한국소음진동공학회논문집 제 18 권 제 12 호, pp. 1250~1255, 2008.

회전강성 최소화를 위한 절연요소의 형상 설계

Shape Design for Viscoelastic Vibration Isolators to Minimize Rotational Stiffness

오 환 엽*·김 광 준†

Hwan-Youp Oh and Kwang-Joon Kim

(2008년 9월 4일 접수 ; 2008년 11월 26일 심사완료)

Key Words : Vibration Isolation Element(진동 절연요소), Topology Optimization(위상최적화), Boundary Movement Method(경계 이동법)

ABSTRACT

Design of shape for visco-elastic vibration isolation elements, which are very cost-effective and so popular in many applications is frequently based on experiences, intuitions, or trial and errors. Such traditions in shape design make it difficult for drastic changes or new concepts to come out. In this paper, both topological method and shape optimization method are combined together to find out a most desirable isolator shape efficiently by using two commercial engineering programs, ABAQUS and MATLAB. The procedure is divided into two steps. At the first step, a topology optimization method is employed to find an initial shape, where density of either 0 or 1 for finite elements is used for physical realizability. At the second step, based on the initial shape, finer tuning of the shape is done by boundary movement method. An illustration of the procedure is presented for a mount of an air-conditioner compressor system and the effectiveness is discussed.

1. 서 론

기계구조물에서 발생하는 진동을 저감시키고자 사용되는 점탄성 절연요소의 설계는 크게 두 가지 단계로 이루어진다. 먼저 설계자가 원하는 절연성능을 만족시키기 위해 절연요소의 강성, 설치 방향 등을 정하고, 결정 된 강성 값을 만족시키는 절연요소의 형상을 설계하게 된다. 첫 번째 단계에서는 설계인자(parameter)를 결정하기 위해 여러 가지 설계 기법이 사용되고 있으나[1~3], 두 번째 단계인 절연요소 형상설계는 경험적이거나 직관적인 방법에 많이 의존하고 있는 실정이다. 이 연구에서는 상용유한요소 해석 프로그램인 ABAQUS와 MATLAB을 이용하여 구현되는 형상설계 기법을 절연요소의 설계 과정에 도입하여, 절연요소 형상설계 과정을 보다 효율적으로 하고자 한다.

구조물의 형상 설계에 이용되는 설계방법으로 경계 이동법과 위상최적화 방법을 들 수 있다. 경계 이동법은 구조물의 경계를 매개 변수화하여 나타내고, 경계를 연속적으로 변화시켜가며 구체적인 형상을 찾아가는 방법으로, 설계 초기에 주어지는 경계의 초기 형상에 의해 설계에 제한을 받게 된다. 반면, 위상최적화 방법을 이용한 설계는 초기 형상 제한조건을 받지 않는 설계를 할 수 있어 임의의 경계 및 하중조건에 대한 형상설계를 할 수 있다는 장점이 있지만, 구조물의 대략적인 형상만을 알 수 있을 뿐 구체적인 형상정보를 알아낼 수 없다는 단점이 있다[4]. 이 연구에서는 위상최적화 방법과 경계 이

† 교신저자; 정회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : kjkim@kaist.ac.kr
Tel : (042)350-3024, Fax : (042)350-8211
* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

동법의 장점을 이용하기 위해 절연요소의 형상설계 과정을 두 가지 단계로 나누어 각각의 방법을 순차적으로 적용하고자 한다. 주어진 설계조건을 만족하는 절연요소의 초기 형상에 대한 정보가 없으므로, 첫 번째 단계에서는 위상최적화 방법을 이용하여 초기 형상 설계를 하고, 두 번째 단계에서는 이를 바탕으로 경계 이동법을 이용하여 절연요소의 경계를 명확히 하고자 한다.

2. 절연요소 형상 설계문제의 정의

가진부, 절연부, 수진부로 구성되는 진동계에서 수진부로 전달되는 진동파워는 수진부의 동특성인 모빌리티(mobility)에 의해 결정된다[5]. 이때 수진부가 보(beam) 혹은 판(plate)과 같이 모멘트에 의한 변형을 일으킬 수 있는 경우 Fig. 1과 같이, 고주파수 영역으로 갈수록 회전 모빌리티의 크기가 병진 모빌리티보다 더 크다고 연구되었다[6].

따라서 고주파수 영역에서의 모멘트 가진이 발생하는 구조물의 경우, 절연요소의 회전강성이 작아질수록 절연요소를 통해 진동 수진부로 전달되는 고주파수 영역에서의 진동파워가 감소한다고 논의되었다[7]. 이 연구에서는 절연요소 설계를 통해 수진부로 전달되는 고주파수 영역에서의 진동파워 전달을 저감시키고자 형상설계 목적함수로 절연요소의 회전강성으로 설정하였으며, 제한조건으로는 병진방향 강성을 설정하였다. 에어컨 실외기는 컴프레서의 가진에 의해 고주파수 영역에서의 모멘트 가진이 이루어지고, 진동 수진부가 판으로 이루어진 대표적인 예로서, 이 연구에서는 에어컨 실외기의 컴프레서 계에 장착되는 절연요소를 설계하고자 한다.

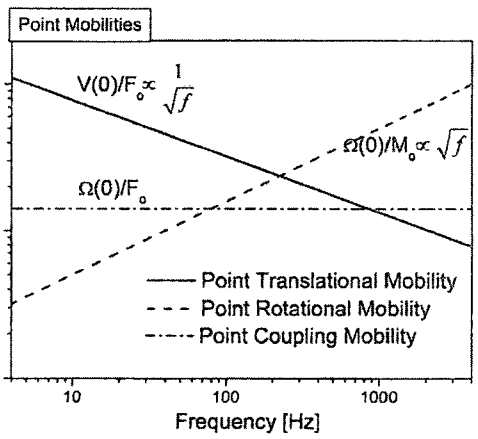

Fig. 1 Point mobility of semi-infinite beam[6]

2.1 설계 영역의 정의

이 연구에서 설계대상으로 삼고 있는 절연요소는 임의의 방향에서 가해지는 모멘트에 대해 동일한 회전강성을 갖도록 축 대칭 형상을 갖는다. 따라서 절연요소의 형상설계 시, 설계 영역은 Fig. 2와 같이 축 대칭 절연요소의 한 단면으로 한다.

2.2 목적함수 및 제한조건

이 연구의 목표는 회전강성 최소화를 위한 절연요소의 형상을 설계하는 것이다. 따라서 설계 문제의 목적함수는 절연요소의 회전강성으로 정한다. 설계 제한조건은 절연요소의 병진강성을 설정하며 정강성, 동강성 제한조건으로 나누어 볼 수 있다. Fig. 3과 같이 컴프레서의 작동 주파수 60 Hz가 절연구간에 위치할 수 있도록 하여 병진방향으로의 진동절연성능을 확보하기 위해서 동강성 제한조건이 주어진다.

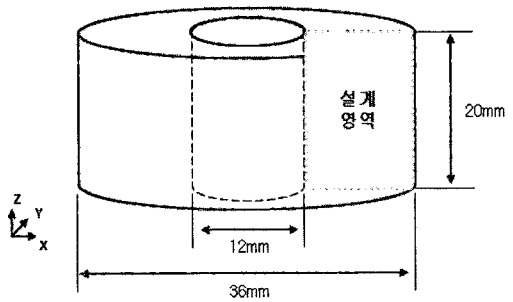

Fig. 2 Design domain

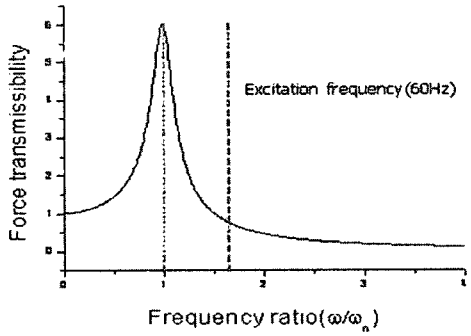

Fig. 3 Force transmissibility

절연요소는 상부에 존재하는 컴프레서의 하중을 지지하는 역할도 해야 하므로 정강성 제한 조건을 설정해야 한다. 이를 위해서, 설계된 절연요소의 정강성이 Fig. 2에 나타낸 원통형 절연요소가 가지는 정강성의 70 % 이상이 되도록 제한조건을 설정하였다. 주어진 설계 문제를 정식화 하면 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &Minimize\ k_r \\ &subject\ to\ \ \omega_n \le 40\ Hz \\ &\qquad k_{t,s} \ge k_{cyl} \times 0.7 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 k_r 은 절연요소의 회전강성, $k_{t,s}$ 는 병진 정강성, ω_n 은 컴프레서 계의 병진방향 고유진동수를 의미한다.

3. 절연요소의 위상 최적화

경계 이동법을 이용한 절연요소의 설계를 위해서는 주어진 설계 조건을 만족하는 초기 형상에 대한 정보를 알고 있어야 한다. 위상 최적화 방법을 이용한 설계는 설계조건을 만족하는 절연요소의 초기 형상을 알기 위해 경계 이동법을 이용한 설계에 선행하여 수행한다. 이 결과로부터 경계 이동법을 이용한 형상설계 시에 설계변수를 설정할 수 있다.

위상 최적화 방법으로는 균질화법과 밀도 분배법이 있다[8]. 균질화법은 무한개의 미시구조가 반복되는 요소를 이용해 구조물의 형상을 표현하는 방법으로 ABAQUS를 이용하여 유한요소해석을 할 때에 미시구조를 실제 유한요소 모델에 반영하기 어렵다는 단점이 있다. 반면, 밀도 분배법은 절연요소의 유한요소 모델에서 각 요소의 물성치 입력을 달리하여 쉽게 구현할 수 있다는 장점이 있어 이 연구에서는 밀도 분배법을 이용하여 절연요소의 위상최적화를 수행하고자 한다.

3.1 설계 변수의 정의 및 민감도 해석

밀도 분배법을 이용한 위상최적화 방법은 설계영역 내에 존재하는 각 요소의 위치에서 재료의 존재 여부를 나타내는 지시함수를 이용하여 절연요소의 위상을 표현하며, 설계변수인 밀도 ρ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다[9].

$$\rho(x) = \begin{Bmatrix} 1 \ \text{if}\ x \in \Omega^m \\ 0 \ \text{if}\ x \notin \Omega^m \end{Bmatrix} \tag{2}$$

여기서 Ω^m은 재료가 존재하는 설계영역을 의미한다. 설계영역 내에 존재하는 요소의 개수가 n개인 경우 설계변수는

$$\rho = [\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots \rho_n] \tag{3}$$

와 같이 정의 된다. 이 연구에서는 요소가 가지는 밀도의 물리적인 의미를 고려하여 요소의 밀도가 0과 1만의 값을 갖도록 제한한다.

주어진 설계조건을 만족하는 위상을 설계하기 위해서는 설계변수와 절연요소 강성 사이의 민감도 해석 과정이 이루어져야 한다. 설계변수인 각 요소에서의 지시함수와 절연요소의 강성 사이의 관계는 해석적인 함수 형태로 정의가 될 수 없으므로 이 연구에서는 각 요소에서의 밀도에 섭동을 주고 절연요소의 회전 및 병진 방향 강성변화를 계산하는 유한차분법을 이용하여 민감도 해석을 수행한다. 절연요소 강성의 i번째 요소에 대한 민감도는 식 (4)와 같이 정의 된다.

$$\frac{\partial k}{\partial \rho_i} = \frac{k(\rho_1, \rho_2, .., \rho_i + \Delta\rho, .., \rho_n) - k(\rho_1, \rho_2, .., \rho_i, .., \rho_n)}{\Delta\rho} \tag{4}$$

여기서 k는 절연요소의 회전 혹은 병진강성을 의미

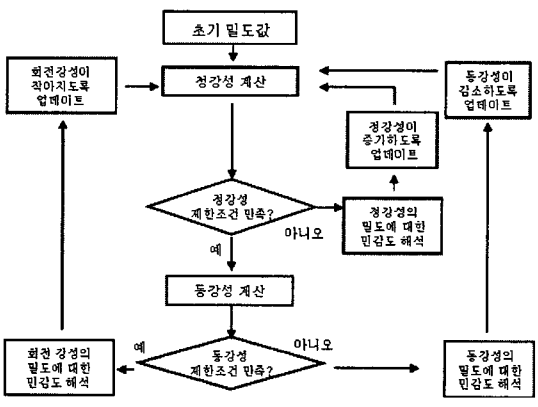

Fig. 4 Flow chart of topology optimization

하며, ρ_i는 설계영역 내에 존재하는 i번째 요소의 지시함수를 의미한다. $\Delta\rho$는 민감도 해석을 위해 주는 섭동을 의미하고 설계 과정에서 요소의 밀도 값이 0과 1만을 가질 수 있도록 제한하였으므로 $\Delta\rho = 1$ 이다.

3.2 설계변수 업데이트 및 위상 최적화 결과

위상 최적화 방법의 전체적인 설계과정의 흐름도를 Fig. 4에 나타내었다.

이 연구에서는 요소의 밀도를 0과 1만으로 제한하였으므로 Fig. 4에서의 밀도 업데이트는 식 (4)에서 계산된 민감도 정보를 바탕으로 식 (5)~(7)과 같이 이루어지게 된다.

$$\rho_i^{t+1} = \rho_i^t - 1 \quad \text{where, } \max\left(\frac{\partial k_r}{\partial \rho_i}\right) \tag{5}$$

$$\rho_i^{t+1} = \rho_i^t + 1 \quad \text{where, } \max\left(\frac{\partial k_{t,s}}{\partial \rho_i}\right) \tag{6}$$

$$\rho_i^{t+1} = \rho_i^t - 1 \quad \text{where, } \max\left(\frac{\partial k_{t,d}}{\partial \rho_i}\right) \tag{7}$$

여기서 k_r은 절연요소의 회전강성, $k_{t,s}$는 병진 정강성, $k_{t,d}$는 병진 동강성, ρ_i^t는 t번째 업데이트 단계에서 i번째 요소의 밀도를 의미한다. 식 (5), (6)은 회전강성 및 병진 동강성을 감소시키고, 식 (7)은 병진 정강성을 증가시키기 위한 밀도 업데이트 과정이다.

설계영역을 10×10개의 요소로 나누어 위상최적화를 수행하였을 때 절연요소의 xz 단면을 나타내면 Fig. 5와 같이 상하 대칭이며, 가운데 부분이 오목한 형상을 얻을 수 있다.

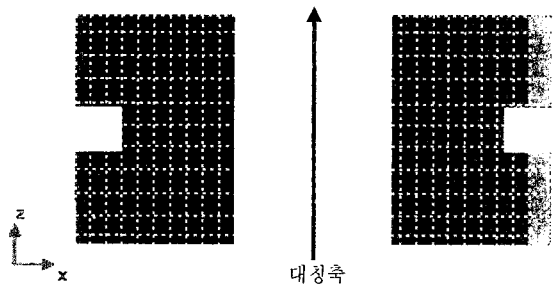

Fig. 5 Design result of topology optimization(10×10 elements)

4. 경계 이동법을 이용한 형상설계

Fig. 5에서와 같이, 위상 설계단계에서는 절연요소의 형상을 표현하는 데에 유한요소 모델에 사용된 요소의 크기에 의해 제한을 받게 된다. 요소의 개수를 늘리는 방법으로 이러한 단점을 보완할 수 있지만 계산시간이 증가하는 단점이 있다. 경계 이동법은 위상최적화 방법에 비해 상대적으로 적은 설계변수를 이용하여 절연요소의 경계를 연속적으로 변화시키며 설계를 할 수 있다는 장점이 있다.

4.1 설계 변수의 정의 및 민감도 해석

위상 설계 결과로부터 주어진 설계조건을 만족하는 절연요소의 형상이 대칭축으로부터 최외곽에 있는 절점들을 이용해 표현 가능함을 알 수 있다. 경계 이동법을 이용한 형상설계를 하기 위해서 대칭축을 x=0로 설정하고, 설계변수를 Fig. 6과 같이 절연요소 경계에 있는 절점의 x축 좌표로 한다.

Fig. 6에서 절연요소의 상단으로부터 하단에 위치한 절점의 x좌표를 x_1부터 x_{11}로 순차적으로 나타낼 때, 설계변수는 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x = [x_1, x_2, x_3, \ldots x_{11}] \tag{8}$$

위상설계에서와 마찬가지로 설계변수와 절연요소 강성과의 해석적인 관계가 정의 되지 않으므로 민감도 해석은 식 (9)와 같이 유한 차분법을 통해 수행한다.

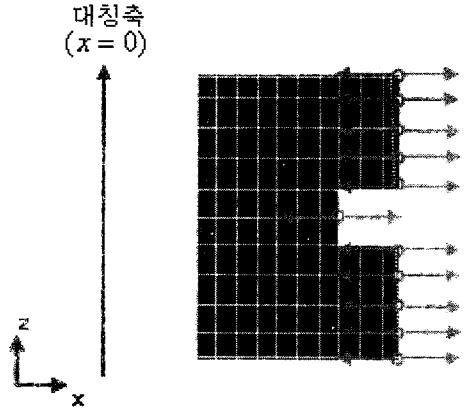

Fig. 6 Design variables in boundary movement method

Table 1 Coordinate of each node in x-dir

Node	Coordinate[mm]
$x_1(x_{11})$	18
$x_2(=x_9)$	17.8
$x_3(=x_8)$	16.5
$x_4(=x_7)$	14.4
$x_5(=x_6)$	14
x_6	13.7

$$\frac{\partial k}{\partial x_i^t} = \frac{k(x_1^t ,, x_i^t + \Delta x ,, x_n^t) - k(x_1^t ,,, x_n^t)}{\Delta x} \tag{9}$$

여기서 Δx는 민감도 해석시에 사용되는 섭동을 의미한다.

4.2 설계 변수 업데이트 및 경계 이동법 결과

식 (9)의 민감도 해석결과를 바탕으로 설계변수 업데이트는 회전강성을 감소시키는 경우, 병진 정강성을 증가시키는 경우, 병진 동강성을 감소시키는 경우에 대해 각각 식 (10), 식 (11), 식 (12)와 같이 이루어진다.

$$x_i^t = x^t - \frac{\frac{\partial k_r}{\partial x_i^t}}{\max(\frac{\partial k_r}{\partial x^t})} \times \Delta x \tag{10}$$

$$x_i^t = x^t + \frac{\frac{\partial k_{t,s}}{\partial x_i^t}}{\max(\frac{\partial k_{t,s}}{\partial x^t})} \times \Delta x \tag{11}$$

$$x_i^t = x^t - \frac{\frac{\partial k_{t,d}}{\partial x_i^t}}{\max(\frac{\partial k_{t,d}}{\partial x^t})} \times \Delta x \tag{12}$$

여기서 x_i^t는 t번째 업데이트 단계에서 i번째 절점의 좌표를 의미한다.

경계 이동법에 의해 구한 각 절점들의 x좌표는 Table 1과 같다.

위상최적화 및 경계 이동법을 이용한 설계를 통해 최종적으로 얻을 수 있는 절연요소의 형상은 Fig. 7과 같다.

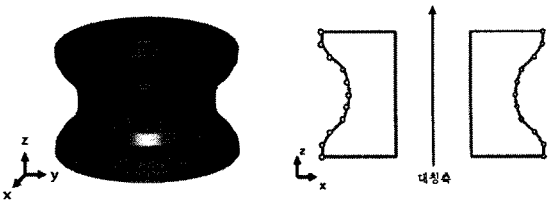

Fig. 7 Design result of boundary movement method

Table 2 Performance of designed isolator

	Translational stiffness [kN/m]	Natural frequency [Hz]	Rotational stiffness [Nm/rad]
Cylinder shape	233.4	44.57	32.52
Suggested design	164.4	37.3	15.6

Fig. 7에 나타낸 절연요소의 강성을 원통형 절연요소와 비교하여 나타내면 Table 2와 같다.

설계된 절연요소가 주어진 설계문제의 제한 조건을 만족하면서 원통형 절연요소에 비해 회전강성이 52 % 감소하였다.

5. 결 론

이 논문에서는 에어컨 실외기의 컴프레서 계에 장착되는 절연요소를 대상으로 회전강성 최소화를 위한 절연요소의 형상을 설계하였다. 형상설계를 위해서 0과 1만을 밀도 값으로 갖는 위상최적화 방법, 경계 이동법을 순차적으로 이용하였다. 첫 번째 단계인 위상최적화 방법을 통해 주어진 경계 및 하중조건을 만족하는 절연요소의 초기 형상정보를 얻을 수 있었으며, 두 번째 단계에서는 경계 이동법을 이용하여 절연요소의 형상을 명확히 하였다. 형상설계를 통한 절연요소의 성능 개선여부를 확인하기 위해 원통형 절연요소를 비교군으로 설정하였다. 이때, 설계 된 절연요소가 주어진 병진강성 제한조건을 만족하면서 원통형 절연요소에 비해 회전강성이 52 % 감소되었다.

참 고 문 헌

(1) Tao, J. S. and Liu A, G. R., 2000, "Design Optimization of Marine Engine-mount System,"

Journal of Sound and Vibration, Vol. 235, No. 3, pp. 477~494.

(2) Ashrafiuon, H., 1993, "Design Optimization of Aircraft Engine-mount Systems," Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 115, No. 4, pp. 463~467.

(3) Swanson, D. A., Wu, H. T. and Ashrafiuon, H., 1993, "Optimization of Aircraft Suspension Systems," Journal of Aircraft, Vol. 30, No. 6, pp. 979~984.

(4) Lee, W. S., 2004, "Topology Optimization of Vibration Isolator Considering Hyperelastic and Viscoelastic Behaviors," Doctoral Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology.

(5) Lee, H. J. and Kim, K. J., 2005, "Vibration Power Path Analysis with Rotational Terms Included and Its Application to Compressor System," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 3, pp. 280~289.

(6) Lee, H. J., 2004, "Effects of Rotational Terms and Experimental Errors on Performance Assessment of Multi-dimensional Vibration Isolation System by Vibrational Power Flow Approach," Doctoral Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology.

(7) Kim, J. S., 2003, "A Study on Reduction of Vibration Power Transmission in High Frequency Range by Modifying Rotational Stiffness of Isolators," Master's Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology.

(8) BendsØe, M. P. and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, pp.197~224.

(9) BendsØe, M. P. and Sigmund, O., 2003, "Topology Optimization : Theory, Methods and Applications," Springer.