East Asian Math. J. 24 (2008), №. 5, pp. 431-464

# 算學書에서의 분수셈에 대한 고찰

박영식 · 최길남

**ABSTRACT.** In this paper, we investigate reduction and four rules of fractional calculation on GuJangSulHae and the other Sanhakseo, and elementary school mathematics education.

## 1. 머리말

『구장술해(九章術解)』는 『구장산술(九章算術)』에 수록된 모든 문제들을 남병길(南秉吉)이 해석을 붙인 해설서이다. 『九章算術』은 263년 위(魏)나라 유휘가 주를 붙이고, 당나라 초기 이순풍(李淳風, 602~670)등이 그 위에 주석을 붙임으로써 현재와 같은 방전장(方田章) 38문제, 속미장(粟米章) 46문제, 쇠분장(衰分章) 20문제, 소광장(少廣章) 24문제, 상공장(商功章) 28문제, 균수장(均輸章) 28문제, 영부족장(盈不足章) 20문제, 방정장(方程章) 18문제 그리고 구고장(句股章) 24문제로 구성된 산학서이다.

남병길은 순조 20년(1820년) 3월 6일 서울 교동에서 남구순의 둘째 아들로 태어났으며, 본관은 의령(宜寧), 자는 자상(子裳) 또는 원상(元裳), 호는 육일제(六一齊) 또는 만서제(晩書齊)이다. 형 병철과 함께 김문정에서 한학(漢學)을 배웠으며, 특히 산학(算學)과 천문학(天文學)에 관심을 가졌다. 그가 남긴 천문학 및 수학에 관한 저술은 실로 방대하다. 천문학에 관한 것으로는 『시절기요(時節記要)』, 『성경(星鏡)』, 『추보첩례(推步捷例)』, 『성도의도설(星度儀圖說)』, 『중성신표(中星新表)』, 『항성출중입표(恒星出中入表)』, 『태양실루표(太陽實漏表)』, 『춘추일식고(春秋日食攷)』 등이 있고, 측량술과 수학에 관한 것으로는 『양도의도설(量度儀圖說)』, 『측량도해(測量圖解)』, 『구고술도요해(句股術圖要解)』, 『무이해(無異解)』, 『산학정의(算學正義)』, 『구장술해(九章術解)』, 『집고연단(緝古演段)』, 『옥감세초상해(玉鑑細艸詳解)』 등이 있다.

---

2008년 11월 투고, 2008년 12월 심사 완료
2000 Mathematics Subject Classification: 01, 97
Key words: Calculation of fractions

본 논문에 인용한 산학서는 『산수서(算數書, BC200여년)』, 『손자산경(孫子算經;唐), 이순풍(李淳風) 주석)』, 『구수략(九數略; 숙종, 1700년경, 최석정(崔錫鼎) 저)』, 『구일집(九一集); 숙종, 1700년경, 홍정하(洪正夏) 저)』, 『이수신편(理數新編, 영조, 1774년경, 황윤석(黃胤錫) 편집)』의 제 22권 산학본원(算學本源) 그리고 『산학정의(算學正義; 고종, 1867년경, 남병길(南秉吉) 편찬, 이상혁(李尙爀) 교정)』이다.

본 논문의 연구목적은 『구장술해』의 방전제일(方田第一)에서 다루고 있는 분수셈법 즉, 약분술(約分術), 합분술(合分術), 감분술(減分術), 과분술(課分術), 평분술(平分術), 경분술(經分術), 승분술(乘分術) 그리고 대광술(大廣術)에 대하여 분석하고 각 분수셈법과 관련 있는 내용을 본 논문에 인용한 산학서에서 발췌 분석한 후 『구장술해』에서의 분수셈법과 비교하여 현재 사용하고 있는 초등학교 수학교과서의 분수셈법과 비교분석함으로써 초등학교수학에서의 분수셈법에 대한 보다 효율적인 지도방안을 모색하고자 한다.

본 논문에서 큰 글자(大字)와 작은 글자(小字)는 각각 『구장산술』과 『구장술해』의 인용과 번역한 글이고, 표기 『』는 책명을 표시하며 초등학교 수학에서의 나눗셈 표기 "$a \div b$"를 산학서에서는 "$\frac{a}{b}$"로 표기하기로 한다. 또한, 초등학교 수학에서는 분수셈법이 약분, 통분, 분수의 대소, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 순서이나 『구장술해』의 서술한 순서에 따라 약분술, 통분법인 합분술, 감분술, 과분술, 평분술, 경분술, 승분술(대광술) 순으로 서술함을 일러둔다.

## 2. 분수계산법

### 가. 약분술(約分術)

[問] 今有十八分之十二問約之幾何

答曰 三分之二

[문] 18의 12가 있다. 약분하면 얼마인가?

답 : 3분의 2

[問] 又有九十一分之四十九問約之幾何

答曰 十三分之七

[문] 또 91분의 49가 있다. 약분하면 얼마인가?

답 : 13분의 7

約分約分者使諸分省約也設有四分之二者繁辭雖異而數則同歸也

術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等數約之分母分子兩數以少減多輾轉相減減餘兩數務期相同是爲度盡兩數之一數蓋此一數可以度盡[1]分母又可以度盡分子也若分母分子輾轉相減不得相等之數終減至於一則用命分法可也設以十八分之十二約之則置十八以十二減之餘六又置十二轉以六減之亦餘六是爲兩數齊等而卽度盡兩數之一數也以相等之數六除分母十八得三又除分子十二得二是乃十八分之十二約爲三分之二此以相等之數六可以度盡十八與十二故也夫十八與十二之比卽同於三與二之比是三與二卽十八與十二之最小數也

약분 약분이란 모든 분자 분모로 하여금 약분시키는 것이다. 가령 $\frac{2}{4}$라는 것을 큰 수로 표현하면 $\frac{4}{8}$가 되고,약분하면 $\frac{1}{2}$이 되어 표현은 비록 다를지라도 수는 같게 된다.

풀이하면 반으로 나눌 수 있는 것은 반으로 나누고 반으로 나누어지지 않는 것은 분모 분자를 따로 놓고 큰 것에서 작은 것을 뺀 후에 다시 서로 감하여 그것들이 같아지는 것을 구한다. 구하여 같은 수 (等數)로써 그것들을 나눈다. 분모 분자 두 수에서 큰 수에 작은 수를 빼고 서로 서로 빼는 일을 되풀이하여 나머지 두 수가 같게 될 때까지 하면, 이것은 두 수가 1수가 된다. 대개 이 한수는 분모를 도진하여 된 것이고 또, 분자를 도진한 것이다. 만약 분모 분자를 서로 서로 빼는 일을 되풀이하여도 서로 같은 수(최대공약수)를 얻지 못한 채 1에 이르면 명분법(분자식)을 쓴다. 가령, $\frac{12}{18}$을 약분하려면 18을 놓고 12를 뺀 나머지가 6이고, 12를 바꾸어 놓고 6을 그것에서 빼면 역시 6이 남는다. 이것은 같은 수를 얻는다. 즉, 두 수를 도진하여 1수가 된다. 서로 같은 수(최대공약수) 6으로써 분모를 나누면 3을 얻고 또 분자12를 나누면 2를 얻는다. $\frac{12}{18}$를 약분하면 $\frac{2}{3}$가 되고 이것은 서로 같은 수(최대공약수) 6으로 가히 18과 12를 도진한 것이다. 이 18과 12의 비는, 3과 2의 비와 같으며 이것은 3과 2 즉, 18과 12의 최소수이다.

(1-1) 『산수서(算數書)』에서 "約分術曰以子除母母亦除子子母數交等者卽約之矣有(又)曰約分術曰可半半之可令若干一若干其一術曰以分子除母少以母除子子母等以爲法子母各如法而成一不足除者可半半母亦半子", 즉 약분술은 분자로 분모를 빼고, 역

1) 도진(度盡) : 최대공약수를 구한다. 또는 셈을 다한다.

위 문에서 $\frac{49}{91}$는 "$91-49=42$, $49-42=7$, $7-7=0$"과 같이 셈하는 것을 도진이라 한다.

시 분모로 분자를 빼서 분자 수와 분모 수가 같으면 곧 그것으로 나눈다. 또 약분술은 반으로 할 수 있으면 반으로 하고 몇 분지 일로 할 수 있는 것은 몇 분지 일로 한다. 또 한 방법으로 분자로 분모를 감하고 작아진 분모로 분자를 감하여 분자 분모가 같으면 나눗수로 하여 분자 분모 각각을 나눈다. 나누어서 떨어지지 않으면, 반으로 할 수 있으면 분모와 분수를 반으로 한다.

(1-2) 『손자산경 중권(孫了算經 卷中)』의 약분술에서, "副置二位以少減多等數得(數)爲法約之" 즉, 따로 두 수(분모와 분자)를 놓고 큰 수에서 작은 수를 빼면 등수(최대공약수)를 얻어 나눗수로 하여 약분한다.

(1-3) 『구수략 건(九數略 乾)』의 지분약법(之分約法)에서 "如了母積數大繁者則必約多以就寡了母互減以法約之是謂約分", 즉, 분자 분모의 수가 아주 크면 반드시 큰 것을 나누어 작게 한다. 분자와 분모를 엇갈리게 빼어서 나눗수로 하여 나눈다. 이것을 약분이라 한다.

(1-4) 『산학정의 상권(算學正義 上卷)』에서 "約分者約而求簡也分母分了輾轉互減務期兩數相等名曰紐數以除分母分了各得幾分約爲幾分中之幾分也蓋母了互減至於相等是爲母了俱可度盡之數故彼此俱約分數仍同約輾轉相減終至於一則是無度盡之數故不川約分直須命分也". 즉, 약분이라는 것은 약하여 간단하게 한다. 분모 분자를 엇갈리게 빼어서 두 수가 서로 같도록 하는 일을 일컬어 뉴수라 하고 분모 분자를 이것으로 나누어 분모 분자를 각각 몇 분을 약하면 몇 분지 몇 분이 된다. 대개 분모와 분자를 엇갈리게 빼어서 서로 같게 이르도록 한다. 이것은 분모 분자를 함께 도진한 수이므로 이것저것 함께 약분하여 수가 같게 되므로 약하고 서로 빼어서 끝내는 1에 이르면 이것은 도진할 수 없는 수이므로 약분하지 못하여 곧 몇 분지 몇이다라고 한다.

(1-5) 『초등학교 수학 5-가』에서는 약분에 대해 다음과 같이 설명하고 있다.

1) 6을 1, 2, 3, 6으로 나누면 나누어 떨어진다. 이때, 1, 2, 3, 6을 6의 약수라 한다.

2) 1, 2, 4는 8의 약수도 되고 12의 약수도 된다. 이와 같이 8과 12의 공통인 약수 1, 2, 4를 8과 12의 공약수라고 한다.

3) 12와 18의 공약수 중에서 가장 큰 수는 6이다. 이 때, 6을 12와 18의 최대공약수라고 한다.

4) 크기가 같은 분수를 만들기 위해 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 나누어도 같은 분수가 된다.

5) 분모와 분자를 그들의 공약수로 나누는 것을 약분한다고 한다.

<분석1>

1) 최대공약수를 『구장술해』, 『구장산술』과 『손자산경』에서는 모두 "等數"라 하였고, 『산수서』와 『산학정의』에서는 각각 "子母數交等者", "紐數"라 하였다.

최대공약수를 구하는 방법은 다음과 같다.

① 『구장산술』에서, "副置分母子之數以少減多更相減損求其等也" 즉, 분모 분자를 따로 놓고 큰 것에서 작은 것을 뺀 후에 다시 서로 빼어서 그것들이 같아지는 것(等數)을 구한다고 하였고, 이것을 보다 구체적으로 설명한 『구장술해』에서는 "分母分子兩數以少減多輾轉相減減除兩數務期相同是爲度盡兩數之一數" 즉, 분모 분자 두 수에서 큰 수에 작은 수를 빼고 서로 서로 빼는 일을 되풀이하여 나머지 두 수가 같게 될 때까지 한다. [問]에서 $\frac{12}{18}$의 두 수 12와 18은 "$18-12=6$, $12-6=6$, $6-6=0$"으로부터 최대공약수(等數) 6을 구하게 된다.

② 『산수서』에서, "以子除母母亦除子子母數交等者" 즉, 분자로 분모를 빼고 역시 분모로 분자를 빼어서 분자 수와 분모 수를 서로 같게 한다. 여기서 "除"는 "減"으로 보고 해석한 듯하다.

③ 『손자산경』에서, "副置二位以少減多等數" 즉, 따로 두 수를 놓고 큰 수에서 작은 수를 빼서 등수를 얻는다.

④ 『산학정의』에서, "分母分子輾轉互減務期兩數相等" 즉, 분모 분자를 엇갈리게 번갈아 빼어서 두 수가 같게 될 때까지 한다.

⑤ 따라서 ①, ②, ③, ④는 유클리드의 호제법(Euclidean algorithm)과 유사한 방법으로 최대공약수를 구하고 있다. 『초등학교 수학 5-가』에서 두 수 18과 24의 최대공약수를 다음과 같이 구하고 있다.

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 19 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array} \qquad \text{최대공약수 } 2\times 3=6$$

2) 약분술에서 『구장술해』는 "約分者使諸分省約也" 즉, 약분이란 모든 분자 분모로 하여금 약하는 것이라고 하였고, 그 예로 "設有四分之二者繁辭雖異而數則同歸也" 즉, $\frac{2}{4}$라는 것은 큰 수로 표현하면 $\frac{4}{8}$가 되고 약분하면 $\frac{1}{2}$이 되어 표현은 비록 다를지라도 수는 같게 된다고 하였다.

『초등학교 수학 5-가』에서는 분모와 분자를 그들의 공약수로 나누는 것을 약분이라 하고 같은 분수를 알아보기에서 "분모와 분자에서 0이 아닌 같은 수를 곱하면 크기가 같은 분수가 된다"고 하여 $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$, $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ 등의 예를 보이고 있다.

결과적으로 초등학교 수학이나 산학서 모두 최대공약수를 나눗수로 하여 분모 분자 각각을 나누는 것을 약분이라 하였다.

3) 명분법(命分法)은 나누어 떨어지지 않는 분수를 "몇 분의 몇"이라 말하는 것으로 다음과 같이 설명하고 있다.

① 『구장술해』에서 "若分母分子輾轉相減不得相等之數終減至於一則用命分法可也" 즉, 만약 분모 분자를 서로 빼는 일을 되풀이 하여도 서로 같은 수를 얻지 못한 채 1에 이르면 명분법(몇 분의 몇이란 분자식)을 쓴다.

② 『산수서』에서 "可半半之可命若干一若干" 즉, 반으로 할 수 있으면 반으로 하고 몇 분의 1로 할 수 있는 것은 몇 분의 1로 한다.

③『구수략 건』의 지분약법(之分約法)에서 "之分者算術之機要也之者子數也分者母數也" 즉, 지분은 산술의 요점이다. 지라는 것은 분자 수이다. 분이라는 것은 분모의 수이다.

또, "凡數除之不盡者以法命之曰幾分之數除數爲母奇數爲子母法子實而一是謂命分", 즉 수는 나누어 떨어지지 않는 것을 법으로 말하기를 몇 분지 몇이라 하고 나눗수는 분모가 되고 나머지 수를 분자로 하여 나뉨수를 나눈 것을 명분이라 한다.

④ 『산학정의 (상권)』의 명분법(命分法)에서, "命分者屢除仍有不盡之餘實名曰不受除乃以法數爲分母餘實爲分子命爲幾分中之幾分卽所謂奇零也若去之則不能復還原數故命分之所以立也" 즉, 명분은 여러 번 나누어도 떨어지지 않는 나머지 실수(나뉨수)를 이름하여 더 이상 나눌 수 없어 나눗수를 분모로 하고 나머지 실수를 분자로 하여 몇 분지 몇이라 말한다. 즉, 이른 바 기약분수(奇零)이다. 만약 없애버리면 본래의 수(原數)로 돌릴 수 없으므로 소위 명분을 세우는 것이다.

⑤ 『초등학교 수학 5-가』에서 "분모와 분자의 공약수가 1뿐인 분수를 기약분수이다"라고 하며 분수의 분모와 분자를 그들의 최대공약수로 나누면 기약분수가 되어 "몇 분의 몇"이라 읽고 있는데 이것이 산학서의 명분법이다.

### 나. 합분술(合分術)

[問] 又有二分之一三分之二四分之三五分之四問合幾何
　　答曰二六十分之四十三

[문] 또 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ 가 있다. 더하면 얼마인가?

답 : $2\frac{43}{60}$

合分合分者兩分子相加也若有兩分母不同則用互乘法以所得兩分子相加也

術曰母互乘子並以爲實母相乘爲法此法用互乘以齊其分也兩分母相乘爲共母數者因分母不同難以相加故兩分母俱變爲共母也前分母乘後分子後分母乘前分子相加爲共子數子前分母乘後分子即使後分子變爲共母中之幾分也後分母乘前分子即使前分子亦變爲共母中之幾分也兩分母既變爲同等則兩分子亦俱爲同分母之子故相加也凡子母數有三四種相加者以第一數與第二數分母分子用互乘法相加得數又與第三數分母分子依前互乘法相加也實如法而一不滿法者[2]以法命之[3]如共子數滿共母數則歸一爲整數所餘數與共母數或用命分法或用約分法也其母同者直相從之兩分母同　者即併兩分子爲得數若相加之數大於母數則於所得數內減去母數爲一整數也或有三種者兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同則直用互乘法也

합분 합분이란 두 분자를 더하는 것이다. 만약 두 분모가 같지 않으면 호승법을 사용한다. 얻은 두 분자를 더한다.

합분술은 분모와 분자를 서로 엇갈리게 곱하여 더한 것을 실수(나뉨수)로 하고 분모를 서로 곱한 것을 법수(나눗수)로 한다. 이 법은 서로 곱하여 그 분모를 같게 한다. 두 분모를 서로 곱한 것을 공통분모(共母數者)로 한다. 분모가 같지 않아서 서로 더하기에는 어려우므로 두 분모를 바꾸어 공통분모로 한다. 앞의 분모에 뒤 분자를 곱하고, 뒤 분모에 앞 분자를 곱하여 서로 더하면 공통분자(共子數者)가 된다. 공통분자는 앞의 분모와 뒤의 분자의 곱, 즉 뒤의 분자를 바꾼 것이 공통분모의 분자가 된다. 뒤 분모가 앞 분자를 곱한다. 즉 앞 분자 역시 바꾼 것이 공통분모의 분자가 된다. 두 분모는 이미 바꾸어 같게 되면 두 분자도 역시 같은 분모의 분자이므로 서로 더한다. 대개 분수가 서너 개 있어 서로 더하는 것은 제 1분수와 제 2분수의 분모 분자를 호승법으로 서로 더하여 수를 얻는다. 또, 그 얻은 수와 제 3분수의 분모 분자는 앞 호승법에 의해 서로 더한다. 법수로 실수를 나눈다. 더 이상 나누어지지 않는 것은 법수(나눗수)로 이름을 붙인다. 가령 공통분자수(실수)를 공통분모수(법수)로 나누어떨어지면 정수가 되고 나머지 수와 공통분모수는 명분법 또는 약분법으로 한다. 같은 것은 그대로 서로 더하면 된다. 두 분모가 같으면 즉, 두 분자를 더하여 수를 얻고, 만약 서로 더한 수가 분모보다 크면 얻은 수 안에서 분모수를 빼어 정수 1로 한다. 혹은 세 개의 분수가 있을 때 두 분모를 서로 곱한 후에 얻은 수와 나머지 분모가 서로 같으면 직접 서로 더하므로 호승법을

2) 나뉨 수 < 나눗수

3) 43/60과 같이 "나눗수의 몇"이라 부른다는 뜻.

사용할 필요가 없다.

(2-1) 『산수서(算數書)』에서는 “合分術曰母相類子相從母不相類可倍倍可三三可四四可五五可六六七亦輒倍及三四五之如母母相類者子相從其不相類者母相乘爲法子互乘母并爲實如法而成一”, 즉, 합분술(분수의 덧셈법)은 분모가 같으면 분자는 서로 더하고, 분모가 다르면 배 할 수 있으면 배하고 3을 곱할 수 있으면 3, 4를 곱할 수 있으면 4, 5를 곱할 수 있으면 5, 6을 곱할 수 있으면 6을 곱하고 7도 역시 그렇게 할 수 있으면 곱하면 되고 3, 4, 5를 곱하여 분모가 같아지면 분자를 서로 더한다. 서로 같지 않으면 분모를 서로 곱해 나눗수로 하며 분자는 분모를 서로 엇갈리게 곱하고 더해 나뉨수로 하여 나눗수로 나눈다.

(2-2) 『손자산경 중권(孫子算經 卷中)』에서 다음과 같은 문제는 합분술에 관한 것이다.

「今有三分之一五分之二問合之得幾何

答曰一十五分之一十一

術曰置三分五分在右方之一之二在左方母互乘子五分之二得六三分之一得五并之得一十一爲實右方二母相乘得一十五爲法不滿法以法命之卽得」

$\frac{1}{3}$과 $\frac{2}{5}$를 더하면 얼마인가? 답은 $\frac{11}{15}$이다.

풀이는 분모 3과 5를 오른 쪽, 분자 1과 2를 왼 쪽에 놓고 분모가 분자를 서로 엇갈리게 곱하면 $\frac{2}{5}$는 (분자) 6, $\frac{1}{3}$은 (분자) 5를 얻어 더하여 11를 얻는다. 나눗수를 채우지 못하여 나눗수 분의 몇으로 명시한다. 곧 답을 얻는다.

(2-3) 『구수략 건(九數略 乾)』의 지분약법에서, “其兩子異母者倂母較之兩母相乘爲共母次以兩母互乘兩子得各子若三四母子不同者亦以各母自相徧乘倂爲共母各以原子乘之原母除之得各子是謂合分”, 즉, 두 분자 분모가 다르면 분모를 나란히 하여 비교한다. 두 분모를 서로 곱해 공통분모로 하고 다음 두 분모와 두 분자를 엇갈리게 서로 곱하여 각각의 분자를 얻는다. 만약 서너 개의 분수가 분자 분모가 같지 않으면 역시 각각 분모를 서로 두루 곱하고 나란히 하여 공통분모로 한다. 그것은 원래 분자로 곱하고 원래 분모로 나누면 각각의 분자를 얻게 되는데 이것이 합분이다.

“數有奇零或至多零者加倂爲一滿法則歸之整數是謂加分” 즉, (정수로 떨어지지 않는) 나머지가 있거나 나머지가 많으면 합하여 하나로 하고 법수를 채우면 정수로 돌아간다. 이것을 가분이라 한다. 예로, “如七之四加七之五倂得七之九滿法者歸爲整

數尙餘子數二." 즉, $\frac{4}{7}$과 $\frac{5}{7}$을 더하면 $\frac{9}{7}$를 얻어 실수는 법수를 채워 정수로 하고 나머지를 분자 수 2로 한다.

(2-4) 『이수신편(理數新編)』 제23권 『산학본원(算學本源)』의 직방원율(直方圓率)에서 분모가 다른 두 분수의 덧셈 알고리즘을 기영병모자법(奇零倂母子法)이라 하였다. "凡兩子母數不等須先倂母較之以兩母相乘得共母數次以兩母互乘兩子得各子數", 즉, 무릇 두 분자 분모가 다르면 모름지기 분모를 나란히 하기 전에 비교하고 두 분모를 서로 곱하여 공통분모를 얻은 다음 두 분모는 두 분자를 서로 엇갈리게 곱해 각각의 분자 수를 얻는다.

(2-5) 『산학정의 상권(算學正義 上卷)』의 통분법(通分法)에서 덧셈의 알고리즘을 호승상가법(互乘相加法), 연승법(連乘法)과 유승법(維乘法)의 3가지로 다음 예문으로 설명하고 있다.

「今有銅三分斤之一又四分斤之二又五分斤之三相加求總數幾何

答曰一斤又三十分斤之十三

法先以第一分母分子(三分之一)第二分母分子(四分之二)用互乘相加法得十二分斤之十仍與第三分母分子(五分之三)又用互乘相加法得六十分斤之八十六滿分母六十得整數餘六十分斤之二十六並以二約之卽得(三種以上通分者或用連乘法以各分母連乘得共分母後各以分母除之以乘其子爲所得分子也又或用維乘法以分母分子左右對列各以分子遍乘他分母爲所得分子而亦以各分母連乘共分母也合分減分皆同此互乘連乘維乘三法並只一理也」

동3분의 1근 4분의 2근 5분의 3근이 있는데 서로 더하면 얼마인가?

답은 1근과 30분의 13근이다.

법칙은 먼저 제1분모 분자(3분의 1)와 제2분모 분자(4분의 2)를 호승상가법으로 12분의 10을 얻고 이에 제3분모 분자(5분의 3)와 더불어 또 호승상가법을 사용하여 60분의 86근을 얻어 분모를 가득 채워서 1의 정수를 얻고 남은 60분의 20근을 2로써 약분하여 얻는다. 3종 이상 통분하는 것은 연승법으로 각 분모를 연이어 곱하여 공통분모를 얻은 후 각각을 분모로써 나누고 그 분자를 곱하면 공통분모의 분자가 된다. 또, 유승법은 분모 분자를 왼쪽과 오른쪽으로 마주보게 나열하여 각각 분자를 다른 분모에 두루 곱하여 분자를 얻고 역시 각 분모를 연이어 곱하여 공통분모로 한다. 합분, 감분 모두 동일하다. 이로써 호승, 연승, 유승 세 가지 법칙은 모두 같은 이치이다.

(2-6) 1) 『초등학교 수학 4-가』에서 $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$과 같이 분자가 분모보다 작은 분

수를 진분수라 하고 $\frac{4}{4}, \frac{4}{5}$와 같이 분자가 분모보다 같거나 큰 분수를 가분수라 한다. 대분수는 $2\frac{1}{4}$과 같은 분수를 말한다.

2) 분수끼리의 덧셈을 하기 전에 통분법을 설명하고 있는데, 『수학 익힘책 5-가』에서 "분수의 분모와 분자를 같게 하는 것을 통분한다"고 하며 통분한 분모를 공통분모라 하고, 다음과 같이 크기가 같은 분수를 만들어 통분하는 3가지 방법을 보이고 있다.

① 두 분모의 공배수를 공통분모로 하여 통분하기 :

$$(\frac{5}{6}, \frac{3}{8})\text{에서} \quad \left.\begin{array}{l} \frac{5}{6}=\frac{5\times box}{6\times 4}=\frac{box}{24} \\ \frac{3}{8}=\frac{3\times box}{8\times 3}=\frac{box}{24} \end{array}\right] \rightarrow (\quad,\quad)$$

② 두 분모의 곱을 공통분모로 하여 통분하기 :

$$(\frac{2}{3}, \frac{2}{5})\text{에서} \quad (\frac{2}{3}=\frac{2\times box}{3\times 5}=\frac{box}{15}, \quad \frac{2}{5}=\frac{2\times box}{5\times 3}=\frac{box}{15}) \rightarrow (\quad,\quad)$$

③ 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분하기 :

$$(\frac{5}{8}, \frac{7}{12})\text{에서} \ (\frac{5}{8}=\frac{5\times box}{8\times 3}=\frac{box}{24}, \ \frac{7}{12}=\frac{7\times box}{12\times 2}=\frac{box}{24}) \rightarrow (\quad,\quad)$$

3) 『초등학교 수학 5-가』에서 서너 개 이상의 분수의 덧셈은 호승상가법으로 하고 있다.

즉, $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{15}=(\frac{3}{6}+\frac{2}{6})+\frac{1}{15}=\frac{5}{6}+\frac{1}{15}=\frac{25}{30}+\frac{2}{30}=\frac{27}{30}=\frac{9}{10}$

또, 대분수끼리의 덧셈에서는 정수끼리 더하고 기약분수끼리 더한 후 다합께 대분수로 만든다.

즉, $1\frac{1}{6}+2\frac{3}{4}=(1+2)+(\frac{1}{6}+\frac{3}{4})=3+(\frac{4}{24}+\frac{18}{24})=3+\frac{22}{24}=3+\frac{11}{12}=3\frac{11}{12}$

<분석2>

1) 『구장술해』에서 두 분수 또는 서너 개 분수들의 덧셈은 공통분모와 공통분자를 호승상가법(互乘相加法)으로 구하고 있다.

① "兩分母相乘爲共母數者" 즉, 두 분모를 서로 곱한 것을 공통분모(나눗수)로 한다. "前分母乘後分子後分母乘前分子相加爲共子數" 즉, 앞 분모에 뒤 분자를 곱하고 뒤 분모에 앞 분자를 곱하여 서로 더하면 공통분자(나뉨수)가 된다.

② 서너 개의 분수들의 덧셈은, "以第一數與二數分母分子用互乘法相加得數又與第三數分母分子依前互乘法相加也" 즉, 제1분수와 제2분수의 분모 분자를 호승법으로 서로 더하여 (互乘相加法) 수를 얻고 또, 그 얻은 수와 제3분수의 분자 분모를 역

시 호승법에 의해 서로 더한다.

③ 분수들의 합에서 공통분자수가 공통분모수보다 클 경우 대분수를 만드는 법으로, "如共子數滿共母數則歸一爲整數所除數與共母數或用命分法或用約分法也", 즉, 공통분자수가 공통분모를 채우면 나누어 정수로 하고, 그 나머지와 공통분모수를 명분법(몇 분의 몇) 또는 약분한다.

①, ②와 ③에 의해 주어진 [問]을 풀면,

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=(\frac{1}{2}+\frac{2}{3})+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=(\frac{3}{6}+\frac{4}{6})+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}=(\frac{7}{6}+\frac{3}{4})+\frac{4}{5}$$

$$=(\frac{14}{12}+\frac{9}{12})+\frac{4}{5}=\frac{23}{12}+\frac{4}{5}=\frac{115}{60}+\frac{48}{60}=\frac{163}{60}=2+\frac{43}{60}=2\frac{43}{60}$$

2) 『산수서』에서 "其不相類者母相乘爲法子互乘母幷以爲實如法而成一" 즉, 서로 같지 않으면, 분모를 서로 곱해 나눗수(공통분모)로 하고 분자를 분모에 서로 엇갈리게 곱하여 더해 나뉨수(공통분자)로 하여 나눗수로 나눈다.

3) 『손자산경』에서 합분술(덧셈 알고리즘)은 두 분수의 공통분모를 나눗수(一母相乘爲法)로 공통분자를 나뉨수(母互乘子幷以爲實)로 하여 나누고, 나누어떨어지지 않을 때 명분으로 한다.

4) 『구수략』에서는 다음과 같이 덧셈 알고리즘을 사용하고 있다.

① "若三四母子不同者亦以各母者相徧乘併爲共母各以原子乘之原母除之得各子是謂合分"

즉, 서너 개의 분자 분모가 같지 않으면 각 분모를 서로 두루 곱하여 나란히 하여 공통분모로 한다. 그것을 각각 원래의 분자에 곱해 원래의 분모로 나누면 각각 분자를 얻는다. 이것이 합분이다. 예로써, $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$를 더할 때, $120(2\times3\times4\times5)$를 공통분모로 하고 각각의 분자 1를 $60(\frac{120}{2})$, 2를 $80(\frac{2\times120}{3})$, 3을 $90(\frac{3\times120}{4})$, 4를 $96(\frac{4\times120}{5})$으로 하는 것을 합분이라고 하는 점이 특이하다.

② "凡整數帶奇零者難於乘除將整數以母數化之併入子數是謂通分", 즉, 무릇 정수가 기약분수(奇零)와 붙어 있는 것(대분수)은 곱하고 나누기가 어렵다. 곧 정수를 분수로 곱해 분자 수에 더하는 것(가분수로 만드는 것)이 통분이다. 여기서 "整數以母數化之併入子數是謂通分"는 통분내자(通分內子)의 뜻으로 말하고 있다.

5) 『산학본원』에서는 "以兩母相乘得共母數次以兩母互乘兩子得各子數", 즉, 두 분모를 서로 곱해 공통분모를 얻은 다음 두 분모와 두 분자를 엇갈리게 곱하여 각

분자를 얻는다. 이것을 기영병모자법(奇零倂母子法)이라 한다.

6) 『산학정의』의 통분법에서 덧셈 알고리즘을 호승상가법(互乘相加法), 연승법(連乘法)과 유승법(維乘法)으로 구분하여 사용하고 있다. 호승상가법은 『구장술해』에서 "互乘法相加"와 같은 뜻으로, "母互乘子並以爲實母相乘爲法兩分子相加也" 즉, 분모와 분자가 엇갈리게 곱해 나뉨수(實)로 하고 분모를 서로 곱해 나눗수(法)로 하여 두 분자를 서로 더한다. 연승법은 "以各分母連乘得共母後以分母除之以乘其子爲所得分子也" 즉, 각 분모를 연이어 곱해 공통분모를 얻은 후, 각각 분모로 나누고 그 분자를 곱하면 얻고자한 분자가 된다. 유승법은 "以分母分子左右對列各以分子遍乘他分母爲所得分子而亦以各分母連乘得共母也" 즉, 분모 분자를 왼쪽 오른쪽으로 마주보게 나열하여 각각 분자를 다른 분모에 두로 곱하여 분자를 얻고 역시 각 분모를 연이어 곱하여 공통분모를 얻는다.

(2-5)의 예문을 3가지 방법으로 풀면 다음과 같다.

① 호승상가법 : $\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\frac{3}{5}=(\frac{4}{12}+\frac{6}{12})+\frac{3}{5}=\frac{10}{12}+\frac{3}{5}=\frac{50}{60}+\frac{36}{60}\quad=1+\frac{13}{30}=1\frac{13}{30}$

$=\frac{86}{60}=1+\frac{26}{60}$

② 연승법 : $\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\frac{3}{5}=\frac{20}{60}+\frac{30}{60}+\frac{36}{60}=\frac{86}{60}=1+\frac{26}{60}=1+\frac{13}{30}=1\frac{13}{30}$

③ 유승법 :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 1 | $1\times4\times5=20$ | $20+30+36=86$ | : 분자 |
| 4 | 2 | $2\times3\times5=30$ | $3\times4\times5=60$ | : 분모 |
| 5 | 3 | $3\times3\times4=36$ | | |

$\frac{86}{60}=1+\frac{26}{60}=1+\frac{13}{30}=1\frac{13}{30}$

7) 『초등학교 수학』에서는 통분을 4가지 방법으로 설명하고 있다. 두개 이상의 분수의 덧셈은 호승상가법(互乘相加法)으로, 대분수끼리의 덧셈에서는 정수끼리 더하고 기약분수끼리 더한 후 다함께 대분수로 만든다.

**다. 감분술(減分術)**

[問] 今有九分之八減其五分之一問餘幾何

答曰四十五分之三十一

[문] $\frac{8}{9}$이 있다. 그것에서 $\frac{1}{5}$을 빼면 나머지는 얼마인가?

답 : $\frac{31}{45}$

減分減分者兩分子相減也若有兩分母不同則用互乘法以所得兩分子相減也

術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法實如法而一兩分母同則卽將兩分子相減若

兩分母不同則用互乘法以兩分母相乘爲共母數以前分母乘後分子以後分母乘前分子以所得兩子數相減爲餘數也兩分母或互相加減使與相同而後兩分子相減也或整數與分子者卽以分子相減也子母數三四種相減者用互乘法其理與合分法同

감분 감분이란 두 분자를 서로 빼는 것이다. 만약 두 분모가 같지 않으면 호승법을 사용하여 얻은 두 분자로써 서로 뺀다.

풀이는 분모에 서로 분자를 곱하고 큰 것에서 작은 것을 빼어 나머지를 실(나뉨수)로 하며 분모를 서로 곱하여 법(나눗수)으로 나눈다. 두 분모가 같으면 즉, 두 분자로써 서로 뺀다. 만약 두 분모가 같지 않으면 호승법을 사용하여 두 분모를 서로 곱하여 공통분모수로 한다. 앞의 분모가 뒤 분자를 곱하고 뒤 분모가 앞 분자를 곱하여 얻은 두 분자를 서로 빼어 나머지 수로 한다. 두 분모 혹은 서로 더하고 빼어서 그들을 같게 한 후 두 분자를 서로 뺀다. 또는 정수와 분자가 있어 즉, 분자로써 서로 뺀다. 분수가 서너 개 있으면 서로 빼서 호승법을 사용하는 이치는 합분법에서와 같다.

(3-1) 『손자산경 중권(孫子算經 卷中)』에서 다음과 같은 문제는 감분술에 관한 것이다.

「今有九分之八減其五分之一問餘幾何

答曰四十五分之三十一

術曰置九分五分在右方之八之一在左方母互乘子五分之一得九九分之八得四十以少減多餘三十一實母相乘得四十五爲法不滿法以法命之卽得」

$\frac{8}{9}$에서 $\frac{1}{5}$을 빼면 나머지는 얼마인가?

답 : $\frac{31}{45}$

풀이 : 분모 9, 5를 오른 쪽에 분자 8과 1을 왼 쪽에 놓는다. 분모는 분자와 서로 엇갈리게 곱하여 $\frac{1}{5}$은 9, $\frac{8}{9}$은 40을 얻는다. 큰 것에서 작은 것을 빼어 나머지 31을 나뉨수로 한다. 분모를 서로 곱하여 45를 얻어 나눗수로 한다. 나눗수에 채워지지 않으면 나눗수 분의 몇이라 명시하여 답을 얻는다.

(3-2) 『산학정의 상권(算學正義 上卷)』의 통분법(通分法)에서 뺄셈 알고리즘은 분수가 서너 개 있을 때 호승법으로 하는 것은 합분법과 같다.

1) 경감법(徑減法) : 분모가 같은 분수의 뺄셈

“此徑減法兩分母同故兩分子徑以相減而減數大於原數故以分母通整數然後減之”, 즉

경감법은 두 분모가 같으므로 두 분자를 서로 빼는데 빼는 수가 원수보다 크면 정수에 통분한 후 그것을 뺀다.

2) 영분법(零分法) : 정수와 분수와의 뺄셈

「今有米一石內減七分石之五求餘數若干

答曰七分石之二

法以整數一石變爲七分餘分子五相減餘二卽得七分石之二餘數此整數中減零分法也」

쌀 1석이 있는데 이 안에서 7분의 5석을 감하여 남은 수를 구하면 얼마인가?

답은 7분의 2석이다.

법칙은 정수 1석을 7분이 되게 고치므로서 분자 5와 더불어 서로 감하면 2가 남으니 즉 7분의 2석을 얻어 남은 수가 된다. 이와 같은 것을 정수에서 감하는 영분법이라 한다.

(3-3) 『초등학교 수학 5-가』에서는 다음과 같이 뺄셈 알고리즘을 보이고 있다.

1) 분모가 다른 두 분수의 차를 구하는 방법

① 두 분모를 서로 곱하여 공통분모로 하고 두 분수를 통분한 다음 차를 구한다.

(예) $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1\times6}{4\times6}-\frac{1\times4}{6\times4}=\frac{box}{24}-\frac{box}{24}=\frac{box}{24}=\frac{box}{12}$

② 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 두 분수를 통분한 다음 차를 구한다.

(예) $\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1\times3}{4\times3}-\frac{1\times2}{6\times2}=\frac{box}{12}-\frac{box}{12}=\frac{box}{12}$

최소공배수는 다음과 같이 구한다.

$$\begin{array}{r|cc} 2 & 4 & 6 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

최소공배수 : $2\times2\times3=12$

2) 대분수의 뺄셈

① 대분수를 자연수와 분수로 나누어 자연수는 자연수끼리 분수는 분수끼리 뺀다.

(예) $4\frac{2}{3}-1\frac{1}{4}=(4-1)+(\frac{2}{3}-\frac{1}{4})=3+(\frac{8}{12}-\frac{3}{12})=3+\frac{5}{12}=3\frac{5}{12}$

② 대분수를 가분수로 고친 다음 차를 구한다.

(예) $4\frac{2}{3}-1\frac{1}{4}=\frac{14}{3}-\frac{5}{4}=\frac{56}{12}-\frac{15}{12}=\frac{41}{12}=3\frac{5}{12}$

**<분석3>**

1) 『구장술해』, 『손자산경』과 『산학정의』에서 “母互乘子得各子以少減多餘數爲實兩分母相乘得共分母爲法實如法而一” 즉 각 분모 분자를 호승하여 각 분자를 얻고 큰 것을 작은 것으로 빼어 나뉨수로 하고 두 분모를 서로 곱해 공통분모를 얻어 나눗수로 하여 나눈다. 여기서 실수(나뉨수)가 법수(나눗수)를 채우지 못하면, “몇 분의 몇”으로 명분한다. 특히 『손자산경』에서는 유승법으로 계산한 것이다.

2) 『구장술해』에서 “整數與分子者卽以分子相減也”라 하여 대분수를 통분내자(通分內子)에 의해 가분수로 고치고 공통분모를 얻어 분자를 서로 뺀다는 것이다. 이와 마찬가지로 정수와 더불어 두 분수의 뺄셈은, “兩分子徑以相減而減數大於原數故以分母通整數然後減之” 즉, 두 분자를 서로 빼는데 빼는 수가 원수보다 크면, 원수는 정수와 더하여(통분내자) 그것을 뺀다. 이것을 경감법(徑減法)이라 한다. 예로 $1+\frac{2}{5}-\frac{3}{5}$ 에서 원수 $\frac{2}{5}$는 빼는 수 $\frac{3}{5}$보다 작으므로 $1+\frac{2}{5}-\frac{3}{5}=(1+\frac{2}{5})-\frac{3}{5}=\frac{7}{5}-\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$ 이다. 특히, “整數中減零分法也” 즉, 정수와 분수의 뺄셈을 영분법(零分法)이라 한다. 예를 들면 $1-\frac{5}{7}=\frac{7}{7}-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$ 이다.

3) 『초등학교 수학 5-가』에서 뺄셈 알고리즘은 분모가 다른 분수의 차를 구할 때 산학서와 같이 감분술을 사용하고 있다. 두 분모의 곱과 두 분모 수의 최소공배수를 각각 공통분모로 하여 구분하여 설명하고 있다. 또, 대분수의 뺄셈 경우에 대분수를 자연수와 분수로 나누어 각각 구하거나 가분수로 고쳐 구하고 있다.

**라. 과분술(課分術)**

[問] 今有八分之五二十五分之十六問孰多多幾何
答曰二十五分之十六多多二百分之三

[문] $\frac{5}{8}$와 $\frac{16}{25}$이 있다. 어느 것이 더 크며, 얼마나 더 큰가?

답 : $\frac{16}{25}$이 더 크며, $\frac{3}{200}$만큼 더 크다.

課分課分者校其多少也求其何分最多多亦幾分也

術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法實如法而一卽相多也設以八分之五與二十五分之十六互乘則兩分母八與二十五相乘得二百分爲共母數以前分母八乘後分子十六得一百二十八是爲二百分之一百二十八卽二十五分之十六之所變也以後分母二十五乘前分子五得一百二十五是爲二百分之一百二十五卽八分之五所變也所得兩分子較之則一百二十八大於一百二十五是二十五分之十六爲多也一百二十八內減一百二十五餘爲三此卽二百分之三爲所多數也

과분 과분이란 어느 것이 크고 작음을 비교하는 것이다. 최다인 것을 구하고 얼마나 더 큰가를 구한다.

풀이는 분모와 분자를 서로 곱해서 큰 것에서 작은 것을 뺀 나머지를 나뉨수로 하고 분모를 서로 곱한 것을 나눗수로 하여 나누면 곧 서로의 차이가 나온다. 가령, $\frac{5}{8}$와 $\frac{16}{25}$을 서로 곱하면 두 분모 8과 25는 서로 곱하여 200을 얻어 공통분모가 되고 앞의 분모 8과 뒤의 분자 16을 곱해 128을 얻어 이것이 $\frac{128}{200}$이 된다. 즉 $\frac{16}{25}$이 변한 수이다. 이후 뒤의 분모 25에 앞의 분자 5를 곱해 125를 얻어 이것이 $\frac{125}{200}$가 된다. 즉 $\frac{5}{8}$가 변한 수이다. 얻은 두 분자를 비교하면 128은 125보다 크므로 $\frac{16}{25}$이 더 크다. 128안에서 125를 뺀 나머지가 3이다. 즉, $\frac{3}{200}$이 차이의 수이다.

(4-1) 『구수략 건(九數略 乾)』의 지분약법(之分約法)에서 "奇零有二數者辨其孰多孰寡以子母互參母數同則觀其子數若子同而母異則母小者子反大母大者子反小子母俱異則母子互乘以較之是謂課分" 즉, 기영(기약분수)인 두 수가 있어 어느 것이 크고 작은가를 판별한다. 분모 분자를 헤아려서 분모 수가 크면 그 분자 수를 보아 큰 쪽이 크다. 만약 분자가 같고 분모가 다르면 분모 수가 작은 것이 반대로 분자가 크고, 분모 수가 큰 것이 반대로 분자가 작다. 분자 분모가 모두 다르면 분모 분자를 서로 엇갈리게 곱하여 그것을 비교한다. 이것을 과분이라 한다.

(4-2) 『구일집 천(九一集 天)』의 지분제동문육문(之分齊同門六問)에서 다음과 같은 문제는 과분술에 관한 것이다.

「今有甲持紬七分匹之六乙持紬四分匹之三問孰多多若干

答曰甲紬多多二十八分匹之三

法曰依圖布算

七分　之六

四分　之三

母互乘子甲得二十四乙得二十一以小減多餘三爲實乃分母相乘得二十八爲法除實則不滿故仍爲命之合問」

갑은 명주를 $\frac{6}{7}$필을 가지고 있고 을은 $\frac{3}{4}$필을 가지고 있는데, 누가 얼마나 더 많이 가지고 있는가?

답 : 갑이 $\frac{3}{28}$필 더 많이 가지고 있다.

풀이 : 분모와 분자를 엇갈리게 곱하면 갑은 24를 얻고 을은 21을 얻는다. 큰 수에서 작은 수를 빼면 나머지 3이 나뉨수가 되고 이어 분모를 서로 곱하여 28을 얻어 나눗수로 삼아 나누면 나누어떨어지지 않으므로 분수로 명시하면 된다. 즉, $\frac{6}{7}-\frac{3}{4}=\frac{6\times4}{7\times4}-\frac{3\times7}{4\times7}=\frac{24}{28}-\frac{21}{28}=\frac{3}{28}$ 이다.

(4-3) 『산학정의 상(算學正義 上)』의 통분법(通分法)에서 다음은 고과분법(古課分法)에 대한 문제이다.

「今有數甲三分之二減乙五分之三求餘數若干

答曰十五分之一

法以兩分母三五相乘得十五爲共母數以甲分母三乘乙分子三得九又以乙分母五乘甲分子二得十所得兩分子相減餘一卽得十五分之一爲餘數也此兩分母不同故用互乘齊之然後可以相減也若問孰多多幾何則答以三分之二多多十五分之一此古課分法分母同而子不同則子數大者爲多若子同而分母不同則分母小者爲多盖以分相較而辨其多寡也」

수 갑 3분의 2에서 을 5분의 3을 빼면 나머지는 얼마인가?

답은 15분의 1이다.

법칙은 두 분모 3, 5를 서로 곱하여 15를 얻어 공통분모로 삼고, 갑 분모 3에 을 분자 3을 곱하여 9를 얻고, 또 을 분모 5에 갑 분자 2를 곱하여 10을 얻어 그렇게 얻은 분자를 서로 빼면 1이 남아 즉 15분의 1이 남는 수가 된다. 이와 같이 두 분모가 같지 않으므로 호승법을 사용하여 그것을 같게 한 후 서로 뺄 수 있다. 만약 무엇이 크며 얼마나 큰가를 묻는다면 3분의 2가 크며, 15분의 1만큼 크다고 답한다. 이것은 고과분법으로 분모가 같고 분자가 다르면 즉 분자 수가 큰 것이 큰 것이 된다. 만약 분자가 같고 분모가 같지 않으면 분모가 작은 것이 큰 것이 된다. 대체로 서로 비교하여 크고 작음을 분별한다.

(4-4) 『수학 익힘책 5-가』의 분수의 크기 비교에서는 다음과 같이 보이고 있다.

1) 기호로 >, =, < 를 쓴다.

$$\left(1\frac{7}{10},\ 1\frac{3}{4}\right)\Leftrightarrow\begin{bmatrix}1\frac{7}{10}=1box\frac{}{box}\\ 1\frac{3}{4}=1box\frac{}{box}\end{bmatrix}\Leftrightarrow\left(1\frac{7}{10}\quad box\quad 1\frac{3}{4}\right)$$

2) 주어진 분수가 $\frac{1}{2}$보다 큰지 작은지를 알아보는 방법은 주어진 분수의 분자를 2배한 수가 분모보다 크면 그 분수는 $\frac{1}{2}$보다 크고, 작으면 그 분수는 $\frac{1}{2}$보다 작다.

3) 세 분수 $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{13}{20}$의 크기를 비교하기

① $\frac{3}{10}$의 분자 3의 2배는 분모 10보다 작으므로 $\frac{3}{10} box \ \frac{1}{2}$이다.

② $\frac{4}{5}$와 $\frac{13}{20}$은 각각 분자 2배가 분모보다 크므로 $\frac{1}{2}$보다 크다.

$\frac{4}{5}=\frac{16}{20}$이므로 $\frac{4}{5} box \ \frac{13}{20}$이다. 그러므로 $\frac{4}{5} > box\frac{\quad}{box} \ > box\frac{\quad}{box} \quad > \quad$ 이다.

4) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$와 같이 분자가 분모보다 1 작은 분수의 크기 비교는 분모가 클수록 크다.

<분석4>

1) 『구장술해』, 『구수략』, 『구일집』과 『산학정의』에서 과분술(課分術)은 분수의 대소(大小)를 비교하는 계산법으로 감분술과 같은 이치로써 분모를 서로 곱해 공통분모로 하고 각 분자와 분모를 호승하여 얻어진 분자의 크고 작음을 비교하는 것이다.

2) 『산학정의』에서는 고과분법(古課分法)으로 분수의 대소를 비교하고 있다. "古課分法分母同而子不同則子數大者爲多若子同而分母不同則分母小者爲多", 즉, 고과분법은 분모가 같고 분자가 같지 않으면 분자 수가 큰 것이 크고, 만약 분자가 같고 분모가 같지 않으면 분모가 작은 것이 크다. 여기서 많다(多)는 크다(大), 적다(寡)는 작다(小)로 표현하고 있다.

3) 『초등학교 수학 5-가』에서 분수 크기를 다음과 같이 비교하고 있다.

① 정수가 같은 대분수의 크기는 두 기약분수의 대소로 비교한다.

② 주어진 분수들이 $\frac{1}{2}$보다 큰지 작은지를 알고서 대소를 비교하거나 공통분모로 통분하여 분자의 대소를 비교한다.

③ 분자가 분모보다 1 작은 분수의 크기 비교는 분모의 대소에 따른다.

**마. 평분술(平分術)**

[問] 今有三分之一三分之二四分之三問減多益少各幾何而平

答曰減四分之三者二三分之二者一并以益三分之一而各平於十二分之七

[문] $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$이 있다. 큰 것에서 빼서 작은 것에 보태면 각각 얼마로서 같게 되는가?

답 : $\frac{3}{4}$에서 $\frac{2}{12}$를 빼고, $\frac{2}{3}$에서 $\frac{1}{12}$를 뺀다. $\frac{1}{12}$와 $\frac{1}{12}$를 합하여 $\frac{1}{3}$에 보태면 각각이 $\frac{7}{12}$로 같게 된다.

平分平分者均其諸分也乃減彼之多增此之少也

術曰母互乘子據首問第二分母三第三分母四互乘第一分子一得十二第一分母三第三分母四互乘第二分子二得二十四第一分母三第二分母三互乘第三分子三得二十七副幷爲平實十二二十四二十七幷之得六十三母相乘爲法三三四連乘得三十六以列數卽位數三分三分四分位數凡三也乘未幷者十二二十四二十七各自爲列實以位數三乘十二得三十六乘二十四得七十二乘二十七得八十一亦以列數乘法以位數三乘法三十六得一百八以平實減列實餘約之爲所減以平實六十三減列實三十六少二十七減七十二餘九減八十一餘十八約之九爲一則十八爲二而二十七爲三平實六十三爲七法一百八爲十二幷所減以益於少以法命平實各得其平約法之十二約平實之七命爲十二分之七卽得平也設十二作三分之一則爲四也三分之二則爲八也四分之三則爲九也定平實爲七則三分之一之四少三而三分二之八減一四分三之九減二皆爲七而併所減之一二得三加於三分一之四亦爲七故損多益少各平於十二分之七也

평분 평분이란 여러 개의 분수를 균등하게 하는 것이다. 이에 큰 것을 감하는 반면에 작은 것에 보태는 것이다.

풀이는 분모와 분자를 서로 곱한다. 우선 제2분모 3, 제3분모 4를 서로 곱하고 제1분자 1에 곱하여 12를 얻고, 제1분모 3, 제3분모 4를 서로 곱하여 제2분자 2에 곱하면 24를 얻으며, 제1분모 3, 제2분모 3을 서로 곱하고 제3분자 3에 곱하여 27을 얻는다. 각각 합하여 평실로 한다. 12, 24, 27을 더하면 63이 된다. 분모를 서로 곱하여 법수로 한다. 3, 3, 4를 연이어 곱하면 36을 얻는다. 열수로 즉, 위수 3분, 3분, 4분으로 위수는 대개 3이다. 미병자 12, 24, 27를 곱하여 각각 열실로 한다. 위수 3으로 12를 곱하여 36을 얻고, 24를 곱하여 72를 얻으며, 27을 곱하여 81을 얻는다. 역시 열수로 법수를 곱한다. 위수 3에 법수 36을 곱하여 108을 얻는다. 평실을 열실에 빼어 나머지는 약분하여 감한다. 평실 63을 열실 36에서 빼면 27이 적고, 72를 빼면 9가 남으며 81을 빼면 18이 남아 약분하면 9이다. 9를 나누어 1이면 18은 2, 27은 3, 그리고 평실 63은 7이고 법수108은 12가 된다. 뺀 것을 더하여 작은 것에 보태어 법수로 평실을 나누면 그 평분을 얻는다. 법수를 약분하면 12, 평실을 약분하면 7로 $\frac{7}{12}$이라 한다. 즉 평분을 얻는다. 가령, 12의$\frac{1}{3}$은 4, $\frac{2}{3}$는 8, $\frac{3}{4}$은 9이다. 평실을 7이라 정하면 $\frac{1}{3}$은 $\frac{4}{12}$로 $\frac{3}{12}$만큼 작고, $\frac{2}{3}$는 $\frac{8}{12}$로, $\frac{1}{12}$을 빼며, $\frac{3}{4}$은 $\frac{9}{12}$로 $\frac{2}{12}$를 빼면 모두 $\frac{7}{12}$이 된다. 뺀 것을 더한 1, 2는 $\frac{3}{12}$이 되고 $\frac{3}{12}$을 $\frac{1}{3}$

인 $\frac{4}{12}$에 더하면 역시 $\frac{7}{12}$이므로 큰 것에서는 빼고 작은 것에는 더하여 각각이 $\frac{7}{12}$로 같다.

(5-1) 『손자산경 중권(孫子算經 卷中)』의 평분술에 대한 문제는 다음과 같다.

「今有三分之一三分之二四分之三問減多益少幾何而平

答曰減四分之三者二三分之二者一幷以益三分之一而各平于十二分之七

術曰置三分三分四分在右方之一之二之三在左方母互乘子副幷得六十三置右爲平實母相乘得三十六爲法以列數三乘未幷者及法等數得九約訖減四分之三者二減三分之二者一幷以益三分之一各平于十二分之七」

$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$이 있는데 큰 것에서 빼서 작은 것에 보태면 얼마로 균등하게 되는가?

답 : $\frac{3}{4}$에서 $\frac{2}{12}$, $\frac{2}{3}$에서 $\frac{1}{12}$을 빼서 합하여 ($\frac{2}{12}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}$) $\frac{1}{3}$에 보태면 각각 $\frac{7}{12}$로 균등하게 된다.

풀이 : 분모 3, 3, 4를 오른쪽에 분자 1, 2, 3을 왼쪽에 놓는다. 분모와 분자를 엇갈리게 서로 곱하고 더하여 63을 얻어 오른쪽에 놓아 평실(평균의 나뉨수)로 한다. 분모를 서로 곱하여 36을 얻어 나눗수로 한다. 열수 3을 더하기전의 수(未幷者: 12, 24, 27)와 곱한 것들(36, 72, 81)과 나눗수(36)의 최대공약수 9를 얻어 약분한다. $\frac{3}{4}$에서 $\frac{2}{12}$, $\frac{2}{3}$에서 $\frac{1}{12}$을 빼고 $\frac{1}{3}$에 뺀 것을 합하여 보충하면 각각 평균이 $\frac{7}{12}$이 된다.

(5-2) 『구일집 천(九一集 天)』의 지분제동문육문(之分齊同門六問)에서 다음은 평분술에 대한 문제이다.

「今有甲銀九分兩之八乙銀七分兩之六丙銀五分兩之四合而令三人平均分之問每人若干

答曰各平九百四十五分兩之八百二

法曰依圖布算

九分 之八

七分 之六

五分 之四

母互乘子甲得二百八十乙得二百七十丙得二百五十二併三位得八百二[常用三歸而不盡故不用三歸]爲實分母九七五相乘得三百十五乃以三因得九百四十五爲法[三因者蓋三人併數不用故此爲法之數亦三因也]除實不滿故仍爲命之九百四十五分之八百二合問」

갑은 돈 $\frac{8}{9}$냥, 을은 $\frac{6}{7}$냥, 병은 $\frac{4}{5}$냥을 가지고 있다. 이 돈을 더해 세 사람이 평균하여 갖는다면 한사람은 얼마를 갖는가?

답 : $\frac{802}{945}$ 냥

풀이 : 포산의 그림을 이용한다. (유승법)

분모 분자를 엇갈리게 곱하면, 갑은 280, 을은 270, 병은 252를 얻는다. 이 세 수를 합하면 802이다. [당연히 3으로 나누어야 하나 나누어떨어지지 않으므로 3으로 나누지 않는다.] 이것을 나뉨수(802)로 하고 분모 9, 7, 5를 서로 곱해 315를 얻어 3을 곱하면 945를 얻어 나눗수로 한다. [3을 곱한다는 것은 세 사람이기 때문이다. 나뉨수(802)가 3으로 나누어지지 않으므로 나눗수(315)를 3배하여 나눗수(945)로 한다.] 나뉨수를 나누면 나뉨수가 나눗수보다 작아서 명분으로 945분의 802가 된다.

<분석5>

1) 평분술(平分術)은 분수의 평균을 계산하는 방법이다. 『구장술해』에서는 "平分者均其諸分也乃減彼之多增此之少也" 즉, 평분이란 여러 개의 분수를 균등하게 하는 것이다. 이에 큰 것을 빼고 작은 것에 보태는 것이다. 『구장술해』와 『손자산경』에서는 같은 문제를 다루고 있으며, 『구장술해』에서의 다음 풀이 과정은 『손자산경』의 풀이를 해설한 것으로 보인다.

$1\times3\times4=12$ (평실)$63=12+24+27$

$2\times3\times4=24$ (법수) $36=3\times3\times4$ (열실) $\begin{cases}3\times12=36\\3\times24=72\\3\times27=81\end{cases}$

$3\times3\times3=27$ (위수 또는 열수) 3

(열수와 법수의 곱) $108=3\times36$

(열실-평실)

$$\begin{cases}\text{36과 63의 차로 27이 모자란다.} \Rightarrow \frac{27}{108}=\frac{1}{4}\to\frac{1}{3}\text{이 평분보다}\frac{1}{4}\text{작다.}\\ 72-63=9 \Rightarrow \frac{9}{108}=\frac{1}{12}\to\frac{2}{3}\text{가 평분보다 }\frac{1}{12}\text{크다.}\\ 81-63=18 \Rightarrow \frac{18}{108}=\frac{1}{6}\to\frac{3}{4}\text{이 평분보다 }\frac{1}{6}\text{크다.}\end{cases}$$

따라서 $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}-\frac{1}{12}=\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$ 이고 $\frac{7}{12}$이 평분이다.

2) 『구일집』에서 평분술은 주어진 분수의 합을 분수의 개수로 나누어 평분을 얻는다. 예문에서 $\frac{8}{9}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{4}{5}$ 의 평분 즉, $\frac{1}{3}\times(\frac{8}{9}+\frac{6}{7}+\frac{4}{5})=\frac{802}{945}$ 이다.

**바. 경분술(經分術)**

[問] 又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四分錢之三問人得幾何

答曰人得二錢八分錢之一

[문] 또 $6\frac{1}{3}$전과 $\frac{3}{4}$전을 $3\frac{1}{3}$인으로 나눈다. 각각 얼마씩 얻겠는가?

답 : 각자 $2\frac{1}{8}$전씩 얻는다.

經分經分者卽以零分除零分也經徑也直求一人之分也

術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一有分者通之以整數除零分者以分子爲實以分母通整數爲法除之得所求數也以整數帶零分除整數帶零分者以實分母通實整數內子爲實以法分母通法整數內子爲法以法分母除實分母以法分子除實分子得所求數而若除有不盡則用互乘代除法以實分母乘法分子爲除出之分母以法分母乘實分子爲除出之分子以除出分母除除出分子得所求數也以整數除整數帶零分者以實分母通實整數內子爲實以實分母通法整數爲法除之得所求數也重有分者同而通之大零分下又帶小零分相除者實小分母通實之大分母及大分子內小分子得幾分母之幾分子爲實以法小分母通法之大分母及大分子內小分子得幾分母之幾分子爲法然後用互乘代除法以實幾分母乘法幾分子爲除出分母以法幾分母乘實幾分子爲除出分子乃以除出分母除除出分子得所求數也

경분 경분이란 즉, 영분(기약분수)로 영분을 나누는 것이다. 경(經)은 경(徑)인 즉, 직접 1인의 몫을 구하는 것이다.

풀이하면 사람 수를 법수(나눗수)로 하고 금전의 액수를 실수(나뉨수)로 하여 나누어서 통분되면 그렇게 한다. 정수로 영분을 나눈다는 것은 분자를 실수로 하고 분모와 정수를 통분한 것을 법수로 하여 나누면 수를 얻는다. 정수대영분 (帶分數)이 정수대영분으로 나눈다는 것은 실수의 분모를 통분하여 실수의 정수 안에 있는 분자를 실수로 하고 법수의 분모를 통분하여 정수 안에 있는 분자를 법수로 하여 법수의 분모로써 실수의 분모를 나누고 법수의 분자로 실수의 분자를 나누어 구하는 수를 얻는다. 만약, 더 이상 나누어지지 않으면 호승대제법을 사용한다. 실수의 분모에 법수를 곱하여 나온 수를 제출지분모(除出之分母)(나누어야 할 분모)로 하고 법수의 분모에 실수의 분자를 곱한 것을 제출지분자(除出之分子)(나누어야 할 분자로 한다. 제출지분모를 제출지분자를 나누면 구하는 수를 얻는다. 정수가 정수대영분을 나눈다는 것은 실수의 분모와 실수의 정수를 통분하여 분자를 실수로 하고 실수의 분모가 법수의 정수와 통분하여 법수로 삼아 나누면 구하는 수를 얻는다. 여러 개가 통분되면 그렇게 한다. 서로 다른 두 개 이상의 큰 영분 대 작은 영분으로 서로 나눈다는 것은 실수의 소분모를 실수의 대분모로 통분하고 실수의 대분자와 실수의 대분자 내에서 실수의 소분자를 통분하면 기분모의 기분자를 얻어 실수로 하고 법수의 소분모와 법수의 대분모를 통분하고, 법수의 대분자 내에서 소분자를 통분하여 기분모의 기분자를 얻어 법수로 한 후, 호승대제법을 사용하여

실수의 기분모와 법수의 기분자를 곱하여 제출분모(나누어야 할 분모)가 되고 법수의 기분모가 실수의 기분자를 곱하여 제출분자(나누게 될 분자)가 되어 구하고자 하는 수가 된다.

(6-1) 『산수서(算數書)』에서 경분(徑分 또는 經分)은 "徑分以一人命其實" 즉, 한사람에게 해당되는 몫을 나타낸 것이다.

(6-2) 『구일집 천(九一集 天)』의 지분제동문육문(之分齊同門六問)에서 다음은 경분술에 대한 문제이다.

「今有銀六兩五分兩之四買珠八兩七分兩之三問銀每兩價珠若干

答曰一兩二百三十八分兩之五十七

法曰置銀通分納子又以七分乘之得二百三十八爲法另列珠通分納子又以五分乘之得二百九十五爲實以法除之得一兩不滿法命之合問」

돈(銀) $6\frac{4}{5}$냥으로 구슬 $8\frac{3}{7}$냥을 사려고 한다. 돈 한 냥으로 구슬을 얼마나 사겠는가?

답 : $1\frac{57}{238}$냥

풀이 : 돈을 가분수로 고쳐(通分納子) 7로 곱하여 238을 얻어 나눗수로 한다. 별도로 구슬의 냥을 가분수로 고쳐 5를 곱하여 295를 얻어 나뉨수로 하여 나누면 1냥을 얻고 나머지는 분수로 나타낸다. 즉, $8\frac{3}{7}\div6\frac{4}{5}=\frac{59}{7}\div\frac{34}{5}=\frac{59\times5}{7\times34}=\frac{295}{238}=1\frac{57}{238}$

↑

호승대제법(互乘代除法)

(6-3) 『산학정의 상(算學正義 上)』의 통분법(通分法)에서 다음은 경분법(經分法)에 대한 문제이다.

1) 「今有田五畝又三分畝之二共租銀五兩又二十七分兩之一求每畝得租銀幾何

答曰九分兩之八

法以銀分母二十七通五兩得一百三十五加入分子一得一百三十六共得二十七分兩之一百三十六爲實又以田分母三通五畝得十五加入分子二得十七共得三分畝之十七爲法乃以法分母三除實分母二十七得九以法分子十七除實分子一百三十六得八卽得九分兩之八爲每畝所租之銀數也用互乘代除法以銀分母二十七乘田分子十七得四百五十九爲除出分母以田分母三乘銀分子一百三十六得四百零八爲除出分子若得九分兩之八其數仍同也(銀與田各通分內子仍爲分母不同故以銀分母通田數以田分母通銀數則銀與田數雖不同分則相同故可以除若以田四百五十九除銀四百八則當得兩下整數八仍餘實四百八[4]是爲八錢又九分錢八卽是九分兩之八也」

밭이 5무와 3분의 2무가 있는데 모두 세금으로 돈 5냥과 27분의 1냥을 내었다면 매 무당 세금으로 돈을 얼마 내겠느냐?

답은 9분의 8냥이다.

법칙은 돈 분모27로서 5냥과 통분하여 135를 얻고 분자 1을 더하여 136을 얻으니 모두 27분의 136냥을 얻어 실수가 된다. 또 밭의 분모 3무로서 5무와 통분하여 15를 얻고 또 분자 2를 더하여 17이 되어 모두 3분의 17무를 얻으니 법수가 된다. 이에 법수의 분모 3으로서 실수의 분모 27을 나누면 9를 얻고 법수의 분자17로서 실수의 분자 136을 나누면 8을 얻으니 즉 9분의 8냥을 얻어 매 무에 합당한 세금이다. 호승대제법을 사용하여 돈의 분모 27에 밭의 분자 17을 곱하여 459를 얻어, 나누어 나온 분모가 되고 밭의 분모 3으로서 돈의 분자 136을 곱하여 408을 얻어, 나누어 나온 분자가 되어 약분하면 9분의 8냥을 얻으니 그 수는 동일하다. 돈의 수와 밭의 수중 통분내자하면 분모가 같지 않으므로 돈의 수의 분모로서 밭의 수를 통분하고, 밭의 수의 분모로서 돈의 수를 통분하면, 곧 돈의 수와 밭의 수가 비록 다를지라도 분모는 서로 같아지므로 나눌 수 있다. 만약 밭 459로서 408을 나누면 마땅히 냥 아래 정수 8을 얻으니 이에 실수 8이 남아 이것이 8전이 되고 또 9분의 8전 즉, 9분의 8냥이다.

즉, $5+\frac{2}{3}=\frac{15+2}{3}=\frac{17}{3}$ 법수 $5+\frac{1}{17}=\frac{135+1}{27}=\frac{136}{27}$ 실수

$\frac{136}{27}\div\frac{17}{3}=\frac{136\div17}{27\div3}=\frac{8}{9}$ $\frac{136}{27}\times\frac{3}{7}=\frac{408}{459}=\frac{8\times51}{9\times51}=\frac{8}{9}$ 호승대제법

2)「今有甲八分丈之七又帶此一分之五分之三以乙五分丈之二又帶此一分之四分之一除之問得幾何

答曰二丈又九分丈之一

法以甲小分母五通大分母八得四十又通大分子七得三十五加入小分子三得三十八共得四十分丈之三十八爲甲大小分變數爲實又以乙小分母通大分母五得二十又通大分子二得八加入小分子一得九共得二十分丈之九爲乙大小分變數爲法用互乘代除法以變數之甲分母四十乘乙分子九得三百六十爲除出分母又以變數之乙分母二十乘甲分子三十八得七百六十爲除出分子滿分母得整數二丈餘三百六十分丈之四十約得九分之一卽所求數也」

갑 8분의 7장과 8분의 1장의 5분의 3이 있는데, 을 5분의 2장과 5분의 1장의 4분의 1을 나누면 얼마를 얻을 수 있는가?

답은 2장과 9분의 1장이다.

4) 四百八은 八의 誤記임. $\frac{8}{9}$(냥) $=\frac{80}{9}$(전) $=8$(전) $+\frac{8}{9}$(전)

법칙은 갑의 소분모 5로서 대분모 8과 통분하여 40을 얻고 대분자 7을 통분하여 35를 얻어 소분자 3을 더하면 38얻어 모두 40분의 38장을 얻으니 갑의 대소분수의 변수로서 실수가 된다. 또 을의 소분모로서 대분모 5를 통분하여 20을 얻고 또 대분자 2를 통분하여 8을 얻어 소분자 1을 더하면 9를 얻고 공히 20분의 9장을 얻으니 을의 대소분수의 변수로서 법수가 된다. 호승대제법을 사용하여 변수의 갑의 분모 40에 을의 분자 9를 곱하여 360을 얻어 나누어 나온 분모가 되고 또 변수의 을의 분모 20을 갑의 분자 38에 곱하여 760을 얻어 나누어 나온 분자가 된다. 분모를 채우니 정수로서 2장을 얻고 360분의 40장이 남아 약분하면 9분의 1장을 얻으니 즉 구하는 수이다.

즉, $\left(\frac{7}{8}+\frac{1}{8}\times\frac{3}{5}\right)\div\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\right)$ 은

$$\frac{\frac{7}{8}+\frac{1}{8}\times\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}}=\frac{\frac{7}{8}+\frac{3}{40}}{\frac{2}{5}+\frac{1}{20}}=\frac{\frac{35}{40}+\frac{3}{40}}{\frac{8}{20}+\frac{1}{20}}=\frac{\frac{38}{40}}{\frac{9}{20}}=\frac{38\times20}{40\times9}=\frac{760}{360}=2+\frac{40}{360}=2+\frac{1}{9}$$

(6-4) 1) 『초등학교 수학 5-나』 와 『초등학교 수학 6-나』 에서 다음과 같이 분수의 나눗셈을 보이고 있다.

① (분수)÷(자연수) : $\frac{2}{3}\div5=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$

② (대분수)÷(자연수) : $1\frac{1}{2}\div2=\frac{3}{2}\div2=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$ (대분수를 가분수로 고쳐서 계산)

③ 분모가 같은 진분수끼리의 나눗셈 : $\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}=5\div2=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$

④ 분모가 다른 진분수끼리의 나눗셈 :

$\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}=\frac{3\times5}{4\times5}\div\frac{2\times4}{5\times4}=\frac{3\times5}{2\times4}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$ (분모를 같게 하여 나눈다)

⑤ (자연수)÷(진분수) : $6\div\frac{4}{9}=6\times\frac{9}{4}=\frac{54}{4}=\frac{27}{2}=13\frac{1}{2}$

⑥ 가분수의 나눗셈 : $\frac{7}{3}\div\frac{2}{9}=\frac{7}{3}\times\frac{9}{2}=\frac{63}{6}=\frac{21}{2}=10\frac{1}{2}$

⑦ 대분수의 나눗셈 : $2\frac{2}{3}\div1\frac{5}{6}=\frac{8}{3}\div\frac{11}{6}=\frac{8}{3}\times\frac{6}{11}=\frac{48}{33}=\frac{16}{11}=1\frac{5}{11}$

⑧ (자연수)÷(단위분수) : $3\div\frac{1}{6}=3\times6=12$

2) 『초등학교 수학 5-나』 에서 분수와 자연수의 혼합계산에서 곱셈과 나눗셈을 섞은 식의 계산 방법은 다음과 같다.

① 나눗셈을 곱셈으로 나타낸다. : $\frac{4}{5}\times3\div6=\frac{12}{5}\div6=\frac{12}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

② 대분수를 가분수로 고쳐 계산한다. : $1\frac{2}{3}\div5\times8=\frac{5}{3}\div5\times8=\frac{5}{3}\times\frac{1}{5}\times8=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$

③ 계산 도중에 미리 약분할 수 있다. : $\frac{3}{8}\div5\div3=\frac{3}{8}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{40}$

<분석6>

1) 경분술(經分術)은 한사람 또는 한 대상에 대한 몫을 구하는 방법으로 『구장술해』와 『산수서』에서 각각 "直求一人之分", "徑分以一人命其實" 즉, 직접 1인의 몫을 구한다, 한사람에게 해당되는 몫을 구한다 것으로 나타내고 있다. 특히, 『구장술해』에서 경분술에 대하여 4가지 방법을 다음과 같이 보이고 있다.

①$\frac{\text{기약분수}}{\text{정수}}$(整數除零分者) : $\frac{\frac{1}{4}}{3}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

②$\frac{\text{대분수}}{\text{대분수}}$(整數帶零分除整數帶零分者) : $\frac{6\frac{1}{3}}{3\frac{1}{3}}=\frac{\frac{19}{3}}{\frac{10}{3}}=\frac{19}{3}\times\frac{3}{10}=\frac{57}{30}=\frac{19}{10}$

③$\frac{\text{대분수}}{\text{정수}}$(整數除整數帶零分者) : $\frac{6\frac{1}{3}}{4}=\frac{\frac{19}{3}}{4}=\frac{19}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}$

④$\frac{\text{서로 다른 두개 이상의 기약분수}}{\text{서로 다른 두개 이상의 기약분수}}$(整數分下又帶小零分相除者) :

$$\frac{\frac{2}{3}+\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}+\frac{5}{6}}=\frac{\frac{10}{15}+\frac{3}{15}}{\frac{6}{24}+\frac{20}{24}}=\frac{\frac{13}{15}}{\frac{26}{24}}=\frac{13}{15}\times\frac{24}{26}=\frac{13\times24}{15\times26}=\frac{312}{390}=\frac{52}{65}$$

『구수략(건)』의 표제(標題)에서 ①②③④와 같은 계산을 제분(除分)이라 하였고 산학본원에서는 기약분수끼리의 나눗셈을 기영제법(奇零除法)이라 하였다.

『산학정의』(6-3)의 2)예문에서 $(\frac{7}{8}+\frac{1}{8}\times\frac{3}{5})\div(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4})=\frac{760}{360}=2+\frac{1}{9}$

즉, $\frac{760}{360}$을 $2+\frac{1}{9}$로 표현하는 것을 『구일집』에서는 경병법(徑倂法)이라 하고 있다.

"此徑倂法凡兩分母同者徑倂兩分子爲子數若子數大於母數則減去母數爲整數餘爲零分" 즉, 이 경병법으로 두 분모가 같아 두 분자를 아울러 더하여(徑倂) 분자수로 한다. 만약 분자수가 분모수보다 크면 분모수로 빼어 정수로 하고 나머지는 기약분수(영분)가 된다.

$(\frac{a}{b}=q(\text{정수}:quotient)+\frac{r}{b}(\text{영분}:remainder),\ 0\leq\frac{r}{b}<1)$

2) 『구일집』과 『산학정의』에서도 『구장술해』 1)의 ②와 같이 분모 분자가 모두 대분수일 때 통분내자(通分納子)하여 (가분수로 고쳐) 호승대제법으로 계산하고 있다.

3) 『초등학교 수학』에서 분수의 나눗셈은 8가지 방법, 즉 (분수)÷(자연수), (대분수)÷(자연수), 분모가 같은 진분수끼리의 나눗셈, 분모가 다른 진분수끼리의 나눗셈, (자연수)÷(진분수), (분수)÷(가분수), (대분수)÷(대분수), (자연수)÷(단위분수)로 세분하여 계산하고 있다.

### 사. 승분술(乘分術)

[問] 又有田廣五分步之四從九分步之五問爲田幾何

答曰九分步之四

[문] 또, 밭이 있는데 가로 $\frac{4}{5}$보, 세로 $\frac{5}{9}$보이다. 이 밭의 넓이는 얼마인가?

답 : $\frac{4}{9}$보[5)]

乘分乘分者以零分乘零分也

術曰母相乘爲法了相乘爲實實如法而一零分與零分相乘者兩分母兩分了各相乘爲所得之分也零分與整數相乘者以分了乘整數而以分母歸之卽所得之數也整數帶零分與整數乘者先將整數俱通爲零分相乘以分母白乘數除之爲所得之數也整數帶零分與零分乘者先將整數通爲零分相乘以分母白乘數除之爲所得之數而若兩分母不同則先將兩零分川互乘法變爲同母然後川所變之分母化整爲零再與彼一零分相乘以所變分母白乘數除之也人分下又帶小分相乘者以小分母通人分母爲母數以小分母通人分了而內小分了爲了數然後以所變之兩母數兩了數對乘卽得

승분 승분이란 영분으로 영분을 곱하는 것이다.

풀이는 분모를 서로 곱하여 나눗수(법수)로 하고 분자를 곱하여 나뉨수(실수)로 하여 나 눈다. 영분과 영분을 서로 곱한 것은 두 분모 두 분자를 서로 곱하여 분수를 얻는다. 영분과 정수를 서로 곱한 것은 분자로 정수를 곱하고 분모를 나눈다. 즉, 얻은 바의 수이다. 정수대영분과 정수를 곱한 것은 먼저 정수를 통분하여 영분으로 하고 서로 곱한다. 분모 제곱수로 나누면 얻은 바의 수이다. 정수대영분과 영분을 곱한다는 것은 먼저 정수를 통분하여 영분으로 하고 서로 곱한다. 분모 제곱수로 나누어 얻은 바의 수이다. 만약 두 분모

5) $\frac{4}{9}$보는 $\frac{4}{9}$보$^2$이다. 즉, 넓이 보$^2$을 길이보와 같이 구별하지 않고 쓰고 있다.

가 서로 다르면 먼저 두 영분은 호승법을 사용하여 바꾸어 분모를 같게 한 후에 바꾼 바의 분모로 정수를 통분하여 영분자가 되게 하고, 다시 피일영분(바꾼 바의 분모로써 기약분수)을 서로 곱하여 바꾼 바의 분모 제곱수로 나눈다. 대영분 뒤에 또 정수대소영분을 서로 곱한다는 것은 소분모로 대분모를 통분하여 분모수로 하고 소분모로 대분자를 통분, 소분자 안에 분자되게 하여 분자수로 한 후에 바꾼 바의 두 분모와 두 분자를 서로 대하여 곱하면 곧 얻는다.

(7-1) 『산수서(算數書)』에서 분수의 곱셈(分乘)은 "分乘分術皆曰母相乘爲法子相承爲實" 즉, 분수와 분수의 곱셈법(分乘分術)은 분모끼리 서로 곱하여 나눗수로 하고 분자끼리 서로 곱하여 나뉨수로 한다.

(7-2) 『이수신편(理數新編)』 제 23권 『산학본원(算學本源)』의 직방원율(直方圓率)에서 기영승법(奇零乘法)은 "凡兩零相乘者皆以母乘母子乘子" 즉, 무릇 두 기약분수를 서로 곱하는 것은 모두 분모는 분모끼리 곱하고 분자는 분자끼기 곱한다. 또 "凡零數與整數相乘者置整數與零子數併列其上立一數爲母與零母併列照前母乘母子乘子" 즉, 무릇 기약분수와 정수를 서로 곱하는 것은 정수와 기약분수의 분자를 나란히 하여 정수에 1을 세워 분모로 하고 기약분수의 분모와 나란히 하여 앞에서와 같이 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 곱한다.

(7-3) 『초등학교 수학 5-가』에서 분수의 곱셈은 다음과 같이 보이고 있다.

1) (진분수)×(자연수) : $\frac{3}{8}\times5=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{box}{8}=box$

2) (대분수)×(자연수) : ① $1\frac{1}{2}\times3=(1\times3)+\left(\frac{1}{2}\times3\right)=3+\frac{box}{2}=box$

②대분수를 가분수로 고쳐 계산한다. 즉,

$1\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}\times3=\frac{box}{2}=box$

3) (자연수)×(진분수) : ① $12\times\frac{1}{4}=12\div4$

② $12\times\frac{3}{4}=\left(12\times\frac{1}{4}\right)\times box\ =\frac{12}{4}\times box\ =\frac{3\times box}{1}=box$

③ $16\times\frac{7}{12}=\frac{16\times7}{12}=\frac{112}{12}=\frac{28}{3}=9\frac{1}{3}$

4) (자연수)×(대분수) : ① $6\times2\frac{1}{3}=(6\times2)+(6\times box\ \ )=12+box\ =box$

② $6\times 2\frac{1}{3}=6\times\left(2+\frac{1}{3}\right)=(6\times 2)+\left(6\times\frac{1}{3}\right)=12+\frac{6}{3}=12+box \quad =box$

5) 단위 분수의 곱셈 : $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4\times box}=box$

6) 진분수의 곱셈 : $\frac{5}{6}\times\frac{3}{10}=\frac{5\times 3}{6\times 10}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$

$\frac{5}{6}\times\frac{3}{10}=\frac{5\times 3}{6\times 10}=\frac{1}{2\times 2}=\frac{1}{4}$

7) 대분수끼리 곱셈 : $2\frac{2}{5}\times 1\frac{3}{5}=\frac{12}{5}\times\frac{8}{5}=\frac{12\times 8}{5\times 5}=box$

8) 세 분수의 곱셈 : $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{3\times 2\times 1}{4\times 5\times 3}=\frac{1}{10}$

<분석7>

1) 승분법(乘分法)은 『구장술해』에서 "乘分了以零分乘零分也" 즉, 분수의 곱은 기약분수(零分)와 기약분수의 곱이다. 『이수신편』에는 기영승법(奇零乘法)이라고 하여 "凡兩零相乘了" 즉, 무릇 두 기약분수를 서로 곱한 것, 또한 『산수서』에서도 "分乘分術" 즉, 분수끼리 곱하는 것이라 하였다.

계산방법은 각각 "兩分母兩分了各相乘得之分也", "皆以母乘母了乘了", 그리고 "母相乘爲法了相乘爲實" 즉, 분모는 분모끼리 곱하여 나눗수로 하고 분자는 분자끼리 곱하여 나뉨수로 한다.

2) 『구장술해』에서 승법의 알고리즘은 다음과 같다.

① 기약분수끼리의 곱셈(零分與零分相乘了) : $\frac{4}{5}\times\frac{5}{9}=\frac{4\times 5}{5\times 9}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$

② 기약분수와 정수의 곱셈(零分與整數上乘者) : $\frac{4}{5}\times 3=\frac{4\times 3}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$

③ 대분수와 정수의 곱셈(整數帶零分與整數乘者) :

$3\frac{1}{4}\times 5=\frac{(3\times 4)+1}{4}\times 5=\frac{13}{4}\times 5=\frac{13\times 20}{4\times 4}=\frac{13\times 20}{4^2}=\frac{65}{4}=16\frac{1}{4}$

④ 대분수와 기약분수의 곱셈(整數帶零分與零分乘者)

분모가 같은 경우 : $3\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{(3\times 4)+1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{13}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{13\times 1}{4\times 4}=\frac{13}{4^2}=\frac{13}{16}$

분모가 다른 경우 : $3\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{(3\times 4)+1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{13}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{13\times 5}{20}\times\frac{4\times 1}{20}$ (彼一零分)

$=\frac{13\times 5\times 4\times 1}{20\times 20}=\frac{13}{20}$

⑤ 큰 기약분수와 대분수의 곱셈(大分下又帶小分相乘者)에서 큰 기약분수는 대

분수를 정수와 기약분수로 나누어 나열할 때, 이 기약분수보다 큰 분수를 말한다.

즉, $\frac{1}{3}\times 2\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{(2\times 4)+1}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{9}{4}=\frac{4}{12}\times\frac{9}{12}\times 3=\frac{4\times(9\times 3)}{12\times 12}=\frac{3}{4}$

또는, $\frac{1}{3}\times 2\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{9}{4}=\frac{1\times 4}{3\times 4}\times\frac{3\times 9}{3\times 4}=\frac{4\times 27}{12\times 12}=\frac{108}{12^2}=\frac{3}{4}$

⑥ 대분수끼리의 곱셈 알고리즘을 대광술(大廣術)이라고 하였다.

"大廣由此整數帶零分帶整數帶零分者也或云初術有全步而無餘分次術有餘分而無全步此術有全步有餘分廣兼三術故曰大廣

術曰分母各乘其全分者從之相乘爲實前分母通前整數而內了後分母通後整數而內了兩數相乘爲實分母相乘爲法實如法而一兩分母相乘爲法除實得所求數也"

즉, 대광전은 대분수에 대분수를 곱하는 것이다. 혹은 풀이할 때에는 처음에는 정수(有全步) 와 정수(無餘分), 두 번째는 분수(有餘分)와 분수(無全步)의 곱, 그 다음 정수(有全步)와 분수(有餘分)를 곱하는 것의 3가지 풀이 과정(廣)이므로 대광(大廣)이라 한다.

풀이는 분모 각각을 그 정수(全步)에 곱하고 분자에 대하여 서로 곱한 것을 실수로 한다. 앞 분모를 앞 정수에 곱하여 분자를 더하고, 뒤 분모를 뒤 정수에 곱하여 분자에 더한다. 이 두수를 서로 곱하여 나뉨수로 하며 두 분모를 서로 곱하여 나눗수로 해서 나누면 구하는 바의 수를 얻는다. 예를 들면,

$3\frac{1}{3}\times 5\frac{2}{5}=\left(3+\frac{1}{3}\right)\times\left(5+\frac{2}{5}\right)=\underbrace{(3\times 5)}_{①'}+\underbrace{\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}\right)}_{②'}+\underbrace{\left(5\times\frac{1}{3}+3\times\frac{2}{5}\right)}_{③'}$ 에서

①′은 정수(有全步)와 정수(無餘分)의 곱,

②′은 분수(有餘分)와 분수(無全步)의 곱, 그리고

③′은 정수(有全步)와 분수(有餘分)의 곱이다.

대광전에 대해 이순풍(李淳風)은 "大廣出者初術直有全步而無餘分次術空有餘分而無全步次術先見全步復有餘分可以廣兼三術故曰大廣"이라는 주석을 붙이고 있는데, 이런 3가지 풀이과정을 대광이라 한다.

3) 『이수신편』에서 정수와 기약분수를 곱할 때 정수를 분모 1로 두고 기영승법(奇零乘法)으로 분모는 분모끼리 분자는 분자끼리 곱한다.

4) 『초등학교 수학』에서 분수의 곱셈은 진분수와 자연수의 곱, 대분수와 자연수의 곱 단위분수들의 곱, 진분수들의 곱 그리고 대분수들의 곱의 알고리즘을 보이고 있다.

# 3. 결론

## 1. 용어의 비교

| 산학서 | 현 재 |
|---|---|
| 등수(等數), 유수(維數) | 최대공약수 |
| 명분법(命分法) | 분수(기약분수)를 몇 분의 몇이라고 읽는 법 |
| 호승상가법(互乘相加法) (또는 호승상감법 (互乘相減法)) | 분모가 서로 다른 분수의 합(또는 차)에서 분자와 분모를 서로 엇갈리게 곱하고 더해(또는 빼어)분자로 하고 분모를 서로 곱하여 공통 분모로 하여 나누는 법 |
| 연승법(連乘法) | 각 분모를 연이어 곱해 공통분모로 한 후, 각각 원래 분모로 나누어 원래 분자에 곱한 분자들을 더하여 공통분자로 하고 공통분모로 나누는 법 |
| 유승법(維乘法) | 분모 분자를 왼쪽 오른쪽에 마주보게 나열하여 각 분자를 다른 분모에 두루 곱하여 분자를 얻어 서로 더하여 공통분자로 하고 각 분모를 연이어 곱해 공통분모로 하여 나누는 법 |
| 통분내자(通分內子) 또는 통분납자(通分納子) | 대분수를 가분수로 바꾸는 법 |
| 가분(可分) | 가분수를 대분수로 바꾸는 것 |
| 기영병모자법 (奇零倂母子法) | 기약분수의 덧셈 |
| 기영(奇零) 또는 영분(零分) | 기약분수 |
| 정수대기영(영분) (整數帶奇零(零分)) | 대분수 |
| 영분법(零分法) | 정수와 분수의 뺄셈 |
| 경감법(徑減法) | 분모가 같은 분수의 뺄셈 |
| 고과분법(古課分法) | 분수대소법(大小法)으로 분모가 같은 경우 분자가 크면 그 분수는 크고 분자가 같은 경우 분모가 작으면 그 분수는 크다 |
| 제분(除分) | 분수의 나눗셈 |
| 기영제법(奇零除法) | 기약분수끼리의 나눗셈 |
| 기영승법(奇零乘法) | 기약분수끼리의 곱셈 |
| 경병법(徑倂法) | 가분수를 정수와 기약분수로 표시하는 법, 즉 $\frac{a}{b}=q$(정수)$+\frac{r}{b}$(영분), $0 \leq \frac{r}{b} < 1$ |

2. 분수셈에 대한 알고리즘은 산학서에서 약분술과 통분법인 합분술, 감분술, 과분술, 평분술, 경분술, 승분술과 대광술의 순으로 구성되어 있고 제분술(除分術 : 분수의 나눗셈)은 평분술과 경분술에서 다루고 있으며 초등학교 수학은 약분과 통분, 분수의 대소, 분수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 순으로 구성하고 있다.

3 약분술에 대하여 산학서에서 최대공약수를 유클리드 호제법(Euclidean

algorithm)과 같은 방법으로 구하여 그것을 분모와 분자에 나누는 것을 약분이라 하였고, 초등학교 수학에서는 분모와 분자에 공약수로 나누는 것을 약분이라 하였다, 예컨대, 산학서는 $\frac{50}{100}$을 약분할 때, $100-50=50$, $50-50=0$이므로 최대공약수(等數)가 50이고 따라서 $\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$이다. 초등학교 수학은 $\frac{50}{100}=\frac{25}{50}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$로 약분하고 있다.

4. 통분법에 대하여 『구장술해』, 『산수서』, 『손자산경』,『산학본원』과 마찬가지로 통분은 『산학정의』에서 "分母不同者互乘以齊之" 즉, 분모가 같지 않으면 호승하여 분모(공통분모)를 같게 한다고 하였고, 초등학교 수학에서는 "분수의 분모와 분자를 같게 하는 것을 통분한다"고 하여 3가지 방법 즉, 두 분모의 공배수를 공통분모, 두 분모의 곱을 공통분모, 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분한다.

『구수략』에서 "整數以母數化之併入子數是謂通分" 즉, 정수를 분모수에 곱해 분자수에 더한 것(가분수를 만드는 것)을 통분이다고 한 것은 일반적인 통분의 정의와는 다르다.

5. 합분법에서 『산학정의』는 타 산학서와는 다르게 호승상가법, 연승법과 유승법으로 구분하여 사용하고 있다. 초등학교 수학에서는 분모가 다른 서너 개의 분수 덧셈에서 호승상가법만으로 계산하고 있는데 계산의 효율성 측면에서 볼 때, 연승법도 아울러 다루는 것이 필요하다고 본다. 특히, 초등학교 수학에서의 대분수끼리 덧셈이 산학서에서 언급되어 있지 않은 것은 덧셈보다 뺄셈에서 다루는 것이 계산과정에 의미가 있다고 본다.

6. 분모가 서로 다른 분수의 뺄셈에 대하여 산학서에서는 호승상감법(互乘相減法)으로 계산하고 대분수일 경우 가분수로 바꾸어 공통분모를 구하여 분자를 서로 뺀다. 분모가 같을 경우 분자를 서로 빼는 것을 경감법(徑減法)이라 하고 정수에서 분수를 빼는 것을 영분법(零分法)이라 한다. 초등학교 수학과는 달리 산학서에서는 최소공배수로 공통분모를 한다는 말은 언급하지 않았으며, 대분수끼리의 뺄셈은 대분수를 정수와 분수로 표시하여 정수는 정수끼리 분수는 분수끼리 빼는 셈법 또한 언급되어 있지 않다.

7. 과분술(課分術)은 분모가 다른 서너 개의 분수에서 공통분모로 통분하여 분자의 대소를 비교하는 것으로 산학서나 초등수학에서 모두 사용하고 있다. 특히 산학서 중 『산학정의』에서 고과분법(古課分法)은 분모가 같을 경우 분자가 큰 분수가 크고, 분자가 같을 경우 분모가 작은 분수가 큰 것으로 대소를 비교한다. 『초등수학 익힘책 5-가』에서 "주어진 분수들이 $\frac{1}{2}$보다 큰지, 작은지를 알고서 대소비교를 한다"고 하였는데, 서너 개 이상의 분수 대소를 비교할 경우 이와 같은 방법은 적

절하지 못하다.

8. 평분술(平分術)은 『구장술해』에서 “平分者均其者分也乃減彼之多增此之少也”라 하여 여러개의 분수를 균등하게 하는 것이다. 따라서 평균편차의 합이 0이 되는 산술평균이 평분이 된다. 초등학교 수학에서는 다루고 있지 않다. 평분술의 [問]에서 $x_1=\frac{1}{3}$, $x_2=\frac{2}{3}$, $x_3=\frac{3}{4}$ 일 때, 산술평균(평분)을 $\overline{x}$라 하면 $\sum_{i=1}^{3}(x_i-\overline{x})=0$으로부터 $\overline{x}=\frac{7}{12}$를 얻는다.

9. 경분술(經分術)은 분수의 나눗셈으로 『구장술해』에서 기약분수 대 정수, 대분수 대 대분수, 대분수 대 정수 그리고 기약분수 대 기약분수의 4가지 경우로 구분하여 계산하고, 대분수와 기약분수의 나눗셈은 <분석6>의 ④에서 서로 다른 두 개 이상의 기약분수끼리의 나눗셈에서 다루고 있다. 『구수략』에서 이 4가지 나눗셈을 제분(除分)이라 하고, 『산학본원』에서는 기약분수끼리의 나눗셈을 기영제법(奇零除法)이라 하였다. 『초등학교 수학 5-가』에서는 분수의 나눗셈을 8가지 경우로, 그 중에서 분수를 기약분수, 진분수 그리고 단위분수로 구분하여 (6-4)와 같이 계산하고 있는데 이와 같은 계산이 얼마나 효율성이 있는지 의심스럽다. 따라서 기약분수, 진분수 그리고 단위분수를 하나로 묶어서 계산하는 것이 바람직하다고 본다.

10. 승분술(乘分術)은 분수의 곱으로 『구장술해』에서는 기약분수끼리의 곱, 기약분수와 정수의 곱, 대분수와 정수의 곱 그리고 대분수와 기약분수의 곱이 4가지 경우로 구분하고, 대분수끼리의 곱셈은 대광술에서 다루고 있다. 『초등학교 수학 5-나』에서는 분수의 곱을 8가지의 경우로 계산하고 있는데, 분수와 자연수의 곱, 대분수와 자연수의 곱, 분수끼리의 곱 그리고 대분수끼리의 곱, 대분수와 분수의 곱의 다섯가지 경우로 요약될 수 있다. 여기서 분수는 기약분수, 진분수 그리고 단위분수를 포함한다. 따라서 산학서와 초등학교 수학에서의 승분술(분수의 곱)은 동일하다.

## 참고문헌


[1] 강완 외 9명, 초등학교 수학 4-가, 두산, 2008.

[2] 강완 외 9명, 초등학교 수학 4-나, 두산, 2008.

[3] 강완 외 9명, 초등학교 수학 5-가, 두산, 2008.

[4] 강완 외 9명, 초등학교 수학 5-나, 두산, 2008.

[5] 강완 외 9명, 초등학교 수학 익힘책 5-가, 두산, 2008.

[6] 김용운·김용국, 중국수학사, 민음사, 1996.

[7] 김용운·김용국, 한국수학사. 열화당, 1982.
[8] 남병길·이상혁, 산학정의(算學正義) 상편
[9] 남병길, 구장술해(九章術解)
[10] 배종수 외 8명, 초등학교 수학 6-나. 두산, 2008.
[11] 정해남, 허민 (옮김), 구수략(九數略), 교우사, 2006.
[12] 차종천 (옮김), 산경십서 상(算經十書 上), 교우사, 2006.
[13] 차종천 (옮김), 산경십서 하(算經十書 下), 교우사, 2006.
[14] 최길남·박영식, 산학정의(上-1)에 관한 연구, 울산대학교 자연과학 연구논문, 9(2000), No. 2, 151~167
[15] 최길남·박영식, 산학정의(上-2)에 관한 연구, 울산대학교 자연과학 연구논문, 10(2000), No. 1, 237~267
[16] 최길남·박영식, 산학정의(上-3)에 관한 연구, 울산대학교 자연과학 연구논문, 11(2002), No. 2, 37~77
[17] 최길남·박영식, 산학정의(上-4)에 관한 연구, 울산대학교 자연과학 연구논문, 14(2004), No. 1·2, 19~54
[18] 최길남·박영식, 산학정의(上-5)에 관한 연구, 울산대학교 자연과학 연구논문, 15(2006), No. 1·2, 1~25
[19] 홍성하, 강신원·장혜원 (옮김), 구일집(천)(九一集 天), 교우사, 2006.
[20] 홍성하, 강신원·장혜원 (옮김), 산학본원(算學本源), 교우사, 2006

Park Young Sik
Department of Mathematics, University of Ulsan
Ulsan 680-749, Korea
E-mail : yspark@mail.ulsan.ac.kr

Choi Kil Nam
Department of Mathematics, University of Ulsan
Ulsan 680-749, Korea
E-mail : knchoi@mail.ulsan.ac.kr