

미세유로의 단상 유동 및 열전달에 대한 실험적 연구

김 병 주[†], 김 건 일^{*}

홍익대학교 기계·시스템디자인공학과, ^{*}홍익대학교 대학원

Experimental Studies on Single Phase Flow and Heat Transfer in Microchannels

Byong Joo Kim[†], Geonil Kim^{*}

Department of Mechanical and System Design Engineering, Hongik University, Seoul, 121-791, Korea

^{}Graduate School, Hongik University, Seoul, 121-791, Korea*

(Received August 29, 2008; revision received October 28, 2008)

ABSTRACT: An experimental study has been performed on the single phase flow and convective heat transfer in trapezoidal microchannels. The microchannel was about 270 μm wide, 800 μm deep, and 7 mm long, which might ensure hydrodynamically fully-developed laminar flow at a low Reynolds number. The experiments were conducted with R113 and water, with the Reynolds number ranging from approximately 30 to 5000 for friction factor and 30 to 700 for the Nusselt number. Friction factors in laminar are found to be in good agreement with the predictions of existing correlation suggesting that a conventional analysis approach can be employed in predicting flow friction behavior in microchannels. However turbulent friction factors are hardly predictable by the existing correlations. The experimental results show that the Nusselt number is not a constant but increases almost linearly with the Reynolds number even the flow is fully developed ($Re < 100$). The dependence of the Nusselt number on the Reynolds number is contradictory to the conventional theory. At a Reynolds number greater than 100, the Nusselt number increases slowly with the Reynolds number, where thermally developing flow is responsible for the increase of the Nusselt number with the Reynolds number.

Key words: Single phase flow and heat transfer(단상유동 열전달), Microchannels(미세유로), Friction factor(마찰계수), Nusselt number(누셀트수), Thermally developing flow (열적 발달 유동)

기 호 설 명

D_h : 수력 직경 [m]

f : 마찰계수

G : 질량유속 [$\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$]

h : 열전달계수 [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$]

k : 열전도계수 [W/mK]

N : 미세유로의 수

p : 압력 [kPa]

Po : Poiseuille 수

Pr : 프란틀 수

Q : 열전달율 [W]

Re : 레이놀즈수 [GD_h/μ]

[†] Corresponding author

Tel.: +82-2-320-1611; fax: +82-2-322-7003

E-mail address: bjkim@wow.hongik.ac.kr

T	: 온도 [°C]
w	: 폭 [m]
y	: 유로 횡방향 좌표
z	: 유로 축방향 좌표

그리스 문자

μ	: 점도 [Ns/m ²]
-------	---------------------------

하첨자

b	: 가열블럭
exp	: 실험
f	: 액상
i	: i 번 가열구역
in	: 유입
L	: 손실
m	: 평균
out	: 유출
pre	: 예측
z	: 국부
∞	: 주위

1. 서 론

관내 유동 및 열전달에 대한 종래의 이론은 연속체 가정, Navier-Stokes 방정식, 그리고 에너지 방정식에 기초하여 완성되었으며 적어도 직경이 1 mm 이상인 관에 대하여 높은 신뢰도와 함께 적용되고 있다. 그러나 종래의 이론이 특성길이 $1 \mu\text{m}$ 부터 1 mm 사이인 미세유로에 대하여도 적용 가능한 지는 아직 논란의 대상으로 남아 있다. 미세유체장치(MFD, micro-flow devices)의 유동 특성을 해석하는 미세유체공학(microfluidics)에서는 미세유로를 통한 대류 유동의 해석이 가장 기본적이고 중요한 과제로 지난 15여 년 동안 활발히 연구되었으나 단상유동 마찰계수와 대류 열전달계수 등에 대하여 발표된 실험결과들은 연구자에 따라 큰 차이를 보여주고 있다. 적지 않은 연구자들이 미세유로에서의 유동실험 결과와 종래의 이론사이의 심각한 편차를 주장한 반면^(1, 2) 일부 연구자들은 타당한 오차 범위내의 일치성을 주장하고 있다.⁽³⁾

최근에 발표된 실험결과의 경우 미세유로에서의 유동 특성과 종래 이론의 예측치 간의 차이는 감소하는 추세이다. Guo et al.⁽⁴⁾은 미세유로에서 희박효과와 유동 및 열전달에 대한 지배적 인자의 영향에 대하여 분석하였다. 마찰계수와 열전달계수에 대하여 발표된 실험결과와 종래 이론의 차이는 유동 특성길이의 미세화에 의한 새로운 유동기구나 현상에 의한 것이 아니라 입구역역에 대한 해석 부족이나 측정오차에 의한 것일 가능성이 높다고 제안하였다. Lee et al.⁽⁵⁾은 폭이 $194 \sim 534 \mu\text{m}$ 이고 높이가 폭의 5배인 사각 미세유로에 대하여 레이놀즈수 $300 \sim 3500$ 의 범위에서 단상 대류 열전달 실험과 수치해석을 수행하였다. 층류 열적 발달유동의 경우 고전적인 연속체 이론에 기초한 3차원 수치해석 결과와 실험결과가 잘 일치함을 확인하였다. Steinke and Kandlikar⁽⁶⁾는 미세유로의 유동특성에 대하여 발표된 150여 편의 논문들을 검토한 결과 많은 논문들이 입구손실, 출구손실, 그리고 발달유동 영역에서의 압력강하 증가를 고려하지 않았기 때문에 종래의 이론과 큰 오차를 초래한 것으로 분석하고 미세유로에 대하여도 종래의 이론이 적용될 수 있는 것으로 결론 지었다.

Li et al.⁽⁷⁾은 사다리꼴 유로와 삼각유로 내 유동에 대한 3차원 수치해석을 통하여 Wu and Cheng⁽⁸⁾의 실험결과의 타당성을 검증하고 유로 단면의 형상, 표면 조도, 표면 친수성의 영향을 해석하였으며 종래의 이론의 타당성을 확인하였다. 특히 완전발달 층류영역에서 레이놀즈수는 일정하지 않고 $0 < \text{Re} < 100$ 의 영역에서 누셀트수는 레이놀즈수와 함께 선형적으로 급격히 증가하며, $\text{Re} > 100$ 일 때 레이놀즈수에 대한 누셀트수의 증가는 완만한 것을 발견하였다. Hrnjak and Tu⁽⁹⁾는 수력 직경이 $69.5 \sim 304.7 \mu\text{m}$ 이고 형상비가 $0.09 \sim 0.24$ 인 사각유로에 대하여 $112 < \text{Re} < 9180$ 의 범위에서 단상유동 마찰계수를 실험적으로 연구하였다. 층류 유동의 경우 Navier-Stokes 방정식에 기초한 이론해와 실험결과가 잘 일치함을 확인하였다. 그러나 난류유동의 경우 마찰계수는 Churchill⁽¹⁰⁾이 제시한 상관식보다 30% 이상 큰 값으로 나타났다. 결국 미세유로의 유동 및 열전달특성에 대한 이론적 기초는 아직 정립되지 못하고 있는 실정 이므로 논쟁의 양측을 지지하는 실험결과들 간의 차이를 명확히 규명하고 종래 이론의 적용 가능성을 분명히 밝히기 위한 연구가 필요하다.

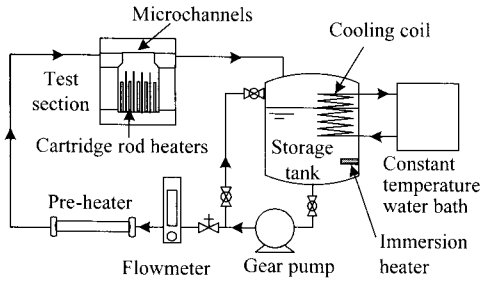


Fig. 1 Schematic of experimental apparatus.

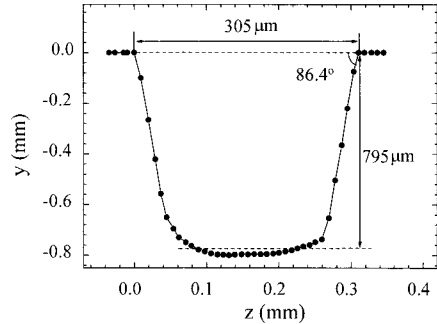
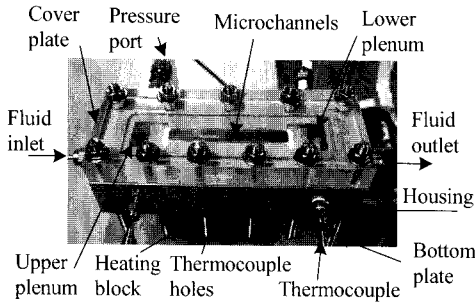
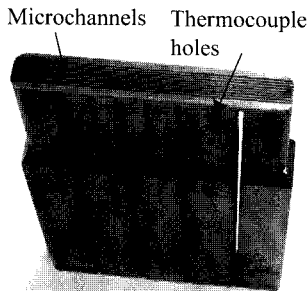


Fig. 3 Typical cross-sectional profile of microchannel.



(a) Test section



(b) Heating block

Fig. 2 Photographs of test section and heating block.

본 연구에서는 사다리꼴 미세유로에서 단상유동 마찰계수와 열전달계수를 실험적으로 연구하여 종래 이론과의 차이를 분석하고 그 적용 가능성을 판정하고자 한다. 본 연구의 결과는 미세유로의 기초 설계 자료로 활용될 수 있을 것이다.

2. 실험 장치 및 방법

미세유로에서 단상유동 열전달특성을 해석하기 위한 실험장치의 개략도가 Fig. 1에 도시되어 있다. 실험장치는 크게 시험부, 유체저장조, 유체공

급부와 자료처리 장치로 구성된다. 본 연구에서 사용한 작동유체는 물과 냉매 113이다. 작동유체는 유체저장조로부터 필터, 마이크로 환상 기어펌프 (0.012~72 ml/min), 부자식 유량계(0.86~86 ml/min), 예열기(40 W)를 지나 시험부인 미세유로에 공급된다. 시험부에 공급되는 유체의 온도는 유체저장조에 설치된 냉각 코일과 가열기(1 kW)에 의해 일차적으로 조정되며 시험부 상류에 설치된 예열기에서의 열공급량에 의해 최종적으로 조절된다. 수냉식 냉각코일에 공급되는 냉각수는 항온냉각기(150 W)로부터 공급된다. 예열기로는 실리콘 밴드 히터가 장착된 길이 70 cm, 1/4인치의 STS304판이 사용되었다.

시험부는 Fig. 2(a)와 같이 바닥판, 가열블럭, 가열블럭 하우징, 그리고 덮개판으로 구성하였다. 바닥판은 시험부 전체를 지지하고 있으며 가열블럭의 하부와 결합된다. Fig. 2(b)의 가열블럭의 상부 표면에는 미세유로가 가공되어 있으며 몸체에는 미세유로에 대한 열공급을 위하여 5개의 봉형가열기(100 W)를 삽입하였다. 가열블럭의 재질은 열전도성과 열유속 산정의 오차 등을 고려하여 구리와 황동으로 제작하였다. 구리 및 황동 가열블럭 각각에 대하여 1, 5, 그리고 9개의 미세유로를 상부표면에 가공하여 실험에서 사용하였다. 미세유로의 전형적인 단면 형상이 Fig. 3에 주어져 있다. 미세유로 가공방법의 특성상 사각유로에 근접한 사다리꼴 형태의 단면 형상이 구현되었다. 미세유로 가열블럭은 하우징과 끼워맞춤 형태로 체결된다. 하우징에 가공된 상류 플레넴으로부터 작동유체가 미세유로에 공급되며 하류 플레넴에 모인 후 유체저장조로 배출되도록 하였다. 가열블럭 하우징은 엔지니어링 플라스틱으로

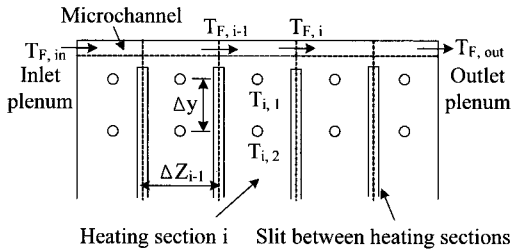


Fig. 4 Heating section model for heat transfer analysis.

제작하였다. 덮개판은 가열블럭 상부표면과 밀착하여 미세유로를 구성하며 유체유동을 확인할 수 있도록 투명 아크릴 판을 사용하였다. 가열블럭과 하우징 사이의 누설을 방지하기 위하여 작동유체에 무해한 불소재질의 실리콘 접착제를 접착부에 도포하였다.

미세유로가 가공된 가열블럭에서 유로의 길이 방향으로 5곳에 대하여 상부 표면으로부터 5 mm와 15 mm인 지점에 구멍을 가공하여 총 10개의 K형 열전대를 설치하였다. 또한 미세유로에 유입 혹은 배출되는 유체의 온도를 측정하기 위하여 플레넘 2곳에도 열전대를 설치하였다. 유체의 압력 및 미세유로의 압력강하 측정을 위하여 하류 플레넘에 절대압변환기(0~10 bar)를, 그리고 상류와 하류 플레넘을 연결하는 차압변환기(0~1 bar)를 설치하였다. 실험 중 측정되는 온도와 압력자료들은 자료처리장치로 표시되며 컴퓨터로 연결하여 저장하였다. 미세유로에서 유체의 입구온도와 출구온도, 출구 절대압과 상·하류 플레넘간의 차압, 가열블럭에 장착된 열전대의 온도가 정상상태에 도달하였을 때 자료를 수집하였다.

단상유동에 의해 미세유로에서 발생하는 마찰 압력강하는 상·하류 플레넘사이의 측정 압력차에서 상류 플레넘으로부터 미세유로로 유입할 때의 단면 축소에 의한 손실과 미세유로로부터 하류 플레넘으로 유출할 때의 단면 확대에 의한 손실을 제외한 값으로 산정되었다.⁽¹¹⁾ Fig. 4에 미세유로내 유동의 열전달 특성을 해석하기 위한 가열구역(heating section) 모델이 주어져 있다. 가열블럭은 5개의 가열구역으로 나누어지며 가열블럭에서 길이 방향으로의 열전도를 방지하기 위하여 각 가열구역사이에는 세로로 절단되어 있다. 미세유로에 유입 및 유출되는 작동유체의 온도는 상류 및 하류 플레넘의 유체온도로 측정되며 가

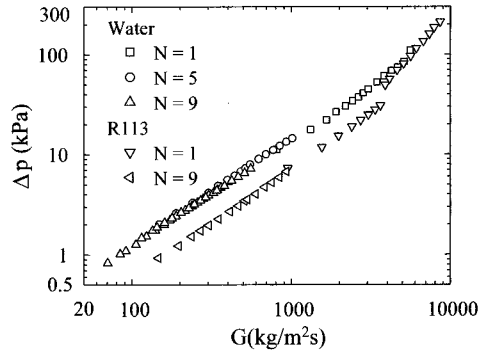


Fig. 5 Pressure drops in microchannels.

열구역에서 유로에 공급되는 열전달율은 각 가열구역에서 횡방향으로 2지점에서 측정되는 블록 온도로부터 다음과 같이 에너지 평형식에 의해 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 Q_i &= \dot{m} c_p (T_{f,i} - T_{f,i-1}) \\
 &= \frac{k(T_{i,2} - T_{i,1}) \Delta z_i w_b}{\Delta y} \\
 &\quad - h_L (2 \Delta z_i \Delta y) (T_{i,m} - T_\infty)
 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 \dot{m} 은 질량유량, c_p 는 작동유체의 비열, $T_{f,i}$ 는 가열구역 i 로부터 배출되는 유체의 온도, k 는 가열블럭의 열전도계수, w_b 는 가열블럭의 폭, h_L 은 가열블럭으로부터 주위로의 열손실계수, 그리고 T_∞ 는 주위온도이다. 총 5개의 가열구역에 대하여 5개의 에너지평형식이 유도되며 미지수는 $T_{f,i}$ ($i = 2, 3, 4$ 와 5)와 h_L 이므로 미세유로내 국부 지점에서의 유체온도, 각 가열구역에서의 열전달율, 그리고 벽면온도를 계산할 수 있다.

실험자료의 불확실성 해석을 Kline⁽¹²⁾이 제안한 방법에 따라 수행하였다. 마찰계수의 경우 불확실성은 $\pm 4.6\%$ 이며 열전달계수의 불확실성은 $\pm 10.5\%$ 이다.

3. 실험 결과 및 고찰

3.1 단상유동 압력강하

물과 냉매 113의 단상유동의 경우 유로수가 1, 5, 9개인 미세유로에서 발생하는 마찰압력강하를 Fig. 5에 도시하였다. 질량유속의 증가에 따라 압

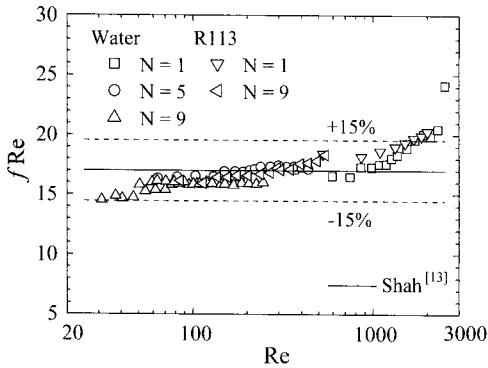


Fig. 6 Poiseuille number in microchannels.

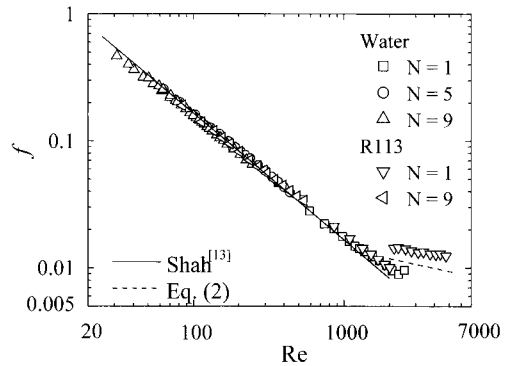


Fig. 7 Friction factor for single phase flow in microchannels.

력강하는 증가하며 압력강하는 유로수와 무관함을 알 수 있다. 동일한 질량유속에서 물의 단상 유동 압력강하가 냉매 113의 경우보다 높은 이유는 물의 밀도가 낮으므로 유속이 높게 유지되기 때문이다. 냉매 113의 단상유동에서 질량유속이 약 $4000 \text{ kg/m}^2\text{s}$ 일 때 압력강하가 도약하면서 그 질량유속에 대한 압력강하의 증가율이 높아지는 것은 층류유동에서 난류유동으로의 천이가 발생하기 때문이다. 그러나 물의 경우에는 아직 천이가 발생하지 않고 있으며 이는 가열블러크와 유체간의 친수성이 다르기 때문⁽⁸⁾으로 판단된다.

본 실험에서 확인된 미세유로의 Poiseuille 수 ($Po = fRe$)를 Fig. 6에 도시하였다. 사다리꼴 미세유로의 정점각(apex angle)은 86.4도로 매우 크다. 정점각이 90도일 때 사다리꼴유로는 사각유로가 되며 정점각이 85도 이상인 경우 사다리꼴유로의 마찰계수와 동일 형상비인 사각유로의 마찰계수의 차이는 9% 미만이다.⁽¹³⁾ 본 실험의 사다리꼴 유로에서 완전발달 층류유동의 Poiseuille 수는 약 17.0으로 일정하며 이며 이는 Shah and London⁽¹⁴⁾이 제시한 사각유로 마찰계수의 상관식에 사다리꼴 유로의 수력직경과 형상비를 대입하여도 동일한 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다. 유체역학적 입구 영역의 길이는 일반적으로 $z^+ = z/(ReD_h) = 0.05$ 로 알려져 있다. 본 실험에서 사용한 미세유로의 경우 레이놀즈수가 100일 때 발달유동영역의 길이는 미세유로 길이의 2.8% 정도이며 1000일 때 28.4%이다. 그러므로 레이놀즈수 200미만의 층류유동의 경우 미세유로의 전 유동 구간은 유체역학적으로 완전발달된 것으로 고려할 수 있다. Fig. 6는 Poiseuille수가 완전 발달 층류유동 영역에서도 레이놀즈수와 함께 증가하

는 양상을 보여주고 있으며 이는 특히 레이놀즈수가 100미만일 때 크게 나타나고 있다. 그러나 층류유동의 경우, 적어도 레이놀즈수가 1200미만일 때, 유체역학적 발달유동의 영향을 고려하더라도 미세유로의 마찰계수는 Shah의 상관식으로 오차 범위 $\pm 15\%$ 이내에서 예측할 수 있음을 보여주고 있다. 이는 미세유로내 층류유동의 경우 종래의 이론이 적용될 수 있음을 증명하는 것이다.

미세유로에서의 단상유동 마찰계수를 Fig. 7에 도시하였다. 층류유동에서 난류유동으로의 천이는 레이놀즈수 약 2000에서 발생하였다. 층류영역에서 마찰계수는 Shah의 상관식과 잘 일치하는 것을 확인할 수 있으나 보다 큰 레이놀즈수에서 실험결과는 입구영역의 영향으로 상관식보다 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 난류영역의 경우 식(2)의 Blasius 상관식과 비교할 때 실험결과는 상관식보다 훨씬 크게 나타나고 있으며 레이놀즈수가 클수록 그 차이도 급격히 증가하고 있다.

$$f = 0.076Re^{-0.25} \quad (2)$$

결국 난류유동의 경우 입구영역의 발달유동 영향을 포함하여 마찰계수의 예측을 위한 새로운 상관식의 개발이 요구된다.

3.2 단상유동 열전달

Fig. 8은 미세유로내 대류열전달에서 미세유로 길이 방향으로 형성되는 국부 누셀트수를 여러 레이놀즈수에서 보여주고 있다. 본 실험의 경우 레이놀즈수가 약 100미만일 때 국부 누셀트수는

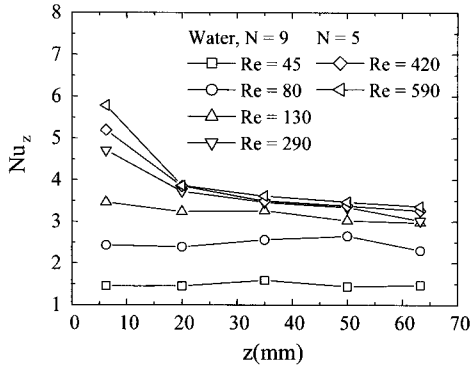


Fig. 8 Local Nusselt number in microchannels.

레이놀즈수와 함께 증가하나 미세유로의 길이 방향으로 거의 균일한 값을 보여주고 있다. 이는 레이놀즈수가 100미만일 때 미세유로의 거의 전 구간에서 $z^* = z/(ReDhPr) > 0.05$ 이 성립하여 열적 완전발달 유동이 성립하기 때문이다. 그러나 레이놀즈수가 100 이상일 때 국부 누셀트수는 유로 입구 부근의 큰 값으로부터 유로하류의 보다 작은 값으로 감소한다. 레이놀즈수가 클수록 유로 입구 가까이에서 국부 누셀트수는 더 크고 길이 방향으로의 국부 누셀트수 감소율은 더 높음을 알 수 있다. 그러나 유로하류의 열적 완전발달 영역에서는 국부 누셀트수가 레이놀즈수와 거의 무관하게 일정하게 유지되고 있다.

Fig. 9는 미세유로의 평균 누셀트수를 레이놀즈수의 함수로 보여주고 있다. 레이놀즈수가 100보다 작을 때 평균 누셀트수는 레이놀즈수의 증가에 따라 큰 구배로 증가하고 있다. 이는 종래의 이론, 즉 완전발달 관내유동에서 누셀트수는 레이놀즈수에 무관하게 일정하다는 주장과 판이하게 다른 결과이다. 본 연구의 결과와 동일한 실험결과가 Wu and Cheng⁽⁸⁾과 Li et al.⁽⁷⁾에 의해서 앞서 발표되었으나 그 물리적 이유에 대한 설명은 아직 부족하다. 레이놀즈수가 100보다 클 때 미세유로의 입구부근에서 열적 발달 영역이 존재하므로 레이놀즈수의 증가와 함께 평균 누셀트수도 증가하고 있다. 그러나 그 증가율은 레이놀즈수가 100이하인 영역보다 상대적으로 작음을 알 수 있다. 레이놀즈수 100을 천이점으로 레이놀즈수에 대한 누셀트수의 증가율이 현저히 다른 이유를 Li et al.⁽⁷⁾은 유동장에서의 속도구배와 온도구배사이의 시너지의 차이로 설명하였다. 즉 속도구배와 온도구배간의 시너지가 $Re > 100$ 영역

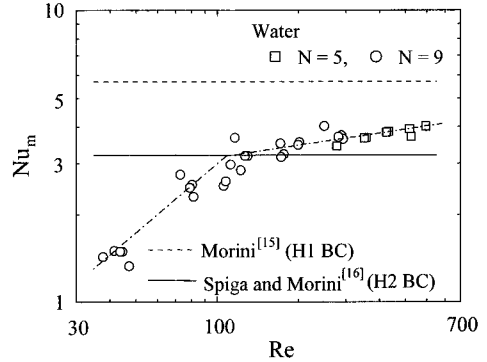


Fig. 9 Mean Nusselt number in microchannels.

보다 $Re < 100$ 영역에서 우수하기 때문에 누셀트수의 레이놀즈수에 대한 증가 구배가 $Re < 100$ 영역에서 큰 것으로 이해할 수 있다. 대류열전달에서 H1(단면 벽온도와 축방향 열유속 일정) 경계조건의 해석해⁽¹⁵⁾와 H2(단면 열유속과 축방향 열유속 일정) 경계조건의 해석해⁽¹⁶⁾를 Fig. 9에 함께 도시하였다. 레이놀즈수가 100이하인 영역에서 평균 누셀트수는 레이놀즈수의 증가에 따라 H2 경계조건의 해석 결과에 접근하는 양상을 보여주고 있다. 레이놀즈수가 100이상인 영역에서는 실험결과는 H1 경계조건의 해석해보다 작으나 H2 경계조건의 해석해보다 크게 나타나고 있다. 결국 미세유로내의 대류열전달 과정에 대한 경계조건은 열전달률과 열전달계수의 크기에 따라 결정되어야 함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 물과 냉매 113을 사용하여 사다리꼴 미세유로내의 단상유동 열전달 특성을 실험적으로 연구하였다. 미세유로의 수가 1, 5, 9개이고 수력직경은 약 $390 \mu\text{m}$, 그리고 유로 길이는 70 mm 이다. 미세유로내 유동에 대한 마찰계수와 누셀트수를 실험적으로 해석하였으며 본 연구의 주요 결론은 다음과 같다.

(1) 층류유동의 경우 Poiseuille수는 레이놀즈수에 따라 증가하는 경향을 보이나 마찰계수는 종래의 이론을 이용하여 15%의 오차범위내에서 예측할 수 있으며 천이 레이놀즈수는 2000으로 종래의 이론치와 유사하다.

(2) 난류유동의 경우 미세유로내의 마찰계수는 종래 이론의 예측치보다 매우 크며 레이놀즈수의

증가에 따라 급격히 증가한다.

(3) 레이놀즈수가 100보다 작은 완전발달 층류유동에서 누셀트수는 종래의 이론처럼 일정하지 않고 레이놀즈수의 증가에 따라 큰 구배로 증가한다.

(4) 레이놀즈수가 100보다 큰 열적 발달 영역에서 평균 누셀트수는 레이놀즈수의 증가에 따라 증가하나 그 증가율은 레이놀즈수가 100이하인 영역보다 상대적으로 작다.

후 기

이 논문은 2008학년도 홍익대학교 학술연구진흥비에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- Morini, G. L., 2004, Single-phase convective heat transfer in microchannels : a review of experimental results, *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 43, pp. 631-651.
- Hwang, Y. W. and Kim, M. S., 2005, The review of studies on pressure drop and heat transfer, 2005, *Int. J. of Air-Conditioning and Refrigeration*, Vol. 13, No. 1, pp. 51-60.
- Kim, H., Won, C., Jeong, S. and Hur, N., 2001, Flow characteristics in a microchannel fabricated on a silicon wafer, *J. of KSME (B)*, Vol. 25, No. 12, pp. 1844-1852.
- Guo, Z. Y. and Li, Z. H., 2003, Size effect on single-phase heat transfer at microscale, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 24, pp. 284-298.
- Lee, P. S., Garimella, S. V. and Liu, D., 2005, Investigation of heat transfer in rectangular microchannel, *Int. J. of Heat and Mass Transfer* Vol. 48, pp. 1688-1704.
- Steinke, M. E. and Kandlikar, S. G., 2006, Single-phase liquid friction factors in microchannels, *Int. J. of Thermal Sciences*, Vol. 45, pp. 1073-1083.
- Li, Z., Tao, W. Q. and He, Y. L., 2006, A numerical study of laminar convective heat transfer in microchannel with non-circular cross-section, *Int. J. of Thermal Science*, Vol. 45, pp. 1140-1148.
- Wu, H. Y. and Cheng, P., 2003, An experimental study of convective heat transfer in silicon microchannels with different surface conditions, *Int. J. of Heat and Mass Transfer* Vol. 46, pp. 2547-2556.
- Hrnjak, P. and Tu, X., 2007, Single phase pressure drop in microchannels, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 2-14.
- Churchill, S. W., 1977, Friction factor equations spans all fluid-flow regimes, *Chemical Engineering*, Vol. 45, pp. 91-92.
- Blevins, R. D., 1992, *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Krieger Pub. Co., pp. 77-78.
- Kline, S. J., 1985, The Purposes of Uncertainty Analysis, *J. Fluids Eng.*, Vol. 107, pp. 153-160.
- Shah, R. K., 1975, Laminar flow friction and forced convection heat transfer in ducts of arbitrary geometry, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 849-862.
- Shah, R. K., and London, A. L., 1978, Laminar flow forced convection in ducts, Supplement I to *Advances in Heat Transfer*.
- Morin, G. L., 2000, Analytical determination of the temperature distribution and Nusselt numbers in rectangular ducts with constant axial heat flux, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 741-755.
- Spiga, M. and Morin, G. L., 1996, Nusselt numbers in laminar flow for H₂ boundary conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 39, No. 6, pp. 1165-1174.