한국정밀공학회지 제 25 권 12 호 pp. 82-88 December 2008 / 82
Journal of the Korean Society for Precision Engineering Vol. 25, No. 12, pp. 82-88

능동자기베어링계를 위한 슬라이딩모드 제어

Sliding Mode Control for an Active Magnetic Bearing System

⊠강민식 [1]
⊠Min Sig Kang[1]

1 경원대학교 기계자동차공학과 (Department of Mechanical and Automotive Engineering, Kyungwon Univ.)
⊠ Corresponding author: mskang@kyungwon.ac.kr, Tel: 031-750-5524

Manuscript received: 2008.5.6 / Revised: 2008.9.21 / Accepted: 2008.10.1

This paper describes an application of sliding mode control to an active magnetic bearing (AMB) system. A sliding mode control is robust to model uncertainties and external disturbances. To ensure the authority of sliding mode control, model parameter uncertainties caused from linearization of electro-magnetic attractive force are analyzed and a domain of parameter uncertainties in which reachability to sliding surface is guaranteed is derived. The validity of the analysis is illustrated along with some simulation examples.

Key Words: Active Magnetic Bearing(능동자기베어링), Sliding Mode Control(슬라이딩모드제어), Linearized Error(선형화 오차), Sliding Surface(슬라이딩 평면), Reachability(도달성)

기호설명

I_o =bias current
J = moment of inertia of the shaft
K_i , K_y = current stiffness and position stiffness
$\bar{K}_i$, $\bar{K}_y$ = nominal value of K_i and K_y
ΔK_i , ΔK_y =linearized error of K_i and K_y
m = mass of the shaft
$s_{\max}$ = norm of $\left\|BMB^{-1}\right\|$
$u_l(t)$ =linear input of sliding mode control
$u_n(t)$ =nonlinear input of sliding mode control
y = vertical movement of the shaft
y_o =nominal air gap
Δy = conical movement of the shaft
σ =sliding surface
ρ =magnitude of nonlinear control input

1. 서론

능동자기베어링(AMB)은 기존 베어링이 기계적 접촉에 의존하는 것과는 달리 전자기력에 의해 부하를 부양시켜 지지하므로 마찰이 없고 윤활이 필요 없으며, 축의 동특성을 쉽게 변경할 수 있는 등 많은 장점을 갖고 있다. 반면 개회로가 불안정하므로 제어에 의한 안정화가 필수적이며, 따라서 구조가 복잡하고, 비용이 많이 드는 단점이 있다.[1-3]

능동자기베어링계의 제어를 위해 다양한 제어 방법이 적용되고 있으며, 특히 외란이나 계의 불확실성이 있는 경우 계의 모델에 관계 없이 강인한 제어 특성을 보장할 수 있는 슬라이딩 모드제어가 많이 적용되고 있다.[4-7] 능동자기베어링계의 슬라이딩모드 제어의 우수한 성능은 많이 보고된 바 있으나, 슬라이딩모드 제어 적용을 위한 도달법칙의 만족 조건에 대한 분석 결과는 보고되지 않고 있다. 본 연구에서는 능동자기베어링계에 슬라이딩 모드제어 [8-11] 적용을 위해 필요한 도달법칙 만족 조건을 심층 분석하여 전자기력의 선형화 오

차의 허용 범위를 제시하였다. 해석 결과의 타당성은 시뮬레이션에 의해 검증하였다.

2. 능동자기베어링

축을 부양하고 있는 능동전자기베어링계는 축의 회전을 제외한 나머지 5-자유도를 구속하는 구조를 가지며, 수직방향과 축방향 전자기베어링을 간략히 표현하면 Fig. 1 과 같다. 좌측과 우측 수직방향 및 축방향 전자기베어링은 각각 쌍으로 구성한다. 여기서 축은 강체로 가정한다.

축이 회전시 수직과 수평방향 운동은 상호 동적연성이 존재하나, 축의 회전속도가 낮을 경우 연성이 작아 무시할 수 있으며, 또는 상호 연성 효과를 각 방향의 외란으로 고려하여 독립적으로 제어할 수 있다. 본 연구에서는 축의 연성을 외란으로 고려하여 수평과 수직방향의 운동을 분리하여 제어하는 방법을 택한다.

Fig. 1 에서 수직방향 운동만을 고려하면 Fig. 2 와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 스프링은 전자기베어링의 강성을 도식화 한 것이며, 축의 질량 m, 축 중심 기준 질량관성모멘트 J, 좌측과 우측 전자석 베어링의 전자기력 f_1, f_2, 축 중심에 작용하는 상하방향 외란력 f_d, 토오크 외란 T_d를 나타냈다. L은 축 길이의 절반을 나타낸다.

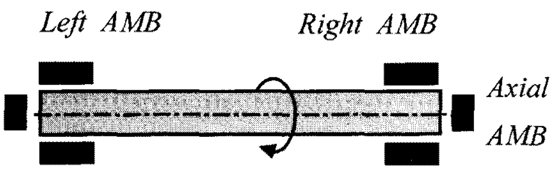

Fig. 1 Schematic of active magnetic bearing system

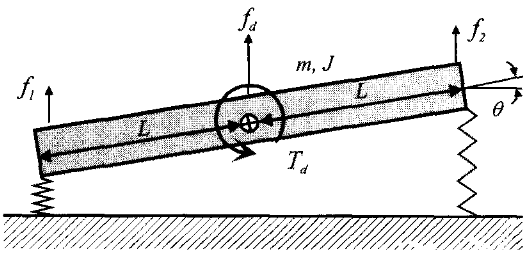

Fig. 2 Vertical plane motion of active magnetic bearing system

축의 수직방향 운동방정식은 아래와 같다.

$$m\ddot{y} = f_1 + f_2 + f_d - mg \tag{1-1}$$

$$J\ddot{\theta} = L\{(f_2 - f_1)\} + T_d \tag{1-2}$$

여기서 y와 θ는 각각 축 중심의 수직방향 변위와 축의 회전각, g는 중력 가속도이다.

Fig. 1 과 같이 축을 중심으로 전자석이 쌍으로 놓이고, 한 쪽 코일에는 $I_o + i$, 반대편 코일에는 $I_o - i$의 전류를 가할 때 축에 전달되는 전자기력은 다음과 같으며,[2]

$$f = \frac{\mu_0 N^2 A}{4}\left[\left(\frac{I_o + i}{y_o - y}\right)^2 - \left(\frac{I_o - i}{y_o + y}\right)^2\right] \tag{2}$$

여기서 μ_0는 공기의 투자율, N은 코일 감은 수, A는 극단면적, y_o는 공칭공극, I_o는 바이어스 전류, y는 공극의 변화, i는 제어전류이다.

이 전자기력을 정리하여 쓰면 다음과 같다.

$$f = K_y y + K_i i \tag{3}$$

여기서 K_y는 위치강성(position stiffness), K_i는 전류강성(current stiffness)을 나타낸다.[2]

본 연구에서는 식(2)의 비선형 전자기력이 작용하는 능동전자기베어링계에 슬라이딩모드 제어를 적용할 경우 도달법칙 만족 조건을 해석코저 한다.

식(2)를 운용점(y_o, I_o)에서 선형화하면 식(3)의 각 강성은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_y = \bar{K}_y + \Delta K_y,\ K_i = \bar{K}_i + \Delta K_i \tag{4}$$

여기서 $\bar{K}_y$와 $\bar{K}_i$는 각 강성의 공칭값, ΔK_y와 ΔK_i는 각각의 선형화 오차이며, 다음 식으로 정의 된다.

$$\bar{K}_y = \frac{\mu_0 N^2 A I_o^2}{y_o^3},\ \Delta K_y = \left\{\frac{1}{(1 - y^2/y_o^2)^2} - 1\right\}\bar{K}_y \tag{5-1}$$

$$\bar{K}_i = \frac{\mu_0 N^2 A I_o}{y_o^2}, \Delta K_i = \left\{ \frac{3\frac{y^2}{y_o^2} - \frac{y^4}{y_o^4} + \frac{y}{y_o}\frac{i}{I_o}}{(1-\frac{y^2}{y_o^2})^2} \right\} \bar{K}_i \quad (5\text{-}2)$$

식(3)과 (4)의 관계를 이용하면, 식(1)에서 전자기력 f_1과 f_2는 다음과 같이 쓸 수 있다. 여기서 y_1과 i_1은 좌측, y_2와 i_2은 우측 전자기베어링의 변위와 제어전류를 나타낸다.

$$\begin{aligned} f_1 &= (\bar{K}_{y1} + \Delta K_{y1}) y_1 + (\bar{K}_{i1} + \Delta K_{i1}) i_1 \\ f_2 &= (\bar{K}_{y2} + \Delta K_{y2}) y_2 + (\bar{K}_{i2} + \Delta K_{i2}) i_2 \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)을 식(1)에 대입하고, 식(7)과 같이 축 중심의 변위 y, 축의 회전 변위 Δy를 정의하면, 식(8)의 운동방정식을 얻는다.

$$y = (y_1 + y_2)/2, \Delta y = (y_2 - y_1)/2, \ \theta = \frac{\Delta y}{L} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \Delta\ddot{y} \end{Bmatrix} = \left[G + \Delta G\right] \begin{Bmatrix} y \\ \Delta y \end{Bmatrix} + \left[B + \Delta B\right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \xi \quad (8)$$

$$G = \begin{bmatrix} \left(\bar{K}_{y1} + \bar{K}_{y2}\right)/m & \left(-\bar{K}_{y1} + \bar{K}_{y2}\right)/m \\ L^2\left(-\bar{K}_{y1} + \bar{K}_{y2}\right)/J & L^2\left(\bar{K}_{y1} + \bar{K}_{y2}\right)/J \end{bmatrix}$$

$$\Delta G = \begin{bmatrix} \left(\Delta K_{y1} + \Delta K_{y2}\right)/m & \left(-\Delta K_{y1} + \Delta K_{y2}\right)/m \\ L^2\left(-\Delta K_{y1} + \Delta K_{y2}\right)/J & L^2\left(\Delta K_{y1} + \Delta K_{y2}\right)/J \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \bar{K}_{i1}/m & \bar{K}_{i2}/m \\ -L^2\bar{K}_{i1}/J & L^2\bar{K}_{i2}/J \end{bmatrix}, \ \xi = \begin{Bmatrix} f_d/m - g \\ LT_d/J \end{Bmatrix}$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \Delta K_{i1}/m & \Delta K_{i2}/m \\ -L^2\Delta K_{i1}/J & L^2\Delta K_{i2}/J \end{bmatrix}$$

식(8)을 다시 쓰면

$$\begin{Bmatrix} \ddot{y} \\ \Delta\ddot{y} \end{Bmatrix} = G \begin{Bmatrix} y \\ \Delta y \end{Bmatrix} + B \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + BM \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \eta \quad (9)$$

$$M = \begin{bmatrix} \Delta K_{i1}/\bar{K}_{i1} & 0 \\ 0 & \Delta K_{i2}/\bar{K}_{i2} \end{bmatrix}, \ \eta = \Delta G \begin{Bmatrix} y \\ \Delta y \end{Bmatrix} + \xi$$

식(9)의 우측 두 항은 선형공칭계, 세 번째 항은 전류강성의 선형화오차, 마지막 항은 위치강성의 선형화 오차와 중량 및 외부에서 작용하는 외란을 포함한 총체적 외란이다. 식(9)의 계는 불안정하며 외란이 있으므로, 제어의 목적은 계를 안정화 시키고 총체적 외란에 의한 응답을 최소화하는데 있다.

3. 슬라이딩모드제어

식(9)를 상태공간에서 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \\ \dot{x}_2 &= A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + Bu + BMu + \eta \end{aligned} \quad (10)$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} \int y dt \\ \int \Delta y dt \\ y \\ \Delta y \end{bmatrix}, \ x_2 = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \Delta\dot{y} \end{bmatrix}, \ u = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0_{2\times2} & I_{2\times2} \\ & 0_{2\times4} \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 0_{2\times2} \\ I_{2\times2} \end{bmatrix}, \begin{matrix} A_{21} = \left[0_{2\times2} : G\right] \\ A_{22} = \left[0_{2\times2}\right] \end{matrix}$$

식(9)는 타입 0-시스템이므로 제어기에 적분제어를 포함시키기 위해 계의 상태벡터에 변위의 적분과 회전각의 적분을 포함시켜 확장하였다.

식(10)에서 공칭시스템은 가제어적이고, 총체적 외란은 행렬 B의 치역(range space)에 존재하므로 메칭조건(matching condition)을 만족한다.

슬라이딩평면을 다음 식으로 정의하면

$$\sigma(t) = S\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \left[S_1 \ : \ I_{2\times2}\right]\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

여기서 $\sigma \in R^{2\times1}$는 슬라이딩 평면, $S_1 \in R^{2\times4}$은 슬라이딩 평면을 정의하는 행렬이다.

슬라이딩 제어에서 제어입력은 선형부와 비선형부로 구성된다.[10]

$$u(t) = u_l(t) + u_n(t) \quad (12)$$

선형부 $u_l(t)$은 공칭시스템을 슬라이딩 평면에 유지시키기 위한 입력으로 다음과 같다.[10]

$$u_l(t) = -(B)^{-1}\left\{SAx(t) + \phi\sigma(t)\right\} \quad (13)$$

여기서 $x=[x_1^T \ x_2^T]^T$ 이고, $\phi \in R^{2\times 2}$ 는 안정한 행렬이다.

비선형 제어입력 $u_n(t)$ 는 슬라이딩 평면에 도달 제어입력으로 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$u_n(t) = -\rho(B)^{-1}\mathrm{sgn}\left[\sigma(t)\right] \tag{14}$$

여기서 상수 ρ 는 부호함수 $\mathrm{sgn}[*]$의 크기이다.

선형제어입력 $u_l(t)$ 을 공칭계에 적용하면 슬라이딩 평면의 동력학은 다음과 같이 안정하다.

$$\dot{\sigma}(t) = -\phi\sigma(t) \tag{15}$$

제어입력의 도달법칙 만족성 분석을 위해 양한정함수 $V(t)=0.5\sigma(t)^T\sigma(t)$ 를 정의하고, 이 함수의 도함수를 구한다.

$$\dot{V}(t) = \sigma(t)^T\dot{\sigma}(t) = \sigma(t)^T\begin{Bmatrix} -\rho\left[I+BMB^{-1}\right]\mathrm{sgn}\left[\sigma\right] \\ -\phi\sigma(t)+BMu_l+\eta \end{Bmatrix} \tag{16}$$

이 도함수가 ρ 의 크기에 관계 없이 음이 될 필요조건은 다음과 같다.

$$\sigma^T\left[I+BMB^{-1}\right]\mathrm{sgn}\left[\sigma\right] > 0 \tag{17}$$

식(17)이 만족되는 경우 다음 부등식을 만족하는 ρ 를 선정하면 식(16)의 도함수가 음이 되어 도달법칙을 만족하게 된다.

$$\rho \ge \frac{\left\|BMu_l\right\|+\left\|\eta\right\|}{\left\|I+BMB^{-1}\right\|} \tag{18}$$

따라서 식(17)과 (18)은 응답의 슬라이딩 평면 도달을 보장하는 충분조건이다.

식(17)에서 행렬 BMB^{-1} 를 구체적으로 쓰면

$$BMB^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \beta_1+\beta_2 & J(\beta_2-\beta_1)/mL^2 \\ mL^2(\beta_2-\beta_1)/J & \beta_1+\beta_2 \end{bmatrix} \tag{19}$$

여기서 $\beta_1 = \Delta K_{i1}/K_{i1}$, $\beta_2 = \Delta K_{i2}/K_{i2}$ 이므로, 식(17)을 다시 쓰면

$$(1+p_{11})\left(|\sigma_1|+|\sigma_2|\right)+p_{12}\sigma_1\,\mathrm{sgn}\left[\sigma_2\right] + p_{21}\sigma_2\,\mathrm{sgn}\left[\sigma_1\right] > 0 \tag{20}$$

여기서 $p_{11}=(\beta_1+\beta_2)/2$, $p_{12}=J(\beta_2-\beta_1)/2mL^2$, $p_{21}=mL^2(\beta_2-\beta_1)/2J$ 이다.

모든 σ_1 과 σ_2 에 대해 식(20)의 부등식을 만족하는 조건은 다음과 같으며,

$$1+p_{11} > \max\{|p_{12}|,|p_{21}|\} \tag{21}$$

따라서 p_{11}, p_{12}, p_{21} 의 정의에 따라 다음을 얻게 된다.

$$1+(\beta_1+\beta_2)/2 > q|\beta_2-\beta_1| \tag{22}$$

여기서 $q=\max\left(J/2mL^2, mL^2/2J\right) \ge 1/2$ 이다.

식(22)의 부등식을 만족하는 β_1 과 β_2 의 영역은 Fig. 3 의 두 직선으로 포위된 영역 내부에 해당된다. 이 영역은 직선 $\beta_1=\beta_2$ 에 대해 대칭임을 알 수 있다. Fig. 3 에서 $\beta_1=\beta_2=0$ 인 점을 기준으로 β_1 과 β_2 가 동일한 크기의 제한 조건을 갖는 영역은 정사각형 안의 빗금 친 영역에 해당된다. 즉, $|\beta_1|<1/2q$, $|\beta_2|<1/2q$ 이면 식(17)의 조건을 충분히 만족하게 된다. 만일 축이 균일한 원형봉일 경우 $J=mL^2/3$ 이므로 $q=3/2$ 이 된다.

이 경우 Fig. 3 의 빗금 친 영역을 만족하는 조건 $|\beta_1|<1/3$, $|\beta_2|<1/3$ 을 식(5)에 대입하고 y/y_o 와 i/I_o 의 허용 범위를 수치해석적으로 분석하면 Fig. 4 의 다각형 내부에 해당된다. 즉, y/y_o 와 i/I_o 가 다각형 내부에 존재하고 식(18)을 만족하는 ρ 를 정하면 도달법칙이 만족된다.

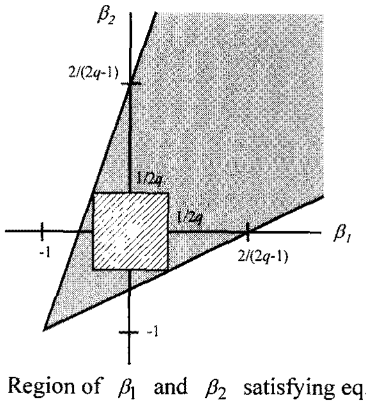

Fig. 3 Region of β_1 and β_2 satisfying eq.(17)

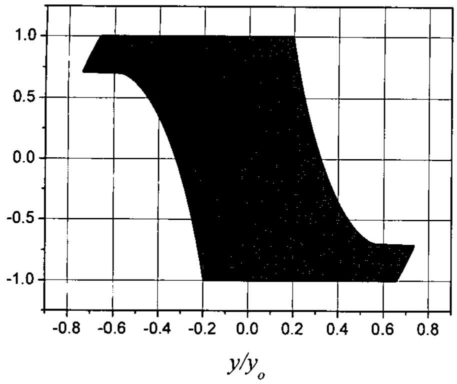

Fig. 4 Region of y/y_o and i/I_o satisfying $|\Delta\beta| < 1/3$

Fig. 4 에서 $|y/y_o| < 0.2$ 일 경우 모든 제어전류에서 도달법칙을 만족할 수 있는데, 축의 변위가 공칭공극의 20% 이내가 되어야 한다는 이 조건은 그리 제한적이지는 않다.

슬라이딩 제어기에서 행렬 S_1 과 ϕ 를 식(23)과 같이 선정하면 공칭 시스템의 폐회로 동역학은 식(24)가 된다.

$$S_1 = \begin{bmatrix} \omega_y^2 & 0 & 2\varsigma_y\omega_y & 0 \\ 0 & \omega_{\Delta y}^2 & 0 & 2\varsigma_{\Delta y}\omega_{\Delta y} \end{bmatrix}, \phi = \begin{bmatrix} \phi_y & 0 \\ 0 & \phi_{\Delta y} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$(s+\phi_y)(s^2 + 2\varsigma_y\omega_y + \omega_y^2)\frac{Y(s)}{s} = 0 \quad (24\text{-}1)$$

$$(s+\phi_{\Delta y})(s^2 + 2\varsigma_{\Delta y}\omega_{\Delta y} + \omega_{\Delta y}^2)\frac{\Delta Y(s)}{s} = 0 \quad (24\text{-}2)$$

여기서 $Y(s)$ 와 $\Delta Y(s)$ 는 각각 $y(t)$ 와 $\Delta y(t)$ 의 라프라스 변환을 의미한다. 식(24)는 식(23), (11) 및 식(10)의 상태벡터 정의를 식(15)에 대입하고 정리하여 쉽게 얻을 수 있다.

식(24)에서 병진운동과 회전운동의 폐회로 동역학은 상호 독립적으로 설계할 수 있으며, 폐회로 극점은 S_1 과 ϕ 에 따라 정해짐을 알 수 있다.

4. 시뮬레이션

능동전자기베어링계에서 앞에서 유도한 도달법칙을 만족하는 불확실성 영역의 타당성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 제어계 파라미터는 $m = 1Kg$, $L = 0.5m$, $J = mL^2/3$, $y_o = 4mm$, $I_o = 3A$, $\mu_o N^2 A/4 = 0.0001 Nm^2/A^2$ 로 가정하였으며, 외부 작용 외란인 식(1)의 f_d, T_d 를 제외한 축의 자중과 전자기력의 비선형성을 모두 고려하였다. 슬라이딩모드 제어기 설계를 위해 선정한 파라미터는 $\omega_y = \omega_{\Delta y} = 10\pi$, $\varsigma_y = \varsigma_{\Delta y} = 0.7$, $\phi_y = \phi_{\Delta y} = 80$ 이다.

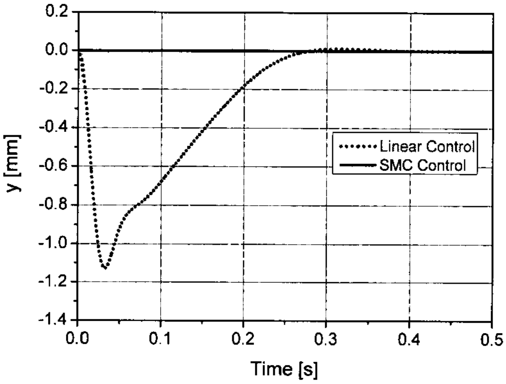

Fig. 5 Response of y in simulation[1]

첫 번째 시뮬레이션에서는 계가 초기상태에서 상태변수벡터가 $x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 이고, 제어입력이 모두 영일 경우, $u_1(0) = u_2(0) = 0$, 축의 자중에 의한 응답을 구하였다. 이 초기 조건은 Fig. 3 과 Fig. 4 의 원점 위치에 해당되므로 식(17)을 만족하며, 식(18)을 만족하는 ρ 를 정하면 도달법칙을 만족하게 된다. 이 초기조건은 양한정 함수의 초기값이 $V(0) = x^T(0)S^T Sx(0) = 0$ 이며, 식(18)을 만족하는 ρ 를 정하면 $\dot{V}(t) \le 0$ 이므로, 결국 $\sigma(t) = 0, \forall t > 0$ 이 되어 계의 상태벡터는 자중에 의한 영향을 받지 않고 원점 위치를 유지하게 된다. 사용된 비선형 입력의 크기는 $\rho = 60$ 이었다.

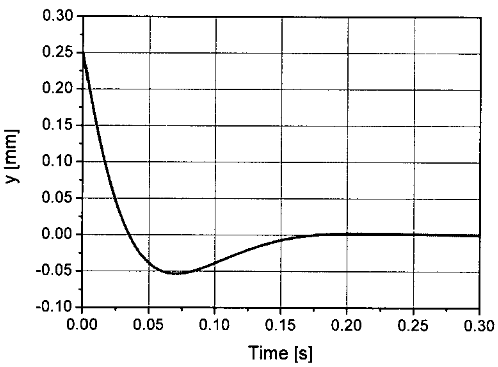

Fig. 6(a) Response of y in simulation[2]

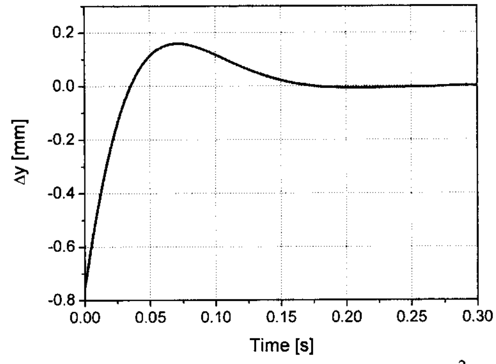

Fig. 6(b) Response of Δy in simulation2

Fig. 5에서 실선은 이 경우 축 중심점의 수직방향 변위를 나타낸 것으로, 자중에도 불구하고 초기 위치를 유지함을 확인할 수 있다. 응답의 비교를 위해 $\rho = 0$ 인 경우 응답을 구하였다. 이 경우는 슬라이딩모드 제어기의 선형제어만을 적용한 경우로, 초기조건은 동일하므로 식(17)을 만족하나, 식(18)을 만족하지 못하므로 도달법칙 조건을 충족하지 못한다. 이 때 축 중심의 수직변위는 Fig. 5에서 점선으로 나타낸 곡선으로, 응답초기에는 자중에 의해 아래로 처진 후 공칭공극 위치에 도달하는 안정된 응답을 얻었다. 선형제어에 포함된 적분기에 의해 정상상태에서 공칭공극에 도달되었음을 알 수 있다. 시뮬레이션에서 사용된 샘플링 주파수는 $1MHz$ 이다.

두 번째 시뮬레이션에서는 위치의 초기조건은 $y(0) = 0.25\,mm$, $\Delta y(0) = -0.75\,mm$ 이고 나머지 상태벡터들은 모두 영이며, 제어입력의 초기조건은 $u_1(0) = u_2(0) = 0$ 인 경우를 선정하였다. 축의 중력도 고려되었다.

이 초기조건은 $y_1(0) = 1.0\,mm$, $y_2(0) = -0.5\,mm$ 이고, 따라서 $y_1(0)/y_o = 0.25$, $y_2(0)/y_o = 0.125$ 이므로 Fig. 4의 포위 영역 내에 존재하여 식(17)을 만족한다. 그러므로 식(18)을 만족하는 ρ를 선정하면 도달법칙을 만족하게 된다. 위의 초기조건 하에서 $\rho = 60$ 을 선정하여 식(16)의 도함수가 음의 값을 갖도록 하였다.

Fig. 6(a)와 6(b)는 시뮬레이션 결과로 각각 응답 y 와 Δy 를 보인다. 두 응답은 초기조건에서 시작된 슬라이딩 평면을 따라 원점에 도달되어 식(24)에서 정의된 원하는 응답을 얻음을 확인하였다. y 와 Δy 에 대한 슬라이딩 평면의 동력학은 동일하므로 응답이 동일한 동적 특성을 보임을 알 수 있다. Fig. 4의 영역 내에 있는 다양한 초기 조건에 대한 시뮬레이션을 수행한 결과 ρ 의 크기를 조정하여 식(16)의 도함수가 음이 되는 ρ 를 얻을 수 있었으며, 이 때 응답은 항상 슬라이딩 평면에 도달되었다.

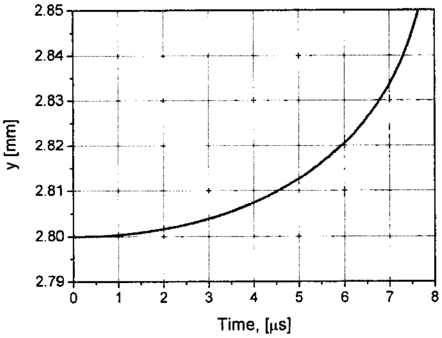

Fig. 7(a) Response of y in simulation3

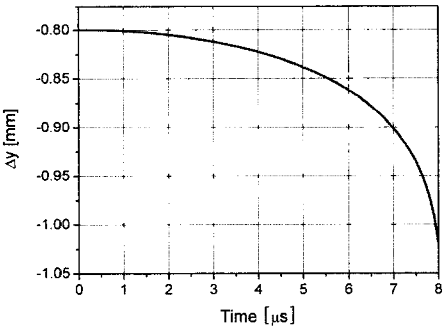

Fig. 7(b) Response of Δy in simulation3

세 번째 시뮬레이션에서는 Fig. 3의 영역 밖에 존재하는 초기 조건에 의한 응답을 구하였다. 선택한 초기위치는 $y(0) = 2.8\,mm$, $\Delta y(0) = -0.8\,mm$ 이고 나머지 상태벡터들은 모두 영이며, 초기 입력은 $u_1(0) = u_2(0) = 0$ 인 경우를 선정하였다. 이 초기조건은 $y_1(0) = 3.6\,mm$, $y_2(0) = 2.0\,mm$ 이므로 $y_1(0)/y_o = 0.9$, $y_2(0)/y_o = 0.5$ 이 되어 Fig. 4의 포위 영역 밖에 존재하며, 식(5)의 정의에 따라 계산하면 $\beta_1 = 49.13$, $\beta_2 = 1.22$ 이므로 Fig. 3의 포위 영역 밖에 존재한다(이 경우 $q = 3/2$ 이므로 Fig. 3에서 x 와 y 절편은 $2/(2q-1) = 1$ 임). 이 초기조건에서 식(17)은 음의 값을 가지며, 식(16)의 도함수는 양의 값을 갖는다. 결론적으로 이 초기조건에서 시작되는 응답은 도달법칙을 만족하지 못하므

로 슬라이딩 평면에 도달되지 못한다.

Fig. 7(a)와 7(b)는 이 초기조건에 의한 시뮬레이션 결과로 각각 응답 y와 Δy를 보인다. 두 응답 모두 초기조건에서 시작되어 슬라이딩 평면에 도달하지 못하고 계속 발산하였다.

5. 결론

능동전자기베어링계에서 슬라이딩모드 제어를 적용하기 위해 필요한 도달법칙을 분석하였으며, 도달법칙을 만족하는 전자기력의 선형화 오차 범위를 유도하였다. 분석 결과의 타당성을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하였으며, 그 결과 제시된 범위를 초과하는 선형화 오차범위에서 시스템이 동작할 경우 도달법칙을 만족하지 못함을 확인하였으며, 도달 법칙을 만족하는 경우 슬라이딩 평면을 따라 동작하는 동특성을 확인하였다.

후 기

이 연구는 2006 년도 경원대학교 지원에 의한 결과이며, 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

1. Kang, M. S. and Jung, J. S., "Disturbance Compensation Control of an Active Magnetic Bearing System by Multiple FXLMS Algorithm-Theory," J. of KSPE, Vol. 21, No. 2, pp. 74-82, 2004.
2. Yeh, T. J. and Chung, Y. J., "Sliding control of magnetic bearing systems," Proc. of the American Control Conference, pp. 1622-1626, 2000.
3. Shan, X. and Menq, C. H., "Robust disturbance rejection for improved dynamic stiffness of magnetic suspension stage," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, Vol. 7, No. 3, pp. 289-295, 2002.
4. Hassan, I. M. M. and Mohamed, A. M., "Variable structure control of a magnetic levitation system," Proc. of the American Control Conference, pp. 3725-3730, 2001.
5. Lee, J. H., Allaire, P. E., Tao, G. and Zhang, X., "Integral sliding-mode control of a magnetically suspended balance beam: analysis, simulation, and experiment," IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, Vol. 6, No. 3, pp. 338-346, 2001.
6. Utkin, V. I. and Sabanovic, A., "Sliding modes applications in power electronics and motion control systems," Industrial Electronics, 1999. ISIE '99. Proceedings of IEEE International Symposium on, Vol. 1, pp. TU22-31, 1999.
7. Lee, J. H., Allaire, P. E., Tao, G., Jeffrey, J. A., Decker, A. and Zhang, X., "Experimental study of sliding mode control for a benchmark magnetic bearing system and artificial heart pump suspension," IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 11, No. 1, pp. 128-138, 2003.
8. Utkin, V. I., "Sliding modes in control optimization," Springer-Verlag New York, Inc., 1992.
9. Young, D. K., Utkin, V. I. and Ozguner, U., "A control engineer's guide to sliding mode control," IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 7, No. 3, pp. 328-342, 1999.
10. Edward, C. and Spurgeon, S. K., "Sliding mode control theory and application," Taylor & Francis Ltd., pp. 31-63, 1998.
11. Slotine, J. E. and Li, W., "Applied nonlinear control," Prentice-Hall, pp. 276-310, 1991.