘을 이용하였다. LAS 기법을 이용한 확률장생성과 비선형 유한요소해석을 결합하여 기초지력, 사면안정, 댐의 침투문제 등 지반구조물 안정성에 대한 연구는 많은 연구자들에 의해 수행된 사례가 있다(Fenton and Griffiths, 2002; Griffiths and Fenton, 2004; Paice, 1997). LAS 방법에 의한 확률장 생성기법은 Cholesky 공분산 행렬 분해에 의한 방법을 사용하지만 전체영역에 대해 공분산 행렬을 구성하는 것이 아니고 그림 3과 같이 대상영역을 큰 영역(global area)에서 작은 영역(local area)으로 단계적으로 분할하

면서 반복적으로 이웃한 영역에 대해서만 분할 전·후의 확률변수의 평균 및 분산 그리고 상관계수 등의 일관성을 유지하면서 셀(cell)을 형성시키는 기법이다(Fenton and Vanmarcke, 1990). 그러므로 확률장 생성에 필요한 행렬 계산식의 크기가 대폭적으로 감소하여 계산시간이 단축된다. 그림 3의 (b)와 같은 2차원 조건에서 P₃로부터 분할된 셀 Q_i는 국부평균기법(local averaging theory)에 의해 주어진 분산을 가지며 분할된 셀들 사이의 상관관계를 유지하여야 한다. 또한 분할된 셀의 평균 (Q₁+Q₂+Q₃+Q₄)/4는 P₃의 값과 같아야 하며 동시에 분할된 셀(Q_i)과 분할되지 않은 셀(P_i)의 상관성을 유지하여야 한다. 이와 같은 분할된 셀을 얻는 과정을 수식으로 전개하면 다음과 같다.

$$Q = A^T P + CU \quad (9)$$

여기서, Q는 {Q₁, Q₂, Q₃, Q₄}^T이며 U는 정규분포 특성을 가진 랜덤변수의 벡터로 일반적으로 몬테카를로 시뮬레이션 등을 통해 얻어지는 평균이 0이고 분산이 1이 되는 discrete white noise 이며 C는 랜덤변수의 표준편차이다. A와 C를 산출하기 위해 R과 S 그리고 B를 각각 이웃한 상위 셀간의 공분산(E[PP^T]), 상위 셀과 하위 셀의 공분산(E[PQ^T]) 그리고 하위 셀간의 공분산(E[QQ^T])으로 정의하면 A=R·S, CC^T=B·S^TA가 된다.

확률유한요소 해석의 맥락에서 각각의 요소의 물성값은 상수가 되며 유한요소의 크기는 LAS기법에 의해 정해지는 셀의 크기와 같게 된다. 그러므로 각 셀에 적용되는 값은 순차적 반복계산법에 의해 생성되는 셀의 크기에 의해 결정된다. 다시 말하면, 지반물성치는 점

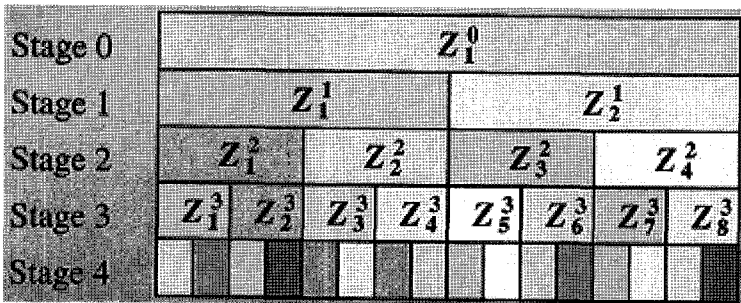
(point)단위의 변화양상을 보이지만 이를 반영하는 것은 불가능하므로 해석조건 및 허용오차 범위 등에 따라 영역을 구분하고 구분된 영역(cell)의 값은 일정하게 적용한다. 일반적으로 유한요소해석에 적용되는 국부평균화(locally averaged) 된 물성치 값을 계산하기위해 사용되는 알고리즘은 다음과 같다. 평균 μ_c , 표준편차 σ_c 그리고 공간상관길이 θ_{inc} 로 주어진 로그정규분포 통계량이 사각형 요소에 할당(mapping)되는 경우, 각각의 요소에는 단일 값이 적용되어야 하므로 요소에 할당된 국부평균화 된 물성치는 아래첨자 A로 표현되는 요소면적에 관련된 변수로 간주된다. 국부평균기법 적용에 의해 감소되는 분산의 크기는 식 (10)과 같이 분산감소계수 γ 에 의해 결정되며 분산감소계수는 유한요소의 크기와 식 (11)과 같이 표현되는 공간상관길이의 함수가 된다.

$$\gamma = \left(\frac{\sigma_{incA}}{\sigma_{inc}} \right)^2 \quad (10)$$

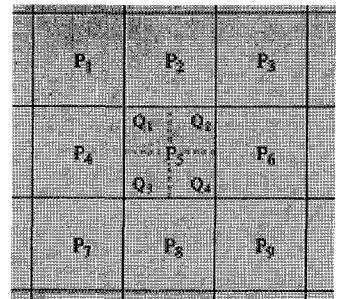
$$\rho = \exp\left(-\frac{2}{\theta_{inc}} \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}\right) \quad (11)$$

여기서 τ_x 와 τ_y 는 각각 2차원 영역에서의 x와 y 좌표를 말한다. 한 변의 길이가 $a\theta_{inc}$ 인 정사각형 요소의 경우에는 Vanmarcke(1984) 등의 연구에 의한 등방의 공간적 확률장에서의 분산감소계수는 식 (12)와 같이 주어진다.

$$\gamma = \frac{4}{(\alpha\theta_{inc})^4} \int_0^{\alpha\theta_{inc}} \int_0^{\alpha\theta_{inc}} \exp\left(-\frac{2}{\theta_{inc}} \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}\right) (\alpha\theta_{inc} - x)(\alpha\theta_{inc} - y) dx dy \quad (12)$$



(a) 1차원 조건



(b) 2차원 조건

그림 3. 국부평균기법에 의한 확률장 생성

그러므로 국부평균기법이 적용된 로그분포 확률장에
서의 분산과 평균은 각각 식 (13)과 식 (14)에 의해 산정
된다.

$$\sigma_{\ln cA} = \sigma_{\ln c} \sqrt{\gamma} \quad (13)$$

$$\mu_{\ln cA} = \mu_{\ln c} \quad (14)$$

식 (13)과 식 (14)로부터 로그정규분포를 보이는 확률
변수의 분산감소된 평균과 표준편차는 다음과 같이 유
한요소에 적용된다.

$$\mu_{cA} = \exp\left(\mu_{\ln cA} + \frac{1}{2} \sigma_{\ln cA}^2\right) \quad (15)$$

$$\sigma_{cA} = \mu_{cA} \sqrt{\exp(\sigma_{\ln cA}^2) - 1} \quad (16)$$

4. 근접터널 확률유한요소 모델링

근접터널에 대한 파괴확률을 파악하기 위해 적용한
조건은 그림 4와 같으며 입력물성치는 강도특성인 c와
φ와 함께 단위중량, 포아송비, 변형계수 등이 적용되고
기하학적 조건으로 터널폭(D), 상부토피(Df) 그리고 터
널사이의 폭(pillarwidth, Wp)이 입력변수가 된다.

이와 같은 조건을 반영한 유한요소모델링은 그림 5와
같다. 해석범위는 가로 64 m 세로 32 m이며 터널높이
는 7 m 폭은 10 m로 하였으며 상부토피는 12 m 터널사
이의 간격은 4 m를 반영하였다. 해석에 사용된 물성치
는 전술한 바와 같이 근접터널 안정성 평가에 가장 중요
한 요소인 점착력 c를 전단강도가 되는 확률변수로 하였
으며 해석결과의 명확한 분석을 위해 내부마찰각 φ는

0으로 하고 단위중량, 포아송비, 변형계수 등은 확률변
수가 아닌 상수로 적용하였다.

LAS 기법에 의해 발생하는 셀의 변수 값은 공간상관
길이에 의해 인접된 셀 상호간에 상관성을 가지면서 생
성되며 이때, 셀의 형상은 직사각형이며 같은 단계에서
의 셀의 크기는 같다. 그러나 그림 5에서 볼 수 있듯이
근접터널 모델링을 위한 유한요소의 크기 및 형상이 일
정하지 않고 터널주변요소의 한변 길이는 1 m 이고 외
부요소는 2 m 이며 요소형상도 사각형 뿐만아니라 터널
형상을 반영하기 위해 다양한 형상의 요소가 적용되어
있다. 그러므로 LAS 기법 적용시 사용되는 동일크기의
사각형 형상에 대한 랜덤변수 생성기법 개념과 일관성
을 확보하면서 유한요소의 크기 및 형상변화를 적절히
반영할 수 있는 물성치 할당방법이 필요하다.

전술한 바와 같이 랜덤변수의 해상도는 셀의 크기와
반비례하는 특성을 지니며 2차원 조건에 대해 LAS 기
법으로 랜덤변수를 생성하는 경우, 임의의 단계에서 셀
의 개수는 이전단계에 비해 4배로 증가하며 셀의 크기
(면적)는 1/4로 감소하게 된다. 그러므로 확률장 생성시
유한요소 한면의 크기가 1 m 인 확률장은 한면의 크기
가 2 m 인 확률장 보다 한 단계 이후의 확률장이 되며
상대적으로 해상도가 증가하게 된다. 그러므로 다수의
해석이 필요한 확률유한요소 해석의 계산시간 및 해석
결과의 신뢰성을 고려하여 상대적으로 굴착에 따른 영
향이 적은 외부에 대해서는 요소크기를 2 m로 하였으며
중요한 터널 근접부는 1 m 요소를 적용하였다. 유한요
소의 크기가 1 m 인 부분에 대해서는 최종단계에서 생
성된 물성치를, 요소크기 2 m 인 경우는 전 단계에서
생성된 물성치를 적용하였다. 그림 6은 최종단계의 전
단계(셀크기 2 m)와 최종단계(셀크기 1 m)에 생성된 확

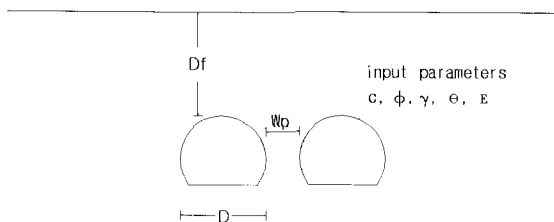


그림 4. 근접터널 조건

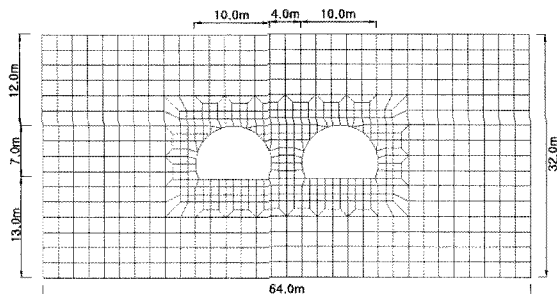
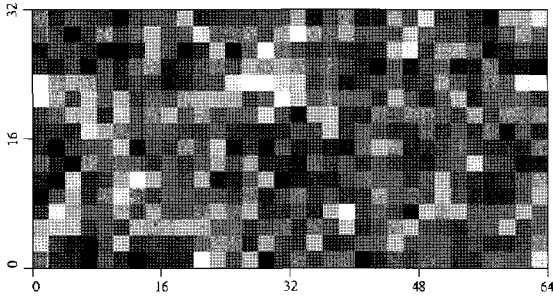
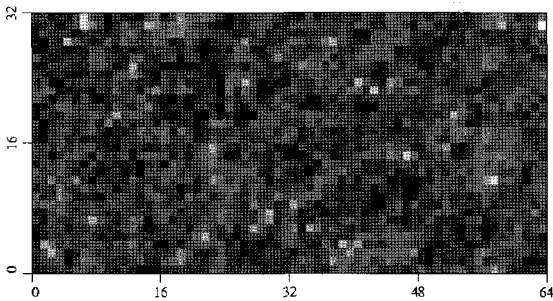


그림 5. 근접터널 거동분석을 위한 유한요소모델링



(a) 최종단계의 전단계(n-1단계) 확률장



(b) 최종단계(n단계) 확률장

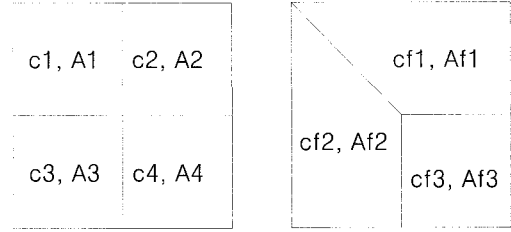
그림 6. 근접터널 해석을 위해 생성된 단계별 확률장

률장을 나타내며 밝게 보이는 부분의 물성치가 어둡게 보이는 부분에 비해 상대적으로 큰 값을 의미한다.

또한 터널형상 모델링을 위해 직사각형 요소가 사용되지 않은 영역에 대해서는 확률장 생성시에 만들어진 직사각형요소의 크기와 지반물성치 값으로부터 유한요소 모델링시 변경된 요소형상과 요소크기를 고려한 가중치를 적용하여 사각형이 아닌 유한요소에 대한 지반물성치를 산정할 수 있다. 그림 7은 유한요소 메쉬의 일부분을 도시한 그림으로 (a)는 LAS기법에 의해 생성된 직사각형 셀의 크기와 적용된 물성치를 (b)는 터널모델링을 위해 형상과 크기가 변화된 요소를 나타내며 변화된 요소의 물성치는 식 (17)에 의해 산정될 수 있다.

$$cf_1 = \frac{c_1 \times w_1 A_1 + c_2 \times w_2 A_2}{Af_1} \quad (17)$$

식 (17)에서 c와 cf는 최종단계 확률장의 셀 및 유한요소에 적용된 점착력 값이며 w는 유한요소 구성부분을 차지하는 각 셀의 면적비율이다. 이와 같이 산정된 유한요소의 물성치는 LAS 기법의 개념을 유지하면서 유한



(a) 최종 사각형 메쉬 (b) 변화된 유한요소해석 메쉬

그림 7. 확률장 생성기법에 의해 생성된 셀과 유한요소 해석메쉬

요소해석 모델링을 가능하게 하는 유용한 방법이 된다. 또한, 전술한 바와 같이 확률유한요소 해석은 입력물성치의 공간적 분포특성 즉, 평균과 표준편차 그리고 공간상관길이를 고려하여 몬테카를로 시뮬레이션이 수행되는데 이는 근접터널 안정성 해석결과인 파괴확률이 일정하게 되는 많은 수의 반복해석이 필요하다는 것을 의미한다. 적정 해석횟수 설정을 위해 반복횟수와 해석결과와의 차이를 분석한 결과, 동일한 조건에서의 유한요소 해석횟수를 1000번으로 설정하면 일정한 해석결과를 도출하는 것으로 파악되어 이를 적용하였다.

5. 해석결과 분석

근접조건에서의 터널굴착에 의한 지반거동을 파악하기 위해 강도감소기법에 의한 안정성 평가 및 단일랜덤 변수 해석 그리고 확률유한요소 해석 등을 수행하였으며 각각의 결과를 비교하였다.

5.1 강도감소기법을 이용한 결정론적 안정해석

강도감소기법에 의한 안정성 검토는 지반물성치가 일정한 균질지반조건에 대해 지반강도를 변화시키면서 해석을 실시하여 파괴 발생시의 강도정수를 파악하는 방법이고 실제 강도정수를 파괴시 강도정수로 나눈 값이 안전율이 된다(박종원 등, 2004). 이와 같이 산출된 안전율(SF)은 강도감소계수(SRF)와 같은 의미가 되며 이때, 파괴시 강도정수는 다음과 같다.

$$c_f = \frac{c}{SRF}, \quad \tan \phi_f = \frac{\tan \phi}{SRF} \quad (18)$$

유한요소해석에 있어 파괴의 정의는 여러 가지가 있

으나 본 논문에서는 사용자에 의해 설정된 반복계산 횟수 이내에 수렴이 되지 않은 경우를 파괴로 정의하며 탄소성 구성방정식에 의한 Mohr-Coulomb 파괴규준을 초과하고 전반적인 평형조건을 만족하는 응력상태가 얻어지지 않는 경우를 말한다. 그러므로 터널의 파괴는 수치적인 비수렴 조건이 발생하는 것이며 이때 터널내부의 임의의 절점에서 급격한 변위증가가 발생한다. 본 논문에서 사용된 기준 반복횟수는 500 회로 설정하였으며 이후에 실시되는 RFEM 해석시에서도 동일하게 적용하였다. 그림 8은 파괴시의 변형양상을 나타내는 그림으로 지반의 물성치 및 기하학적 조건으로 인해 대칭적인 모양을 보이며 굴착응력이 집중되는 pillar부의 변위가 매우 크게 나타남을 알 수 있다.

그림 9는 예제문제에 대한 유한요소 해석결과이며 점착력 c 가 250 kN/m^2 인 경우에 대해 강도감소계수에 따른 최대변위를 도시한 것으로 강도감소계수가 1.52($c=165 \text{ kN/m}^2$) 일때, 최대변위가 급격히 증가하는 것을 볼 수 있다.

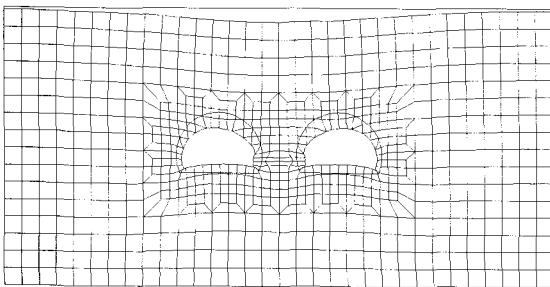


그림 8. 해석매쉬 및 변형도

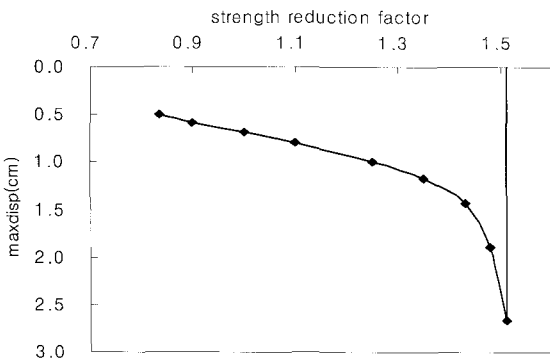


그림 9. 강도감소계수에 따른 최대변위

이와 같은 결과로부터 강도정수가 165 kN/m^2 로 감소될 때, 해석결과가 불안정해지며 파괴상태가 되는 것을 알 수 있다. 그러므로 일단 파괴를 유발하는 강도정수가 파악되면 강도감소기법의 개념으로부터 안전율과 강도정수 c 의 선형적인 관계를 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$\text{안전율}(SF) = \frac{\text{실제강도정수}(c)}{\text{파괴시 강도정수}(c_f)} \quad (19)$$

5.2 단일랜덤변수(single random variable) 해석에 의한 안정성 평가

단일랜덤변수에 의한 안정성 평가방법은 지반물성치의 확률특성을 고려하지만 공간적 불규칙성을 반영하지 않는 기법으로 확률유한요소 해석(RFEM)에 비해 상대적으로 간단한 방법이다. 즉, 물성치는 로그 정규분포로부터 랜덤하게 결정되지만 모든 위치에서 동일한 값을 갖는 공간상관길이 무한대인 즉, $\theta_{inc} = \infty$ 인 경우이다. 이와 같은 조건에서의 파괴확률은 확률밀도함수로부터 쉽게 파악되는데 강도감소기법으로부터 산출된 안전율이 1인 경우 즉, 파괴시의 강도정수보다 작게 되는 부분의 면적이 된다. 그림 1과 같이 로그정규분포 특성을 보이며 파괴시의 강도정수가 165 kN/m^2 이면 파괴확률은 정량적으로 확률밀도함수로부터 $c \leq 165 \text{ kN/m}^2$ 인 부분의 면적과 같다. 예를 들면 $\mu_c = 250 \text{ kN/m}^2$, $\sigma_c = 100 \text{ kN/m}^2$ 인 경우에 식 (2)와 식 (3)으로부터 확률변수의 로그치가 이루는 정규분포특성 $\mu_{\ln c}$ 와 $\sigma_{\ln c}$ 로부터 파괴확률 p_f 는 다음과 같이 산출된다.

$$p_f = p[c < 165 \text{ kN/m}^2] = \Phi\left(\frac{\ln 250 - \mu_{\ln c}}{\sigma_{\ln c}}\right) = 0.188 \quad (20)$$

여기에서, Φ 는 누적 확률밀도함수이다. 이와 같은 단일랜덤변수에 의한 안정성 평가는 다양한 평균과 분산에 대해 시행될 수 있으며 파괴시의 강도정수만 파악되면 별도의 안정해석 없이 파괴확률을 산정할 수 있다. 또한, 이 방법에 의해 산정된 파괴확률은 강도감소기법에 의해 구해진 안전율과 직접적인 상관성을 갖는다. 그림 10은 여러 가지 분산계수 값에 대한 안전율과 파괴확률의 상관관계를 보여준다.

그림 10에서 볼 수 있듯이 파괴확률은 안전율이 증가됨에 따라 감소하며 안전율이 1보다 큰 경우, 파괴확률

은 분산계수가 클수록 증가한다. 평균이 250 kN/m^2 이고 분산계수가 0.4인 경우, 안전율이 1.52에 대응하는 파괴확률은 0.188임을 알 수 있다. 그림 11은 평균이 아닌 중앙값(median)에 따른 파괴확률과 분산계수의 관계를 나타내는 그래프로 로그정규분포의 특성상 중앙값은 파괴확률이 0.5가 되는 값이 되므로 이 값의 크기가 평균에 비해 파괴확률의 변화특성을 파악하는데 보다 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 즉, 평균값이 같아도 중앙값의 크기에 따라 파괴확률의 변화양상이 차이를 보이게 된다. 예제 문제의 경우 안전율이 1이 되는 지반 물성치는 165 kN/m^2 이며 중앙값이 이 값보다 작으면 분산계수가 커질수록 파괴확률은 낮아지고 중앙값이 165 kN/m^2 보다 큰 경우는 분산계수 증가에 따라 파괴확률이 높아진다. 중앙값이 165 kN/m^2 이면 파괴확률은 언제나 0.5가 된다. 이와 같이 단일랜덤변수 해석은 파괴확률 산정이 매우 간단하며 안전율과 파괴확률 사이

의 관계를 쉽게 파악할 수 있는 방법이다.

지금까지 언급한 단일랜덤변수 해석기법에 적용된 물성치는 점적 물성치(point property)로 해석대상영역의 유한요소 즉, 셀의 크기가 매우 작거나 공간상관길이가 매우 커서 분산감소현상이 발생하지 않는 경우에 대한 값이다. 분산감소기법이 적용되지 않은 물성치를 적용하여 해석된 결과는 강도감소기법에 의한 안정성 검토 방법과 비교할 때는 문제가 없으나 앞으로 언급하게 될 확률유한요소 해석결과와 비교하기는 곤란하다. 왜냐하면 확률유한요소법에서는 점적 물성치가 사용되는 것이 아니고 유한요소의 크기에 따라 국부적 평균기법에 의해 감소된 물성치를 적용하기 때문에 단일랜덤변수 해석에 적용된 물성치의 평균 및 분산과 다른 값이 유한요소에 사용된다. 그러므로 단일랜덤변수 해석기법을 적용한 파괴확률의 검토에 있어서도 국부적 평균기법에 의해 감소된 물성치를 적용하여야 동일조건에서 확률유한요소 해석결과와 비교가 가능해진다. 국부적으로 감소된 물성치를 사용하는 단일랜덤변수 해석에서 파괴확률은 셀크기와 공간상관길이에 따라 감소된 평균과 분산을 적용하여 평가될 수 있다. 그림 12는 점평균 값이 250 kN/m^2 인 경우에 대해 분산계수별 공간상관길이와 파괴확률의 관계를 도시한 그림이다. 전술한 바와 같이 파괴확률은 물성치가 165 kN/m^2 이하인 영역의 넓이로 단지 공간상관길이에 따라 감소된 평균과 분산인 μ_{cA} 와 σ_{cA} 에 의해 결정되는 확률분포함수에 의해 산정된다. 그림에서 보듯이 분산계수 값이 큰 경우는 공간상관길이가 작을수록 파괴확률이 1에 접근하고 분산계수 값이 작은 경우는 공간상관길이가 작을수록 파괴확률이 0에 점

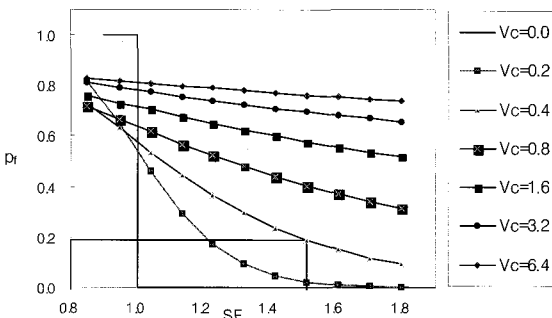


그림 10. 안전율과 파괴확률의 상관관계

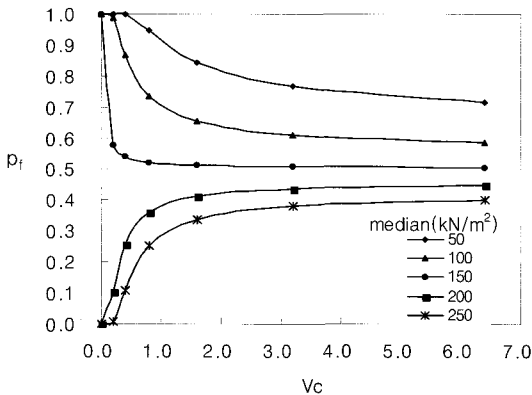


그림 11. 중앙값과 분산계수에 따른 파괴확률

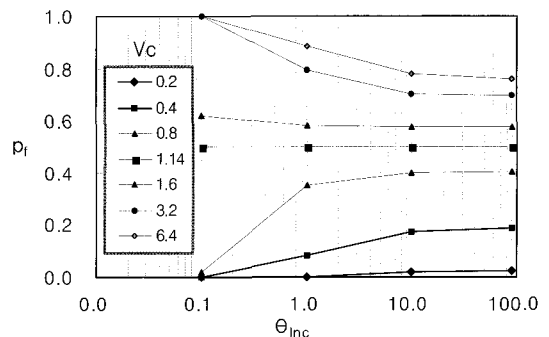


그림 12. 파괴확률과 공간상관길이에 관계(c=250 kN/m²)

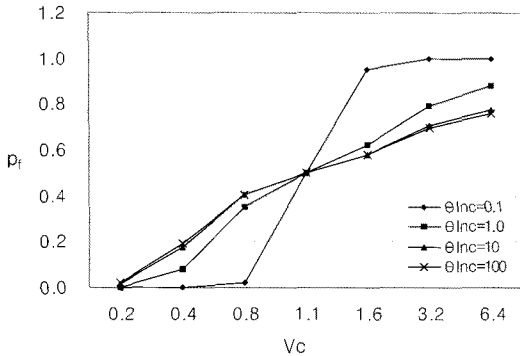


그림 13. 파괴확률과 분산계수 관계($\mu_c=250 \text{ kN/m}^2$)

근하는 것을 알 수 있다. 본 예제해석 조건과 같이 평균이 250 kN/m^2 인 경우, 분산계수 값이 1.14 이면 중앙값은 파괴시의 전단강도 값과 같은 165 kN/m^2 이 되어 공간상관길이의 크기와 상관없이 파괴확률은 0.5가 된다.

그림 13은 같은 데이터를 분산계수를 횡축으로 하여 다시 도시한 그림으로 0.1에서 100까지의 공간상관길이에 따른 영향을 명확히 보여주는 그림으로 모든 데이터가 분산계수 1.14에서 교차하는 모습을 볼 수 있다. 그림 13에서 볼 수 있듯이 공간상관길이가 작을수록 분산계수의 변화에 따른 파괴확률이 급격히 변화하는 양상을 볼 수 있으며 이로부터 파괴확률이 0에서 갑자기 1로 되는 계단모양을 보이는 공간상관길이가 0인 경우를 유추할 수 있다.

이와 같은 단일랜덤변수 해석 기법을 적용한 파괴확률의 분석은 비록 지반물성치의 공간적 변화특성을 반영할 수는 없지만 많은 수의 해석이 필요 없고 유한요소 크기와 공간상관길이로부터 쉽게 파괴확률을 파악할 수 있는 유용한 방법이다.

5.3 확률유한요소 해석결과

본 절에서는 몬테카를로 시뮬레이션 및 LAS 기법과 연계한 비선형 확률유한요소 해석을 통해 전단강도의 평균과 분산 그리고 공간상관길이에 따른 파괴확률을 파악하고 이를 단일랜덤변수 해석기법에 의한 파괴확률과 비교·분석하였다. 그림 14는 확률유한요소 해석결과에 의한 유한요소메쉬 및 변형도를 나타낸 것으로 각각의 요소에 서로 다른 지반물성치 적용으로 인해 변형양상이 대칭이 아니고 불규칙하게 나타남을 알 수 있다.

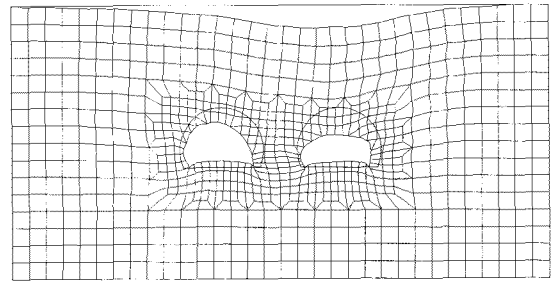


그림 14. 확률유한요소 해석메쉬 및 변형도

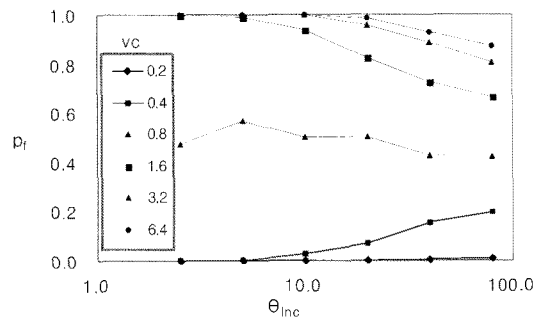


그림 15. 확률유한요소 해석에 의한 파괴확률과 공간상관길이 관계($\mu_c=250 \text{ kN/m}^2$)

그림 15는 단일랜덤변수 해석에 적용된 조건에서 요소물성치만 공간적으로 랜덤하게 변화시킨 확률유한요소 해석결과이다. 즉, 평균 지반강도를 250 kN/m^2 으로 고정하고 공간상관길이 및 분산계수를 변화시키면서 파괴확률을 산정한 결과이다. 분산계수 값이 큰 경우는 파괴확률이 1에 분산계수 값이 작은 경우는 파괴확률이 0에 근접하며 분산계수별 공간상관길이에 따른 파괴확률은 분산계수가 큰 경우는 공간상관길이가 증가하면서 파괴확률은 감소하고 분산계수가 작은 경우는 공간상관길이가 증가하면서 파괴확률은 증가하는 것으로 나타났다. 이와 같은 경향은 그림 12의 분산감소기법을 적용한 단일랜덤변수 해석에 의한 파괴확률 양상과 유사하게 나타났다.

그림 16은 같은 해석결과를 횡축을 분산계수로 한 경우에 대한 그림으로 공간상관길이가 무한대인 경우에 대한 이론적 계산치가 포함되어 있는데 이는 분산감소 현상이 전혀 없는 경우에 대한 단일랜덤변수 해석과 동일한 것이다. 분산계수가 작은 범위에서는 공간상관길이가 큰 경우가 작은 경우에 비해 파괴확률을 상대적으로

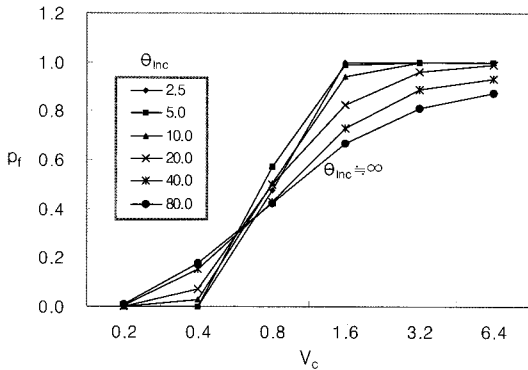


그림 16. 확률유한요소 해석에 의한 파괴확률과 분산계수 관계($\mu_c=250 \text{ kN/m}^2$)

로 높게 산출하는 안전측 결과를 보이며 분산계수가 큰 범위에서는 오히려 공간상관길이가 클수록 파괴확률이 낮게 산출되었다.

그림 12 및 그림 13을 그림 15 및 그림 16과 비교하면 국부 평균기법을 적용한 단일랜덤변수 해석에서의 교차점은 중앙값과 파괴시의 강도가 같아지는 분산계수 $V_c = 1.14$ 인 경우에 발생하나 확률유한요소 해석(RFEM)에서는 0.6정도에서 나타났다. 파괴확률의 관점에서는 단일랜덤변수 해석에서의 교차점은 $pf = 0.5$ 에서 발생하나 확률유한요소 해석에서는 $pf = 0.38$ 정도의 값을 보이는 것으로 나타났다. 이로부터 단일랜덤변수를 적용하는 해석에서는 공간상관길이에 따른 파괴확률 변화양상을 비교적 쉽게 예측할 수 있으나 확률유한요소 해석은 근접터널의 기하학적 특징상 굴착응력이 집중되는 pillar 부의 지층물성치가 불규칙하게 변화하므로 파괴확률 변화양상을 예측하기 어려운 것으로 파악되었다. 터널 안정성에 있어서는 단일랜덤변수 해석이 넓은 범위의 분산계수 값에 대해 안정성을 과대 평가하는 것으로 파악되었다. 이는 그림 17에 의해 보다 쉽게 파악될 수 있는데 그림 17은 그림 13과 그림 16을 직접 비교한 것으로 실선은 확률유한요소 해석결과를 점선은 단일랜덤변수 해석결과를 도시한 것이다. 분산계수가 큰 경우 확률유한요소 해석결과가 단일랜덤변수 해석결과에 비해 큰 파괴확률을 보이는데 이는 근접터널 안정성에 미치는 영향이 가장 큰 pillar 부에 파괴를 유발하는 작은 물성치를 가지는 요소가 존재할 가능성이 높아지기 때문이다. 분산계수가 작은 경우에는 반대로 확률유한요

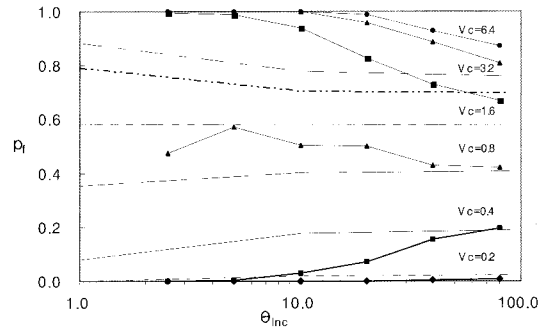


그림 17. 확률유한요소 해석과 단일랜덤변수 해석결과 비교 ($\mu_c=250 \text{ kN/m}^2$)

소 해석결과가 단일랜덤변수 해석결과에 비해 작은 파괴확률을 보이는 것으로 평가되었다. 즉, 평균이 250 kN/m^2 인 경우, 분산계수가 작을수록 pillar 부 내에 작은 물성치 값을 갖는 요소수가 적기 때문에 확률유한요소 해석시 상대적으로 낮은 파괴확률이 나타났다.

6. 결 론

강도감소기법에 의한 안전율 산정방법은 이해가 쉽고 적용이 간편한 장점이 있지만 지반물성치의 불규칙한 분포특성을 반영할 수 없어 결과의 신뢰도 확보에는 상대적으로 미흡하다. 단일랜덤변수 해석은 강도정수의 공간적 변화특성은 반영할 수는 없지만 평균과 표준편차로부터 파괴확률을 쉽게 산출할 수 있다. 확률유한요소 해석은 강도정수의 공간적 변화특성 및 분포조건 등 실제 상황을 적절히 고려한 해석방법이지만 많은 시간과 비용이 소요되는 단점이 있다. 또한 지반구조물 설계의 주류를 이루고 있는 안전율에 의한 설계기법과 달리 아직까지 적용기준이 확립되지 않은 상태이다. 본 논문에서는 근접터널 굴착에 의해 발생하는 주변지반의 실제적인 거동을 보다 효과적으로 파악하기 위해 상기의 세 가지 해석기법을 비교·분석하였다. 지반물성치의 공간적 불규칙성을 고려하지 않는 경우, 안전율과 파괴확률의 상관성은 지반물성치의 분산특성에 따라 쉽게 결정할 수 있으며 분산계수가 클수록 동일 안전율에서의 파괴확률이 증가하는 것으로 파악되었다. 또한, 분산계수가 크면 단일랜덤변수 해석에 의한 파괴확률이 확률유한요소 해석에 의한 파괴확률보다 작게 나타나 실제적인

안정성을 과대평가 할 수 있는 것으로 나타났다. 이와 같은 해석결과로부터 설계시 지반조사 및 시험 등으로부터 대상지반 강도정수의 평균과 표준편차 그리고 공간상관길이를 적절히 파악하면 소요안전율에 대응하는 파괴확률을 구할 수 있다. 즉, 안전율이 같은 경우에도 분산계수가 크면 파괴확률이 높아지게 되므로 분산계수가 크게 나타나는 지반에서는 안정성 확보를 위해 큰 소요안전율을 적용할 필요가 있다. 확률개념의 설계에 있어서도 유한요소크기에 비해 공간상관길이가 큰 경우에는 단일랜덤변수 해석만으로도 파괴확률을 평가할 수 있으며 분산계수가 큰 경우 지반정수의 공간적 불규칙성을 반영하지 않은 단일랜덤변수 해석에 의한 파괴확률은 확률유한요소 해석에 비해 파괴확률을 과소평가하여 불안전측의 설계를 유발할 수 있으므로 안정성 확보에 필요한 소요파괴확률을 보다 낮게 설정해야 한다. 이와 같은 지반물성치의 분산계수와 공간상관길이 등으로부터 강도감소기법에 의한 안전율과 단일랜덤변수 해석에 의한 파괴확률의 상관관계 그리고 단일랜덤변수 해석과 확률유한요소 해석에 의한 파괴확률의 상관성이 파악되므로 대상지역 지반물성치의 분산특성과 공간적 분포특성이 파악되면 시간과 비용이 많이 소요되는 확률유한요소 해석을 실시하지 않고 강도감소기법과 단일랜덤변수 해석 등 상대적으로 간단한 방법을 적용하여 근접터널 조건에 대한 안정성을 예측할 수 있는 것으로 파악되었다.

감사의 글

이 논문은 2006년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국과학기술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구(KRF-2006-214-D00161)이며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 박종원, 박연준, 유광호, 이상돈 (2004), "터널의 안전율 평가기법에 관한 연구", 한국암반공학회지, 제14권, 제5호, pp. 327-338.
2. Duncan, J. M. (2000), "Factor of safety and reliability in geotechnical engineering", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 126, No. 4, pp. 307-316.
3. Fenton, G. A. and Vanmarcke, E. H. (1990), "Simulation of random fields via local average subdivision", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 116, No. 8, pp. 1733-1749.
4. Fenton, G. A. and Griffiths, D. V. (2002), "Probabilistic foundation settlement on spatially random soil", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 128, No. 5, pp. 381-390.
5. Fenton, G. A. and Griffiths, D. V. (2004), "Closure to discussion on bearing capacity prediction of spatially random $c - \phi$ soils", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 41, No. 2, pp. 368-369.
6. Griffiths, D. V. and Fenton, G. A. (2004), "Probabilistic slope stability by finite elements", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 130, No. 5, pp. 507-518.
7. Kulhawy, F. H. and Roth, M. J. S. (1995), "Some statistical evaluations of geotechnical properties", Proceedings of ICASP, 6th International Conference Applied Statistical Problems in Civil Engineering.
8. Lee, I. K., White, W. and Ingles, G. (1983), "Geotechnical Engineering", Pitman, London.
9. Paice, G. M. (1997), "Finite element analysis of stochastic soils", Ph. D thesis, University of Manchester, U. K.
10. Vanmarcke, E. H. (1984), "Random field: analysis and synthesis", The MIT Press Cambridge, Massachusetts.



김 상 균

청석엔지니어링
터널사업부
상무

E-mail: kimsg@cse.co.kr
