

평판 구조물의 진동 파워흐름해석을 위한 비보존 조인트 개발

Development of Compliant and Dissipative Joints in Coupled Thin Plates for Vibrational Energy Flow Analysis

송지훈* · 홍석윤†

Jee-Hun Song and Suk-Yoon Hong

(2008년 9월 22일 접수 ; 2008년 10월 6일 심사완료)

Key Words : Energy Flow Analysis(파워흐름해석법), Compliant and Dissipative Joint(비보존 조인트), Power Transmission Coefficient(파워투과계수), Power Reflection Coefficient(파워반사계수), Wave Transmission Approach(파동전달법)

ABSTRACT

In this paper, a general solution for the vibrational energy and intensity distribution through a compliant and dissipative joint between plate structures is derived on the basis of energy flow analysis(EFA). The joints are modeled by four sets of springs and dashpots to show their compliancy and dissipation in all four degrees of freedom. First, for the EFA, the power transmission and reflection coefficients for the joint on coupled plate structures connected at arbitrary angles were derived by the wave transmission approach. In numerical applications, EFA is performed using the derived coefficients for coupled plate structures under various joint properties, excitation frequencies, coupling angles, and internal loss factors. Numerical results of the vibrational energy distribution showed that the developed compliant and dissipative joint model successfully predicted the joint characteristics of practical structures vibrating in the medium-to-high frequency ranges. Moreover, the intensity distribution of a compliant and dissipative joint is described.

1. 서 론

중고주파수 대역에서 선박, 항공기, 자동차를 비롯한 제반 산업기계 및 건축물과 같은 복합 구조물의 진동 현상은 소음 발생의 주요 원인이 될 수 있기 때문에 이에 대한 해석은 대단히 중요하다. 복합 구조물의 진동 해석을 위해서 널리 사용되는 유한요소법(finite element method, FEM)은 저주파수 대역에서 효과적으로 널리 적용되고 있다. 그러나 주파수

가 증가함에 따라서 파장(wavelength)이 짧아져서 운동방정식과 파동방정식을 기반으로 하는 기존의 유한요소법을 활용하여 복합 구조물의 공간적 모드 형상 등을 충분히 고려하기 위해서는 해당 구조물을 더욱 세밀한 요소(element)로 분할하거나 고차의 보간 함수(interpolation function)를 적용하여 요소 당 절점(node)의 수를 늘려야 하므로 시간과 비용이 높아져서 실용성이 낮아진다. 고주파수 대역에서의 진동 해석을 위한 기법으로는 현재 통계적에너지해석법(statistical energy analysis, SEA)이 가장 널리 사용되고 있다. 통계적에너지해석법은 대상 구조물을 기하학적 특성과 매질의 특성 등에 따라 여러 개의 하부시스템(subsystem)으로 분할하여 하부시스템 각각의 전체적인 응답을 예측한다⁽¹⁾. 그러나 각

† 교신저자: 정희원, 서울대학교 조선해양공학과
E-mail : syh@snu.ac.kr
Tel : (02)880-8757, Fax : (02)888-9298
* 정희원, 서울대학교 해양시스템공학연구소

하부시스템마다 하나의 전체적인 평균값만을 제시하기 때문에 계산시간은 빠르나 하부시스템 내부에서 에너지의 공간적 변화를 알 수 없고 하부시스템 내의 국부적인 파워 입력 및 감쇠 처리 등을 고려하기가 쉽지 않다. 또한, 관심 주파수 대역 내에 모드의 개수가 많아야 하기 때문에 모드 밀도가 상대적으로 낮은 중주파수 대역이나 저주파수 대역에서는 사용이 부적합하다.

이러한 기존의 유한요소법과 통계적에너지해석법이 가지는 여러 가지 한계점들을 보완하기 위해 최근에는 다양한 근사기법들이 연구되고 있으며 대표적으로 Belov⁽²⁾ 등에 의해 파워흐름해석법(energy flow analysis, EFA)이 제안되었다. 파워흐름해석법은 정상상태에서 열전도방정식과 유사한 2차편미분 방정식 형태의 에너지 지배방정식을 기반으로 하여 에너지의 전반적인 분포는 물론 지배적인 전달 경로까지 예측할 수 있다. 또한, 국부적인 감쇠 처리와 파워입력도 고려하기가 용이하고 단일 주파수 문제에도 적용 가능한 특징을 가지고 있다. 따라서 파워흐름해석법은 통계적에너지해석법의 근본적인 한계점들을 획기적으로 극복한 방법으로서 고주파수 영역 문제와 더불어 기존의 유한요소법의 사용이 적합하지 않은 중주파수 영역문제에도 적용 가능한 기법으로 인식되고 있다.

그러나 현재까지 대부분의 파워흐름해석법에 대한 연구는⁽³⁻⁸⁾ 요소와 요소를 연결하는 조인트에서 에너지가 보존된다(rigid joint)는 전제하에 연구되어왔다. 그래서 용접(welded), 볼트(bolted), 또는 리벳(riveted) 등에 의해서 연결된 실제 복합구조물의 진동 해석에 한계를 가지고 있었다. 이러한 한계점을 극복하기 위하여 최근에 송지훈과 홍석운은⁽⁹⁾ 보 구조물의 진동 파워흐름해석을 위한 비보존 조인트를 개발하였다.

이 논문에서는 보 구조물의 진동 파워흐름해석을 위한 비보존 조인트를 바탕으로 일반적으로 복합구조물을 구성하는데 있어서 가장 많이 사용되는 부재 중의 하나인 평판 구조물의 진동 파워흐름해석을 위한 비보존 조인트를 개발하였다. 중고주파수 대역에서 진동하는 평판요소로 이루어진 복합구조물의 진동에너지 밀도와 진동파워흐름의 분포를 알아보기 위해, 임의의 각으로 연성된 평판 구조물에 대하여 파워흐름해석법을 적용하였다. 이때 평판 요소간의

임피던스(impedence)와 방향(direction) 차이에 의한 진동파워의 소산을 고려하기 위해서 연결 부분을 선형 스프링-감쇠계로 모델링하였다. 또한, 다양한 수치해석을 통하여 비보존 조인트로 연결된 평판 구조물의 진동 특성을 확인하여 보았다.

2. 평판 구조물의 비보존 조인트 개발

2.1 비보존 조인트 모델

용접, 볼트 또는 리벳 등에 의해서 연결된 조인트는 국부적인 재료의 감쇠보다는 많은 에너지를 소산한다⁽¹⁰⁾. 그래서 이러한 조인트의 특성을 표현하기 위하여 Fig.1과 같이 각각의 방향을 선형 스프링-감쇠계로 요소간의 연결부분을 모델링하였다. 그리고 각 방향의 조인트 임피던스는 다음과 같다.

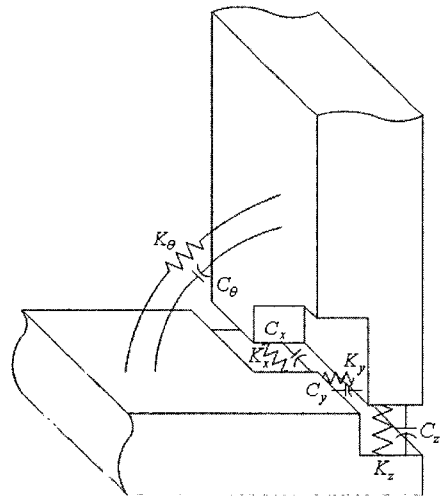


Fig. 1 Joint model

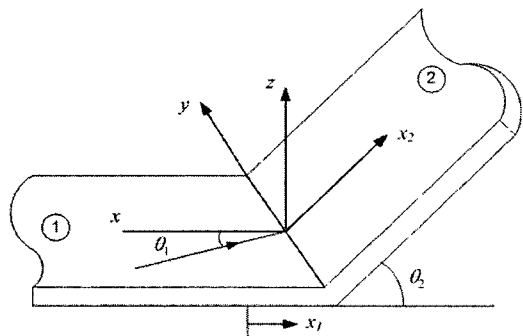


Fig. 2 Two semi-infinite plates coupled at an arbitrary angle θ_2

$$Z_x = (K_x/i\omega) + C_x \quad (1)$$

$$Z_y = (K_y/i\omega) + C_y \quad (2)$$

$$Z_z = (K_z/i\omega) + C_z \quad (3)$$

$$Z_\theta = (K_\theta/i\omega) + C_\theta \quad (4)$$

여기서 Z , K , C 는 각 방향의 조인트 임피던스, 스프링 계수, 감쇠를 각각 의미한다.

2.2 파동전달해석

Fig. 2의 ①번 평판에서 연결부분의 수직방향과 θ_1 의 각을 이루고 진폭이 \overline{A}_{f1} 인 굽힘파가 입사할 때, \overline{A}_{f1}/k_{f1} 인 종파가 입사할 때 또는 \overline{A}_{s1}/k_{s1} 인 전단파가 입사할 때, 2개의 준무한평판에서 부분적으로 투과되고 반사되는 굽힘파, 종파, 전단파가 발생한다. 이를 고려하여 ①, ②번 평판의 굽힘파, 종파, 전단파를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w_1(x,y) = \left[\overline{A}_{f1} e^{-jF_1x} + C_{f1} e^{jF_1x} + D_{f1} e^{F_3x} \right] e^{-jk_y y} \quad (5)$$

$$u_1(x,y) = \begin{cases} \left(\begin{matrix} k_{f1,s1}^2 > k_y^2 \\ -L_1 \overline{P}_{f1} e^{-jL_1x} - k_y \overline{R}_{s1} e^{-jS_1x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \\ \left(\begin{matrix} k_{f1,s1}^2 < k_y^2 \\ L_3 \overline{P}_{f1} e^{-L_3x} + jk_y \overline{R}_{s1} e^{-S_1x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \\ \left(\begin{matrix} k_{f1,s1}^2 > k_y^2 \\ L_3 \overline{P}_{f1} e^{-L_3x} + jk_y \overline{R}_{s1} e^{-S_1x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \end{cases} \quad (6)$$

$$v_1(x,y) = \begin{cases} \left(\begin{matrix} k_{f1,s1}^2 > k_y^2 \\ k_y \overline{P}_{f1} e^{jL_1x} - S_1 \overline{R}_{s1} e^{jS_1x} \\ + k_y \overline{Q}_{f1} e^{jL_1x} - S_1 \overline{S}_{s1} e^{jS_1x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \\ \left(\begin{matrix} k_{f1,s1}^2 < k_y^2 \\ -jk_y \overline{P}_{f1} e^{jL_3x} + S_3 \overline{R}_{s1} e^{jS_3x} \\ -jk_y \overline{Q}_{f1} e^{jL_3x} + S_3 \overline{S}_{s1} e^{jS_3x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \end{cases} \quad (7)$$

$$w_2(x,y) = \begin{cases} \left(\begin{matrix} k_{f2}^2 > k_y^2 \\ A_{f2} e^{-jF_2x} + B_{f2} e^{F_3x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \\ \left(\begin{matrix} k_{f2}^2 < k_y^2 \\ A_{f2} e^{-F_3x} + B_{f2} e^{F_3x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \end{cases} \quad (8)$$

$$u_2(x,y) = \begin{cases} \left(\begin{matrix} k_{f2,s2}^2 > k_y^2 \\ L_2 \overline{P}_{f2} e^{-jL_2x} - k_y \overline{R}_{s2} e^{-S_2x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \\ \left(\begin{matrix} k_{f2,s2}^2 < k_y^2 \\ -L_4 \overline{P}_{f2} e^{-L_4x} + jk_y \overline{R}_{s2} e^{-S_2x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \end{cases} \quad (9)$$

$$v_2(x,y) = \begin{cases} \left(\begin{matrix} k_{f2,s2}^2 > k_y^2 \\ k_y \overline{P}_{f2} e^{-jL_2x} + S_2 \overline{R}_{s2} e^{-jS_2x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \\ \left(\begin{matrix} k_{f2,s2}^2 < k_y^2 \\ -jk_y \overline{P}_{f2} e^{-jL_4x} - S_4 \overline{R}_{s2} e^{-jS_4x} \end{matrix} \right) e^{-jk_y y} \end{cases} \quad (10)$$

여기서

$$F_{1,2} = \sqrt{k_{f1,f2}^2 - k_y^2}, \quad F_{3,4} = \sqrt{k_{f1,f2}^2 + k_y^2}$$

$$F_5 = \sqrt{k_y^2 - k_{f2}^2}$$

$$L_{1,2} = \sqrt{k_{f1,l2}^2 - k_y^2}, \quad L_{3,4} = \sqrt{k_y^2 - k_{f1,l2}^2}$$

$$S_{1,2} = \sqrt{k_{s1,s2}^2 - k_y^2}, \quad S_{3,4} = \sqrt{k_y^2 - k_{s1,s2}^2}$$

$k_{f1,f2}$, $k_{l1,l2}$, $k_{s1,s2}$ 는 각각 평판의 굽힘파, 종파, 전단파의 파수를 의미하며, k_y 는 입사파의 y 방향 파수를 의미하는데 연결부분에서의 파동변환에 의해 발생하는 굽힘파, 종파, 전단파도 y 방향에 대해 동일한 파수 성분을 가진다.

$$k_y = k_{f1,f2} \sin \theta_{f1,f2} = k_{l1,l2} \sin \theta_{l1,l2} = k_{s1,s2} \sin \theta_{s1,s2} \quad (11)$$

평판의 연결부분에서의 경계조건들을 살펴보면 연결부분에서는 두 평판의 각 방향 힘과 모멘트가 평형을 이루어야 한다.

$$-N_{x1} + N_{x2} \cos \theta_2 - V_{xz2} \sin \theta_2 = 0 \quad (12)$$

$$N_{xy2} - N_{xy1} = 0 \quad (13)$$

$$-V_{xz1} + N_{x2} \sin \theta_2 + V_{xz2} \cos \theta_2 = 0 \quad (14)$$

$$M_{x2} - M_{x1} = 0 \quad (15)$$

식 (12)~(15)들의 각 방향의 힘과 모멘트들은 다음과 같이 변위로 표현된다.

$$N_{xn} = K_n \left\{ \frac{\partial u_n}{\partial x} + \nu_n \frac{\partial v_n}{\partial y} \right\} \quad (16)$$

$$N_{xyn} = G_n h_n \left\{ \frac{\partial u_n}{\partial y} + \frac{\partial v_n}{\partial x} \right\} \quad (17)$$

$$V_{xzn} = -D_n \left\{ \frac{\partial^3 w_n}{\partial x^3} + (2 - \nu_n) \frac{\partial^3 w_n}{\partial x \partial y^2} \right\} \quad (18)$$

$$M_{xn} = -D_n \left\{ \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} + \nu_n \frac{\partial^2 w_n}{\partial y^2} \right\} \quad (19)$$

여기서 $K = Eh/(1 - \nu^2)$, $D = Eh^3/(1 - \nu^2)$ 는 평판의 인장강성(extensional stiffness)과 굽힘강성(flexural stiffness)이고 $G = E/2(1 + \nu)$ 는 평판의 전단계수(shear modulus)이다. 또한, E 는 탄성계수(Young's modulus)이고, h 는 평판의 두께이며, ν 는 푸아송비(Poisson's ratio)이다. 아래첨자 n 는 Fig. 2의 ①, ②번 평판을 의미한다. 또한, 평판의 연결부분에서는 두 평판의 각 방향 변위가 서로 일치해야 한다.

$$-N_{x2}\cos\theta_2 + V_{xz2}\sin\theta_2 \quad (20)$$

$$= Z_x(u_1 + w_2\sin\theta_2 - u_2\cos\theta_2)$$

$$N_{xy2} = Z_y(v_1 - v_2) \quad (21)$$

$$-V_{xz2}\cos\theta_2 - N_{x2}\sin\theta_2 \quad (22)$$

$$= Z_z(w_1 - w_2\cos\theta_2 - u_2\sin\theta_2)$$

$$M_{xz2} = Z_\theta(dw_1/dx_1 - dw_2/dx_2) \quad (23)$$

식 (12)~(15), 식 (20)~(23)들의 8개의 경계조건들을 이용하면 입사파의 종류와 입사각에 따라 식 (5)~(10)들에 포함된 미지수(C_{j1} , D_{j1} , Q_{j1} , S_{s1} , A_{f2} , B_{f2} , P_{2s} , R_{s2})들을 결정할 수 있다. 입사하는 굽힘파, 종파, 전단파의 시간 평균한 파워의 연결부분에 수직인 성분은 다음의 식으로 각각 나타낼 수 있다.

$$\langle P_{j1} \rangle_{inc} = D_1 k_{j1}^3 \cos\theta_{j1} \omega |A_{j1}|^2 \quad (24)$$

$$\langle P_{f1} \rangle_{inc} = \frac{1}{2} K_1 k_{f1} \cos\theta_{f1} \omega |P_{f1}|^2 \quad (25)$$

$$\langle P_{s1} \rangle_{inc} = \frac{1}{2} G_1 h_1 k_{s1} \cos\theta_{s1} \omega |R_{s1}|^2 \quad (26)$$

파워흐름해석법에서는 파동의 원거리 영역 성분만을 고려하기 때문에 근접장파와 같이 지수적으로 감소하는 파동성분에 의해서는 진동파가 전달되지 않는다고 가정한다. 두 평판간의 연결부분으로 ①번 평판에서 m 파형의 파가 입사하는 경우 ①번 평판으로 n 파형의 파가 반사될 때 파워반사계수는 다음과 같다.

$$\gamma_{mn11} = \frac{\langle P_{m1} \rangle_{ref}}{\langle P_{m1} \rangle_{inc}} \quad (27)$$

또한, 두 평판간의 연결부분으로 ①번 평판에서 m 파형의 파가 입사하는 경우 ②번 평판으로 n 파형의 파가 투과될 때 파워투과계수는 다음과 같다.

$$\tau_{mn12} = \frac{\langle P_{n2} \rangle_{trans}}{\langle P_{m1} \rangle_{inc}} \quad (28)$$

식 (27)~(28)들과 두 평판간의 연결부분에서 비보존 조인트에 의해서 에너지가 소산(dissipation)되는 소산계수(ζ)를 고려하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\gamma_{mf11} + \gamma_{ml11} + \gamma_{ms11} + \tau_{mf12} + \tau_{ml12} + \tau_{ms12} + \zeta = 1 \quad (29)$$

3. 평판 구조물의 파워흐름해석법

Fig. 3의 평판 구조물을 파워가 입력되는 부분과 두 평판간의 연결부분을 기준으로 세 영역(①, ②, ③)으로 나누면 각 영역에서의 굽힘파, 종파, 전단파의 지배방정식은 다음과 같다⁽⁶⁾.

$$-\frac{c_{gmi}}{\eta_m \omega} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \langle e_m \rangle_i + \eta_m \omega \langle e_m \rangle_i = 0 \quad (30)$$

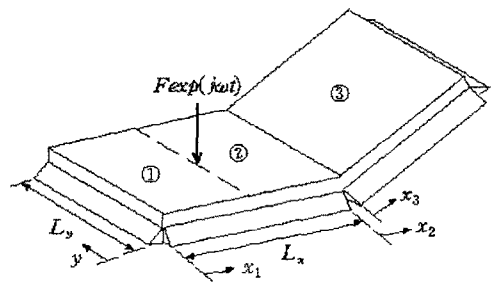


Fig. 3 Simple supports coupled plate

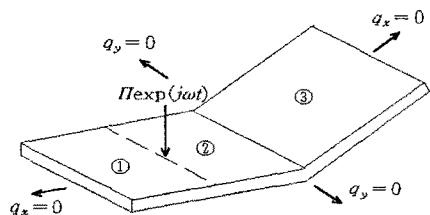


Fig. 4 Zero energy flow boundary conditions

여기서 c_g 는 군속도(group velocity)를 나타내고, η 는 구조감쇠에 의한 내부손실계수를 나타내며, $\langle \bar{e} \rangle$ 는 시간, 공간 평균된 에너지 밀도(energy density)를 나타낸다. 아래첨자 i 는 영역 ①, ②, ③을 나타내고, m 은 굽힘파, 종파, 전단파를 나타낸다. 또한, 각 영역에서의 인텐시티(intensity) $\langle \bar{q}_m \rangle_i$ 와 에너지 밀도 $\langle \bar{e}_m \rangle_i$ 와의 상관관계는 다음과 같다.

$$\langle \bar{q}_m \rangle_i = -\frac{c_{gmi}^2}{\eta_m \omega} \left(\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j \right) \langle \bar{e}_m \rangle_i \quad (31)$$

식 (30)의 일반해를 구하기 위하여 해석적인 방법의 하나로 실제값에 빨리 수렴한다고 알려진 Levy해 형태의 단일급수(Levy-type solution)을 이용하였다. Fig. 4에서 보여지는 바와 같이 x 축에 평행한 경계선 $y=0$ 와 $y=L_y$ 가 모든 영역에서 더 이상 연결된 부재가 없기 때문에 흘러 나가는 파워는 없다고 가정하였다. 따라서 에너지 밀도는 y 에 대한 cosine의 급수로 표현할 수 있다.

$$\langle \bar{e}_m \rangle_i = \sum_{r=0}^{\infty} E_{mir}(x) \cos\left(\frac{r\pi}{L_y} y\right) \quad (32)$$

식 (32)를 식 (30)에 대입하면 $E_{mir}(x)$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{mir}(x) = A_{mir} e^{-\lambda_{mir} x} + B_{mir} e^{\lambda_{mir} x} \quad (33)$$

여기서 A_{mir} , B_{mir} 은 임의의 상수들이고, λ_{mir} 은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\lambda_{mir} = \left(\frac{r\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{\eta\omega}{c_{gm}}\right)^2 \quad (34)$$

식 (33)의 미지수 A_{mir} , B_{mir} 을 결정하기 위해서는 에너지와 인텐시티의 경계조건이 필요하다. 우선 Fig. 4의 경계조건으로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\langle \bar{q}_{mx} \rangle_1 = 0, \quad \langle \bar{q}_{mx} \rangle_3 = 0 \quad (35)$$

또한, 가진력에 의해 파워가 입력되는 위치 즉 영역 ①과 영역 ②의 경계선에서 두 영역의 파워와 에너지 밀도의 평형조건으로부터 다음의 관계식을 얻

을 수 있다.

$$\langle \bar{q}_{fx} \rangle_2 - \langle \bar{q}_{fx} \rangle_1 = \Pi \delta(y - y_0) \quad (36)$$

$$\langle \bar{q}_{lx} \rangle_2 - \langle \bar{q}_{lx} \rangle_1 = 0, \quad \langle \bar{q}_{sx} \rangle_2 - \langle \bar{q}_{sx} \rangle_1 = 0 \quad (37)$$

$$\langle \bar{e}_m \rangle_1 = \langle \bar{e}_m \rangle_2 \quad (38)$$

식 (36)에서 Π 는 가진력에 의해 입력되는 파워로 다음의 식과 같다.

$$\Pi = \frac{1}{2} |F|^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{Z} \right\} \quad (39)$$

여기서 Z 는 가진력이 작용하는 위치에서의 평판의 굽힘파에 대한 임피던스인데 파워흐름해석법은 입력 파워를 계산할 때 다음과 같이 무한한 크기의 평판의 임피던스를 사용하는데 주파수가 높아지면 실제 평판의 임피던스는 재질이 동일하고 크기가 무한한 평판의 임피던스에 가까워진다⁽¹¹⁾.

$$\operatorname{Re}\{Z\} = 8\sqrt{D\rho h} \quad (40)$$

마지막으로 평판요소간의 연결부분 즉 영역 ②와 영역 ③의 경계선에서는 두 평판이 임의의 각을 이루면서 연결되어 있기 때문에 파동변환이 발생하여 진동파워의 부분적인 투과와 반사를 고려해야 하는데 이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_2^- &= \gamma_{ff22} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_2^+ + \gamma_{lf22} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_2^+ \\ &+ \gamma_{sf22} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_2^+ + \tau_{ff32} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_3^- \\ &+ \tau_{lf32} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_3^- + \tau_{sf32} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_3^- \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_2^- &= \gamma_{fl22} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_2^+ + \gamma_{ll22} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_2^+ \\ &+ \gamma_{sl22} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_2^+ + \tau_{fl32} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_3^- \\ &+ \tau_{ll32} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_3^- + \tau_{sl32} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_3^- \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_2^- &= \gamma_{fs22} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_2^+ + \gamma_{ls22} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_2^+ \\ &+ \gamma_{ss22} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_2^+ + \tau_{fs32} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_3^- \\ &+ \tau_{ls32} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_3^- + \tau_{ss32} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_3^- \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_3^+ &= \gamma_{ff33} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_3^- + \gamma_{lf33} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_3^- \\ &+ \gamma_{sf33} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_3^- + \tau_{ff23} \langle \bar{q}_{fx} \rangle_2^+ \\ &+ \tau_{lf23} \langle \bar{q}_{lx} \rangle_2^+ + \tau_{sf23} \langle \bar{q}_{sx} \rangle_2^+ \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \langle \overline{q_{lx}} \rangle_3^+ &= \gamma_{fl33} \langle \overline{q_{fx}} \rangle_3^- + \gamma_{l33} \langle \overline{q_{lx}} \rangle_3^- \\ &+ \gamma_{sl33} \langle \overline{q_{sx}} \rangle_3^- + \tau_{fl23} \langle \overline{q_{fx}} \rangle_2^+ \\ &+ \tau_{l23} \langle \overline{q_{lx}} \rangle_2^+ + \tau_{sl23} \langle \overline{q_{sx}} \rangle_2^+ \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \langle \overline{q_{sx}} \rangle_3^+ &= \gamma_{fs33} \langle \overline{q_{fx}} \rangle_3^- + \gamma_{ls33} \langle \overline{q_{lx}} \rangle_3^- \\ &+ \gamma_{ss33} \langle \overline{q_{sx}} \rangle_3^- + \tau_{fs23} \langle \overline{q_{fx}} \rangle_2^+ \\ &+ \tau_{ls23} \langle \overline{q_{lx}} \rangle_2^+ + \tau_{ss23} \langle \overline{q_{sx}} \rangle_2^+ \end{aligned} \quad (46)$$

여기서 위첨자 (+), (-)는 파동의 +x, -x 방향의 진행을 각각 의미한다. $\gamma_{\alpha\beta ij}$ 는 영역 *i*에서 평판요소의 연결부분으로 입사하는 α 종류의 입사파의 파워에 대한 β 종류의 반사파의 파워비로 표현되는 파워 반사계수이고 $\tau_{\alpha\beta ij}$ 는 영역 *i*에서 평판요소의 연결부분으로 입사하는 α 종류의 입사파의 파워에 대한 β 종류의 투과파의 파워비로 표현되는 파워투과계수로서 이 논문의 2.2장의 파동전달법을 통해서 구한 식 (27)~(28)을 사용하였다. 식 (35)~(46)들의 에너지와 파워의 경계조건들을 적용하면 일반해의 미지수들(A_{mir} , B_{mir})을 결정할 수 있고 이로부터 각 영역에서의 시간 및 공간에 대한 평균적인 에너지 밀도와 인텐시티를 구할 수 있다.

4. 계산 결과 및 분석

Fig. 3에서 보여지는 바와 같이 해석 대상 구조물은 두 개의 평판이 임의의 각을 이루면서 연결되어 있는 평판 구조물이 가장자리가 단순지지되어 있고, 평판에 수직인 방향으로 주기적인 점가진력이 영역 ①과 영역 ②의 경계선에 작용할 때 각각의 파형에 대한 에너지 밀도의 전반적인 분포와 지배적인 전달 경로를 살펴보았다. 이때 두 평판간의 연결부분에 진동파워의 소산을 고려하기 위하여 개발된 비보존 조인트를 적용하여 파워흐름해석을 수행하였다. 평판 구조물의 크기는 가로, 세로 각각 1m이고 두께는 1mm를 가지며 두 평판의 연결각은 $\theta_2 = 90^\circ$ 인 경우에 대해서 해석을 수행하였다. 또한, 평판 구조물의 탄성계수는 $E = 19.5 \times 10^{10} \text{N/m}^2$ 이고, 밀도는 $\rho = 7700 \text{kg/m}^3$ 이다.

Fig. 4는 가진 주파수가 $f = 1 \text{kHz}$ 이고, 내부손실계수가 $\eta = 0.01$ 이며 두 평판간의 연결부분에서 에너지가 보존된다고 가정한 경우의, 각각의 파형에 대

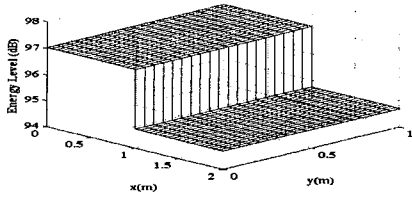
한 에너지 밀도의 공간적인 분포와 파워의 전달경로를 나타낸 것이다. 즉, (a) 굽힘파의 에너지 밀도, (b) 굽힘파의 인텐시티, (c) 종파의 에너지 밀도, (d) 종파의 인텐시티, (e) 전단파의 에너지 밀도, (f) 전단파의 인텐시티를 나타낸다. 그리고 Fig. 5는 다른 조건은 Fig. 4와 동일하지만, 두 평판간의 연결부분에는 개발된 비보존 조인트를 사용하였다. 이때 Fig. 5에 사용한 비보존 조인트의 특성값은 다음과 같다.

$$K_x = K_y = K_z = 10^{11} \text{N/m}, K_\theta = 10^8 \text{Nm/rad},$$

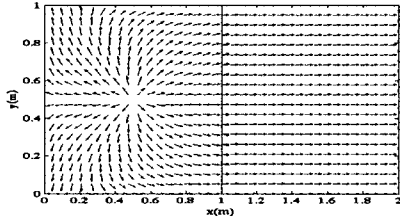
$$C_x = C_y = C_z = 10^8 \text{Ns/m}, C_\theta = 10^6 \text{Nms/rad}.$$

참고문헌 (12)에는 보 구조물이 볼트 조인트 되는 경우 스프링계수와 감쇠를 측정하였는데, 구조물에 접촉된 볼트 조인트의 압력에 따라서 스프링계수의 경우 $10^8 \sim 10^{11} \text{N/m}$ 의 값이 측정되었고, 감쇠의 경우 $10^6 \sim 10^8 \text{Ns/m}$ 의 값이 측정된 것으로 알려져 있다. 그래서 Fig. 5의 비보존 조인트의 특성값은 참고문헌을 바탕으로 볼트 조인트로 가정하였다. Fig. 4와 5를 비교해보면 평판 구조물 전체의 평균적인 굽힘파의 에너지 레벨(level)이 2.4 dB 감소하고, 종파와 전단파의 에너지 레벨은 각각 10.5 dB, 10.6 dB 감소한다. 결국 ③번 영역의 평판으로 투과되는 굽힘파, 종파, 전단파의 에너지 레벨은 각각의 방향의 스프링 계수 또는 감쇠 크기에 의해서 조정이 가능하다. Figs. 4, 5(a), (c), (e)를 통해서 두 평판의 연결부분에서 에너지가 불연속을 이루는 것이 관찰되었는데 이는 평판 연결부분의 임피던스 차이에 의한 것을 알 수 있다. 예상했던바와 같이 굽힘파의 경우 ③번 영역의 평판 에너지 레벨이 낮고, 종파와 전단파의 경우 더 높게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 또한, Figs. 4, 5(b), (d), (f)를 통해서 파워의 전달경로를 확인할 수 있다.

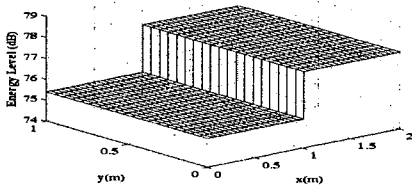
Figs. 6, 7의 경우 다른 조건은 Fig. 5와 동일 하지만 가진 주파수 또는 내부손실계수를 증가시키에 따라서 각각의 파형에 대한 에너지 밀도를 $y = 0.5 \text{m}$ 에서 나타낸 것이다. 즉, (a) 굽힘파의 에너지 밀도, (b) 종파의 에너지 밀도, (c) 전단파의 에너지 밀도를 나타낸다. 그동안의 많은 파워흐름해석법의 연구와 마찬가지로 두 평판간의 연결부분에 개발된 비보존 조인트가 있는 경우에도 가진 주파수 또는 내부손실계수가 증가함에 따라서 각각의 파형의 전체적인 에너지 레벨이 감소하는 것을 확인할 수 있다.



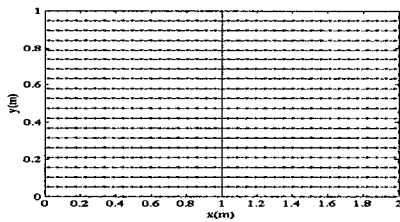
(a)



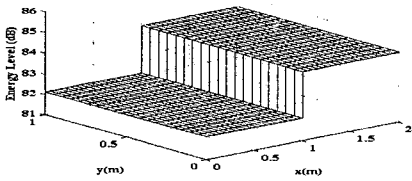
(b)



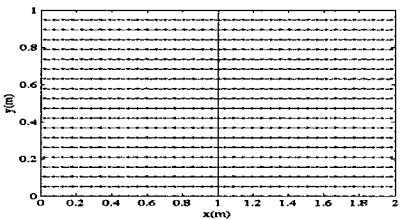
(c)



(d)

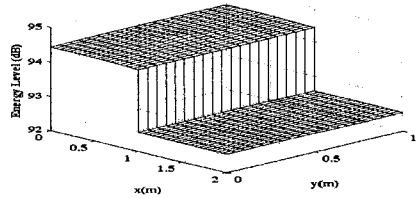


(e)

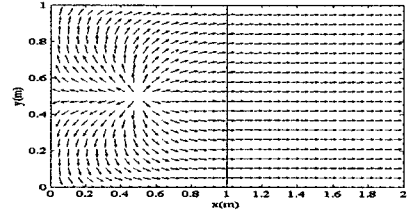


(f)

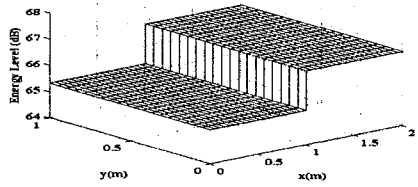
Fig. 4 Energy density and intensity distributions of two-plate structure coupled with rigid joints



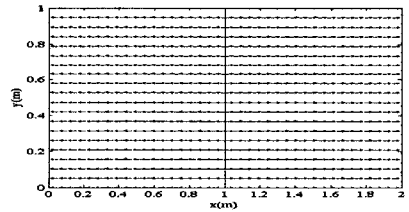
(a)



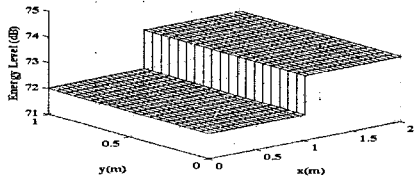
(b)



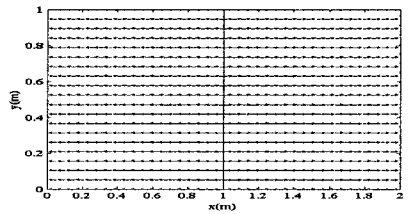
(c)



(d)

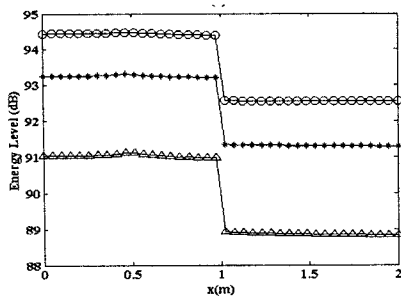


(e)

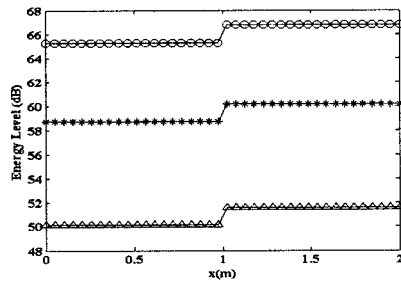


(f)

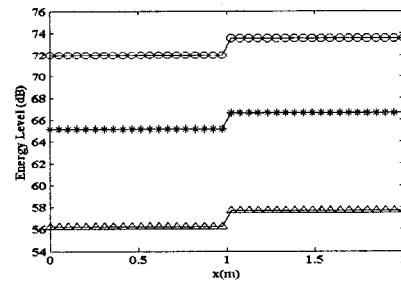
Fig. 5 Energy density and intensity distributions of two-plate structure coupled with compliant and dissipative joints



(a)

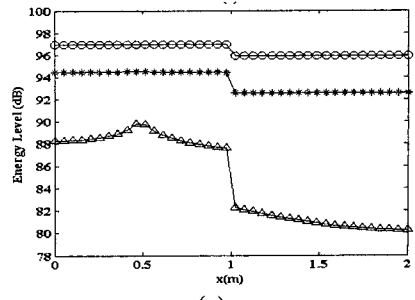


(b)

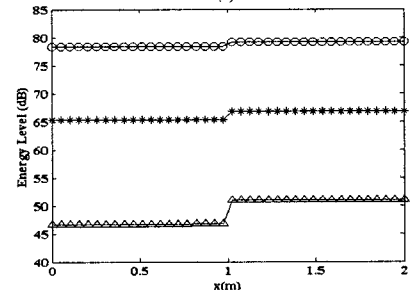


(c)

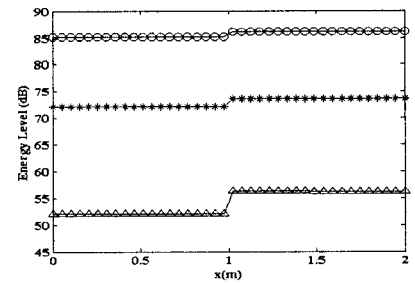
Fig. 6 Comparison of energy density distributions along the line $y=0.5\text{m}$ for various excitation frequency, $-\circ-$: $f=1\text{ kHz}$, $-*-$: $f=2\text{ kHz}$, $-\triangle-$: $f=4\text{ kHz}$



(a)

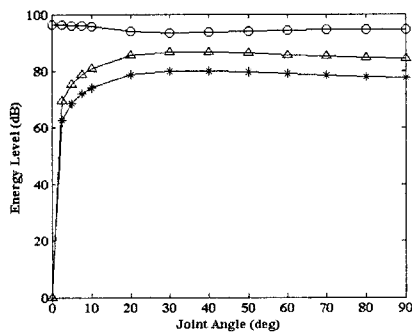


(b)

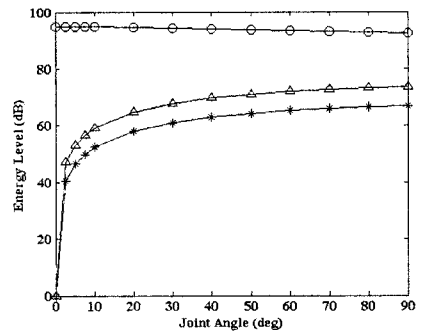


(c)

Fig. 7 Comparison of energy density distributions along the line $y=0.5\text{m}$ for various internal loss factors, $-\circ-$: $\eta=0.001$, $-*-$: $\eta=0.01$, $-\triangle-$: $\eta=0.1$



(a)



(b)

Fig. 8 Average energy levels of plate 2 for various joint angles $-\circ-$: flexural wave energy, $-*-$: longitudinal wave energy, $-\triangle-$: shear wave energy

또한, Fig. 7의 $\eta=0.1$ 인 경우가 가장 뚜렷이 확인할 수 있는데, 굽힘파의 군속도가 종파나 전단파의 경우보다 값이 크기 때문에 굽힘파의 에너지 레벨이 보다 급격히 감소하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 Fig. 4와 Fig. 5의 경우에 대하여 ③번 영역의 평판으로 투과된 각각의 파형의 평균적인 에너지 레벨을 두 평판의 연결각 변화에 따라서 나타내었다. 즉, (a)는 Fig. 4, (b)는 Fig. 5를 나타내었다. 예상했던바와 같이 두 평판의 연결각이 0° 인 경우 ③번 영역의 평균된 굽힘파 에너지 레벨은 최고값을 갖지만, 종파와 전단파는 0 dB 값을 갖는다. 또한, 굽힘파 에너지 레벨의 경우 연결각이 증가하더라도 값의 변화가 2 dB를 넘지 않지만, 종파나 전단파 에너지 레벨의 경우는 연결각이 증가함에 따라서 값이 크게 증가하다가 90° 인 경우 최고값을 갖는다.

5. 결 론

이 논문에서는 중고주파수 대역에서 진동하는 평판요소로 이루어진 복합구조물의 진동에너지 밀도와 진동과워흐름의 분포를 효율적으로 예측할 수 있는 진동과워흐름해석을 위한 비보존 조인트를 개발하였다. 비보존 조인트는 각 방향에 대해서 선형 스프링-감쇠계로 모델링하였다. 다양한 수치해석들을 통하여 개발된 비보존 조인트가 실제 구조물의 조인트 특성을 반영할 수 있는 것을 확인하였다. 또한, 인텐시티를 통하여 비보존 조인트를 통한 파워의 전달경로도 확인할 수 있었다. 이러한 사실로부터 개발된 비보존 조인트는 중고주파수 대역에서 평판 구조물의 진동 예측에 유용한 도구로 활용 될 수 있음을 확인하였다.

후 기

이 연구는 ASERC(첨단조선공학연구센터), RIMSE(해양시스템공학연구소)의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Lyon, R. H. and DeJung, R. G., 1995, "Theory and Application of Statistical Energy Analysis 2nd Edn.", Butterworth-Heinemann, MI, USA.

(2) Belov, V. D., Rybak, S. A. and Tartakovskii, B. D., 1977, "Propagation of Vibrational Energy in Absorbing Structures", Soviet-Physics Acoustics, Vol. 23, pp. 115~119.

(3) Wohlever, J. C. and Bernhard, R. J., 1992, "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams", Journal of Sound and Vibration, Vol. 153, pp. 1~19.

(4) Bouthier, O. M. and Bernhard, R. J., 1992, "Models of Space-averaged Energetics of Plates", AIAA Journal, Vol. 30, pp. 616~623.

(5) Cho, P. E., 1993, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures", Ph.D. Dissertation, Purdue University.

(6) Park, D.-H., Hong, S.-Y., Kil, H.-G. and Jeon, J.-J., 2001, "Power Flow Models and Analysis of In-plane Waves in Finite coupled thin plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 244, pp. 651~ 668.

(7) Park, Y.-H. and Hong, S.-Y., 2006, "Vibrational Energy Flow Analysis of Corrected Flexural Waves in Timoshenko Beam-Part I : Theory of an Energetic Model", Shock and Vibration, Vol. 13, pp. 137~165.

(8) Hwang, D.-W., Hong, S.-Y., Seo, S.-H. and Kwon, H.-W., 2007, "Transient Power Flow Analysis of Beam and Plate", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 7, pp. 624~631.

(9) Song, J.-H. and Hong, S.-Y., 2007, "Development of Non-conservative Joints in Beam Net Works for Vibration Energy Flow Analysis", Shock and Vibration, Vol. 14, pp. 15~28.

(10) Gaul, L., 1983, "Wave Transmission and Energy Dissipation at Structural and Machine Joints", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers Series L, Vol. 105, pp. 409~496.

(11) Cremer, L., Heckl, M. and Ungar, E. E., 1973, "Structure-Borne Sound", Springer, Berlin.

(12) Yoshimura, M. and Okushima, K., 1977, "Measurement of Dynamic Rigidity and Damping Property for Simplified Joint Models and Simulation by Computer", Annals of the CIRP, Vol. 25, pp. 193~198.