

한국 KOSPI시장의 GARCH-VaR 측정모형 및 분포간 성과평가에 관한 연구 : 롱 및 숏 포지션 전략을 중심으로

손판도*

〈요 약〉

본 논문은 1980년 1월부터 2004년 9월까지 한국 거래소 시장수익률을 이용하여 RiskMetrics, GARCH, IGARCH, GJR, APARCH 등의 모형에 정규분포, 스튜던트 t분포, 왜도 스튜던트 t분포 등을 이용하여 어느 분포를 가진 모형이 보다 더 정확한 VaR을 추정할 수 있는지를 실증검증 하였다. 실증결과 표본 내 검증 시 모든 신뢰수준(90%~99.9%)에서 롱 포지션 전략에서는 $\lambda = 0.87$ 를 가진 IGARCH 모형 및 왜도 스튜던트 t분포가 가장 우월하며, 숏 포지션 전략에서는 GARCH 및 GJR 모형이 그리고 왜도 스튜던트 t분포가 가장 우월하였고, 99% 이상의 신뢰수준에서는 또한 $\lambda = 0.87$ 를 가진 IGARCH 모형이 롱 및 숏 포지션 양 전략에서 우월하였다. 또한 분포의 경우 롱 포지션에서 왜도 스튜던트 t분포, 숏 포지션에서 스튜던트 t분포가 가장 우월하였다. 표본 외 검증에서도 동일한 결과를 제시하고 있다.

주제어 : 롱 및 숏 포지션, RiskMetrics, GARCH, Kupiec LRT, 실패율, 정규분포, 스튜던트 t분포, 왜도 스튜던트 t분포

논문접수일 : 2008년 06월 19일 논문수정일 : 2008년 07월 29일 논문게재확정일 : 2008년 10월 17일

* 고려대학교 동북아경제경영연구소, E-mail : sonpando@korea.ac.kr

** 본 논문은 고려대학교 교내연구지원사업에 의하여 수행되었음.
유익한 심사평을 해 주신 익명의 두 심사자에게 감사드립니다.

I. 서 론

VaR 모델을 이용하여 정확한 위험을 측정하기 위해 1990년대 후반 부터 추정모형¹⁾에 대한 많은 실증분석이 이루어 졌다. 기존 실증논문의 결과 어느 특정 VaR 모형이 다른 여타 모형보다 모든 면에서 나은 성과 및 정확성을 제시하고 있는 모형은 보여주지 못하고 있다. 따라서 어떤 VaR 모형들이 좋은 모형인가라는 것은 대체로 신뢰수준의 선택에 좌우된다는 것이다(Hendricks, 1996).

본 논문의 목적은 정규분포, 스튜던트 t분포 및 왜도 스튜던트 t분포에 따른 RiskMetrics 및 GARCH 모형들의 VaR 성과결과를 비교 및 평가한다. Minnich(1998)에 따르면 VaR 추정 시 두터운 꼬리분포의 영향은 일반적으로 낮은 신뢰수준에서는 문제가 되지 않지만 높은 신뢰수준에서는 심각한 문제가 발생할 수 있음을 제시하고 있다. 이분산성을 이용한 VaR 추정방법(이하 GARCH-VaR 모형)이 이러한 문제점을 극복할 수 있는 대안적인 추정방법으로 사용되고 있다. 즉 GARCH-VaR 모형이 금융 시계열의 일반적인 속성인 비정규성과 두터운 꼬리분포 현상을 설명할 수 있으며, 시계열의 변동성 군집 현상을 파악 할 수 있다(Bollerslev, 1986).

Hendricks(1996)에 의하면 신뢰수준에 따른 모형의 정확도에서는 낮은 신뢰수준(95%)에서는 각 모형의 정확도는 적절하지만 반면 높은 신뢰수준(99%)에서는 역사적 시뮬레이션을 이용한 VaR 모형만이 유용함을 보였다. 이들의 논문에서 결국 모형 추정 시 꼬리 부분의 현상을 어떻게 잘 모형에 반영하느냐가 모형의 정확성 및 성과에 영향을 미침을 보여주고 있다. 또한 Van den Goorbergh and Vlaar(1999)의 논문에서 정규분포하의 VaR 모형이 낮은 신뢰수준에서는 성과가 좋았지만 높은 신뢰수준에서는 그렇지 못한 결과를 제시하고 있는데 이러한 것은 결국 꼬리부분의 중요성이 재확인되고 있는 것이다.

일반적으로 기존 논문에서는 역사적 시뮬레이션 방법의 경우 낮은 신뢰수준에서 VaR를 과소 추정하는 현상이 나타났고, 극단값을 이용한 방법에서도 VaR를 너무 보수적

1) VaR 추정방법에는 비모수적 및 모수적 방법이 존재한다. 비모수적 방법은 분포에 대한 가정이 필요가 없다는 장점이 있지만 자료의 시계열간 독립성이 보장이 되지 않을 경우 문제점을 가질 수 있다. 즉 금융 시계열에 종속성이 내포되어 있을 경우 반복 표본추출의 의미가 없다(Dowd, 1998). 여기에는 시뮬레이션 및 뷰비트랩 방법 등이 있다. 모수적 방법의 경우 금융 시계열의 사전적 분포를 가정하여 추정된 모수를 기초로 VaR를 계산하는 것이다. 여기에는 정규성을 가정한 분산-공분산모형이 있다. 그러나 이 방법은 시계열의 확률적 속성을 반영하지 못한다는 단점이 있다. 따라서 모수적 방법에서 이분산성의 속성을 반영한 GARCH 모형을 기초로 VaR를 추정하는 것이 보다 정확하다.

으로 추정을 하였다. 정규분포 및 파레토분포하의 VaR 추정 모형을 비교 분석한 결과에서도 신뢰수준에 따라 다른 결과가 나타났다. 즉 정규분포에서의 VaR 모형 추정치는 낮은 신뢰수준에서는 양호하지만 높은 신뢰수준에서는 VaR를 과소평가하고 있고 파레토분포의 VaR 모형의 경우 높은 신뢰수준에서는 정확도가 높았지만 낮은 신뢰수준에서는 VaR를 과소 추정하는 결과를 보여 주었다. 따라서 이러한 모형간의 추정결과 차이는 꼬리부분의 분포를 정확하게 반영하고 있지 않기 때문인 것이다.

따라서 기존 실증논문의 결과 모형의 정확도를 높이는 방법은 침도 및 왜도 현상을 모형에 반영하느냐에 달려 있으며, 그렇지 않을 경우 VaR 추정 모형에서는 높은 신뢰수준에서 VaR를 과소 추정하는 경향을 보이며 낮은 신뢰수준에서는 VaR를 과대 추정하는 경향을 볼 수 있다. 과소추정의 경우 투자자로 하여금 비정상적인 사건이 발생 시 파산위험을 증가시키게 되며 과대추정의 경우 필요 이상의 많은 규제자본이 요구되므로 인해 결국 주주부의 낭비를 초래하게 된다.

그러므로 기존 많은 VaR 측정 모형이 제시 되었지만 각각의 방법론 자체의 장점 및 한계점을 가지고 있기 때문에 어떤 방법론이 신뢰할 만한 VaR 추정치를 얻는데 좋은 방법인지에 대한 일반적인 합의점은 없다. 이것은 현재 VaR 추정모형들이 만족할 만한 결과를 제시하지 않는다는 것을 의미한다.

따라서 본 논문이 기존 논문과 차별화된 점은 다음과 같다. 첫째, 이분산성을 기초로 한 VaR 추정 모형에서 시계열의 두터운 꼬리부분을 설명하는 분포를 제시한다(분포간 정확도 비교). 즉 Greenspan(1997)에 의하면 위험관리 및 측정에서 두터운 꼬리부분이 VaR 추정 시 많은 영향을 미치며, Danielsson and Morimoto(2000)의 연구에서도 비정규성을 VaR 추정에 반영할 필요가 있으며 이러한 시계열의 비정규성으로 인하여 추정 모형간에 다른 결과가 나타난다는 것이다.

둘째, 많은 GARCH-VaR 모형이 존재하는데 본 논문에서는 먼저 표본 내 검증을 통하여 어떤 모형들이 우월한지를 분포와 결합하여 모형간 비교한다(모형 정확도 비교).²⁾

셋째, 이러한 결과들이 표본 외 검증에서도 동일한 결과를 제시하고 있는지를 분포 및 모형간 결과를 제시한다.

넷째, 우리나라 기존 실증논문에서는 투자자의 부(-)의 수익률 즉 롱 포지션 전략을 취하고 있다는 가정하에 자산의 가격이 떨어질 때 자산 가격의 하락으로 인한 손실 부

2) 즉 기존 논문에서는 VaR 측정 방법론에서 단지 모형을 기초로 한 평가방법의 우월성만을 제시하고 있는 반면에 본 논문에서는 모형 및 분포를 동시에 고려한 평가방법을 제시한다. 또한 본 연구에서는 RiskMetrics, GARCH, IGARCH, GJR, APARCH 모형들을 분석대상으로 한다.

분만 VaR 실증 결과만을 제시하였다. 그러나 본 논문에서는 롱뿐만 아니라 숏 포지션 전략에 따른 투자자의 손실에 대해서도 조사를 한다. 결국 자산 가격 하락으로 인한 위험과 자산 가격 상승으로 인한 위험을 동시에 측정하며 롱 포지션의 경우 분포의 좌측에 해당되며 숏 포지션의 경우 분포의 우측에 해당된다.

본 논문의 방법론은 다음과 같다. 분포가 항상 좌우 대칭적이지 않기 때문에 정규분포를 가진 RiskMetrics 및 ARCH 형태의 VaR 모형은 시계열의 비정규성으로 인하여 좌측 및 우측 꼬리부분을 정확하게 모형화 하는 것은 힘들다. 특히 조건부 분산과 시차 제곱 잔차간의 관계가 비대칭적일 경우 비대칭적 GARCH 모형을 이용하여 모형화 할 수 있다. 그러나 미래 변동성에 대하여 다른 영향을 주는 현상을 파악하기 위해 비대칭적 GARCH 모형에 정(+) 및 부(-)의 변동성을 내재시키더라도 결국 동일한 변동성이 두 구성요소에 영향을 미친다는 것이다. 따라서 VaR 추정 시 예측된 변동성의 비대칭적 신뢰구간을 허용하는 것이 바람직 할 것이다. 이러한 문제를 해소하기 위해 매수 및 매도 전략에 대한 VaR 모형에서 왜도 스튜던트 t분포를 가진 GARCH 모형(이하 St-GARCH)이 사용된다. 그리고 RiskMetrics, 정규분포, 스튜던트 t분포, 왜도 스튜던트 t분포 등을 가진 GARCH-VaR 모형의 정확도 및 우수성을 비교 평가한다.

이후 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장에서는 GARCH-VaR 모형의 기존 실증연구에 대한 고찰 및 결과를 제시하며, 제 III장에서는 본 연구에서 사용된 모형설정과 모형의 추정 및 분포에 대한 이론적 관점을 제시한다. 제 IV장에서는 롱 및 숏 포지션 전략 각각에서 모형 및 분포를 이용한 VaR 계산방법을 논하고 제 V장에서는 본 연구에서 모형의 성과평가방법을 제시한다. 제 VI장에서는 본 연구에서 사용된 자료의 특성 및 관련 기초통계 요약을 제시하고, 제 VII장에서는 표본 내 및 외 실증분석 결과를 요약 및 해석한다. 마지막으로 제 VIII장에서는 본 논문의 결과를 제시한다.

II. GARCH-VaR 모형의 기존 연구

GARCH-VaR 모형의 성과를 검증한 기존 외국의 논문은 다음과 같다. Hull and White(1998)의 외환시계열 일별자료와 5개 주가지수 시계열 일별자료를 표본으로 사용하여 매수전략에 따른 VaR 추정 방법을 비교한 결과 전체적으로 가변 변동성을 고려한 모형의 VaR 결과는 고정 변동성을 가진 모형의 VaR 결과보다 성과가 좋다는 것을 제시하고 있다. 또한 침도를 반영하는 EWMA 모형의 VaR과 고정 변동성을 가진 정규분포를 가진 모형의 VaR의 사후성적을 평가한 결과 EWMA($\lambda=0.94$)모형이 월등히

우수하다는 것을 실증적으로 제시하였다.

Mittnik and Paolella(2000)등은 미국 달러(USD)에 대한 동아시아 외환시장의 일일 환율을 기초로 인도, 일본, 한국, 말레이시아, 싱가포르, 대만 및 태국 국가들의 통화를 사용하여 대칭 정규분포가 아닌 비대칭 일반화된 스튜던트 t분포(일명 t3)를 기초로 한 룡 포지션 APARCH 모형의 VaR 성과평가 결과 비대칭 t분포를 가진 APARCH 모형은 표본 내 VaR계산 시 성과가 매우 높았고 잔차 항에 비대칭적 분포를 내재시키는 것은 위험관리자가 투자포지션에 대한 다운사이드위험에 초점을 맞추고 있을 경우 매우 중요하다는 것을 제시하고 있다. 일본 및 말레이시아의 시장지수를 제외한 나머지 시장지수의 경우에는 GARCH 모형 대신 APARCH 모형이 우수하며 정규분포 보다는 비대칭 분포모형의 적합도가 높았다. 결론적으로 각각의 α Quantile수준에서 APARCH 모형이 단순한 GARCH 모형보다 낮은 α Quantile수준에서 성과가 월등히 높았으며, GARCH 모형 및 APARCH 모형은 무조건 분산 모형 AR(1)보다 VaR 성과가 유의적으로 향상되었고, 성과의 방향은 AR(1) 및 GARCH 모형이 모든 $\alpha\%$ 수준에서 큰 부의 수익률 발생빈도를 과소예측을 하였으며 특히 AR(1) 모형에서는 이러한 현상이 많이 나타난 반면 APARCH 모형에서는 정확하게 예측이 되었다. 따라서 APARCH 모형의 성과가 가장 좋았다는 것을 제시하고 있다.

Giot and Laurent(2003)는 일별 시장지수를 이용하여 영국(FTSE), 미국(NSADSQ), 일본(NIKKEI225), Alcoa주식, MacDonal드주식, Merck주식의 RiskMetrics 및 왜도 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형의 VaR를 평가한 결과 정규분포를 기초로 한 RiskMetrics 모형 및 APARCH 모형이 극단적인 정의 수익률 및 부의 수익률을 정확하게 모형화 하는데 적절하지 못하다는 것을 제시하고 있다. 대칭적 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형의 VaR 성과는 정규분포를 기반으로 한 모형보다 월등히 성과가 좋았지만 모든 신뢰수준 하에서는 만족한 결과를 제시하지 못하였다. NSADAQ시계열의 경우 심지어 성과가 정규분포 모형보다도 좋지 못하였고 왜도 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형은 정 및 부의 수익률에 대한 모든 신뢰수준에서 VaR 성과가 높았다. 따라서 왜도 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형은 룡 및 숏 포지션 전략의 모든 신뢰수준에서 VaR결과가 정확하였다. 표본 외 실증분석에서도 또한 위와 동일한 결과를 제시하고 있으며 룡 및 숏 포지션 전략의 VaR 성공률은 FTSE의 경우 90%, NASADQ 70%, NIKKEI 90%, AA 80%, MCD 100%, MRK 80% 정도의 성공률을 보여주고 있다는 것이다. 결국 표본 내 및 표본 외 VaR 추정 시 왜도 스튜던트 t APARCH 모형이 RiskMetrics 및 정규분포 및 스튜던트 t 분포하의 APARCH 모형보다 성과가 우월하다는 것을 제시하고

있다.

Huang and Lim(2004)등은 대만 주가지수선물 TAIFEX, SGX-DT의 일별자료를 이용하여 세가지 VaR 측정모형 즉 RiskMetrics, 정규분포 APARCH 그리고 스튜던트 t 분포 APARCH 모형 각각에 대한 매수전략의 예측 성과를 조사 하여 조건부 분산의 비대칭성 및 두터운 꼬리분포현상을 어떤 모형이 잘 설명하고 있는지를 비교 분석한 결과 표본 내의 경우 정규분포하의 APARCH 모형이 낮은 신뢰수준, 즉 95%(높은 α)에서 보다 우월했으며 반면 높은 신뢰수준 즉 99%(낮은 α)에서 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형에서 얻은 VaR예측이 다른 두 모형 RiskMetrics 및 정규분포 APARCH 모형을 이용하여 얻은 VaR 결과보다 정확하였다. 특히 RiskMetrics 모형에서 가장 높은 실패율이 발생하였고, TAIFEX 선물지수 시계열의 99% 신뢰수준에서 Kupiec 검증을 실시한 결과 성과가 좋지 않았으며, 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형에서는 가장 낮은 실패율을 보였지만 SGX-DT 선물의 경우 Kupiec 검증을 통과하지 못하였다. 이러한 결과는 평균 이항손실 함수가 사전에 설정된 실패율 α 보다 너무 낮아 평균 위험 추정치가 상대적으로 보수적 관점에서 측정되었기 때문일 것이다. 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형에서는 두 선물시장지수의 경우에도 MRSB를 기초로 한 결과 다른 모형보다도 보다 더 우수하였다. 더욱이 이 모형에서 추정된 예기치 못한 손실은 가장 낮고 낮은 신뢰수준에서는 정규분포하의 APARCH 모형이 보다 더 정확하며 따라서 보다 낮은 신뢰수준에서 VaR예측에 유용하다. 반면 높은 신뢰수준 즉 99.5% 및 99.9%의 신뢰수준에서는 스튜던트 t APARCH 모형이 VaR 예측성과 좋다. 더욱이 Student t분포하의 APARCH 모형은 가장 정확하고 효율적인 위험추정치를 나타내고 있으며 정규분포하의 APARCH 모형은 평균이항손실 함수가 모형에서 사전에 설정된 α 실패율보다 높기 때문에 위험을 과소평가하고 있다. RiskMetrics 모형은 대부분의 신뢰수준에서 특히 높은 신뢰수준에서 위험을 과소 평가하고 있으므로 Kupiec검증을 통과하지 못하였고 더욱이 RiskMetrics 모형에서는 가장 높은 MRSB로 효율성이 떨어지는 모형으로 간주되었다. 결국 두터운 꼬리 및 변동성의 군집화 현상을 가진 TAIFEX 및 SGX-DT 주가지수선물의 경우 정규분포하의 APARCH 모형에 의해 예측된 VaR 값은 보다 낮은 신뢰수준에서 우수하지만 보다 높은 신뢰수준에서는 스튜던트 t분포하의 APARCH 모형에 의해 예측된 VaR값이 다른 두 모형 즉 RiskMetrics 및 정규분포하의 APARCH 모형에 의해 예측된 VaR값보다 정확하였다.

국내 GARCH-VaR 기존 실증논문에서는 먼저 이광로, 문성주(2005)의 외환시장의 환율 일별자료를 사용한 GARCH-VaR 모형, 즉 RiskMetrics, GARCH, EGARCH, TGARCH,

GARCH-M 모형에 대한 VaR 예측력을 비교 분석한 결과 초과율 빈도 비교 시 정보비대칭이 고려된 레버리지효과가 내재된 GARCH 모형이 RiskMetrics보다 우수한 모형으로 제시되었고 GARCH 모형 중에서 TGARCH 모형이 가장 우수한 모형이었다. 또한 AR(1)-GARCH(1, 1) 모형과 GARCH(1, 1)-M 모형간의 VaR 성과에는 차이가 존재하지 않았다. 이들 연구에서는 잔차항에 대한 정규분포 가정하에서 모형 추정이 이루어졌기 때문에 왜도 현상과 같은 두터운 꼬리분포 현상을 반영하지 않으므로 분포에 따른 모형의 차이가 반영된 VaR 결과를 비교 하지 못하고 있다.

이준행(2000)은 1985년~1999년 기간 동안의 일별주가지수자료를 이용하여 단순이동평균법, 지수가중평균이동법(EWMA), 역사적 시뮬레이션 등을 이용하여 VaR를 측정 비교한 결과 각 모형에서 측정된 대부분의 VaR 측정치가 위험을 과소평가하고 있음을 제시하고 있다. 특히 비모수적 방법인 역사적 시뮬레이션 하의 VaR 추정치가 위험을 매우 과소평가하고 있으며 이 모형의 사용에 주의가 요망된다는 것이다. 이준행(2000)의 연구에서도 정규분포 가정하의 모형간 비교분석에 국한하고 있기 때문에 두터운 꼬리분포 현상을 설명하고 있지 않으며 신뢰구간 및 분포의 차이에 따른 각 모형의 우월성 정도를 파악하는 데는 한계가 있다.

조담(2004)은 KOSPI200 일별종가를 이용하여 역사적 표준편차, 지수가중이동평균, GARCH(1, 1) 등 변동성 추정방법을 이용한 VaR 추정결과를 비교 분석한 결과 외환위기 이전에는 역사적 표준편차, 외환위기 이후에는 지수가중 표준편차모형에서 RMSE (Root Mean Squared Error)가 가장 작았고, 과도손실 발생빈도 검증결과를 제시하고 있다. 또한 유의수준에 따라서도 결과가 다르게 나타나고 있음을 보였지만 분포에 대한 추정모형의 결과는 제시하지 않고 있다.

유일성(2005)은 정규분포와 스튜던트 t분포를 이용한 GARCH, TGARCH, PGARCH, IGARCH 모형들간 VaR 예측성능을 비교 분석한 결과 스튜던트 t분포하의 모형이 일반적으로 우수하며 모든 신뢰수준에서 우수한 모형이 존재하지 않았다. 이 논문에서도 시계열의 두터운 꼬리분포현상의 비대칭성에 대한 모형을 제시하지 못하고 있다.

김상덕, 남주하(2001)는 GARCH, 역사적 시뮬레이션 방법 등을 이용한 VaR 추정결과를 비교 분석한 결과 시계열의 두터운 꼬리분포 현상으로 인하여 정규분포 하에서는 비정상적인 움직임을 제대로 예측하지 못할 가능성을 제시하였으며, 또한 신뢰수준에 따른 결과가 모형간 많은 차이점이 존재함을 보였다.

유진, 이준행(2002)은 델타 노말과 가격제한 효과가 내재된 몬테칼로 시뮬레이션간 VaR 추정결과를 비교 분석한 결과 델타 노말이 VaR를 과대 추정하고 있으며 이러한

과대추정 현상은 보유기간이 길어질수록 더욱 심화된다는 것이다.

결국 국내기존 논문의 경우 VaR 추정에 대한 모형 및 분포가 결합된 방법론을 비교 분석한 연구는 미진하다고 볼 수 있다.

Ⅲ. 모형설정과 추정 및 분포

평균방정식 모형설정은 다음과 같다. r_t 은 시장지수의 수익률 시계열이며 t-1기 정보 집합(information set)을 Ω_{t-1} 라면 다음과 같이 나타낼 수 있다. 즉 단일 시계열모형에서 Ω_{t-1} 은 t-1기 정보 집합일 경우 다음 같다(Engle, 1995).

$$r_t = E[r_t | \Omega_{t-1}] + \varepsilon_t$$

여기서 $E[\cdot]$ 는 조건부 기대 연산자를 의미하며, ε_t 는 잔차 항(예측 불가능한 부분)을 나타내는데 $E[\varepsilon_t] = 0$, $E[\varepsilon_t \varepsilon_s] = 0 \forall t \neq s$ 의 특성을 가진다.

분산방정식인 ARCH 모형의 설정은 다음과 같다. 조건부 기대치는 t-1기에 이용 가능한 과거 모든 정보의 기대 조건이다. ARCH(q) 모형(Engle, 1982)은 다음과 같이 나타낸다.

$$\varepsilon_t = z_t h_t, \quad h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad z_t \sim i.i.d. N(0,1)$$

ARCH 모형을 확장한 GARCH(p, q) 모형은 다음과 같이 나타낼 수 있다(Bollerslev, 1986).

$$h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}^2$$

또한 시차 연산자 L 을 사용하면 GARCH(p, q) 모형은 다음과 같다.

$$h_t^2 = \omega + \alpha(L) \varepsilon_t^2 + \beta(L) h_t^2$$

여기서 $\alpha(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \alpha_3 L^3 + \dots + \alpha_q L^q$, $\beta(L) = \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \beta_3 L^3 + \dots + \beta_p L^p$, $\alpha_i \geq 0$ ($i=1, \dots, q$)

$\beta_j \geq 0$ ($j=1, \dots, p$) 을 의미한다.

GJR³⁾ 모형은 다음과 같이 나타낸다(Glosten, Jagannathan, and Runkle, 1993).

$$h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \gamma_i S_{t-i}) \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}^2$$

$$S_{t-i} = \begin{cases} 1 & \text{if } \varepsilon_{t-i} < 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases}$$

APARCH(p, q) 모형은 다음과 같이 나타낼 수 있다(Ding, Granger and Engle, 1993).

$$h_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}^\delta$$

여기서 $\delta > 0$, $-1 < \gamma_i < 1$ ($i=1, \dots, q$) 이다. APARCH 모형은 비대칭적 γ 계수를 가지고 있으며 이것은 레버리지 효과를 설명한다. 이 모형은 GARCH 모형에 대한 일반화된 모형의 형태를 가지고 있다. 즉 파워 값의 변경을 통하여 모든 종류의 GARCH 모형을 표현할 수 있다는 것이다.

$\omega > 0$, $\sum_{i=1}^q \alpha_i E(|z| - \gamma_i z)^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ 의 조건이 성립되면 APARCH 모형의 이분산에 대한 정상성을 가진 해가 존재하며 다음과 같다(Ding, Granger and Engle, 1993).

$$E(h_t^\delta) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i (|z| - \gamma_i z)^\delta - \sum_{j=1}^p \beta_j}$$

$\gamma = 0, \delta = 2, z_i$ 가 0의 평균을 가지고 1의 분산을 가질 경우 APARCH 모형은 일반적

3) GJR 모형은 Zakoian(1994)가 제안한 TGARCH 모형과 비슷하며 차이점은 조건부 분산 대신 조건부 표준편차를 사용하고 있다.

으로 GARCH(1, 1) 모형이 가지고 있는 정상성조건을 가진다($\alpha_1 + \beta_1 < 1$). 그러나 $\gamma \neq 0$ 또는(그리고) $\delta \neq 2$ 일 경우 정상적 조건은 잔차의 가정에 의해 결정된다. 표준화된 왜도 스튜던트 t를 다음과 같다(Lambert and Laurent, 2001).

$$\kappa_i = \left\{ \xi^{-(1+\delta)} (1 + \gamma_i)^\delta + \xi^{1+\delta} (1 - \gamma_i)^\delta \right\} \frac{\Gamma(\frac{\delta+1}{2}) \Gamma(\frac{\nu-\delta}{2}) (\nu-2)^{\frac{1+\delta}{2}}}{(\xi + \frac{1}{\xi}) \sqrt{(\nu-2)\pi} \Gamma(\frac{\nu}{2})}$$

여기서 ξ, ν 는 비 정규확률분포를 나타내는 계수이다.⁴⁾

IGARCH 모형에서 높은 빈도를 가진 시계열의 경우 GARCH(p, q)을 사용하여 추정된 조건부 분산은 강한 지속성을 가지는데 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^p \beta_j + \sum_{i=1}^q \alpha_i \approx 1$$

$\alpha_1 + \beta_1 = 1$ 의 형태를 가진 IGARCH 모형에서는 변동성이 높은 지속성을 가지고 있으며 미래 변동성예측에 대한 과거정보의 충격은 매우 천천히 감소한다. RiskMetrics 모형에서 λ 는 β_1 이 되며 만약 RiskMetrics 모형의 VaR 결과에 대한 성과가 좋으면 IGARCH 모형의 VaR 결과도 좋을 것으로 예상 할 수 있다. 본 연구의 실증분석에서 RiskMetrics 모형에서는 $\lambda = 94\%$ 로 설정하여 RiskMetrics 모형 VaR를 계산 할 것이다.

본 논문에서 사용되는 모형의 추정 및 분포는 다음과 같다. 첫째, 정규분포하의 GARCH 모형 시 사용되는 로그우도함수는 아래와 같다.

$$L_T = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^T [\ln(2\pi) + \ln(h_i^2) + z_i^2], \quad T : \text{관측 수}$$

둘째, 스튜던트-t 분포의 경우 확률밀도함수와 로그-우도 함수는 다음과 같다.

$$f(z_t) = \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma(\nu/2)} \frac{s_t^{-1/2}}{[1 + z_t^2/(s_t\nu)]^{(\nu+1)/2}}$$

4) $\xi = 1$ 일 경우 대칭적 Student 밀도함수를 가진다.

여기서 $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수, z_t 분산.

$$Var(z_t) = \frac{s_t v}{v-2}, v > 2, \quad s_t = \frac{h_t^2 (v-2)}{v}$$

그리고 스튜던트 t분포의 로그-우도 함수는 다음과 같다.

$$L_T = \ln \left[\Gamma \left(\frac{v+1}{2} \right) \right] - \ln \left[\Gamma \left(\frac{v}{2} \right) \right] - \frac{1}{2} \ln [\pi(v-2)] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln(h_t^2) + (1+v) \ln \left(1 + \frac{z_t^2}{(v-2)h_t^2} \right)$$

v 는 자유도이며 $2 < v \leq \infty$, $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수.⁵⁾ $v \rightarrow \infty$ 일 경우 정규분포 형태를 가지며 따라서 자유도 v 가 작으면 작을수록 꼬리 부분이 두텁게 된다. 실증 연구에서 스튜던트 t분포가 일반적인 자산가격 수익률의 시계열에서 나타나는 초과침도 현상을 잘 설명하지만 비대칭적 현상(좋은 뉴스 및 나쁜 뉴스의 충격)이 나타나는 변동성 과정에 대해서는 설명력이 약하다.

셋째, 위와 같은 변동성 현상을 설명하기 위해 최근 시계열의 비대칭성에 대한 분포를 추정하기 위해 개발된 왜도 스튜던트 t분포가 사용된다. 시계열의 왜도 및 침도는 VaR계산 시 매우 중요한 요소이며, 따라서 왜도-스튜던트-t분포는 이러한 현상을 잘 반영하고 있다. Lambert and Laurent(2000, 2001; Giot and Laurent, 2003)등은 Fernandez and Steel(1998)등이 사용한 왜도 스튜던트 t 분포를 GARCH 모형에 확장 적용하여 다음과 같은 표준화된 왜도-스튜던트 t 분포의 로그-우도 함수를 제시하였다.

$$L_T = \ln \left[\Gamma \left(\frac{v+1}{2} \right) \right] - \ln \left[\Gamma \left(\frac{v}{2} \right) \right] - \frac{1}{2} [\pi(v-2)] + \ln \left(\frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} \right) + \ln(s) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(h_t^2) + (1+v) \ln \left(1 + \frac{sz_t + m}{v-2} \xi^{-t} \right) \right]$$

여기서 ξ 는 비대칭을 나타내는 모수, v 는 분포의 자유도, $\Gamma(\cdot)$ 는 감마함수이며, m 과 s^2 는 비 표준화된 왜도 스튜던트의 평균과 분산을 나타낸다.

5) 감마함수(gamma function)는 다음과 같이 정의된다.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-1} dx, \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{if } z_t \geq -\frac{m}{s} \\ -1 & z_t < -\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$m = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)\sqrt{v-2}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}\left(\xi - \frac{1}{\xi}\right), \quad s = \sqrt{\left(\xi^2 + \frac{1}{\xi^2} - 1\right) - m^2}$$

IV. 롱 및 숏 포지션 전략의 VaR 계산

1기(일일) 이후 롱 및 숏 VaR 예측의 성과와 관련된 정규분포 및 스튜던트 t GARCH 모형과 왜도 스튜던트 t GARCH류 모형을 비교한다. VaR의 롱 포지션전략이란 시장 지수에 롱 포지션의 전략을 취하고 있는 시장거래자들의 VaR 수준으로 정의되고 이것은 또한 포트폴리오 거래자가 시장수익률에서 부의 수익률을 가질 때 발생 하는 최대 손실이 VaR이다. VaR의 숏 포지션 전략은 거래자가 숏 포지션을 취할 때 발생 하는 VaR 수준이다. 즉 주가가 상승할 경우 손실이 발생하는 거래자를 말한다. 롱 포지션 VaR을 예측하는데 어떤 모형이 좋은지를 판단하는 것은 극단적으로 큰 부(-)의 수익률을 모형화 시키는 능력과 관련되어 으며 VaR의 숏 포지션 측면과 관련된 성과는 극단적으로 큰 정(+)의 수익률을 설명할 수 있는 능력을 기초로 한다.

1. 정규분포하의 VaR 계산

정규분포를 이용한 VaR 계산의 대표적인 모형이 RiskMetrics 모형이다. J.P Morgan 은 VaR을 계산하기 위해 RiskMetrics 모형을 개발 하였다(Longerstaey and Spencer, 1995). RiskMetrics 모형에서 일별 수익률은 조건부 정규분포를 따르는 즉 $r_t | \Omega_{t-1} \sim N(\mu_t, h_t^2)$ 을 가지고 있다고 가정하고 있다. 따라서 기본적인 RiskMetrics 모형은 정규분포를 따르는 IGARCH 모형과 동일하며 자동상관의 모수는 사전적으로 λ 값이 주어지고 ϵ_{t-1}^2 의 계수는 $1-\lambda$ 와 동일하다. RiskMetrics 모형 설정에서 λ 는 0.946)로 주어지고 따라서 모형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

6) RiskMetrics 모형의 실증분석에서 $\lambda = 0.94$ 의 값을 사전적으로 설정하여 분석하였다.

$$\varepsilon_t = z_t h_t, \quad z_t \sim iid.N(0,1),$$

$$h_t^2 = (1-\lambda)\varepsilon_{t-1}^2 + \lambda h_{t-1}^2$$

RiskMetrics 모형에서는 미래(one-step-ahead) VaR이 롱 포지션 전략(매수전략)의 경우 $t-1$ 기에 계산되는데 $\mu_t + z_\alpha h_t$ 로 나타낼 수 있고, 숏 포지션 전략(매도전략)의 경우 $\mu_t + z_{1-\alpha} h_t$ 로 표시 할 수 있다.⁷⁾ 또한 다른 모형 즉 모든 GARCH류의 모형에도 정규분포가정이 그대로 적용될 것이다. 정규분포는 좌우 대칭 형태를 가지고 있기 때문에 $z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ 와 같은 특성을 가진다.

2. 스튜던트 t분포하의 VaR 계산

VaR의 기존연구에서 정규분포를 가정한 모형들은 일반적으로 수익률분포의 꼬리부분이 두터운 현상을 완전히 설명하지 못한다는 것을 실증적으로 제시 하였다. 이러한 문제점을 제거하기 위해 스튜던트-t GARCH 모형이 도입되었다. 자산 수익률의 분포가 일반적으로 두터운 꼬리형태를 가지고 있기 때문에 본 연구에서는 조건부 이분산(h_t)을 가진 스튜던트 t분포 GARCH 모형의 VaR를 계산한다. 스튜던트t 분포의 GARCH 모형에서 롱 포지션 전략의 경우 $t-1$ 기에 계산된 미래 VaR(일일 VaR)은 $\mu_t + t_{\alpha, \nu} h_t$ 로 나타낼 수 있으며 숏 포지션 전략의 경우 $t-1$ 기에 계산된 미래 VaR은 $\mu_t + t_{1-\alpha, \nu} h_t$ 로 계산 될 수 있다.⁸⁾ 또한 Student t분포는 좌우 대칭을 가지고 있기 때문에 $t_{\alpha, \nu} = -t_{1-\alpha, \nu}$ 와 동일하다.

3. 왜도 스튜던트 t분포하의 VaR 계산

왜도와 첨도 현상을 설명하기 위해 왜도 모수를 가진 스튜던트 분포를 가진 모형이 도입(Fernandez and Steel, 1998) 되었고 비대칭 스튜던트 t 분포 모형도 제안되었다(Hansen, 1994 ; Paoletta, 1997). 이들의 논문에서 모드의 양 측면 척도를 변경시킴으로써 대칭적 분포의 연속함수 $g(\cdot)$ 에 왜도의 속성을 부가 하였지만 이러한 확률밀도분포

7) Z_α 는 정규분포를 가진 $\alpha\%$ 수준에서 좌측 Quantile을 의미하고, $Z_{1-\alpha}$ 는 정규분포를 가진 $1-\alpha\%$ 수준에서 우측 Quantile을 의미한다.

8) $t_{\alpha, \nu}$ 는 자유도 ν 를 가진 스튜던트 t 분포의 좌측 Quantile($\alpha\%$)이며, $t_{1-\alpha, \nu}$ 자유도 ν 를 가진 스튜던트 t 분포의 우측 Quantile($1-\alpha\%$)을 의미한다.

의 단점은 모드 및 분산과 관련되어 나타내어 진다는 것이다. Lamber and Laurent (2001)등은 평균 및 분산 즉 잔차 과정이 평균 0이고 1의 분산을 가진 확률밀도함수를 모수화하여 왜도스튜던트 밀도함수에 적용하였다. 이렇게 하지 않으면 조건부 확률밀도함수의 변동성으로부터 평균 및 분산의 변동성을 분리하는 것은 대단히 어려운 일이다(Hansen, 1994).

만약 다음과 같은 속성이 성립되면 잔차 $z_t \sim St-t(0,1,\xi,v)$ 과정을 왜도-스튜던트 t분포를 가진다고 정의된다.

$$f(z_t | \xi, v) = \begin{cases} \frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} \text{sg}[\xi(sz_t + m) | v] & \text{if } z_t < -\frac{m}{s} \\ \frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} \text{sg}\left[\frac{(sz_t + m)}{\xi} | v\right] & \text{if } z_t \geq -\frac{m}{s} \end{cases}$$

$g[\cdot | v]$ 는 대칭적(분산이 1인) 스튜던트 t의 밀도함수를 가지며 ξ 는 비대칭성 계수를 의미한다.⁹⁾ 그리고 m 과 s 는 비-표준화된 왜도 스튜던트 t 분포의 평균 및 표준편차를 의미한다.

밀도 함수 $f(z_t | 1/\xi, v)$ 는 평균과 관련된 $f(z_t | \xi, v)$ 을 반영하고 있다. 즉 $f(z_t | 1/\xi, v) = f(-z_t | \xi, v)$. 따라서 $\log(\xi)$ 의 기호는 왜도의 방향성을 나타내고 있으며 만약 $\log(\xi) > 0 (< 0)$ 이면 3차 적률인 왜도는 정(부)의 값을 가지며, 밀도함수는 우측(좌측)으로 기울어져 있다는 것을 의미한다.

Lambert and Laurent(2000)등은 비 표준화된 왜도 스튜던트 밀도 Quantile 함수 $st_{\alpha,v,\xi}^*$ 을 다음과 같이 정의 하였다.

$$st_{\alpha,v,\xi}^* = \begin{cases} \frac{1}{\xi} t_{\alpha,v} \left[\frac{\alpha}{2} (1 + \xi^2) \right] & \text{if } \alpha < \frac{1}{1 + \xi^2} \\ -\xi t_{\alpha,v} \left[\frac{1 - \alpha}{2} (1 + \xi^{-2}) \right] & \text{if } \alpha \geq \frac{1}{1 + \xi^2} \end{cases}$$

9) 비대칭 계수 $\xi > 0$ 는 다음과 같이 정의된다. 즉 평균을 중심으로 위와 밑의 확률밀도 비율은 다음과 같다.

$$\frac{pr(z \geq 0 | \xi)}{pr(z < 0 | \xi)} = \xi^2$$

10) ξ 이 1보다 크면 $\log(\xi) > 0$ 이고 1보다 작으면 $\log(\xi) < 0$ 조건을 가진다.

$t_{\alpha, \nu}$ 는 스튜던트-t 밀도(분산이 1인)의 Quantile 함수이며 다음과 같은 표준화된 왜도 스튜던트의 Quantile함수를 구할 수 있다.

$$st_{\alpha, \nu, \xi} = \frac{st_{\alpha, \nu, \xi}^* - m}{s}$$

표준화된 왜도 스튜던트 밀도함수의 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다(Giot and Laurent, 2003).

$$E(|z| - \gamma z)^\delta \left\{ \xi^{-(1+\delta)} (1+\gamma)^\delta + \xi^{1+\delta} (1-\gamma)^\delta \right\} \frac{\Gamma\left(\frac{\delta+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu-\delta}{2}\right) (\nu-2)^{\frac{1+\delta}{2}}}{\left(\xi + \frac{1}{\xi}\right) \sqrt{(\nu-2)\pi} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}$$

왜도 스튜던트 t GARCH류 모형의 VaR에서 롱 포지션 VaR의 경우 $\mu_t + st_{\alpha, \nu, \xi} h_t$ 가 되고 $\alpha\%$ 수준에서 왜도 스튜던트 t분포 좌측 Quantile을 나타내며, 숏 포지션 VaR의 경우 $\mu_t + st_{1-\alpha, \nu, \xi} h_t$ 가 되며 $(1-\alpha)\%$ 수준에서 왜도 스튜던트 t분포의 우측 Quantile를 나타낸다.

ν 는 자유도, ξ 는 비대칭 계수 $\log(\xi)$ 값이 0보다 작으면 즉 $\xi < 1$ 이면 $|st_{\alpha, \nu, \xi}| > |st_{1-\alpha, \nu, \xi}|$ 관계가 성립되고, 롱 트레이딩 포지션의 VaR은 숏 트레이딩 포지션의 VaR보다 크다. 만약 $\log(\xi)$ 값이 0보다 크면 즉 $\xi > 1$ 이면 $|st_{\alpha, \nu, \xi}| < |st_{1-\alpha, \nu, \xi}|$ 관계가 성립되고, 롱 트레이딩 포지션의 VaR은 숏 트레이딩 포지션의 VaR보다 작다.

V. 성과평가방법

본 논문에서는 VaR 측정모형의 성과평가를 위해 베르누이 이항분포를 기초로 한 평가방법(Kupiec, 1995)을 사용한다. 이 방법은 VaR의 성과평가에 가장 널리 사용되는 방법으로서 이항분포를 기초로 한 꼬리부분 손실의 빈도에 대한 실패율을 검증 하는 것으로서 꼬리부분의 손실의 빈도가 얼마나 모형에 의해 예측된 빈도 보다 높은지를 통계적으로 판단하는 방법이다. 따라서 VaR 모형의 정확도 또는 성과(사후검증)를 평

가하는 가장 좋은 방법은 실패율을 검증하는 것이다. 즉 주어진 표본의 VaR 모형을 이용하여 추정된 값을 초과하는 비율을 파악하는 것이다.

따라서 관측된 꼬리부분 손실의 빈도(또는 VaR 값을 초과하는 손실빈도)는 VaR 모형에서 예측된 꼬리부분 손실의 빈도와 일치하는지를 검증하는 방법이다. 즉 실패율이란 전체 표본의 크기에서 이론적인 VaR(true VaR)로 측정된 트레이딩 포트폴리오 포지션의 손실을 초과하는 횟수를 전체 표본수로 나누어 사용된다. $N = \sum_{i=0}^T I_i$ 이 포트폴리오 보유기간 T기 동안 초과횟수¹¹⁾ 라면 다음과 같이 측정된다.

롱 포지션의 경우 :

$$I_i = \begin{cases} 1, & \text{if } r_i < \text{예측된 VaR}_i \\ 0, & \text{if } r_i \geq \text{예측된 VaR}_i \end{cases}$$

숏 포지션의 경우 :

$$I_i = \begin{cases} 1, & \text{if } r_i > \text{예측된 VaR}_i \\ 0, & \text{if } r_i \leq \text{예측된 VaR}_i \end{cases}$$

초과사항의 횟수 즉 실패의 횟수는 이항분포 $N \sim \text{Bin}(T, p)$ ¹²⁾을 따르며 귀무가설 및 대립가설은 다음과 같다.

$$H_0 : \frac{N}{T} = p, \quad H_1 : \frac{N}{T} \neq p$$

즉 귀무가설은 VaR 값을 계산하기 위해 미리 설정된 값과 실제 발생한 VaR 값을 초과하는 손실의 빈도를 비교하는 것이고 또한 VaR 모형이 실제 자료에서 관측된 자료와 일치한다는 가설이다(귀무가설에서 VaR 모형이 정확하다는 말과 동일함). 즉 주

11) 즉 N은 포트폴리오 트레이딩 포지션의 손실이 VaR로 추정된 추정 값 보다 큰 빈도를 의미 한다. 이것은 표본 내에서 관측된 초과사항의 횟수를 의미한다.

12) 꼬리부분의 손실(tail loss) 횟수(빈도)를 x라고 하면 이항분포는 다음과 같다. $Pr(x | n, p) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$ 여기서 n은 관측 수, $p = 1 - \text{신뢰수준} = \alpha$ 은 예측된 꼬리부분 손실의 빈도를 나타낸다. 예를 들어 전체 표본기간 동안 5% 외측꼬리부분 유의수준($p = 1 - \text{신뢰수준} = \alpha$)의 VaR 값을 계산한 후 t-1기 VaR 값을 초과하는 실제 손실의 수를 계산한다.

어진 기간 동안의 초과일수의 발생확률이 $p\%$ 와 같다는 것이 귀무가설이다.

따라서 이상적으로 VaR 모형이 정확하다면 귀무가설을 기각하지 말아야 한다. 즉 모형이 적절하다면 VaR 추정치의 커버리지 N/T 는 희망하는 커버리지 수준인 p 와 같을 것이다. 따라서 귀무가설은 $N/T=p$ 이고 이에 따른 우도비 검증통계량(LRT)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$LRT = 2 \cdot \text{Ln} \left[\left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N \right] - 2 \cdot \text{Ln} \left[(1-p)^{T-N} p^N \right]$$

위의 로그-우도비 통계량은 자유도 1을 가진 점근적 $\chi^2(1)$ 분포를 따른다. 그러나 유한표본인 경우 검증 통계량의 분포는 $\chi^2(1)$ 분포와는 다른 것으로 알려져 있다. Lopez (1997)의 연구에서 시뮬레이션을 이용하여 이 소 표본에 대한 검증 통계량의 임계치를 제시하고 있는데 점근적 $\chi^2(1)$ 분포와 소표본의 분포간 차이는 있지만 임계치에 따른 차이는 그다지 크지 않다는 것을 제시하고 있다.

VI. 표본 및 기초통계

본 논문에서 사용된 표본자료는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일 까지의 KOSPI 지수 일별 시계열이며 코스피 지수는 가장 잘 분산 투자된 시장포트폴리오로 간주 할 수 있기 때문에 이러한 시장지수들의 노출위험을 파악하는 것은 결국 포트폴리오 자산의 이익 및 손실에 대한 시장위험을 파악하는 것과 동일한 결과를 얻을 수 있다. 따라서 실증분석에 사용된 P/L (Profit/Loss)의 시계열은 일일 자료를 사용하며 수익률을 연속복리로 가정하고 당일 증가를 가지고 자연로그 차분을 이용한 시장지수의 변화율이 사용된다.

$$r_t = [\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})]$$

위의 식에서 t 시점의 시장지수의 가격을 p_t 라고 할 때 $(t-1)$ 과 t 시점의 시장지수 가격의 변화율을 r_t 로 나타내고 있다.

<표 1>의 표본자료의 기술통계요약을 보면 왜도는(-0.1545값) 우측으로 기울어져 있어 좌측 꼬리부분이 긴 부(-)의 방향에 위치하며 첨도의 경우도 정규분포 하에서는

313)이지만 이 값을 훨씬 초과한 4.694의 값을 가지므로 정규 분포보다 중심에서 보다 더 많이 몰려있음을 알 수 있다. 따라서 분포의 꼬리부분이 정규분포 보다 두터운 모양을 가질 것으로 기대된다. 따라서 0의 왜도와 3의 첨도를 기초로 한 J-B(Jarque-Bera test)검증에서도 정규분포를 따른다는 귀무가설을 1% 수준에서 기각하고 있으며, 또한 수익률 시계열의 자동상관관계가 존재하는지 검증하기 위해 수익률 시차 10일의 Ljung-Box Q검증결과 1% 수준에서 자동상관관계가 존재하지 않는다는 귀무가설을 기각하고 있으므로 KOSPI일별 수익률 자료가 시차를 두고 자동상관성을 가지고 있다는 것을 알 수 있다(Q²(10)에서도 동일한 결과 제시).

AR 모형의 시계열 제곱 잔차에 시간 가변적 현상이 나타나는지 ARCH 효과를 검증하기 위해 LM검증을 실시한 결과 한국 KOSPI 수익률 시계열이 1% 수준에서 ARCH 효과가 존재하지 않는다는 귀무가설을 기각하고 있으므로 수익률 시계열에 ARCH 효과가 존재함을 알 수 있다. 따라서 ARMA 모형의 잔차에 시간 가변적 분산이 존재하기 때문에 일반적으로 VaR계산시 시간에 따라 일정한 분산을 가정한 모형은 잘못된 정보를 포트폴리오 거래자에게 줄 수 있기 때문에 ARCH 모형을 사용한 VaR 모형이 유용할 수 있다.

<표 1> 기술통계 요약

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률의 기초통계량제시하고 있다. 여기서 JB통계량은 정규분포를 검증하는 것이고 Q(10)는시차 10까지의 수익률에 대한 LB통계량을 나타내며 Q²(10)은 수익률 제곱에 대한 시차 10까지의 LB통계량은 의미한다. LM통계량은 ARCH 효과가 존재하지 않는다는 귀무가설을 검증하기 위한 라그랑지 승수 검증통계량이다. *는 1% 유의수준에서 유의적.

표본 수	평균	Std.D	왜도	첨도	최소	최대	JB	Q(10)	Q(10)	LM
6976	0.0003	0.016	-0.155	4.694	-0.128	0.082	6416*	99.7*	2752*	985*

<표 2>에서 실증분포가 정규분포를 따른다는 귀무가설을 검증하기 위해 왜도, 첨도, KS(Komogorov-Smirnov), AD(Anderson-Darling), Kuiper 등을 사용한 통계량을 검증한 결과 귀무가설을 1% 유의수준에서 기각하고 있기 때문에 KOSPI시계열은 정규분포를 따르지 않는다는 것을 알 수 있다.

13) <표 7-2>에서 제시된 첨도들은 초과첨도(excess kurtosis)로서 3를 차감 한 상태에서 제시하고 있다. 예를 들어 한국 KOSPI 수익률의 경우 초과첨도가 4.694라는 것은 실제 첨도는 7를 의미한다.

<표 2> 정규성 검증결과

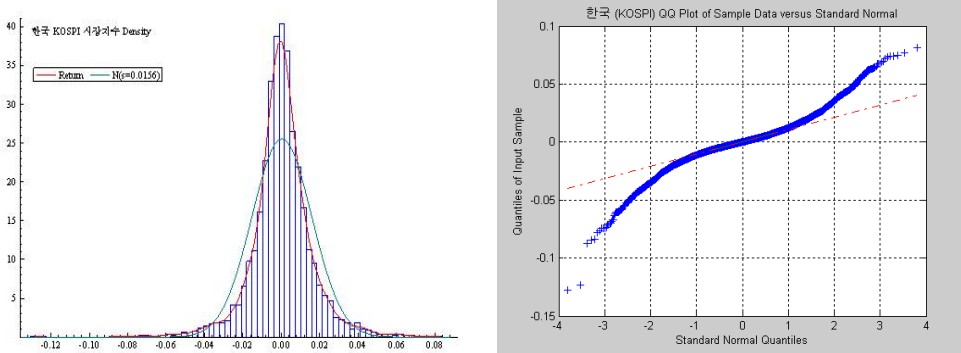
이 표는 1980년 1월4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률의 정규성을 검증하기 위한 통계량을 제시하고 있다. 왜도 t통계량은 수익률의 분포가 좌우 어느 쪽으로 기울어져 있는지를 검증하기 위한 통계량이며 첨도t통계량은 수익률 시계열이 중앙에 어느 정도 뽀족한지를 검증하기 위한 통계량이다. 또한 실증분포가 정규분포를 따른 다는 귀무가설을 검증하기 위한 KS, AD, Kuiper검증 통계량이 사용된다. * : 1% 수준에서 유의, ()은 Kuiper 통계량의 근사값.

통계량	왜도t 통계량	첨도t 통계량	KS 통계량	AD 통계량	Kuiper 통계량
KOSPI 일별 수익률	5.268*	79.96*	0.079*	104.372*	0.947*(55.90)

[그림 1]에서 정규분포와 실증분포간의 차이가 존재한다는 것을 알 수 있으며 QQ정규분포에서도 Quantile의 -1에서 1까지는 정규분포와 동일하지만 -2와 2를 벗어 나는 경우 즉 분포의 꼬리부분으로 갈수록 정규분포와 차이가 존재함을 알 수 있다. 또한 분포지선 및 숫 포지선에 대한 VaR의 값을 계산시 양 꼬리부분의 모양이 다를 경우 즉 비 대칭적일 경우 각 포지선의 VaR 값도 달라진다. [그림 3]를 보면 왼쪽 꼬리부분 즉 1% 유의수준에서 꼬리부분의 모양과 오른쪽 1% 유의수준에서 꼬리부분의 모양이 상당히 다르다는 것을 알 수 있다. 따라서 대칭적 분포 하에서 계산된 VaR 값이 상당히 편의가 존재할 것으로 기대된다.

[그림 1] 한국 KOSPI 정규분포 대 실증분포 및 QQ 정규분포도

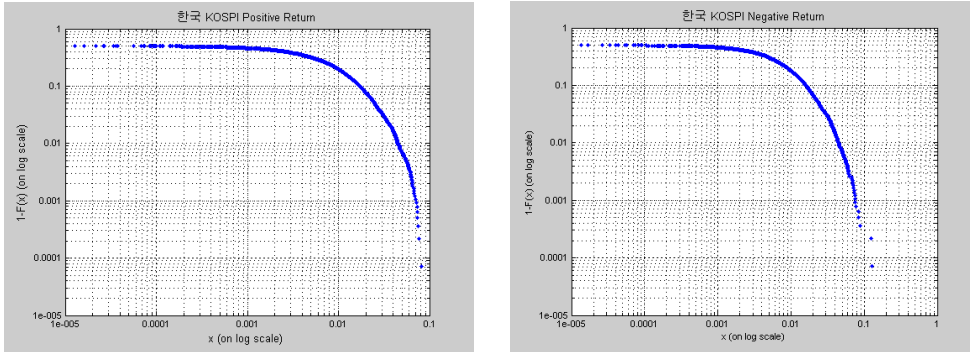
그림은 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률의 정규분포 대 실증분포 및 QQ 정규분포도를 보여주고 있다.



이와 같은 사실은 또한 [그림 2]을 보더라도 실증적으로 나타난다. 즉 부의 수익률 분포가 정의 수익률 분포보다 상대적으로 극단값들이 크게 발생하고 있다는 것을 알 수 있다.

[그림 2] 한국 KOSPI 정(+) 및 부(-)의 수익률 분포

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률이 정의 값 또는 부의 값에 대한 누적밀도분포를 보여주고 있다.



VII. 실증분석 결과

1. 표본 내 검증

VaR를 계산하기 위해 정규, 스튜던트 t, 왜도 스튜던트 t 각각의 분포 하에서 RiskMetrics, GARCH, IGARCH, GJR, APARCH 모형이 사용된다. 조건부 평균방정식에서는 시차 1를 가진 즉 AR(1) 모형이 사용되며 이것은 시계열 상관관계를 최대한 모형에 반영하기 위한 것이고 모형추정을 위해 QML이 이용된다. 앞에서 시계열자료들의 특성을 기초로 즉 표본에 사용된 KOSPI 수익률 시계열의 꼬리부분이 두터운 속성을 가지고 있으며 분포가 비대칭적 현상을 보여 주고 있기 때문에 정규분포를 기초로 한 모형을 이용하여 추정된 성과는 좋지 않을 것으로 예상된다.

모든 모형들은 α 이 10%, 7%, 5%, 4%, 3%, 2%, 1%, 0.5%, 0.1%(좌측 및 우측 꼬리 부분)의 범위를 가질 경우 각각의 α 수준에 대한 VaR 값을 계산한다. 이항분포하의 실패율을 이용한 방법에서 롱 트레이딩 포지션(매수전략)의 경우 실패율을 f_L 로 표시하며 이것은 롱 포지션 전략의 미래 VaR 보다 작은 부(-)의 수익률에 대한 비율로 표시되고, 숏 트레이딩 포지션(매도전략)의 경우 실패율을 f_S 로 표시하며 이것은 숏 포지션 전략의 미래 VaR 보다 큰 정(+)의 수익률에 대한 비율로 정의된다. 실증적 실패율을 계산 한 후 롱 트레이딩 포지션의 경우 귀무가설 $H_0 : f_L = \alpha$ 대 대립가설 $H_0 : f_L \neq \alpha$ 숏 트레이딩 포지션의 경우 귀무가설 $H_0 : f_S = \alpha$ 대 대립가설 $H_0 : f_S \neq \alpha$ 을 설정하여 검증

한다. 이러한 결과는 각 <표>에서 각각의 모형에 대하여 Kupiec LR 검증통계량에 대한 P값을 제시하며 P값이 높으면 높을수록 귀무가설을 기각할 파워가 적어지기 때문에 VaR 추정모형이 정확하다고 할 수 있다.

RiskMetrics 모형의 실증검증 결과 롱 포지션 전략에서는 신뢰수준이 상대적으로 낮은(유의수준이 10%, 7%, 5%, 4%, 3%, 2%)수준 즉 극단적인 사건이 발생하지 않을 경우에는 5% 유의수준에서 통계적으로 귀무가설을 기각하지 못하고 있기 때문에 모형이 정확하다고 할 수 있지만 만약 신뢰수준이 높은(유의수준이 1%, 0.5%, 0.1%) 수준 즉 극단적인 꼬리부분에서 부의 수익률이 발생할 경우에는 5% 유의수준에서 귀무가설을 기각하고 있으므로 모형이 적절하지 않다고 할 수 있다.

<표 3>에서 유의수준이 낮을수록(1%, 0.5%, 0.1%) 또는 신뢰수준이 높을수록 P의 값이 작으며 유의수준이 높을수록 또는 신뢰수준이 낮을수록 P값이 높기 때문에 RiskMetrics 모형은 극단적인 꼬리부분에서 발생하는 금융적 사건에 반영 하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다. RiskMetrics 모형 실증검증 결과 숏 포지션 전략에서는 롱 포지션 전략에서 보다 RiskMetrics 모형의 유용성이 더욱 떨어지고 있다. 이것은 숏 포지션 전략에서의 P값이 롱 포지션 전략에서의 P값보다 매우 적다는 것을 알 수 있다. 즉 신뢰수준이 가장 낮은 90%(유의수준 10%) 수준에서만 5% 유의수준에서 귀무가설을 기각하지 못하고 있으며 그 이외의 신뢰수준에서는 5% 유의수준에서 모두 귀무가설을 기각하고 있으므로 포트폴리오 거래자의 숏 포지션 전략에 대한 VaR 측정에는 유용하지 못하다는 것을 알 수 있다.

<표 4>에서 유의수준 10%을 제외하고는 P값이 매우 낮다는 것을 알 수 있다. 따라서 숏 포지션 전략에서 귀무가설을 거의 모두 기각했기 때문에 모형이 정확하지 않다는 것을 알 수 있다.

결국 RiskMetrics 모형을 이용한 VaR 측정 시 롱 트레이딩 포지션에서 극단적인 부의 수익률에 대한 VaR 성과 즉 귀무가설을 기각하지 못하는 정도가 숏 트레이딩 포지션에서 극단적인 정의 수익률에 대한 VaR 성과 즉 귀무가설을 기각하지 못하는 정도보다 P값이 높은 것을 알 수 있다. 그러나 신뢰수준이 높을수록 즉 꼬리부분에 보다 더 많은 극단적인 사건이 발생 할수록(1%, 0.5%, 0.1%) 같은 결과 즉 귀무가설을 기각하는 현상이 발생하고 있다. 따라서 RiskMetrics 모형을 이용한 VaR 추정 시 숏 포지션 전략의 VaR 측정수단으로서 보다는 롱 포지션 전략의 VaR 측정수단으로서 유용하며 극단적인 사건이 발생했을 경우 이러한 사건을 모형에 정확하게 반영하지 못한다는 문제점이 존재하고 있다. 또한 이러한 결과는 정규분포를 기초로 하고 있기 때문에 시

계열의 분포가 두터운 꼬리현상이 존재하는 한 높은 신뢰수준을 요구하는 즉 바젤 위원회의 권고사항인 99% 신뢰수준 하에서는 적절하지 않다. 결국 KOSPI의 경우 높은 신뢰수준에서 RiskMetrics 모형이 VaR를 과소추정하고 있다는 것을 알 수 있으며 이러한 결과는 Vanden Grootbergh, and Vlaar(1999)결과와 일치하지만 유일성(2005)의 연구와 다른 결과를 제시하고 있다.

GARCH(1, 1) 모형의 롱 포지션 전략에서 St-GARCH 모형이 모든 신뢰수준 각각에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하지 못하고 있다. 따라서 St-GARCH 모형이 모든 신뢰수준에서 유용한 모형이라는 것을 알 수 있으며 N-GARCH 모형에서는 극단적인 꼬리부분에 대해서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하고 있고 또한 낮은 신뢰수준에서도 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하고 있다. 따라서 신뢰수준이 높은 극단적인 사건을 모형화 하는데 정규분포하의 GARCH 모형이 적절하지 않다는 것을 알 수 있다. 또한 t-GARCH 모형에서는 신뢰수준이 97%, 98%에서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하고 있지만 극단적인 꼬리부분에서는 5% 유의수준에서 기각하지 못하고 있으므로 신뢰수준이 높은 즉 극단적인 사건이 발생할 경우 유용한 VaR 측정방법이라고 할 수 있다.

GARCH(1, 1) 모형의 숏 포지션 전략의 경우 정규분포하의 GARCH 모형은 극단적인 꼬리부분 즉 신뢰수준이 매우 높은 수준에서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하고 있기 때문에 극단적인 사건을 모형에 반영하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다. Student-t GARCH 모형에서는 신뢰수준이 93%, 95%에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하고 있지만 다른 모든 신뢰수준에서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하지 못하고 있다는 것을 알 수 있기 때문에 극단적인 사건 발생에 대해서 유용한 모형이라고 할 수 있다. St-GARCH 모형은 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 5% 유의수준에 기각을 하지 않고 있기 때문에 다른 모형보다 유용한 모형이라고 할 수 있다.

전체적으로 GARCH 모형에서 롱 및 숏 포지션 전략에서 RiskMetrics 모형의 경우보다 성과가 좋으며 이 모형도 높은 신뢰수준 하에서 롱 포지션 전략에 보다 더 유용한 모형이 될 수 있다. 따라서 정규분포하의 모형의 경우 높은 신뢰수준에서 롱 포지션 전략의 P값이 높기 때문에 롱 포지션 전략에 유용하다고 할 수 있다. 모든 신뢰수준을 커버 할 수 있는 VaR 측정방법은 왜도 Student-t GARCH 모형이라는 것을 알 수 있으며 따라서 이 방법이 다른 정규분포 및 Student-t분포 GARCH 모형보다 우월하며 유용하다고 할 수 있다. 이러한 결과는 Giot and Laurent(2003), Mittnik and Paoletta(2000), Haung and Lim(2004)의 연구와 일치하는 결과(분포)이며, 이광로, 문성주(2005)

의 연구와 다른 결과를 제시하고 있다.

IGARCH(1,1) 모형의 롱 포지션 전략에서 N-IGARCH 모형의 경우 극단적인 99.9% 신뢰수준에서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있으며 낮은 신뢰수준 90%, 93%, 95%에서도 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있기 때문에 꼬리부분의 극단적 사건을 모형화 하는데 유용하지 않다고 할 수 있다. 그러나 Student-t분포하의 IGARCH 모형은 신뢰수준 98%를 제외한 나머지 신뢰수준에서는 5% 유의수준에서 귀무가설을 모두 기각하지 않고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 이 모형은 정규분포하의 IGARCH 모형보다 우수하며 극단적 사건을 잘 반영하고 있다는 것을 알 수 있다. 왜도 Student-t 분포하의 GARCH 모형의 경우 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하지 않고 있기 때문에 다른 두 모형보다 우수하다는 것을 알 수 있다.

IGARCH(1,1) 모형의 숏 포지션의 경우 정규분포 IGARCH 모형은 높은 신뢰수준 99.5%, 99.9%에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있기 때문에 극단적인 사건을 반영하지 못하고 있다. Student-t분포하의 IGARCH 모형의 경우에는 신뢰수준이 높은 극단적인 꼬리부분에 대해서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각 하지는 않지만 신뢰수준이 낮은 90%, 93%, 95%, 96% 수준에서는 5% 유의수준에서 귀무가설을 기각하고 있다. 그러나 St-IGARCH 모형은 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하지 않고 있기 때문에 매우 유용한 VaR 측정 수단이라고 할 수 있다.

결론적으로 IGARCH 모형의 경우 VaR 추정치에 대한 실증검증 결과 롱 및 숏 포지션전략에서 가장 우수한 방법은 왜도 Student-t를 가진 IGARCH 모형이라는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 Giot and Laurent(2003), Mitnik and Paoletta(2000), Haung and Lim(2004)의 연구와 일치하는 결과(분포)이며, 이광로, 문성주(2005), 유일성(2005)의 연구와 다른 결과(모형)를 제시하고 있다.

GJR모형의 롱 포지션의 경우 정규분포하의 GJR은 높은 신뢰수준 99.5%, 99.9% 하에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있으며 낮은 신뢰수준에서도 기각을 하고 있기 때문에 극단적 꼬리부분을 모형에 반영하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다. t-GJR 모형의 경우 신뢰수준이 높은 99.5%에서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있으며 또한 96%, 97%, 98% 신뢰수준에서도 귀무가설을 기각하고 있다. 그러나 St-GJR 모형의 경우에는 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하지 않고 있기 때문에 가장 유용한 VaR 측정 수단이라고 할 수 있다.

GJR 모형의 숏 포지션의 경우 정규분포하의 GJR은 높은 신뢰수준 99%, 99.5%, 99.9% 하에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있기 때문에 극단적 꼬리부분을 모

형에 반영하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다. t-GJR 모형의 경우 신뢰수준이 낮은 90%, 93%, 95%, 96%에서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있으므로 이 모형은 극단적인 꼬리부분을 잘 반영하고 있다고 할 수 있다. St-GJR 모형의 경우에는 99% 신뢰수준을 제외한 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하지 않고 있기 때문에 가장 유용한 VaR 측정 수단이라고 할 수 있다.

결론적으로 GJR 모형에서 롱 및 숏 포지션 전략의 경우 왜도 Student-t분포의 GJR 모형이 가장 우수하고 유용한 모형이라는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 Giot and Laurent(2003), Mittnik and Paoletta(2000), Haung and Lim(2004)의 연구와 일치하는 결과(분포)이며, 이광로, 문성주(2005)의 연구와 일치하고 있으며 유일성(2001)의 연구와 다른 결과를 보이고 있다.

APARCH(1,1) 모형의 롱 포지션 전략에서 N-APARCH 모형의 경우 극단적인 99.9% 신뢰수준에서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있으며 낮은 신뢰수준 90%, 93%, 95%, 96%에서도 귀무가설을 5% 유의수준에서도 기각을 하고 있기 때문에 꼬리부분의 극단적 사건을 모형화 하는데 유용하지 않다고 할 수 있다. 그러나 Student-t분포하의 APARCH 모형은 신뢰수준 95%, 96%를 제외한 나머지 신뢰수준에서는 5% 유의수준에서 귀무가설을 모두 기각하지 않고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 이 모형은 정규분포하의 APARCH 모형보다 우수하며 극단적 사건을 잘 반영하고 있다는 것을 알 수 있다. 왜도 Student-t 분포하의 APARCH 모형의 경우 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하지 않고 있기 때문에 다른 두 모형보다 우수하다는 것을 알 수 있다.

APARCH(1,1) 모형의 숏 포지션 전략에서 N-APARCH 모형은 높은 신뢰수준 98%, 99%, 99.5%, 99.9%에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하고 있기 때문에 극단적인 사건을 반영하지 못하고 있다. Student-t분포하의 APARCH 모형의 경우에는 신뢰수준이 높은 극단적인 꼬리부분에 대해서는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하지는 않지만 신뢰수준이 낮은 90%, 93%, 95%, 96% 수준에서는 5% 유의수준에서 귀무가설을 기각하고 있다. 그러나 St-APARCH 모형은 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각을 하지 않고 있기 때문에 매우 유용한 VaR 측정 수단이라고 할 수 있다.

결론적으로 APARCH 모형의 경우 VaR 추정치에 대한 실증검증 결과 롱 및 숏 포지션전략에서 가장 우수한 방법은 왜도 Student-t APARCH 모형이라는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 모형 및 분포에서 Giot and Laurent(2003), Mittnik and Paoletta(2000), Haung and Lim(2004)의 연구와 일치하는 결과이며, 이광로, 문성주(2005)의 연구(모형에서)와 다른 결과를 제시하고 있다.

<표 3> 롱 포지션 전략의 VaR 결과(In-Sample)

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률을 사용하여 유의수준이 10%, 7%, 5%, 4%, 3%, 2%, 1%, 0.5%, 0.1%하에서 표본 내 자료를 이용하여 롱 포지션에서 분포에 따른 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설에 대한 P값을 나타내고 있다. 귀무가설 $H_0 : f_L = \alpha$ 에 대한 P값.

α	10%	7%	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%
RiskMetrics	0.0723	0.0846	0.1862	0.8567	0.6894	0.2927	0.0040	0.0016	0
N-GARCH	0	0.0003	0.0007	0.0069	0.0596	0.3622	0.3915	0.0068	0
t-GARCH	0.7613	0.2915	0.0345	0.0174	0.0200	0.0005	0.0651	0.0315	0.9928
St-GARCH	0.3527	0.3587	0.8776	0.5372	0.6073	0.0873	0.5623	0.3039	0.1601
N-IGARCH	0	0	0	0.0004	0.0027	0.0873	0.8817	0.1002	0.0002
t-IGARCH	0.9555	0.8761	0.1682	0.0932	0.1930	0.0067	0.2289	0.1144	0.7047
St-IGARCH	0.1856	0.0594	0.4710	0.9048	0.8145	0.6976	0.9770	0.8808	0.0846
N-GJR	0	0	0	0.0020	0.0200	0.3178	0.6134	0.0239	0
t-GJR	0.3438	0.2310	0.0101	0.0010	0.0087	0.0005	0.0177	0.0315	0.7048
St-GJR	0.7379	0.7192	0.4455	0.2653	0.3108	0.1762	0.3412	0.6200	0.2824
N-APARCH	0	0	0	0.0004	0.0164	0.5164	0.7886	0.1002	0
t-APARCH	0.1021	0.0616	0.0042	0.0008	0.0164	0.0011	0.0123	0.0189	0.9928
St-APARCH	0.9491	0.9372	0.3523	0.2930	0.2777	0.3622	0.2814	0.3039	0.2824

<표 4> 숏 포지션 전략의 VaR 결과(In-Sample)

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률을 사용하여 유의수준이 10%, 7%, 5%, 4%, 3%, 2%, 1%, 0.5%, 0.1%하에서 표본 내 자료를 이용하여 숏 포지션에서 분포에 따른 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설에 대한 P값을 나타내고 있다. 귀무가설 $H_0 : f_S = \alpha$ 에 대한 P값.

α	10%	7%	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%
RiskMetrics	0.5401	0.0078	0.0036	0	0	0	0	0	0
N-GARCH	0.0304	0.4700	0.5510	0.7574	0.5901	0.0729	0.0056	0.0027	0.0000
t-GARCH	0.0386	0.0025	0.0228	0.0629	0.1726	0.6414	0.4082	0.8808	0.7047
St-GARCH	0.3527	0.1676	0.7341	0.8567	0.4244	0.1762	0.0352	0.2264	0.4302
N-IGARCH	0.0054	0.0763	0.1515	0.4221	0.9284	0.4726	0.0762	0.0068	0
t-IGARCH	0.0027	0.0006	0.0011	0.0269	0.0484	0.2927	0.9270	0.9838	0.4632
St-IGARCH	0.1099	0.0308	0.1710	0.4680	0.7413	0.9673	0.0651	0.5020	0.9928
N-GJR	0.1768	0.6609	0.8179	0.5860	0.4555	0.0504	0.0004	0.0006	0
t-GJR	0.0014	0.0016	0.0026	0.0361	0.0765	0.4226	0.4082	0.8808	0.7048
St-GJR	0.0861	0.1410	0.2486	0.6719	0.5586	0.2399	0.0252	0.3960	0.4302
N-APARCH	0.1021	0.6609	0.6147	0.5057	0.3766	0.0117	0.0020	0.0027	0
t-APARCH	0.0012	0.0005	0.0036	0.0087	0.1019	0.1665	0.5623	0.6200	0.4302
St-APARCH	0.0350	0.0888	0.4383	0.2279	0.9040	0.5742	0.0123	0.3960	0.4302

전체적으로 KOSPI 수익률에 대한 VaR 추정에 대한 검증결과 성공확률은 다음에서 요약되어 있다.

<표 5> 모형간 정확도 비교

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률을 사용하여 GARCH 모형 각각에 대한 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설이 정확한지를 전체 유의수준(10%~0.1%)하에서 롱 및 숏 포지션 각각에 대한 정확도(성공률)를 백분율로 나타내고 있다.

	모 형				
	RiskMetrics	GARCH	IGARCH	GJR	APARCH
롱 포지션	67%	59%	74%	52%	56%
숏 포지션	11%	70%	67%	70%	63%
전체	39%	65%	70%	61%	59%

<표 5>에서 한국 KOSPI 모형간 정확도 비교에서 롱 포지션 전략의 경우 IGARCH 모형이 74%의 성공률을 보여 가장 우수한 모형으로 판단된다. 숏 포지션 전략의 경우 GARCH 및 GJR 모형이 70%의 성공률을 보여 가장 우수한 모형으로 판단된다. 두 전략을 합한 전체적인 결과는 IGARCH 모형이 70%의 성공률을 보여 가장 우수한 모형으로 간주 될 수 있다. 이러한 결과는 이광로, 문성주(2005), 유일성(2005)의 논문¹⁴⁾과 일치하지 않으며 우리나라 주가지수의 변동성 지속성¹⁵⁾이 강하게 발생하였기 때문에 지속성이 매우 강한 IGARCH 모형의 성과가 우월한 것이다.

<표 6> 분포간 정확도 비교

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률을 사용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설하에서 전체 유의수준(10%~0.1%)에 대한 롱 및 숏 포지션에 따른 분포가 어느 정도 정확한지(성공률)를 백분율로 나타내고 있다. 정규분포에는 RiskMetrics 모형도 포함.

	분 포		
	정규분포	Student-t 분포	왜도 Student-t 분포
롱 포지션	38%	64%	97%
숏 포지션	54%	54%	79%
전체	46%	59%	88%

<표 6>에서 한국 KOSPI 분포간 정확도 비교에서 롱 포지션 전략의 경우 왜도 스튜던트-t분포가 97%의 성공률을 보여 가장 우수한 분포로 간주될 수 있다. 숏 포지션 전

14) 이러한 이유는 유일성(2005)의 논문이 특정 유의수준(5% 또는 1%)에서만 평가되었기 때문에 전체적인 유의수준(10%~0.1%)을 이용하여 평가한 본 논문과 차이가 존재한다.

15) 본 논문에서 대부분의 각 GARCH 모형에서 변동성 지속성이 0.96~0.99범위의 값을 가졌다.

락의 경우에도 왜도 Student-t 분포가 79% 성공률을 보여 가장 유용한 분포라고 할 수 있다. 전체적으로 왜도 Student-t 분포가 88%의 성공률을 보여 주고 있기 때문에 가장 좋은 분포로 간주 될 수 있다. 분포를 기준으로 한 기존 논문과 비교에서는 국외의 경우 Mittnik and Paolella(2000), Giot and Laurent(2003) 등의 논문과 일치하며, 국내의 경우 이광로, 문성주(2005), 유일성(2005)의 연구와 일치하지 않다. 왜도 스튜던트 t분포가 다른 분포 보다 우수한 이유는 실제 재무 시계열의 하락 및 상승이 대칭적으로 발생하지 않으며 이러한 이유는 레버리지 효과로 인하여 변동성의 비대칭현상이 존재하기 때문에 비대칭성이 내재된 왜도 스튜던트 t분포가 보다 우월한 이론적 특성을 가지고 있기 때문이다.

위와 같은 결과는 전체적인 관점에서 모형 및 분포의 성공률을 계산 한 것이기에 극단적인 꼬리부분의 사건을 어느 모형 및 분포가 잘 설명하고 있는지는 알 수가 없다. 따라서 높은 신뢰수준 99% 이상에서 어떤 모형 및 분포가 보다 더 잘 설명 해 주고 있는지를 살펴보는 것은 매우 중요한 일이다. 물론 낮은 신뢰수준에서 평가하는 것도 중요하지만 VaR 모형의 목적이 비이상적인 사건 발생시 포트폴리오 거래자의 잠재적인 최대 손실을 평가하는 것이 목적이기 때문에 본 논문에서는 높은 신뢰수준 하에서 어떤 모형 및 분포가 좋은 것인지를 파악 하고자 한다. 이러한 결과는 다음과 같이 요약된다.

<표 7> 신뢰수준 99% 이상 모형간 정확도 비교

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률을 사용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설하에서 높은 유의수준 1% 이상에서 GARCH 모형이 롱 및 숏 포지션 각각에 어느 정도 정확한지(성공률)를 백분율로 보여주고 있다.

	모 형				
	RiskMetrics	GARCH	IGARCH	GJR	APARCH
롱 포지션	0%	67%	89%	56%	67%
숏 포지션	0%	56%	78%	56%	56%
전체	0%	61%	83%	56%	61%

<표 7>에서 높은 신뢰수준 99% 이상의 경우 롱 포지션 전략에서 IGARCH 모형의 성공률이 89%로 가장 우수하며 숏 포지션 전략에서도 IGARCH 모형의 성공률이 78%로 가장 우수하다는 것을 알 수 있다. 전체적으로 IGARCH 모형이 83%의 성공률을 가지고 있기 때문에 꼬리부분이 반영된 VaR 모형에서 IGARCH 모형이 가장 우수한 것

으로 판단된다. 이러한 결과는 분포의 경우 Giot and Laurent(2003), Mittnik and Paoella (2000), Huang and Lim(2004)의 연구와 일치하지만 모형의 경우 Giot and Laurent (2003), Mittnik and Paoella(2000), Huang and Lim(2004), 이광로, 문성주(2005), 유일성(2005)와는 다른 결과를 제시하고 있다.

<표 8> 신뢰수준 99% 이상 분포간 정확도 비교

이 표는 1980년 1월 4일부터 2004년 9월 30일까지 거래소(KOSPI)수익률을 사용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설하에서 높은 유의수준 1%이상에서 각 분포에 따른 롱 및 숏 포지션 각각에 어느 정도 정확한지(성공률)를 백분율로 보여주고 있다. 정규분포에는 RiskMetrics 모형도 포함.

	분 포		
	정규분포	Student-t 분포	왜도 Student-t 분포
롱 포지션	38%	71%	100%
숏 포지션	4%	100%	81%
전체	20%	86%	90%

<표 8>의 높은 신뢰수준 즉 99% 이상 한국 KOSPI 분포간 정확도 비교에서 롱 포지션 전략의 경우 왜도 Student-t 분포가 100% 성공률을 가지고 있기 때문에 가장 유용한 분포라고 할 수 있다. 숏 포지션 전략의 경우 Student-t 분포가 100% 성공률을 가지고 있기 때문에 가장 유용한 분포라고 할 수 있다. 전체적으로 왜도 Student-t 분포가 VaR 추정 시에 가장 우수한 분포로 간주될 수 있다. 이러한 결과는 이론적으로 변동성의 레버리지 효과가 존재하기 때문에 동일한 시장의 충격(호재 및 악재)이 오더라도 악재일 때 호재일 때보다 더욱 많은 충격을 주므로 롱 포지션 전략에서 꼬리부분이 더욱 두텁게 형성이 되며 따라서 이러한 현상을 적절히 설명할 수 있는 왜도 스튜던트 t분포가 보다 정확하며 호재일 때에는 악재일 때보다 꼬리 부분이 덜 두텁기 때문에 스튜던트 t분포가 숏 포지션에서 유용한 분포로 나타난 것이다.

전체적으로 한국 KOSPI VaR 실증분석결과 IGARCH(1, 1) 모형이 가장 우수한 모형이며 분포는 롱 포지션의 경우 왜도 Student-t 분포, 숏 포지션의 경우 스튜던트 t 분포가 가장 우월한 분포이다. 금융당국이 사용하고 있는 RiskMetrics 모형의 경우 λ 를 0.94로 사전 설정하여 VaR를 추정하였지만 그러나 이 계수 λ 는 본 논문에서 왜도 Student-t 분포하의 IGARCH 모형에 따르면 0.87이 보다 나은 VaR 추정치를 제공 할 수 있다는 것을 본 논문에서 제시하고 있다. 따라서 VaR를 추정하는 가장 좋은 방법은 물론 신뢰수준에 따라 다르겠지만 높은 신뢰수준에서 분포의 비정규성과 분포의 비대

칭성을 고려한 모형이 최적 VaR 추정치를 제공한다고 할 수 있다. 이러한 결과는 또한 Giot and Laurent(2003), Mittnik and Paoletta(2000), Haung and Lim(2004)의 연구와 일치하는 결과(분포)이며, 이광로, 문성주(2005)의 연구와 다른 결과를 제시하고 있다.

추가적으로 한국 주식시장은 외환위기를 경험하면서 수익률 시계열에 구조적인 변화가 일어났기 때문에 표본을 1997년 11월 이전을 외환위기 이전으로 표본을 구별하고 1997년 12월부터 표본 기간인 2004년 9월 까지를 외환위기 이후로 정의하여 VaR 모형의 성과를 측정한다. KOSPI 외환위기 이전 및 이후 VaR 모형의 결과는 다음의 <표 9>~<표 12>에서 제시되고 있다.

RiskMetrics 모형의 경우 외환위기 이전 롱 포지션 전략에서는 모든 신뢰수준에서 귀무가설을(5% 유의수준에서) 기각하지 않고 있기 때문에 VaR 추정모형과 설정모형이 정확하다고 할 수 있지만 숏 포지션 전략에서는 10% 신뢰수준을 제외한 모든 신뢰수준에서 귀무가설을 기각하고 있기 때문에 VaR 추정모형이 부정확하다는 것을 알 수 있다.

외환위기 이후의 경우에는 롱 포지션 전략에서 99% 이상의 신뢰수준에서는 모형이 부정확하다는 것을 알 수 있고 숏 포지션 전략에서는 모든 신뢰수준에서 RiskMetrics 모형이 매우 정확하다는 것을 알 수 있다. 따라서 포트폴리오 수익률에 대한 VaR 추정 모형의 사용에 대한 유용성이 외환위기 전후에 따라 달라지고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 외환위기 이전에는 롱 포지션 전략의 포트폴리오 VaR 추정에 RiskMetrics 모형이 유용하며 외환위기 이후에는 숏 포지션 전략에 보다 더 유용한 VaR 추정 모형이라고 할 수 있다.

다른 모형의 경우 외환위기 이전에는 롱 포지션 전략에서 신뢰수준이 높을 경우(99% 이상) 정규분포 및 왜도 Student-t 분포 모형들이 일관되게 정확하다는 것을 알 수 있고 Student-t 분포의 경우에는 상대적으로 부정확한 분포 모형으로 나타났다. 숏 포지션 전략에서는 높은 신뢰수준에서 정규분포 모형보다 Student-분포 및 왜도 Student-t 분포 모형들이 우수한 모형으로 나타났다. 외환위기 이전 전체적으로 왜도 Student-t 분포 모형들이 다른 분포 모형들보다 우수하다는 것을 제시하고 있는데 이러한 결론은 전체표본을 사용했을 때와 같은 결과를 제시하고 있다.

외환위기 이후의 경우 롱 포지션 전략에서 정규분포 모형들이 신뢰수준이 높을수록 상대적으로 덜 정확하며 Student-t 및 왜도 Student-t 분포모형들이 귀무가설을 기각하지 않고 있기 때문에 유용한 모형으로 간주 될 수 있지만 Student-t 분포가 가장 모형 정확도가 높은 것으로 나타났다. 숏 포지션 전략에서는 세 분포 모형 중에서 정규분

포 모형이 가장 정확하다는 것을 제시하고 있다.

따라서 전체 표본을 외환위기 이전 및 이후로 나누어 VaR 측정모형의 정확도를 조사한 결과 정규분포 모형이 그렇게 나쁘지 않은 모형으로 나타났는데 전체 표본을 사용한 결과와 상반되는 결론이다. 아마도 구조적 변화를 일으킨 기준시점을 중심으로 표본을 나누었기 때문에 상대적으로 시계열에 극단값이 전체표본 보다 작은 값을 가질 확률이 클 것이므로 이러한 결과가 도출 된 것이다. 즉 통계학적인 관점에서 두 시점간의 변동성이 다를 경우 두 시점을 한 시점으로 보고 추정한 변동성은 두 시점을 각각 시점으로 간주하여 추정한 변동성보다 높기 때문이다.¹⁶⁾ 또한 두 기간 간 꼬리분포의 정도를 나타내는 왜도를 보면 외환위기 이전에는 0.4219였고, 외환위기 이후에는 -0.2186로서 이러한 차이가 분포 및 모형의 결과가 다른 것이다.¹⁷⁾

<표 9> 외환위기 이전 KOSPI 롱 포지션 전략의 VaR 결과(In-Sample)

이 표는 1997년 11월 외환위기 이전의 자료를 이용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설 하에서 유의수준 10%~0.1%까지의 표본 내 롱 포지션에 대한 GARCH 모형에 대한 P값을 보여주고 있다. 귀무가설 $H_0 : f_L = \alpha$ 에 대한 P값.

α	10%	7%	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%
RiskMetrics	0.0194	0.0101	0.1476	0.3921	0.9697	0.9232	0.0539	0.0712	0
N-GARCH	0	0.0001	0.0003	0.0028	0.0106	0.0413	0.5256	0.2045	0.0118
t-GARCH	0.1489	0.0654	0.0102	0.0013	0.0008	0	0.0022	0.0085	0.9120
St-GARCH	0.3167	0.4379	0.5518	0.9416	0.4863	0.1574	0.3563	0.6544	0.4677
N-IGARCH	0	0	0	0	0	0.0004	0.1734	0.5974	0.0656
t-IGARCH	0.1242	0.0577	0.0069	0.0003	0.0008	0	0.0007	0.0085	0.9120
St-IGARCH	0.2748	0.4379	0.4715	0.9978	0.4863	0.1574	0.3563	0.6544	0.4677
N-GJR	0	0	0	0.0006	0.0037	0.0673	0.1733	0.2045	0.0045
t-GJR	0.0248	0.0073	0.0069	0.0004	0.0002	0	0.0037	0.0305	0.9120
St-GJR	0.5242	0.9324	0.7244	0.7754	0.5393	0.2270	0.0969	0.5153	0.2655
N-APARCH	0	0	0.0001	0.0006	0.0008	0.0673	0.3563	0.3668	0.0045
t-APARCH	0.013	0.0043	0.0024	0.0010	0.0001	0	0.0007	0.0305	0.9120
St-APARCH	0.9304	0.9323	0.5014	0.5689	0.5948	0.2688	0.1309	0.2867	0.4677

16) 즉 전체 표본 시계열의 변동성은 일별 1.6%(표준편차)이고 두 시점 각각의 시계열을 평균한 값은 1.14%(표준편차)로서 본 논문의 결과를 뒤 받침 하고 있다.

17) 이러한 결과는 조담(2004)의 연구와 일치하고 있다.

<표 10> 외환위기 이전 KOSPI 숏 포지션 전략의 VaR 결과(In-Sample)

이 표는 1997년 11월 외환위기 이전의 자료를 이용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설 하에서 유의수준 10%~0.1%까지의 표본 내 숏 포지션에 대한 GARCH 모형에 대한 P값을 보여주고 있다. 귀무가설 $H_0: f_s = \alpha$ 에 대한 P값.

α	10%	7%	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%
RiskMetrics	0.4665	0.0040	0.0001	0	0	0	0	0	0
N-GARCH	0.2264	0.7627	0.6386	0.4863	0.4480	0.0843	0.0002	0	0
t-GARCH	0.0186	0.0024	0.0123	0.0627	0.1223	0.1240	0.5391	0.3668	0.4677
St-GARCH	0.7169	0.2972	0.6771	0.1976	0.1735	0.4233	0.2856	0.2867	0.1040
N-IGARCH	0.0036	0.1177	0.1303	0.0844	0.4362	0.6966	0.0210	0.0001	0
t-IGARCH	0.0235	0.0024	0.0203	0.0973	0.1648	0.1240	0.6320	0.3668	0.4677
St-IGARCH	0.6497	0.2972	0.7244	0.1976	0.1735	0.4841	0.2856	0.2867	0.1040
N-GJR	0.4589	0.4701	0.4339	0.3306	0.1899	0.1026	0	0	0
t-GJR	0.0014	0.0008	0	0.0279	0.1223	0.0688	0.2509	0.2772	0.9120
St-GJR	0.2194	0.1424	0.8274	0.3921	0.3044	0.3670	0.2247	0.3917	0.2848
N-APARCH	0.0643	0.3493	0.3982	0.2667	0.0890	0.0688	0	0	0
t-APARCH	0.0009	0.0004	0.0002	0.0051	0.0444	0.0359	0.4540	0.2045	0.9120
St-APARCH	0.1872	0.2094	0.2741	0.9416	0.7127	0.4233	0.1309	0.2867	0.5684

<표 11> 외환위기 이후 KOSPI 롱 포지션 전략의 VaR 결과(In-Sample)

이 표는 1997년 11월 외환위기 이후의 자료를 이용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설 하에서 유의수준 10%~0.1%까지의 표본 내 롱 포지션에 대한 GARCH 모형에 대한 P값을 보여주고 있다. 귀무가설 $H_0: f_L = \alpha$ 에 대한 P값.

α	10%	7%	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%
RiskMetrics	0.1915	0.1578	0.0571	0.0249	0.0952	0.0844	0.0014	0.0010	0
N-GARCH	0.3607	0.6900	0.7624	0.2784	0.5537	0.3561	0.1230	0.0490	0.0005
t-GARCH	0.0254	0.0506	0.2035	0.0952	0.7525	0.5536	0.8567	0.6472	0.3798
St-GARCH	0.1057	0.4410	0.6029	0.7143	0.8039	0.9313	0.5776	0.8989	0.8382
N-IGARCH	0.5498	0.7600	0.7624	0.5436	0.9155	0.6708	0.1855	0.0490	0.0005
t-IGARCH	0.0643	0.1109	0.3412	0.1205	0.9155	0.6708	0.9516	0.6472	0.8382
St-IGARCH	0.1437	0.3882	0.7624	0.8068	0.5922	0.4287	0.5776	0.8290	0.8382
N-GJR	0.6604	0.7600	0.5295	0.4670	0.7525	0.2775	0.1230	0.0490	0
t-GJR	0.0643	0.1109	0.2439	0.0952	0.7528	0.4483	0.9516	0.6472	0.8382
St-GJR	0.1915	0.3882	0.6029	1.0000	0.5922	0.9313	0.7594	0.8989	0.8382
N-APARCH	0.7794	0.8323	0.6807	0.1871	0.4658	0.1890	0.1855	0.0117	0.0005
t-APARCH	0.0643	0.1109	0.2439	0.1509	0.7525	0.3561	0.9516	0.6472	0.8382
St-APARCH	0.2194	0.3882	0.6029	0.9024	0.5922	0.9313	0.7594	0.8989	0.8382

<표 12> 외환위기 이후 KOSPI 숏 포지션 전략의 VaR 결과(In-Sample)

이 표는 1997년 11월 외환위기 이후의 자료를 이용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설 하에서 유의수준 10%~0.1%까지의 표본 내 숏 포지션에 대한 GARCH 모형에 대한 P값을 보여주고 있다. $H_0: f_s = \alpha$ 에 대한 P값.

α	10%	7%	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%
RiskMetrics	0.8412	0.7945	0.7179	0.9020	0.9155	0.7978	0.2703	0.4369	0.8382
N-GARCH	0.1537	0.2601	0.5581	0.1650	0.2036	0.5403	0.8570	0.8989	0.8382
t-GARCH	0.6039	0.7222	0.7279	0.6198	0.3301	0.2480	0.1052	0.0264	1(Na)
St-GARCH	0.2840	0.6899	0.3984	0.8068	0.9719	0.9313	0.4162	0.5663	1(Na)
N-IGARCH	0.0362	0.0556	0.0638	0.1650	0.2618	0.4287	0.7594	0.8290	0.8382
t-IGARCH	0.7794	0.5846	0.4848	0.3163	0.0844	0.2480	0.0124	0.0064	1(Na)
St-IGARCH	0.4494	0.6900	0.7624	1.0000	0.6954	0.6634	0.2823	0.0776	1(Na)
N-GJR	0.3512	0.2211	0.2041	0.04546	0.4083	0.7950	0.5163	0.8989	0.3798
t-GJR	0.4982	0.9435	0.4848	0.5342	0.3301	0.1266	0.1052	0.0263	1(Na)
St-GJR	0.1437	0.2549	0.5295	0.6262	0.5537	0.7950	0.9516	0.3430	0.5486
N-APARCH	0.3104	0.4036	0.1056	0.4546	0.6954	0.6634	0.3802	0.4369	0.8382
t-APARCH	0.4982	0.9435	0.5581	0.4546	0.2618	0.1266	0.1789	0.0264	1(Na)
St-APARCH	0.1437	0.3396	0.6807	0.6262	0.6497	0.7950	0.8570	0.5663	0.5486

2. 표본 외 검증(Out-Of-Sample Test)

표본 내 VaR 사후검증의 주된 초점은 어느 모형이 보다 더 실증적 VaR 값을 잘 설명하고 있는지를 검증하는 것이었다. 그러므로 표본 내 VaR의 사후검증의 결과는 미래 시점의 VaR 검증의 결과를 제시하지 못하기 때문에 표본 내 검증을 통하여 t시점에 알려져 있는 정보를 기초로 미래 (t+h)시점의 표본 외 예측을 위해 VaR 모형이 사용될 수 있다. 따라서 미래 (t+h)시점 동안 VaR 예측치를 구하여 이에 대한 성과를 평가 할 것이다. 따라서 표본 외 검증에서는 1980년 1월부터, 2008년 6월까지 표본을 확장하여 표본 내 검증 결과가 확장된 표본 외 검증결과와 일치하는 지를 비교 분석한다.

표본 외 검증에서 $h=1$ 을 일별로 설정하여 롱 및 숏 VaR에 대한 검증 절차는 다음과 같은 과정이 반복되어 평가된다. 첫째 추정 표본은 현재 시점에서 과거 1년간¹⁸⁾의

18) 표본 외 검증에서 과거 1년을 사용한 이유는 이준행(2000)의 연구에서 제시된 것처럼 변동성을 구하기 위해

표본을 사용하여 추정된다. 예측된 미래 롱 및 숏 VaR 값은 실제 관측된 수익률과 비교하며 이에 대한 결과는 통계적 사후검증을 위해 사용되고 둘째, 반복계산 과정에서 하루를 추가하여(rolling window) 사후검증을 위해 추정 표본이 1일 확장되고 다시 모형이 재 추정되며 또한 VaR 값이 다시 예측되어 기록 된다. 이러한 과정이 반복적으로 이루어져 표본 외 추정 결과가 제시된다.

본 논문에서 사용된 표본의 경우 1년간(1년을 250일로 가정) 모든 일일 자료가 순차적으로 추가되어 추정표본에 포함될 때까지 계속 반복적으로 계산된다. 따라서 예측에 사용된 총 기간은 250일이며 매일 추정된 미래 롱 및 숏 VaR 값과 실제 수익률을 비교하여 각 추정 표본에 상응하는 실패율이 계산된다. 계산된 실패율은 표본 내 검증방법과 동일하게 통계적 검증 절차가 사용된다. 즉 실패율과 사전적으로 설정된 α 값을 비교하여 Kupiec 우도비 통계량이 계산된다. 표본 외 검증에서는 신뢰수준이 95% 이상인 즉, α 값을 각각 5%, 4%, 3%, 2%, 1%, 0.5%, 0.1%로 설정하여 귀무가설이 검증 된다.

표본 외 실증결과는 분포를 중심으로 해석된다. 첫째, 정규분포에서 롱 포지션 전략의 경우 모든 모형들이 적합하지 않으며, 숏 포지션 전략의 경우 GARCH 모형이 상대적으로 모든 유의수준에서 우수함(높은 P값)을 알 수 있다.

둘째, 스튜던트 t분포에서 롱 포지션 전략의 경우 IGARCH($\lambda = 0.87$)모형이 모든 신뢰수준에서 상대적으로 높은 P값을 가지므로 우수한 모형임을 알 수 있고, 숏 포지션 전략의 경우에도 GARCH 모형이 다른 모형들 보다 높은 P값을 가지며 우수함을 알 수 있다.

셋째, 왜도스튜던트 t분포에서 롱 포지션 전략의 경우 IGARCH($\lambda = 0.87$)모형이 또한 다른 모형들 보다 우수함을 알 수 있고(높은 P값), 숏 포지션 전략의 경우 GARCH 모형이 다른 모형들보다 우수하다.

결국 표본 외 실증검증 결과에서도 표본 내 실증검증 결과와 일치하고 있으며(GJR은 예외) 있다. 따라서 롱 포지션 전략에서는 왜도 스튜던트 t분포를 가진 IGARCH($\lambda = 0.87$)이 다른 모형보다 우월하며, 숏 포지션 전략에서는 스튜던트 t분포를 가진 GARCH 모형이 가장 적합한 VaR 측정모형이다. 이러한 결과는 레버리지 효과로 인한 롱 포지션 및 숏 포지션의 비대칭적 분포에 기인된다. 이러한 결과는 Giot and Laurent(2003), Huang and Lim(2004)의 연구에서도 왜도 스튜던트 t분포가 롱 포지션 전략에서 우월함을 제시하고 있지만 Mittnik and Paoletta (2000), 이광로, 문성주(2005)연구와 다른 결과를 제시하고 있다.

1년 이상의 장기자료를 사용하는 것은 바람직하지 않다는 것을 제시하였기 때문이다.

<표 13> 표본 외 검증을 통한 VaR 추정 결과(Out-Of-Sample)

이 표는 1980년 1월 4일~2004년 9월 30일까지 거래소 수익률을 사용하여 GARCH 모형의 실증적 실패율이 이론적 실패율과 같다는 귀무가설의 각 분포에 따른 룡 및 숏 포지션 P값을 나타내고 있다. $H_0: f_s = \alpha$ 에 대한 P값.

Panel A : 정규분포		숏 포지션 전략						
α 수준	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%	
RiskMetrics	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0088	0.0000	
GARCH	0.6467	0.8631	0.8023	0.8283	0.8862	0.8035	0.7059	
IGARCH	0.1646	0.1385	0.0631	0.0509	0.0487	0.0510	0.0089	
GJR	0.4716	0.1283	0.0546	0.0531	0.0343	0.0079	0.0090	
APARCH	0.4813	0.2742	0.1674	0.0689	0.0908	0.0132	0.0032	
		롱 포지션 전략						
α 수준	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%	
RiskMetrics	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
GARCH	0.0000	0.0018	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
IGARCH	0.0111	0.0136	0.0102	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	
GJR	0.0018	0.0094	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	
APARCH	0.0018	0.0064	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	
Panel B : Student t분포		숏 포지션 전략						
α 수준	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%	
GARCH	0.7471	0.7714	0.5556	0.4061	0.4708	0.4834	0.2896	
IGARCH	0.7440	0.1352	0.3498	0.2058	0.0882	0.1469	0.1166	
GJR	0.6467	0.3769	0.3498	0.1368	0.0398	0.3339	0.1599	
APARCH	0.9482	0.4633	0.5556	0.0864	0.0882	0.3435	0.1574	
		롱 포지션 전략						
α 수준	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%	
GARCH	0.0111	0.0136	0.0949	0.0845	0.0225	0.0113	0.0185	
IGARCH	0.2864	0.1362	0.2667	0.3695	0.2773	0.3012	0.2125	
GJR	0.0297	0.0709	0.0683	0.0566	0.1424	0.0136	0.0290	
APARCH	0.0292	0.0946	0.0484	0.0845	0.3403	0.0168	0.1488	
Panel C : 왜도 Student t분포		숏 포지션 전략						
α 수준	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%	
GARCH	0.5546	0.2357	0.1425	0.1368	0.1159	0.1469	0.1599	
IGARCH	0.2325	0.1543	0.1003	0.1002	0.1012	0.0013	0.0284	
GJR	0.2592	0.0709	0.1425	0.1292	0.1153	0.1467	0.1592	
APARCH	0.2060	0.0709	0.0994	0.0155	0.0048	0.0088	0.0595	
		롱 포지션 전략						
α 수준	5%	4%	3%	2%	1%	0.5%	0.1%	
GARCH	0.1526	0.1253	0.1126	0.1056	0.0275	0.0156	0.0012	
IGARCH	0.6525	0.8856	0.9341	0.8409	0.4909	0.9196	0.1509	
GJR	0.6228	0.6452	0.3987	0.3542	0.0157	0.0156	0.0015	
APARCH	0.6292	0.6337	0.4385	0.5185	0.0286	0.0185	0.0212	

VII. 결 론

본 논문은 1980년 1월부터 2004년 9월 기간까지의 한국 주식시장 수익률을 이용하여 각 분포에 따른 GARCH 모형의 VaR 추정 결과의 정확도를 비교 분석하였다. 즉 RiskMetrics, GARCH, IGARCH, GJR 및 APARCH 모형들의 VaR 추정에 대한 정확도를 평가하고 또한 정규분포, 스튜던트 t분포, 왜도 스튜던트 t분포 등의 분포 정확도를 평가하였다. 많은 기존 연구에서 신뢰수준에 따라 특정 모형 및 특정 분포가 우월하다는 결과를 제시하지 못하고 있다. 따라서 이러한 미진한 부분을 본 연구에서는 한국 KOSPI지수 수익률을 이용하여 이러한 부분을 채웠다.

또한 기존 연구에서는 주로 롱 포지션 전략에 따른 시장위험(VaR) 평가에 많은 초점이 이루어 졌지만 숏 포지션 전략도 기회비용을 발생시키는 것이기 때문에 이 전략을 평가 하는 것도 매우 중요할 것이다. 즉 어느 특정 모형 및 분포가 롱 및 숏 포지션 전략 모두에 적합한 모형 및 분포가 될 수 없으며 따라서 모형 및 분포의 평가도 두 전략을 개별적으로 평가하는 것이 보다 바람 직 할 것이다.

본 논문의 결과는 첫째, 표본 내 검증 시 모든 신뢰수준(90%~99.9%)에서 및 99% 이상의 신뢰수준에서 평가한 결과는 다음과 같다. 모든 신뢰수준의 경우, 첫째 롱 포지션 전략에서는 $\lambda = 0.87$ 를 가진 IGARCH 모형 및 왜도 스튜던트 t분포가 가장 우월하며, 숏 포지션 전략에서는 GARCH 및 GJR 모형이 그리고 왜도 스튜던트 t분포가 가장 우월하였다. 99% 이상의 신뢰수준에서는 또한 $\lambda = 0.87$ 를 가진 IGARCH 모형이 롱 및 숏 포지션 양 전략에서 우월하였고, 분포는 롱 포지션에서 왜도 스튜던트 t분포, 숏 포지션에서 스튜던트 t분포가 가장 우월하였다.

둘째, 표본 외 검증 시 표본 내 검증과 동일한 결과를 제시하고 있으며 롱 포지션 전략에서는 왜도스튜던트 t분포를 가진 IGARCH($\lambda = 0.87$)가 가장 적합한 조합이며, 숏 포지션 전략에서는 스튜던트 t분포를 가진 GARCH 모형이 가장 적합한 조합이었다. 따라서 바젤 위원회의 건고 사항 및 우리나라 금융감독원에서 사용하는 정규분포를 이용한 시장위험측정에는 상당한 편의가 존재할 가능성이 있음을 알 수 있다.

본 논문에서 제시된 결과를 기초로 한 금융정책 및 자산운용자의 함의는 미래 예상 하지 못한 큰 시장 위험이 도래 할 경우 각 포지션 전략에 따른 최대 손실 추정 시 분포 및 모형을 다르게 사용해야 됨을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- 김상덕, 남주하, “비모수적 접근방법론을 이용한 VaR 추정”, 금융연구, 제15권 제2호, 2002, 87-113.
- 유진, 이준행, “KOSDAQ50 기업들의 VaR : 가격제한 제도하의 VaR 추정”, 증권학회지, 2002, 73-98.
- 이광로, 문성주, “GARCH 모형에 의한 VaR 모형의 환위험 예측력 비교분석”, 대한경영학회지, 제18권 제1호, 2005, 1-20.
- 이준행, “VaR 측정치의 백테스트와 VaR 모형의 적정성 평가”, 선물연구, 2000, 81-106.
- 유일성, “국내금융자산의 시장위험 추정에 있어서 ARCH류 모형의 유용성 평가, 재무관리논총”, 제11권 제1호, 2002, 157-176.
- Bollerslev, T., “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 31, (1986), 307-327.
- Danielsson, J. and Y. Morimoto, “Forecasting extreme financial risk : A critical analysis of practical methods for the Japanese market,” *Monetary and Economic Studies*, 18, (2000), 25-48.
- Ding Z., C. W. J. Granger, and R. F. Engle, “A long memory property of stock market returns and a new model,” *Journal of Empirical Finance*, 1, (1993), 83-106.
- Engle, R. F., “Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation,” *Econometrica*, 50, (1982), 987-1007.
- Fernandez, C. and M. Steel, “On Bayesian modeling of fat tails and skewness,” *Journal of the American Statistical Association*, 93, (1998), 359-371.
- Giot, P. and S. Laurent, “Value-at-Risk for long and short positions,” *Journal of Applied Econometrics*, 18, (2003), 641-664.
- Glosten, L., R. Jagannathan, and D. Runkle, “On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks,” *Journal of Finance*, 48, (1993), 1779-1801.
- Greenspan, Alan, “Discussion at Federal Reserve Bank of Kansas City symposium,” *Maintaining Financial Stability in a Global Economy*, 1997.
- Hansen B. E., “Autoregressive conditional density estimation,” *International Economic Review*, 35, (1994), 705-730.

- Hendricks, D, "Evaluation of Value-at-Risk models using historical data," *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, April, 1996.
- Hull, J. and A. White, "Value at Risk when daily changes in market variables are not normally distributed," *Journal of Derivatives*, 5(1), (1998), 9-19.
- Hull, J. and A. White, "Incorporating Volatility Updating into the Historical Simulation Method for VaR," *The Journal of Risk*, 1, (1998), 5-19.
- Hung, Y. Chung, and B. J. Lim, "Value-at-Risk analysis for Taiwan Stock Index Futures : Fat Tails and Conditional Asymmetries in Return Innovations," *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 22, (2004). 79-95.
- Kupiec, P., "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *Journal of Derivative*, 2, (1995), 73-84.
- Lambert P. and S. Laurent, "Modeling skewness dynamics in series of financial data," Discussion paper, *Institut de Statistique, Louvain-la-Neuve*, (2000).
- Lambert P. and S. Laurent, "Modelling financial time series using GARCH-type models and a skewed Student density," *Mimeo, Universite de Liege*, (2001).
- Longerstaey, J. and M. Spencer, RiskMetrics-Technical Document, *Riskmetrics Group*, J.P. Morgan, (1995).
- Lopez, J. A., Methods for Evaluating Value-at-Risk Estimates, Federal Reserve Bank of New York Research Paper, 9802, (1998).
- Mittnik, S. and S. M. Paoletta, "Conditional Density and Value-at-Risk prediction of Asian Currency Exchange Rates," *Journal of Forecasting*, 19, (2000), 313-333.
- Minnich, M., A Primer on Value at Risk : Perspectives on Interest Rate Risk Management for Money Managers and Traders, (1998), 39-50.
- Paoletta M. S., "Using flexible GARCH models with asymmetric distributions," Working paper, Institute of Statistics and Econometrics Christian Albrechts University at Kiel, (1997).
- Van den Goorbergh, R. and P. Vlaar, "Value-at-risk analysis of stock returns, historical simulation, variance techniques or tail index estimation?" *De Nederlandse Bank staff Report*, 40, (1999).

Comparing Among GARCH-VaR Models and Distributions from Korean Stock Market (KOSPI) : Focusing on Long and Short Positions

Pan-do, Son*

〈abstract〉

This paper examines and estimates GARCH-VaR models (RiskMetrics, GARCH, IGARCH, GJR and APARCH) with three different distributions such as Gaussian normal, Student-t, Skewness Student-t Distribution using the daily price data from Korean Stock Market during Jan. 1, 1980-Sept. 30, 2004. It also compares them. In-sample test, this finds that for all confidence level as 90%~99.9%, the performance and accuracy of IGARCH with $\lambda = 0.87$ and skewness Student-t distribution are superior to other models and distributions in long position, but GARCH and GJR with Skewness Student-t distribution in short position. For above 99% confidence level, the performance and accuracy of IGARCH with $\lambda = 0.87$ in both long and short positions are superior to other models and distributions, but Skewness Student-t distribution for long position and Student-t distribution for short position are more accuracy and superior to other distributions. In-out-of sample test, these results also confirm the evidences that the above findings are consistent as well.

Keywords : Long and Short Positions, RiskMetrics, GARCH, Kupiec LRT, Failure Rate, Normal Distribution, Student-t Distribution, Skewness Student-t Distribution

* Main Author, Institute of Northeast Asian Business and Economics, Korea University