

# MIMO 시스템에서 최적 검출 기법을 위한 변환 Semi-Definite Relaxation 검출기

준회원 박수빈\*, 정회원 이동진\*, 종신회원 변윤식\*\*

## Feedback Semi-Definite Relaxation for near-Maximum Likelihood Detection in MIMO Systems

Su-Bin Park\* Associate Member, Dong-Jin Lee\* Regular Member,  
 Youn-Shik Byun\*\* Lifelong Member

### 요 약

MIMO 시스템에서 ML 검출 기법은 많은 다른 검출기들보다 우수한 성능을 보인다. 그러나 ML 검출기법은 NP-hard 문제로 인해 실제 시스템에서 사용하기 어려운 단점을 가지고 있다. 이것은 polynomial-time 안에 최적의 해 (optimal solution)를 찾을 수 없음을 의미한다. 본 논문에서는 ML problem을 적용한 SDR (Semi-Definite Relaxation)에 변환기법을 통한 검출 알고리즘을 제안한다. 이는 SDR에 의해 구한 최적의 해를 spectral decomposition을 이용해 우세한 eigenvector를 찾아 송신 신호의 확률 분포를 구하고, 이를 수신 신호에 변환시킨다. 이는 또 다른 ML problem으로써 다시 SDR를 통해 최적의 해를 구하고 우세한 eigenvector에 해당하는 송신 신호 확률을 구한다. 이 확률은 ML problem에 해당하는 최적의 값으로 추정 송신 신호를 검출할 수 있다. 이러한 기법을 통해 최적 성능을 갖는 ML 검출 기법의 성능에 보다 더 가깝게 접근하였다.

Key Words : MIMO, Semi-Definite Relaxation, Maximum Likelihood Detection

### ABSTRACT

Maximum Likelihood (ML) detection is well known to exhibit better bit-error-rate (BER) than many other detectors for multiple-input multiple-output (MIMO) channel. However, ML detection has been shown a difficult problem due to its NP-hard problem. It means that there is no known algorithm which can find the optimal solution in polynomial-time. In this paper, Semi-Definite relaxation (SDR) is iteratively applied to ML detection problem. The probability distribution can be obtained by survival eigenvector out of the dominant eigenvalue term of the optimal solution. The probability distribution which is yielded by SDR is recurred to the received signal. Our approach can reach to nearly ML performance.

### I. 서 론

MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 시스템은 전통적인 SISO (Single-Input Single-Output) 시

스템보다 시스템 성능 이득을 가져오는 것으로 잘 알려져 있다<sup>[1]</sup>. 따라서 MIMO 시스템의 수신단에서는 송신 신호의 효과적인 검출 기법을 필요로 한다. MIMO 채널에서 ML (Maximum Likelihood) 검출

※ 이 논문은 2008년도 인천대학교 자체 연구비 지원에 의해 수행되었음.

\* 시립인천대학교 전자공학과 신호처리연구실 (gmangel@incheon.ac.kr), (silddjj@incheon.ac.kr)

\*\* 시립인천대학교 전자공학과 교수 (byun@incheon.ac.kr)

논문번호: KICS2008-05-223, 접수일자: 2008년 5월 19일, 최종논문접수일자: 2008년 11월 5일

기법은 최적의 BER (Bit-Error-Rate) 성능을 보여 준다. 그러나 NP-hard 문제에 의해 실제 시스템의 적용이 어려운 단점을 갖고 있다<sup>[2],[3]</sup>. 이러한 문제를 해결하기 위해 SD (Sphere Decoding) 과 같은 효과적인 후보 심볼 검출 기법이 제안되었다<sup>[4],[5]</sup>. 그러나 SD 검출 기법은 계산 복잡도가 지수적이고 낮은 SNR 영역에서 여전히 높은 계산량을 갖는다. 결과적으로 MIMO 시스템은 계산 복잡도와 성능을 고려한 준 최적 검출 기법에 대한 연구가 필요하다.

최적 검출기로서 SDR (Semi-Definite Relaxation) 이 제안되었다<sup>[6],[7]</sup>. 또한, [8]에서 ZF (Zero-Forcing)과 같은 선형 검출 기법과 SDR을 함께 사용하였다. 이는 ZF 검출 기법에 의한 추정 신호를 PSD (Positive Semi-Definite)인지 확인하여 PSD이면 ML 검출 기법의 해로써 간주하고, 그렇지 않으면 ML을 수행하여 송신 신호를 검출한다. [8]에서 제안된 검출 기법은 선형 검출기와 SDR 두 개의 검출 기법을 필요로 하여 여전히 높은 복잡도를 갖으면서 NP-hard 문제를 갖는다. [9]에서는 SDR을 통해 송신 신호 확률 분포를 구하고, 이 확률 값을 이용해 i.i.d. 벡터 샘플을 랜덤하게 발생 한다. 이 랜덤 샘플에서 최소 거리(Minimum Distance)에 해당하는 벡터를 송신 신호로서 검출 하게 된다. 이 기법이 ML 검출기의 성능에 도달하기 위해서는 많은 수의 랜덤샘플을 발생 시켜야 하며, 이는 시스템 복잡도로 작용하게 된다.

본 논문에서, 우리는 확률 분포 기반의 쉐환SDR을 제안한다. 제안한 기법은 오직 SDR만을 사용하여 준 최적 검출기로서 ML 검출기의 성능에 보다 가깝게 접근하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 MIMO 시스템 모델과 ML 검출기에 대해 설명하고, III장에서는 본 논문에서 제안하는 쉐환 SDR 검출 기법에 대해 설명한다. 또한, IV장에서는 모의 실험을 통한 성능 분석에 대해 논의 하고, V장을 결론으로 마친다.

## II. MIMO 시스템 모델

$N_r$ 개의 송신 안테나와  $N_r$ 개의 수신 안테나를 고려한 MIMO시스템의 복소수 수신 신호 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{H}_c \mathbf{s}_c + \mathbf{v}_c \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{y}_c$ 는 수신 벡터이고,  $\mathbf{H}_c$ 는  $N_r \times N_r$  채널 행렬이다.  $\mathbf{s}_c$ 는 길이  $N_r$ 을 갖는 송신 벡터이고,  $\mathbf{v}_c$ 는 분산  $\sigma^2$ 을 갖는 복소 AWGN 벡터이다.

SDR 문제 해결의 편의를 위해 다음과 같이 실수 등가 모델을 고려한다.

$$\begin{bmatrix} \Re \mathbf{y}_c \\ \Im \mathbf{y}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re \mathbf{H}_c & -\Im \mathbf{H}_c \\ \Im \mathbf{H}_c & \Re \mathbf{H}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re \mathbf{s}_c \\ \Im \mathbf{s}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Re \mathbf{v}_c \\ \Im \mathbf{v}_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{R}$ 과  $\mathbf{I}$ 는 각각 복소수의 실수와 허수를 나타낸다. 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{v} \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{H}$ 는  $m \times n$  행렬이고,  $n = 2N_r$ 와  $m = 2N_r$ 로 정의 된다. 송신 신호 벡터  $\mathbf{s} \in \mathcal{A}$ 가 주어지면 ML 검출기법은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\mathbf{s}}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \quad (4)$$

ML 검출기는 모든 가격자  $\mathbf{H}\mathbf{s}$  사이에서  $\mathbf{y}$ 와 최소 거리를 갖는  $\mathbf{s}$ 을 선택한다. ML 수행은 송신 심볼 벡터 집합  $\mathcal{A}$ 의 모든 벡터를 강제적으로 수행 한다.

## III. 쉐환 Semi-Definite Relaxation

실수 등가 모델 시스템에서 4-QAM을 고려하면 송신 신호 집합은  $\mathcal{A} = \{-1, +1\}$ 이다. SDR (Semi-Definite Relaxation)을 위해 목적 함수 (Objective Function)인 식 (4)를 선형화해야 한다. 따라서, ML 검출 기법은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 = \\ \mathbf{s}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s} - 2\mathbf{y}^T \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{y}^T \mathbf{y} = \text{Trace}(\mathbf{L}\mathbf{x}\mathbf{x}^T) \end{aligned} \quad (5)$$

$\mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} = \text{Trace}(\mathbf{L}\mathbf{x}\mathbf{x}^T)$ 와  $\mathbf{x} = [\mathbf{s}^T \ 1]^T$  정의하면, (4)는 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \text{Trace}(\mathbf{L}\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e} \\ \mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{e}$ 의 원소는 모두 값 1을 갖는다.  $\mathbf{x} = [\mathbf{s}^T \ 1]^T$ 이고,  $\mathbf{L}$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \mathbf{H} & \|\mathbf{y}\|^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

제약 함수 (Constrain Function)  $\text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e}$ 은  $\mathbf{s} \in \mathcal{A}^n$ 임을 확실히 해준다. 만약,  $\mathbf{x}$ 가 rank-1 제약 조건을 만족하고 PSD (Positive Semi-Definite)이면, 변수  $\mathbf{x}$  없이 (6)은 다음과 같이 쓸 수 있다. 이것은 (6)의 목적함수를 선형적으로 만들고, 제약조건을 선형적이고 PSD로 만든다.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \text{Trace}(\mathbf{LX}) \\ \text{s.t. } \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e} \\ \mathbf{X} \text{ is rank-1} \\ \mathbf{X} \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (8)$$

비록 (6)이 (4)와 등가를 이루지만, 여전히 NP-hard 문제를 가지고 있다. 그러나 제약 함수  $\mathbf{X} = \mathbf{xx}^T$ 가  $\mathbf{X} \succeq \mathbf{0}$ 로 대체 된다면, 어려움 없이 rank-1 제약 조건을 제외 시킬 수 있게 해준다. 따라서 rank-1 제약 조건을 제외 시키고 convex optimization problem 으로서 풀 수 있다.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \text{Trace}(\mathbf{LX}) \\ \text{s.t. } \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e} \\ \mathbf{X} \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (9)$$

(9)의해서 구한 해 (solution)  $\mathbf{X}_{opt}$ 는 더 이상 rank-1 제약을 받지 않는다. 이것은 최적 행렬  $\mathbf{X}_{opt}$ 가 rank-1행렬 집합 위로의 사영 (projection) 되어야 함을 의미한다.  $\mathbf{X}_{opt}$ 는 높은 확률로 ML problem의 해를 포함한다. 본 논문에서, 우리는 SDR을 통해 확률 정보를 수신 신호에 돌려 보내는 피드백 (feedback) 기법을 고려하였다.

첫째로,  $\mathbf{X}_{opt}$ 의 spectral decomposition인  $\mathbf{X}_{opt} = \mathbf{PDP}^T$ 을 수행하며 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_i] \\ \mathbf{D} &= [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i], \quad i = 1, \dots, n+1 \end{aligned} \quad (10)$$

$\mathbf{P}$ 와  $\mathbf{D}$ 는 각각 고유벡터(Eigenvector)와 고유값

(Eigenvalue)을 의미하며,  $\mathbf{X}_{opt}$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\mathbf{X}_{opt} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^T + \lambda_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^T + \dots + \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T \quad (11)$$

(11)에서 가장 지배적인 고유값을 찾는다.

$$\lambda_k = \arg \max_{1 \leq i \leq n+1} \{\lambda_i\} \quad (12)$$

송신 신호의 확률 분포는 지배적인 고유값에 해당하는 고유값과 고유벡터에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \Pr\{x_i = +1\} &= (1 + \lambda_k u_{k,i}) / 2 \\ \Pr\{x_i = -1\} &= (1 - \lambda_k u_{k,i}) / 2 \end{aligned} \quad (13)$$

(13)에서 확률값들은 송신 심볼로서 충분하며, 우리는 여기서 non-feedback SDR이라 부를 수 있다.  $\Pr\{x_{n+1} = +1\}$ 가 거의 1에 가깝고  $\Pr\{x_i\} > 0.8$  (80%)이면  $\Pr\{x_i\}$ 는  $(\hat{\mathbf{s}}_{ML})_i$ 로 고려되고 그렇지 않으면 0으로 대체된다.

$$\begin{cases} \Pr_{\{x=\pm 1\},i} = \Pr\{x_i = \pm 1\}, & \text{if } \Pr\{x_i = \pm 1\} > 0.8 \\ \Pr_{\{x=\pm 1\},i} = 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad i = 1, \dots, n \quad (14)$$

$\Pr_{\{x=+1\}}$ 와  $\Pr_{\{x=-1\}}$ 는 다음과 같이 수신 신호에 변환된다.

$$\bar{\mathbf{y}} = (\mathbf{y} + \mathbf{H}[\Pr_{\{x=+1\}} - \Pr_{\{x=-1\}}]) / 2 \quad (15)$$

또한, 행렬  $\bar{\mathbf{L}}$ 는  $\bar{\mathbf{y}}$ 에 의해서 다시 정의 된다.

$$\bar{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \bar{\mathbf{y}} \\ -\bar{\mathbf{y}}^T \mathbf{H} & \|\bar{\mathbf{y}}\|^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

우리 SDP problem을 다시 공식화 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{X}}} \text{Trace}(\bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{X}}) \\ \text{s.t. } \text{diag}(\bar{\mathbf{X}}) = \mathbf{e} \\ \bar{\mathbf{X}} \succeq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (17)$$

$\bar{\mathbf{X}}_{opt}$ 는 spectral decomposition 수행으로  $\bar{\mathbf{X}}_{opt}$

$= \bar{\mathbf{P}}\bar{\mathbf{D}}\bar{\mathbf{P}}^T$ 가 된다. 여기서  $\bar{\mathbf{P}} = [\bar{\mathbf{u}}_1, \bar{\mathbf{u}}_2, \dots, \bar{\mathbf{u}}_i]$ 와  $\bar{\mathbf{D}} = [\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_i]$ 로 정의되고,  $\bar{\mathbf{X}}_{opt} = \bar{\lambda}_1 \bar{\mathbf{u}}_1 \bar{\mathbf{u}}_1^T + \bar{\lambda}_2 \bar{\mathbf{u}}_2 \bar{\mathbf{u}}_2^T + \dots + \bar{\lambda}_i \bar{\mathbf{u}}_i \bar{\mathbf{u}}_i^T$ 로 표현된다.  $\bar{\mathbf{X}}_{opt}$ 에 지배적인 고유값을 찾는다.

$$\bar{\lambda}_k = \arg \max_{1 \leq i \leq n+1} \{|\bar{\lambda}_i|\} \quad (18)$$

지배적인 고유값에 해당하는 고유벡터와함께 송신 신호 확률분포를 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned} \Pr\{\bar{x}_i = +1\} &= (1 + \bar{\lambda}_k \bar{u}_{k,i})/2 \\ \Pr\{\bar{x}_i = -1\} &= (1 - \bar{\lambda}_k \bar{u}_{k,i})/2 \end{aligned} \quad (19)$$

확률 분포  $\Pr\{\bar{x}\}$ 는 지배적인 고유값에 해당하는  $\Pr\{x_i\}$ 을 갖고, (14)에 의해서 0으로 대체된  $\Pr\{x_i\}$ 은 0.8 (80%) 이상을 만족하게 재 발생된다.

**Lemma:** (15)와 (16)의 해서  $\bar{\mathbf{L}}$ 와  $\bar{\mathbf{y}}$ 가 주어질 때, ML problem의 convex optimization problem의 풀이가 가능하다.

$$\bar{\mathbf{X}}_{opt} = \bar{\mathbf{x}}\bar{\mathbf{x}}^T, \quad \bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{s}_{ML}^T \ 1]^T$$

**Proof:** 우리는 유효확률을 0.8이상으로 하여 살아남은  $\Pr\{x_i = \pm 1\}$ 는 거의 1에 가깝게 된다. 살아남은  $\Pr\{x_i = \pm 1\}$ 에 상응하는 index 행렬을  $\mathbf{i}_{survival} = [101110 \dots 1]^T$ 라 하자. 여기서 1은 살아남은 index를 나타내고 0은 제거된 index이다. 따라서,  $\Pr_{\{x=\pm 1\}}$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\Pr_{\{x=\pm 1\}} = \text{diag}\{\mathbf{i}_{survival}\} \Pr\{x = \pm 1\} \quad (20)$$

$\bar{\mathbf{y}}$ 는  $\Pr_{\{x=\pm 1\}}$ 와  $\Pr_{\{x=-1\}}$ 가  $\mathbf{y}$ 에 켤환 되어 (15)처럼 다시 만들어진다.

여기서  $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{s}^T \ 1]^T$ 라 하자. 그러면  $\bar{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{x}}\bar{\mathbf{x}}^T$ 이 된다.

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}\mathbf{s}^T & \mathbf{s} \\ \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

(16)에서 정의된  $\bar{\mathbf{L}}$ 을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \bar{\mathbf{y}} \\ -\bar{\mathbf{y}}^T \mathbf{H} & \|\bar{\mathbf{y}}\|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \\ -\bar{\mathbf{y}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H} & -\bar{\mathbf{y}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

따라서, SDP의 목적함수는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \text{Trace}(\bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{X}}) &= \text{Trace} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \\ -\bar{\mathbf{y}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H} & -\bar{\mathbf{y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \text{Trace} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{H} & -\bar{\mathbf{y}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \\ -\bar{\mathbf{y}}^T \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

(23)은 다음과 같이 전개 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{s} - \bar{\mathbf{y}} &= \mathbf{H}\mathbf{s} - (\mathbf{y} + \mathbf{H}[\Pr_{\{x=+1\}} - \Pr_{\{x=-1\}}])/2 \\ &= \mathbf{H}\mathbf{s} - \frac{\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{v}}{2} - \frac{\mathbf{H}[\Pr_{\{x=+1\}} - \Pr_{\{x=-1\}}]}{2} \end{aligned} \quad (24)$$

만약 살아남은  $\Pr_{\{x=+1\}}$ 의 index가 1과 3이면, 다음과 같이 근사화 된다.

$$[\Pr_{\{x=+1\}} - \Pr_{\{x=-1\}}] \cong [s_1 \ 0 \ s_3 \ 0]^T \quad (25)$$

(25)를 고려하여 (24)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{s} - \bar{\mathbf{y}} &\cong \mathbf{H} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathbf{H} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathbf{H} \begin{bmatrix} s_1 \\ 0 \\ s_3 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathbf{v} \\ &= \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ s_2 \\ 0 \\ s_4 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathbf{H} \begin{bmatrix} 0 \\ s_2 \\ 0 \\ s_4 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathbf{v} \end{aligned} \quad (26)$$

(26)을  $s_2$ 와  $s_4$ 에 고려하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{s} - \bar{\mathbf{y}} &\cong \mathbf{H}_{(2,4)} \begin{bmatrix} s_2 \\ s_4 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \left( \underbrace{\mathbf{H}_{(2,4)} \begin{bmatrix} s_2 \\ s_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}_{(2,4)}} + \mathbf{v} \right) \\ &= \mathbf{H}_{(2,4)} \begin{bmatrix} s_2 \\ s_4 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathbf{y}_{(2,4)} \\ &= \frac{1}{2} \left( 2\mathbf{H}_{(2,4)} \begin{bmatrix} s_2 \\ s_4 \end{bmatrix} - \mathbf{y}_{(2,4)} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서  $\mathbf{H}_{(2,4)}$ 는  $\mathbf{H}$ 의 2열과 4열의 벡터를 갖는 행렬이고,  $\mathbf{y}_{(2,4)}$ 는 제거된  $\Pr_{(x=\pm 1)}$ 에 상응되는 정보만을 갖는 수신 신호 벡터이다. 또한, (27)의 convex optimization problem에서 상수 2와 1/2은 무시해도 상관없다. 따라서, (27)은 ML problem과 등가를 이루게 된다. 또한, 지배적인  $\Pr_{(x=\pm 1)}$ 을 수신 신호에 제한 시킴으로써 제거된  $\Pr_{(x=\pm 1)}$ 가 유효할 수 있는 값을 갖도록 재 발생시켜 준다. 이것은  $\bar{\mathbf{L}}$ 은 SDR을 통해 제거된  $\Pr_{(x=\pm 1)}$ 을 찾기 위해 적당하다는 것을 알 수 있다.

#### IV. 모의 실험

모의 실험에서는 본 논문에서 제안한 SDR 기반의 제한 검출기법의 BER 성능과 ML 검출기의 성능과 비교 분석하고, 제안한 제한 SDR 검출 기법 (Feedback SDR)에서 확률 분포의 개선을 보였다. 모의 실험은 일반적인 4x4 MIMO 시스템에 4-QAM 변조를 사용하였다.

그림 1에서는 ML, ZF, Non-feedback SDR, 제안한 Feedback SDR의 성능을 비교하였다. 확률 정보가 수신 신호에 제한 되지 않는 Non-feedback SDR 또한 준 최적 검출기로서 적당하다. 그러나 제안한 Feedback SDR는 최적 검출기인 ML의 성능에 보다 근접하였다. 오율  $10^{-4}$ 에서 Non-feedback SDR는 ML의 성능과 약 2dB 정도 차이를 보이나 제안한 Feedback SDR는 약 0.5dB 정도의 차이만을 갖는다.

그림 2에서는 제안한 Feedback SDR에서 확률 분포 값이 개선되는 현상을 보여준다.

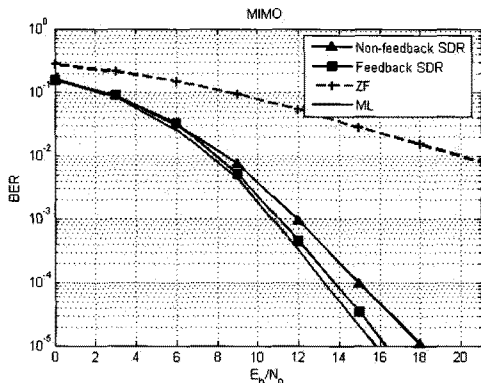
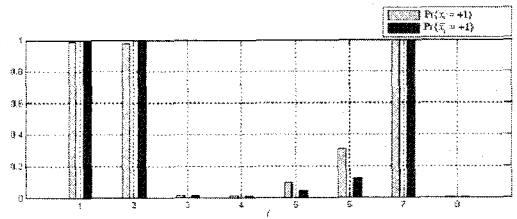
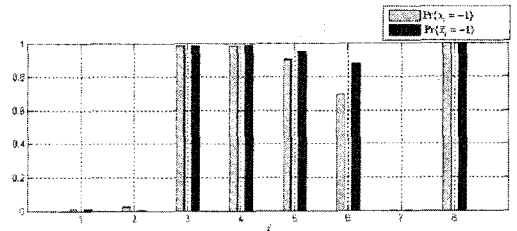


그림 1. 4x4 MIMO 시스템에서 BER 성능 곡선



(a)  $\Pr(x_i = +1)$ 와  $\Pr(\bar{x}_i = +1)$ 의 확률



(b)  $\Pr(x_i = -1)$ 와  $\Pr(\bar{x}_i = -1)$ 의 확률

그림 2. 제한 전 확률  $\Pr(x_i = \pm 1)$ 와 제한 후 확률  $\Pr(\bar{x}_i = \pm 1)$ 의 비교

$\Pr(x_i = \pm 1)$ 는 제한 되기 전의 확률 값이고  $\Pr(\bar{x}_i = \pm 1)$ 는 제한된 후의 확률 값이다. 그림 2(a)은 +1의 확률을 보여준다. Index 1, 2, 7은 거의 0.98이상의 확률을 유지하고 있다. Index 5, 6은 불확실한 확률을 좀 더 확실하게 만들어 주는 것을 볼 수 있다. 그림 2(b)는 -1의 확률을 보여준다. Index 5의 경우 약 0.85의 확률을 0.95이상까지 끌어 올려 주었고, Index 6에서는 회 전 확률이 0.75였다가 제한 후 0.85가 가까이 올려 주었다. 이는 제한 기법을 통해 지배적인 확률 값을 수신신호에 돌려 주어 ML 성능에 근접하게 해주는 것을 알 수 있다.

#### V. 결론

본 논문에서는 Polynomial time 안에 ML problem을 해결하기 위한 제한 SDR을 제안하였다. 제안된 검출 기법은 SDR의 최적 해 (Optimal Solution) 행렬의 지배적인 고유값과 고유벡터를 찾아 확률을 구하고, 살아남은 확률 값을 수신 신호 벡터에 제한 시킴으로써 제거된 확률값을 신뢰성있는 확률 값까지 끌어올려 검출하는 기법으로 ML의 성능에 보다 가깝게 접근하였다.

#### 참고 문헌

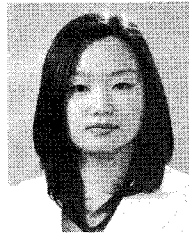
[1] E. Telatar, "Capacity of Multi-antenna Gaussian

Channel,” AT&T Bell Labs Internal Tech. Memo., June. 1995.

- [2] S. Verdu, “Computational complexity of multiuser detection,” *Algorithmica*, Vol.4, pp.303-312, 1989.
- [3] M. Ajtai, “The shortest vector problem in  $L_2$  is NP-hard for randomized reductions,” in *Proc. 30th Annu. ACM Symp. Theory Comput.*, pp.10-19, 1998.
- [4] U. Finke, and M. Phost: “Improved methods for calculating vectors for short length in a lattice, including a complexity analysis,” *Math. of Comp.*, Vol.44, pp.463-471, Apr. 1985.
- [5] H. Vikalo and B. Hassbi, “On the sphere-decoding algorithm I. Expected complexity,” *IEEE Transactions on Signal processing*, Vol.53, No.8, pp.2206-2818, Aug. 2005.
- [6] P. H. Tan and L. K. Rasmussen: “The application of semidefinite programming for detection in CDMA,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol.19, No. 8, pp.1442-1449, Aug. 2001.
- [7] W.-K. Ma, T. N. Davidson, K. M. Wong, Z.-Q. Luo, and P.-C. Ching, “Quasi-maximum-likelihood multiuser detection using semi-definite relaxation with application to synchronous CDMA,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol.50, No. 4, pp.912-922, Apr. 2002.
- [8] J. Jalden, B. Ottersten, and W.-K. Ma, “Reducing the average complexity of ML detection using semidefinite relaxation,” *Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, Vol.3, No.3, pp.1021-1024, Mar. 2005.
- [9] M. Kisialiou and Z.-Q. Luo, “Performance analysis of quasi-maximum-likelihood detector based on semidefinite programming,” *Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, Vol.3, No.3, pp.433-436, Mar. 2005.

**박 수 빈 (Su-Bin Park)**

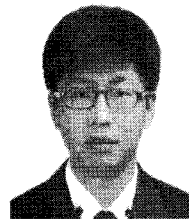
준회원



2007년 2월 인천대학교 전자공학과 졸업  
 2007년 3월 ~ 현재 인천대학교 전자공학과 석사과정  
 <관심분야> MIMO-OFDM, 통신신호처리

**이 동 진 (Dong-Jin Lee)**

정회원



2006년 2월 인천대학교 전자공학과 졸업  
 2008년 2월 인천대학교 전자공학과 석사졸업  
 2008년 8월~현재 Broad-Q 연구원  
 <관심분야> MIMO-OFDM, UWB, 통신 신호 처리

**변 윤 식 (Youn-Shik Byun)**

종신회원



1978년 2월 연세대학교 전기공학과 졸업  
 1981년 2월 연세대학교 전기공학과 석사  
 1985년 2월 연세대학교 전기공학과 박사  
 1990년 8월~1991년 7월 미국

Stanford 대학 전자 공학과 객원 교수  
 2004년 9월~2005년 8월 고려대학교 전자통신공학과 객원 교수  
 2006년 7월~2008년 2월 시립 인천대학교 공과대학장  
 2008년 3월~2008년 7월 시립 인천대학교 교무처장  
 1987년 3월~현재 시립 인천대학교 전자공학과 교수  
 <관심분야> 디지털 통신 및 신호 처리