

경사 종동력을 받는 티모센코 보의 안정성에 미치는 크랙의 영향

Effects of Crack on Stability of Timoshenko Beams Subjected to Subtangential Follower Force

손 인 수†·윤 한 익*

In-Soo Son and Han-Ik Yoon

(2008년 10월 22일 접수 ; 2008년 12월 4일 심사완료)

Key Words : Timoshenko Beam(티모센코 보), Subtangential Follower Force(경사 종동력), Slenderness Ratio(세장비), Open Crack(개구형 크랙), Subtangential Coefficient(경사계수)

ABSTRACT

In this paper, the purpose is to investigate the stability of cracked Timoshenko cantilever beams subjected to subtangential follower force. In addition, an analysis of the instability(critical follower force of flutter and divergence) of a cracked beam as slenderness ratio and subtangential coefficient is investigated. The governing differential equations of a Timoshenko beam subjected to an end tangential follower force is derived via Hamilton's principle. The crack is assumed to be in the first mode of fracture and to be always opened during the vibrations. The results of this study will contribute to the safety test and stability estimation of structures of a cracked beam subjected to subtangential follower force.

1. 서 론

비보존적인 종동력은 시간과 속도에 관계없이 그 작용방향이 변환되는 일정한 크기의 힘으로서 구조물의 불안정을 유발하는 원인이 된다. 이러한 종동력에 대한 연구는 오랜 기간 많은 연구자들에 의해 연구되어져 왔다. 하지만 미사일의 추진력과 같은 순수 종동력을 받는 대상도 있지만 일반적으로 어떤 힘을 받는 구조물은 순수 종동력만이 아닌 중심축 방향으로의 압축력과 종동력의 복합적인 힘이 작용하게 된다. 이러한 이유로 Fig. 1에 보인 것과 같이 힘의 경사계수 η (subtangential coefficient)를 사용하여 합성된 힘으로 표현하기도 한다. 또한 크랙과 같은 결함을 갖는 구조물에 종동력이 작용하게 되면

일정 한계의 힘에서 크랙을 기점으로 급격히 균열이 전파되어 파괴된다. 이처럼 구조손상의 하나인 크랙은 구조물의 진동특성과 안정성을 변화시켜 종동력과 함께 불안정 및 파괴의 주요 원인이 된다. 따라서 크랙을 가지는 구조물에 압축력 혹은 종동력이 작용하는 경우 이 구조물의 안정성을 판단하는 것은 안전진단 및 사고예방을 위해서 중요한 문제라고 할 수 있다.

Kounadis와 Katsikadelis⁽¹⁾는 회전관성과 전단효과가 부분적으로 고정되어진 Beck 기둥의 안정성에 미치는 영향에 대하여 연구하였으며, Saito와 Otomi⁽²⁾는 양단에 탄성 지지되고 부가질량이 존재하는 티모센코 보가 축압축력과 종동력을 받는 경우 탄성계수의 영향에 의한 보의 안정성 평가를 수행하였다. Rosa⁽³⁾는 탄성 지지된 Beck와 Leipholz 기둥에 대하여 탄성 지지의 위치에 따른 플러터 및 좌굴 불안정 영역을 계산하였다. 또 탄성기초와 부분 탄성기초 및 끝질량을 갖는 티모센코 보의 자유진동 해석

† 교신저자; 정회원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : isson92@deu.ac.kr
Tel : (051) 890-2239, Fax : (051) 890-2232
* 정회원, 동의대학교 기계공학과

및 동적 안정성에 대한 연구도 진행되었다⁽⁴⁻⁶⁾. 하지만 위의 연구들은 힘의 경사계수와 크랙의 영향은 고려하지 않았다.

Lee 등⁽⁷⁾은 양단이 회전 및 병진 스프링으로 구속되어진 티모센코 보에 경사 종동력(subtangential follower force)이 작용하는 경우 보의 안정성 문제를 경사계수 및 스프링 상수의 변화에 따라 연구하였다. 또 끝단질량과 종동력을 받는 오일러 및 티모센코 보의 임계 종동력, 즉 보의 안정성에 미치는 크랙의 영향에 대한 연구도 진행되었다⁽⁸⁻¹⁰⁾. Wang⁽¹¹⁾은 압축 종동력을 받는 탄성 지지된 외팔보의 안정성에 미치는 크랙의 영향에 대하여 연구하기도 하였다. 최근 크랙을 가진 유체유동 파이프의 안정성 해석에 관한 연구결과도 발표되었다⁽¹²⁾. 하지만 이들의 연구들은 대부분 크랙의 영향에 의한 계의 고유진동수 변화 및 동적특성에 관한 연구들이었으며 경사계수 및 세장비의 영향은 고려되지 않았다.

선행 연구들을 종합해 보면 종동력을 받는 보 구조물에 대한 연구들에서 그 모델들이 가지는 파라미터들은 종동력과 경사 종동력(경사계수), 탄성 지지 스프링 상수, 끝단질량, 그리고 티모센코 보인 경우 세장비등이다. 하지만 크랙과 힘의 경사계수, 그리고 세장비의 영향에 의한 계의 안정성 해석에 대한 연구결과는 찾아보기 힘들다. 따라서 이 연구의 목적은 기존에 연구되었던 많은 결과들을 바탕으로 경사 종동력을 받는 보에 크랙이 존재하는 경우 크랙과 경사계수, 그리고 보의 세장비가 보의 좌굴 및 임계 종동력에 미치는 영향에 대해 연구하였다.

2. 시스템 모델링

2.1 경사 종동력을 받는 Timoshenko보

Fig. 1(a), (b)는 보존력과 비보존력을 받는 보를 나타낸 것이다. 여기서 L 은 보의 전체 길이를 나타내며, P_a 와 P_t 는 압축력과 순수 종동력을 각각 나타낸다. 또, x_c 는 보의 끝단으로부터의 크랙 위치이며, η 는 힘의 경사계수를 나타낸다. 만약 경사계수 $\eta=0$ 인 경우는 순수 압축력이 되어 보는 오일러 좌굴문제가 되며, $\eta=1$ 일 때는 순수 종동력이 되어 Beck의 플러터 문제가 된다. Fig. 2는 크랙위치에서의 보의 단면을 나타낸 것으로 b, h 그리고 a 는 각각 보의 가로와 세로 그리고, 크랙의 깊이를 표현하

고 있다.

자유진동에 대하여 티모센코 보 이론을 적용한 외팔보의 운동방정식을 확장된 Hamilton 원리를 이용하여 유도하면 다음과 같다⁽¹³⁾.

$$EI \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + \kappa GA \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \psi(x,t) \right) - \frac{mI}{A} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

$$\kappa GA \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right) - P \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{2}$$

여기서 $y(x,t)$ 는 횡방향 변위, $\psi(x,t)$ 는 전단변형, 그리고 κ 는 전단계수이다. 또 A 와 G 는 각각 보의 단면적과 전단 탄성계수를 나타내고 있다. m, E , 그리고 I 는 각각 보의 단위 길이당 질량, 영계수, 그리고 보의 단면 2차 모멘트를 의미한다. 식 (1), (2)로부터 $\psi(x,t)$ 를 소거시키면 횡변위 $y(x,t)$ 에 대한 운동방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

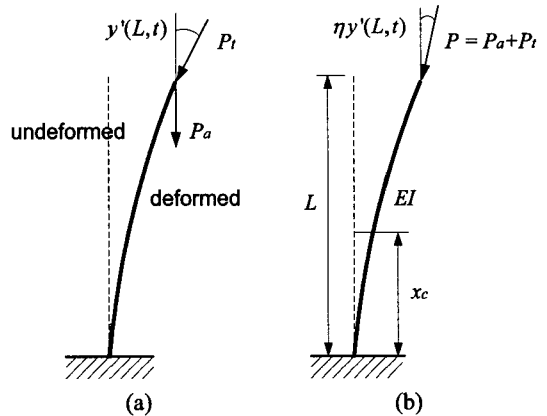


Fig. 1 Beams subjected to forces

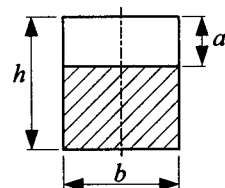


Fig. 2 Cross section of beam

$$EI \left(1 - \frac{P}{\kappa GA} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \rho I \left[1 + \frac{E}{\kappa G} - \frac{P}{\kappa GA} \right] \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{\kappa G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (3)$$

여기서 ρ 는 보의 밀도이며, 횡변위와 전단변형은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(x,t) = Y(x) e^{i\omega_f t}, \quad (4)$$

$$\psi(x,t) = \phi(x) e^{i\omega_f t} \quad (5)$$

여기서 ω_f 는 보의 고유진동수이며 $i = \sqrt{-1}$ 를 나타낸다. 식(4)를 식(3)에 대입하여 무차원화 하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$Y^{iv} + \left[\frac{(1 - \omega^2 \beta r^2)p + \omega^2(\beta + r^2)}{(1 - p\beta)} \right] Y'' + \frac{\omega^2(\omega^2 \beta r^2 - 1)}{(1 - p\beta)} Y = 0 \quad (5)$$

여기서 ()'은 무차원 좌표 $\xi (=x/L)$ 에 대한 미분을 나타내며, 무차원 변수들은 다음과 같이 정의한다.

$$\omega^2 = \frac{mL^4 \omega_f^2}{EI}, \quad \beta = \frac{Er^2}{\kappa G}, \quad r^2 = \frac{I}{AL^2}, \quad (7)$$

$$p = \frac{PL^2}{EI}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}$$

여기서 세장비 s 는 $1/r$ 이다. 식(6)의 일반해는 크랙위치에 따라 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_1(\xi) = A_1 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_2 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_3 \sin(\lambda_2 \xi) + A_4 \cos(\lambda_2 \xi) \quad ; (0 \leq \xi \leq \xi_c),$$

$$Y_2(\xi) = A_5 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_6 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_7 \sin(\lambda_2 \xi) + A_8 \cos(\lambda_2 \xi) \quad ; (\xi_c \leq \xi \leq 1) \quad (8)$$

여기서

$$\lambda_{1,2} = \left[\frac{\sqrt{k_2} \mp k_1}{2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

이며, k_1 과 k_2 는 각각 다음과 같다.

$$k_1 = \frac{(1 - \omega^2 \beta r^2)p + \omega^2(\beta + r^2)}{(1 - p\beta)},$$

$$k_2 = k_1^2 - 4\omega^2 \frac{(\omega^2 \beta r^2 - 1)}{(1 - p\beta)} \quad (10)$$

전단변형에 대해서도 위와 동일한 방법으로 전개하면 다음과 같이 해를 구할 수 있다.

$$\phi_1(\xi) = q_1 A_2 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_1 \cosh(\lambda_1 \xi) + q_2 A_4 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_3 \cos(\lambda_2 \xi) \quad ; (0 \leq \xi \leq \xi_c),$$

$$\phi_2(\xi) = q_1 A_6 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_5 \cosh(\lambda_1 \xi) + q_2 A_8 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_7 \cos(\lambda_2 \xi) \quad ; (\xi_c \leq \xi \leq 1) \quad (11)$$

여기서

$$q_1 = (1 - p\beta)\lambda_1 + \frac{\omega^2 \beta}{\lambda_1}, \quad q_2 = (p\beta - 1)\lambda_2 + \frac{\omega^2 \beta}{\lambda_2} \quad (12)$$

이다. 무차원화 된 보의 양단 경계조건은

$$Y_1(0) = \phi_1(0) = 0,$$

$$\frac{d\phi_2(1)}{d\xi} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{dY_2(1)}{d\xi} - \phi_2(1) = (1 - \eta)p\beta \frac{dY(1)}{d\xi}$$

이다. 또 크랙위치에서 다음의 기울기 변화, 변위, 모멘트 및 전단력의 연속조건을 만족해야 한다.

$$Y_1(\xi_c) = Y_2(\xi_c), \quad \frac{d^2 Y_1(\xi_c)}{d\xi^2} = \frac{d^2 Y_2(\xi_c)}{d\xi^2},$$

$$\frac{d^3 Y_1(\xi_c)}{d\xi^3} = \frac{d^3 Y_2(\xi_c)}{d\xi^3}, \quad (14)$$

$$k_R [\phi_2(\xi_c) - \phi_1(\xi_c)] = \frac{d^2 Y_2(\xi_c)}{d\xi^2}$$

2.2 크랙 모델링

크랙에 의한 추가 에너지는 Castigliano의 정리에 의하여 다음과 같이 무차원화 된 유연행렬로 표현할 수 있다⁽¹⁰⁾.

$$C = 6\pi(1-\nu^2)H \int_0^\alpha [\alpha F_i^2(\alpha)] d\alpha \quad (15)$$

여기서 ν 는 푸아송 비이며, 사용된 무차원 매개변수와 $F_i(\alpha)$ 는 각각 다음과 같다.

$$H = \frac{h}{L}, \alpha = \frac{a}{h},$$

$$F_i(\alpha) =$$

$$\frac{\sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \left[0.923 + 0.1999 \left(1 - \sin\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right)^4\right]}}{\cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)} \quad (16)$$

여기서 무차원 변수 H 와 세장비 s 와의 관계는

$$H = \frac{\sqrt{12}}{s} \quad (17)$$

이 된다. 식 (14)에 사용된 무차원 회전 스프링 상수 (k_R)는 식 (15)의 역수, 즉 $k_R = C^{-1}$ 이다.

2.3 모달 해석

식 (8), (11)의 미지수들은 식 (13), (14)의 경계조건과 연속조건을 이용하여 각각 구할 수 있다. 또 계의 고유진동수는 다음과 같은 고유치의 기본 형태로 변환하여 쉽게 구할 수 있다.

$$\Lambda X = 0, |\Lambda| = 0 \quad (18)$$

여기서 Λ 는 경계조건을 대입하여 얻은 각각의 식을 행렬형태로 표현한 것이다. 또 $|\Lambda|$ 는 Λ 의 행렬식을 나타내고 있으며, X 는 다음과 같다.

$$X = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8]^T \quad (19)$$

여기서 위첨자 T는 전치를 의미한다.

3. 수치해석결과 및 고찰

이 연구에서는 수치해석에서 유도된 운동방정식을 이용하여 티모센코 보에 작용하는 종동력의 경사계수와 세장비 및 크랙의 영향에 따른 보의 안정성 평가를 수행하였다. 수치해석은 Mathematica(5.0)를 이용하였다. 이 연구에서 세장비(s)의 영향을 해석하기 위하여 참고문헌 (14)의 $\kappa = 5/6$, $E/\kappa G = 3.20$ 의 값을 사용하였으며, 일반적으로 보의 진폭 및 고유진동수는 저차 모드의 영향이 가장 크기 때문에 이 연구에서는 저차 진동 모드에 중점을 두었다.

먼저 수치해석의 타당성을 검토하기 위하여 Table 1에 크랙이 없는 경우 이 연구에서 구한 보의 1, 2차 고유진동수와 참고문헌 (15), (16)의 결과들을 비교하였다. 이 결과에서 볼 수 있는 것처럼 1차 모드에서의 고유진동수는 거의 완벽하게 일치하며, 2차 모드에서는 최대 오차가 약 0.5% 정도로 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 이 연구의 수식전개 및 해석 결과는 신뢰할 수 있다고 판단된다.

Table 1 Natural frequencies of Timoshenko cantilever uniform beam

1/s ²	ω_1		ω_2	
	Present	Refs.(15,16)	Present	Refs.(15,16)
10 ⁻⁷	3.52	3.51	22.03	22.03
0.0004	3.50	3.50	21.46	21.47
0.0016	3.46	3.46	19.98	20.01
0.0036	3.40	3.40	18.09	18.14
0.0064	3.32	3.32	16.16	16.23
0.01	3.22	3.22	14.39	14.46

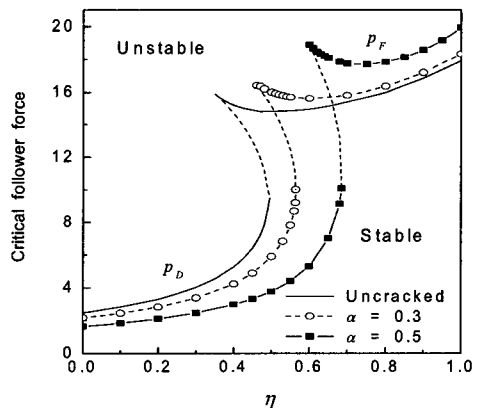


Fig. 3 Effect of crack depth on critical follower force of Timoshenko beam ($s = 30$, $\xi_c = 0.5$)

Fig. 3은 세장비 $s=30$ 이고, 크랙이 보의 정중앙 ($\xi_c=0.5$)에 위치하는 경우 종동력의 경사계수 η 와 크랙의 크기에 따른 티모셴코 보의 임계 종동력을 도시한 것이다. 여기서 p_D 와 p_F 는 각각 보의 좌굴 (divergence) 및 플러터(flutter) 형태의 불안정 영역을 표현한 것이다. 전반적으로 크랙이 없는 경우와 비교하여 볼 때, 좌굴 불안정 영역에서는 크랙의 크기가 클수록 낮은 종동력에서 불안정이 발생하며, 플러터 불안정 영역에서는 반대로 크랙의 크기가 클수록 더 높은 종동력에서 보는 불안정하게 됨을 알 수 있다. 이는 좌굴 불안정 영역에서는 크랙에 의하여 보의 강도가 약해지기 때문이며, 플러터 불안정 영역에서는 크랙이 오히려 완충제 역할을 하기 때문인 것으로 판단된다. 경사계수 η 가 1, 즉 순수 종동력이 작용하는 경우 크랙이 없을 때와 크랙의 크기가 0.5일 때를 비교해 보면 플러터 임계 종동력은

약 11.6% 정도 증가하였으며, $\eta=0.3$ 인 경우는 좌굴 임계 종동력이 약 40% 정도 작아짐을 알 수 있다. 또 크랙의 크기가 클수록 좌굴 불안정을 일으키는 경사계수의 범위가 넓어지고 역으로 플러터 불안정을 일으키는 범위는 좁아진다. 크랙의 크기가 0.5인 경우를 살펴보면 경사계수가 $0 \leq \eta \leq 0.683$ 의 영역에서는 종동력이 커지면서 좌굴 불안정을 유발하고, $0.589 \leq \eta \leq 1$ 의 영역에서는 플러터 불안정을 일으킨다. 특히 $0.589 < \eta < 0.683$ 에서는 종동력의 크기가 커짐에 따라 보는 안정 \rightarrow 좌굴 불안정 \rightarrow 재안정 \rightarrow 플러터 불안정의 상태를 거치게 된다. 크랙의 크기가 0.3일 때는 경사계수가 $0.459 < \eta < 0.562$ 의 영역에서 위와 같은 현상이 발생한다. 크랙의 크기가 커질수록 이러한 현상을 일으키는 경사계수의 영역이 점점 좁아진다는 것을 알 수 있다.

Figs. 4, 5는 세장비가 30으로 일정하고 크랙의 크기가 0.3일 때 보의 임계 종동력에 미치는 경사계수와 크랙 위치의 영향을 나타낸 것이다. 먼저 Fig. 4

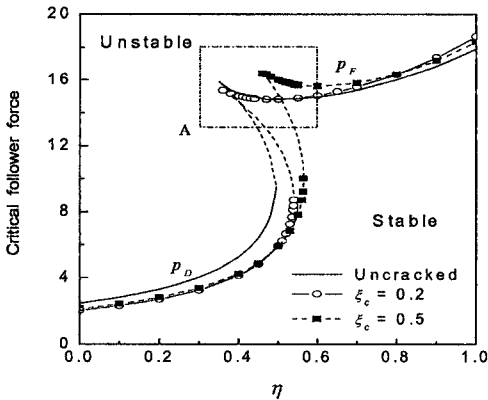
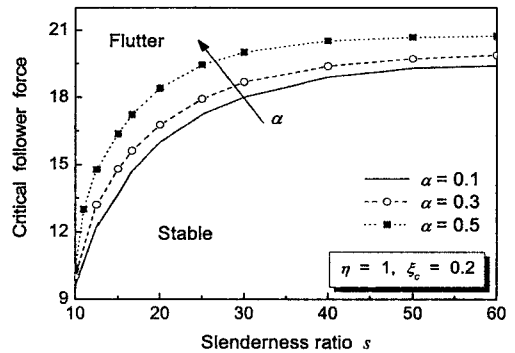


Fig. 4 Effect of crack position on critical follower force of Timoshenko beam ($s=30, \alpha=0.3$)



(a) $\xi_c = 0.2$

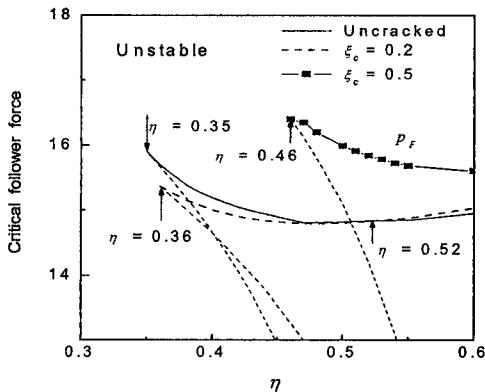
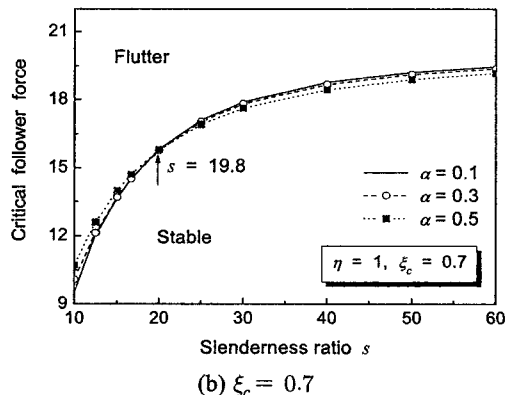


Fig. 5 Part A of Figure 3



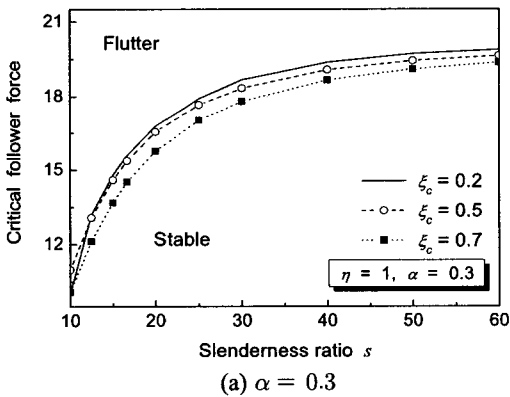
(b) $\xi_c = 0.7$

Fig. 6 Effect of crack depth and slenderness ratio on critical follower force of beam ($\eta=1$)

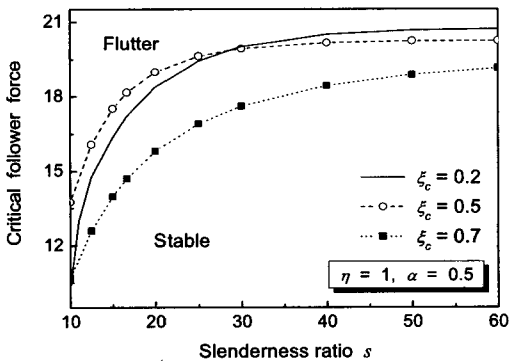
에서 좌굴 불안정 영역을 살펴보면 크랙이 없는 경우에 비해서는 크랙이 존재하는 경우 더 낮은 값에서 보는 좌굴 불안정을 일으킨다. 크랙이 존재하는 경우에 종동력의 경사계수가 $0 \leq \eta \leq 0.48$ 의 범위에서는 크랙의 위치가 0.2인 경우에 비하여 크랙의 위치가 0.5일 때 더 큰 임계 종동력을 가지지만 좌굴 불안정이 일어나는 그 이외의 영역에서는 오히려 크랙의 위치가 0.2인 경우가 더 큰 임계 종동력 값을 가진다. 또 플러터 불안정 영역에서는 $0.82 \leq \eta \leq 1$ 의 영역에서 크랙의 위치가 0.5인 경우에 비하여 크랙의 위치가 0.2일 때 경우 더 큰 임계 종동력 값을 가지지만 플러터 불안정이 일어나는 다른 모든 영역에서는 반대의 경향을 가진다. 특히 Fig. 5에서 볼 수 있는 것처럼 종동력의 경사계수가 0.52보다 작은 영역에서는 일반적인 경향과 조금 다르게 크랙이 없는 경우가 크랙의 위치가 0.2인 경우보다 오히려 더 큰 임계 종동력 값을 가짐을 알 수 있다.

Figs. 6과 7은 종동력의 경사계수가 1로 일정한 경우 크랙과 세장비의 영향에 따른 보의 임계 종동력을 나타내었다. 세장비의 크기가 클수록 보의 높이와 길이의 비가 커져서 아주 가늘고 긴 오일러 보에 가깝게 된다. Fig. 6은 크랙의 크기와 세장비의 변화에 따른 임계 종동력의 변화를 도시한 것으로, Fig. 6(a)는 크랙의 위치가 0.2, 그리고 Fig. 6(b)는 $\xi_c = 0.7$ 일 때의 결과이다. Fig. 6(a)의 크랙 위치가 0.2일 때의 결과를 살펴보면 전 세장비 영역에 걸쳐서 크랙의 크기와 임계 종동력은 서로 비례적인 경향을 보인다. Fig. 6(b)의 크랙의 위치가 0.7로서 비교적 보의 후반부에 존재하는 경우 세장비가 $s \leq 19.8$ 의 범위에서는 크랙의 크기와 임계 종동력은 서로 비례적인 관계로 Fig. 6(a)의 결과와 동일한 경향을 가지지만 그 이외의 세장비 영역에서는 반비례적인 경향을 보인다.

Fig. 7(a), (b)는 크랙의 크기가 각각 0.3과 0.5인 경우 크랙의 위치에 따른 보의 임계 종동력 값을 나

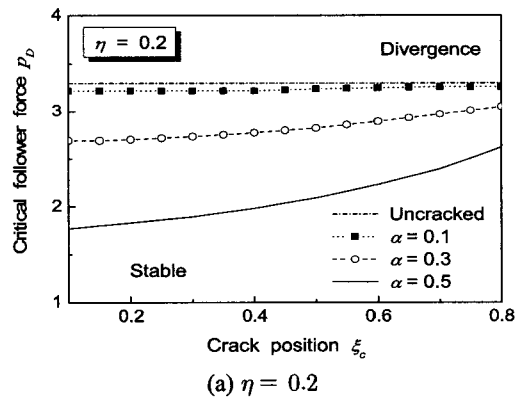


(a) $\alpha = 0.3$

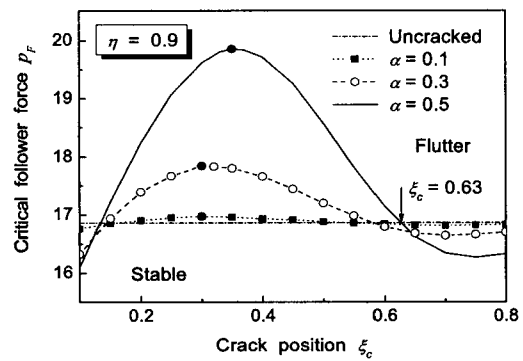


(b) $\alpha = 0.5$

Fig. 7 Effect of crack position and slenderness ratio on critical follower force of beam($\eta = 1$)



(a) $\eta = 0.2$



(b) $\eta = 0.9$

Fig. 8 Critical follower force versus crack position for crack depth

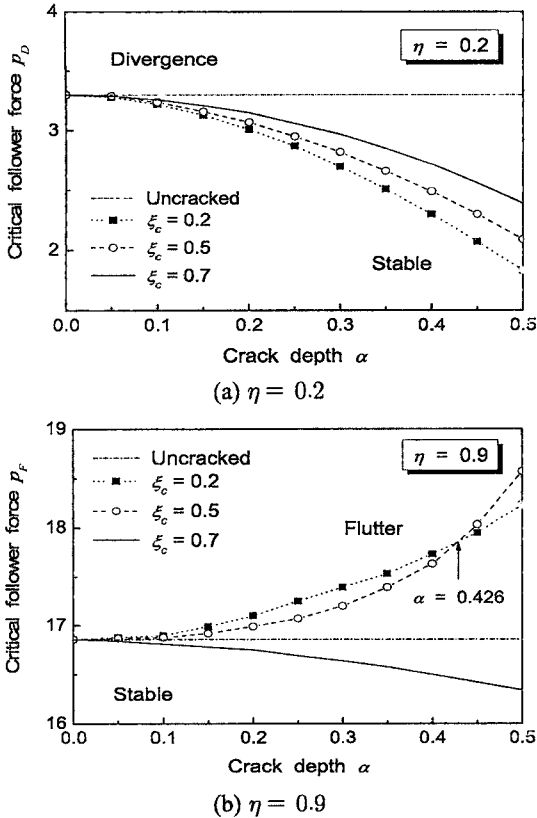


Fig. 9 Critical follower force versus crack depth for crack position

타낸 것이다. 크랙의 크기가 0.3인 Fig. 7(a)에서는 대체적으로 전 세장비 영역에서 크랙의 위치가 보의 앞부분에 존재할수록 플러터 임계 종동력은 더 큰 값을 가진다. 또 Fig. 7(b)에서 세장비가 $s \leq 28.2$ 의 영역에서는 크랙의 위치가 0.5인 경우가 크랙의 위치 0.2인 경우에 비하여 더 큰 임계 종동력 값을 가짐을 알 수 있다.

Figs. 8과 9는 보의 세장비가 30으로 일정한 경우 크랙위치와 크기가 보의 좌굴 및 플러터 임계 종동력에 미치는 영향을 나타낸 것이다. Fig. 8(a), (b)는 종동력의 경사계수가 각각 0.2와 0.9인 경우 크랙의 크기의 위치에 따른 보의 좌굴 및 플러터 임계 종동력을 각각 도시한 것이다.

Fig. 8(a)의 좌굴 불안정을 유발하는 임계 종동력을 살펴보면, 크랙의 크기와 관계없이 크랙의 위치가 보의 후반부에 존재할수록 계의 임계 종동력에 미치는 영향이 작아짐을 알 수 있다. 즉, 크랙의 크기가 0.3으로 일정한 경우, 크랙 위치가 0.1에서는

크랙이 없는 경우에 비하여 약 18.4% 정도 작은 값에서 계는 불안정이 일어나며, 크랙의 위치가 0.8일 때는 크랙이 없는 경우에 비하여 약 7.6% 정도 작은 종동력 값에서 좌굴 불안정이 발생한다. 크랙의 크기가 0.5인 경우는 크랙이 없을 때의 임계 종동력 값의 약 46.1% ($\xi_c = 0.1$), 그리고 20.8% ($\xi_c = 0.8$) 정도 작은 종동력 값에서 각각 불안정이 일어난다. Fig. 8(b)의 플러터 불안정 영역에서는 크랙의 크기에 따라 조금씩 차이가 있으나 전반적으로 크랙이 $0.13 \leq \xi_c \leq 0.62$ 의 위치에 존재하는 경우 크랙이 없는 경우에 비하여 더 큰 임계 종동력 값을 가지며 다른 위치에서는 크랙이 있는 경우 더 작은 임계 종동력 값을 가진다. 이러한 현상은 보의 모드형상과 곡률 모양의 영향에 의한 결과이다^(8,10). 또, ● 표시는 최대 임계 종동력 값을 표현한 것으로 크랙의 크기가 클수록 최대 임계 종동력을 가지는 크랙의 위치는 점점 보의 후반부로 이동되어짐을 알 수 있다.

Fig. 9는 크랙의 크기에 따른 보의 임계 종동력을 나타내었다. Fig. 9(a)에서는 전반적으로 크랙이 없는 경우에 비하여 크랙이 존재하는 경우 더 낮은 임계 종동력 값을 가진다. 또 크랙의 크기와 위치가 각각 0.5, 0.7일 때 크랙이 존재하지 않는 경우에 비하여 약 27.5%, 크랙 위치가 0.2인 경우는 약 44.5% 정도 더 작은 임계 종동력 값을 가진다. Fig. 9(b)에서 크랙의 위치가 0.7인 경우는 크랙의 크기에 관계없이 크랙이 없는 경우의 임계 종동력 값보다 더 작은 임계 종동력 값을 가진다. 또 크랙의 위치가 0.2인 경우가 0.5인 경우보다 전반적으로 더 큰 임계 종동력 값을 가지지만 $0.426 \leq \alpha \leq 0.5$ 의 크랙 크기에서는 반대의 경향을 가진다.

4. 결론

이 연구에서는 티모셴코 보에 경사 종동력이 작용하는 경우 보의 세장비, 종동력의 경사계수, 그리고 크랙이 보의 좌굴 및 플러터 임계 종동력에 미치는 영향에 대하여 살펴보았다. 전반적으로 크랙이 존재할 때 크랙이 존재하지 않는 경우에 비하여 더 작은 종동력 값에서 좌굴 불안정을 유발하며, 플러터 불안정 영역에서는 크랙이 존재하는 경우 오히려 더 큰 종동력 값에서 계는 불안정하게 된다. 크랙의 크기가 클수록 좌굴 불안정을 유발하는 종동력의 경

사계수의 범위가 넓어지며, 역으로 플러터 불안정을 유발하는 경사계수의 범위는 좁아지는 경향을 보인다. 또 좌굴 불안정 영역에서는 크랙의 크기에 관계 없이 크랙의 위치가 보의 후반부에 존재할수록 임계 중동력에 미치는 영향이 작으나, 플러터 불안정 영역에서는 보의 모드형상과 곡률모양의 영향으로 인하여 조금씩 다른 경향을 보인다.

이상의 연구결과들은 압축력 혹은 중동력을 받는 구조물의 안전을 계산 등의 안정성 판단의 기초 데이터로서 유용하게 활용할 수 있을 것이라 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) Kounadis, A. and Tatsikadelis, J. T., 1976, "Shear and Rotatory Inertia Effect on Beck's Column," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 49, No. 2, pp. 171~178.
- (2) Saito, H. and Otomi, K., 1979, "Vibration and Stability of Elastically Supported Beams Carrying an Attached Mass Under Axial and Tangential Loads," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 62, No. 2, pp. 257~266.
- (3) Rosa, M. A. and Franciosi, C., 1990, "The Influence of an Intermediate Support on the Stability Behaviour of Cantilever Beams Subjected to Follower force," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 137, No. 1, pp. 107~115.
- (4) Lee, S. Y., Kuo, Y. H. and Lin, F. Y., 1992, "Stability of a Timoshenko Beam Resting on a Winkler Elastic Foundation," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 153, No. 2, pp. 193~202.
- (5) Farchaly, S. H. and Shebl, M. G., 1995, "Exact Frequency and Mode Shape Formulae for Studying Vibration and Stability of Timoshenko Beam System," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 180, No. 2, pp. 205~227.
- (6) Rosa, M. A., 1995, "Free Vibrations of Timoshenko Beams on Two-parameter Elastic Foundation," *Computers and Structures*, Vol. 57, No. 1, pp. 151~156.
- (7) Lee, S. Y., Chen, T. Y. and Wang, W. R., 1995, "Non-conservative Instability of a Timoshenko Beam Subjected to a Partially Tangential Follower Force," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 188, No. 1, pp. 25~38.
- (8) Detinko, F. M., 2003, "Lumped Damping and Stability of Beck Column with a Tip Mass," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 17, pp. 4479~4486.
- (9) Son, I. S., Yoon, H. I. and Ahn, T. S., 2007, "Stability Analysis of Cracked Cantilever Beam with Tip Mass and Follower Force," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 605~610.
- (10) Son, I. S., Yoon, H. I. and Ahn, T. S., 2008, "Effects of Crack and Tip Mass on Stability of Timoshenko Beam Subjected to Follower Force," *Journal of KSPE*, Vol. 25, No. 6, pp. 99~107.
- (11) Wang, Q., 2004, "A Comprehensive Stability Analysis of a Cracked Beam Subjected to Follower Compression," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, pp. 4875~4888.
- (12) Yoon, H. I., Son, I. S. and Ahn, T. S., 2007, "Stability Analysis of Pipe Conveying Fluid with Crack," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 10~16.
- (13) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods in Vibration*, The Macmillan Company, New York, Chapter 5.
- (14) Harris, C. M., 1961, *Shock and Vibration Handbook(Fourth Edition)*, McGraw-Hill, Chapter 7.
- (15) Igor, A. K. and Olga, I. L., 2001, *Formulas for Structural Dynamics*, McGraw-Hill, Chapter 11.
- (16) Rossi, R. E., Laura, P. A. A. and Gutierrez, R. H., 1990, "A Note on Transverse Vibrations of a Timoshenko Beam of Non-uniform Thickness Clamped at One End and Carrying a Concentrated Mass at the Other," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 143, No. 3, pp. 491~502.