J. Astron. Space Sci. 25(3), 283-290 (2008)

GPS 신호의 단일차분을 이용한 편대위성의 상대위치 결정을 위한 필터링 성능 분석

박인관[1,2], 박상영[1†], 최규홍[1], 조성기[2], 박종욱[2]
[1]연세대학교 천문우주학과
[2]한국천문연구원 우주측지연구부

Filtering Performance Analyizing for Relative Navigation Using Single Difference Carrier-Phase GPS

In-Kwan Park[1,2], Sang-Young Park[1†], Kyu-Hong Choi[1], Sungki Cho[2], and Jong-Uk Park[2]
[1]Department of Astronomy, Yonsei University, Seoul 120-749, Korea
[2]Space Geodesy Division, Korea Astronomy & Space Science Institute, Daejeon 305-348, Korea
E-mail: spark@galaxy.yonsei.ac.kr

(Received July 1, 2008; Accepted August 20, 2008)

요 약

이 논문에서는 간섭계 구성의 기본이 되는 위성 간 상대위치 추정에 관한 알고리즘을 개발하고 검증하였다. 편대위성 간 상대위치 추정을 실시간으로 수행하기위해 확장칼만필터(EKF, Extended Kalman Filter)와 Unscented 칼만필터(UKF, Unscented Kalman Filter)를 사용하였다. 칼만필터를 이용한 상태벡터(state-vector)의 갱신(update)을 위한 관측 데이터는 시뮬레이션을 통해 얻어진 GPS위성 신호의 단일차분(Single Difference)에 대한 값을 사용하였다. 이 연구에서 개발한 알고리즘으로 추정된 편대위성 간 상대위치는 확장칼만필터와 Unscented 칼만필터 모두 참 값으로 가정한 STK(Satellite Tool Kit)의 시뮬레이션 된 관측 값에 대해 ±1m 이내의 오차로 수렴함을 확인하였다. 또한 두 종류의 칼만필터를 이용하여 상대위치 결정을 수행함으로써 비선형성을 가지는 경우 Unscented 칼만필터의 성능이 상대적으로 우수함을 확인할 수 있었다.

Abstract

Satellite formation flying can provide the platform for interferometric observation to acquire the precise data and ensure the flexibility for space mission. This paper presents development and verification of an algorithm to estimate the baseline between formation flying satellites. To estimate a baseline(relative navigation) in real time, EKF(Extended Kalman Filter) and UKF(Unscented Kalman Filter) are used. Measurements for updating a state-vector in Kalman Filter are GPS single difference data. In results, The position errors in estimated baseline are converged to less than ±1 m in both EKF and UKF. And as using the two types of Kalman filter, it is clear that the unscented Kalman filter shows a relatively better performance than the extended Kalman filter by comparing an efficiency to the model which has a non-linearity.

Keywords: formation flying, relative navigation, ekf, ukf

†corresponding author

1. 서 론

위성의 편대 비행은 전 지구 지도 작성 및 우주 공간의 간섭계 구성 등과 같은 미래의 우주 임무와 현재보다 정밀한 관측 데이터를 필요로 하는 과학 임무를 위해 중요하다. 위성 편대비행 기술은 여러 대의 작고, 저렴한 위성들을 선택적으로 운용함으로써 확장성과 임무 수행능력, 그리고 유연성을 증가시킬 수 있고, 이는 지구에서 불가능한 거리의 기선을 가지고 있는 간섭계의 구성, 군사 정보 수집을 위한 개구면 레이더(synthetic aperture radar) 등으로 활용할 수 있다. 이와 같은 편대 위성을 이용하는 우주 임무로는 지구의 자기장을 연구하기 위한 미 항공우주국(NASA)의 새천년 프로그램, 나노위성의 편대선구자 임무(The Nanosat Constellation Trailblazer mission), 지구의 중력장을 지도화 하기 위한 임무인 그레이스 임무(GRACE mission), 외계 생명체의 존재를 확인하기 위한 지구형 행성 발견자 임무(TPF mission) 등이 있다(Busse et al. 2001). 이러한 편대위성의 임무는 모두 우주 공간상에서 간섭계를 이루는 것을 기본으로 하고 있다. 우주공간에서 간섭계를 구성하는 경우, 대기의 영향 등에 의한 관측 데이터의 잡음을 감소할 수 있고, 지구에서 구성하기 힘든 긴 기선을 가지는 간섭계의 구성도 가능하기 때문에 보다 효율적이고 정밀한 데이터를 획득할 수 있게 된다.

편대를 구성하는 위성의 상대위치를 칼만필터를 통해 추정한 연구는 이미 해외에서 상당수 진행되었다. 이 연구에서 주로 참고한 문헌(Park 2001)의 경우, 위성의 궤도 이심률이 거의 0에 가깝다는 가정을 이용하여 Hill's equation을 이용한 동역학 모델을 구성하고 확장칼만필터를 통한 상대위치 추정을 수행하고 있다. 이를 비롯하여 대다수의 문헌에서 주로 Hill's equation을 이용하고 있으며 저궤도 위성임에도 불구하고 대기저항에 관한 고려를 하지 않고 있다. 실제로 저궤도 위성의 경우 대기저항의 영향은 무시하기 힘들 정도의 영향을 미치고 있으며, 이에 대한 고려는 편대위성의 상대위치 결정 정밀도 향상에 도움이 될 것이라 생각된다.

이 논문에서는 이러한 기존 연구와 달리 원궤도를 가정하지 않는 동역학 모델을 구성하여 상대위치를 추정해보고자 하였다. 또한 고려대상에서 제외되었던 대기저항을 포함하여 저궤도 위성의 위치결정을 보다 정밀하게 수행할 수 있도록 하였다. 그리고 기존 연구에서 확장칼만필터 위주로 연구를 수행한 것과 달리 Unscented 칼만필터를 동일한 상황에 대해 실험을 함으로써 실시간으로 수행하는 필터링에 대한 성능 분석을 하고자 한다.

위성의 상대위치 결정 알고리즘의 개발과 검증을 위하여 이 연구에서는 한 대의 주위성과 기선거리가 각기 다른 세 대의 부위성을 이용하여 총 4대로 구성된 편대를 가정하였다. 위성의 운동은 지구고정, 지구중심 좌표계(ECEF)를 사용하여 기술하였고, 편대를 구성하는 위성의 동역학 모델은 지구비대칭 중력효과와 대기저항에 의한 섭동력을 포함하였다(Vallado 2001). 관측 모델은 각 위성에 대한 GPS 신호의 단일차분 값을 사용하였다. 또한 실시간으로 위성 간 상대위치에 대한 상태벡터를 획득 및 필터 간 성능을 비교하기 위하여 확장칼만필터와 Unscented 칼만필터를 사용하였다. 동역학 모델과 알고리즘을 통해 얻어진 상대위치에 대한 상태벡터는 Satellite Tool Kit(STK)의 시뮬레이션 값을 이용하여 검증을 수행하였다. 이 연구를 통해 향후 편대비행을 이용한 임무 설계 시 관측 정밀도 향상을 위해 가장 기본이 되는 위성 간 상대위치 결정의 기본이 될 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 또한 기존 연구에서 고려되지 않았던 대기저항을 고려하여 저궤도 위성의 상대위치를 추정함으로써 기존 연구보다 정밀한 상대위치 추정을 수행할 수 있는 알고리즘을 구성하고 검증을 수행하였다.

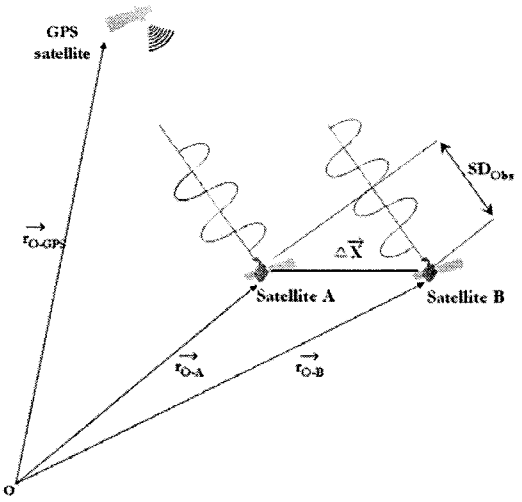

그림 1. 단일차분을 이용한 편대위성의 상대위치 결정.

2. 편대위성 간 상대위치 결정

2.1. 관측모델(Measurement model)

이 연구에서 관측모델은 GPS 반송파의 단일차분 값을 이용하였다. 단일차분방법은 하나의 GPS 위성과 두 개의 수신기를 가지는 시스템의 경우 하나의 신호를 기준으로 다른 신호를 차분하여 관측 데이터를 얻는 방법이다. 그림 1에서 보이는 것과 같이 GPS 위성의 신호를 주위성(A)과 부위성(B)이 수신하게 되고 수신된 신호로부터 획득된 의사거리를 차분한 값이 단일차분의 결과(SD_{AB})가 된다. 특히 이 연구에서는 GPS 위성까지의 거리에 비해 상대적으로 편대위성 간 거리가 매우 작기 때문에 관측 값의 차분을 통해 주위성과 부위성의 공통적인 오차요소를 상쇄시켜 보다 정밀한 관측 데이터를 얻을 수 있다는 장점이 있다(Kaplan 1996). 또한 GPS신호가 각각의 편대위성에 도달하기까지 지나는 경로가 동일하다고 볼 수 있으므로, 단일차분을 통해 전리층 오차 및 신호전달 과정에서 발생하는 다양한 환경오차 요소들도 상쇄시킬 수 있다.

그림 1은 GPS 위성과 상대위치를 추정하고자하는 편대위성을 단순화하여 표현한 것이다. 단일차분을 통해 획득되는 관측 값은 편대를 구성하는 두 위성 A와 B의 의사거리의 차이로 SD_{AB}로 표현한다. 단일차분의 실제 관측 값(SD_{obs})은 편대를 구성하는 각 위성에서 수신된 의사거리의 차이를 이용하여 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$SD_{obs} = \Phi_{GPS-A} - \Phi_{GPS-B} \tag{1}$$

여기에서 $\Phi_{GPS-A}, \Phi_{GPS-B}$는 GPS위성으로부터 수신된 반송파로 계산된 각 위성까지의 의사거리를 의미한다. 이렇게 획득한 두 의사거리를 차분함으로써 식 (1)과 같이 단일차분 관측 값(SD_{obs})을 계산한다. 그리고 이 단일차분 값을 계산을 통하여 획득하기 위한 관측모델(SD_{cal})은 동역학 모델로부터 획득된 위성의 위치벡터와 그림 1을 이용하여 식 (2)와 같이 구성하였다(Busse et al. 2001).

식 (2)의 $\vec{r}_{O-GPS}$와 $\vec{r}_{O-A}$는 각각 GPS 위성과 주위성의 위치벡터이고, 주위성과 부위성의 상대벡터($\Delta\vec{r}_{AB}$)는 2.2절의 동역학 모델로부터 획득한다.

$$SD_{cal} = |\vec{r}_{O-GPS} - \vec{r}_{O-A}| - |\vec{r}_{O-GPS} - (\vec{r}_{O-A} + \Delta\vec{r}_{AB})| \tag{2}$$

식 (2)는 식 (1)에서 관측으로부터 획득된 단일차분 값을 모델을 통하여 계산하는 관측모델로써 GPS 위성의 위치벡터($\vec{r}_{O-GPS}$), 주위성(satellite A)의 위치벡터($\vec{r}_{O-A}$), 그리고 동역학 모델로부터 계산된 주위성으로부터 부위성까지의 벡터($\Delta\vec{r}_{AB}$)를 이용하여 구성된다. 위의 식 (1)과 (2)에서 얻어진 단일차분 값은 편대위성 간의 상대위치를 실시간으로 결정하기 위한 과정에서 상태벡터의 갱신에 사용된다. 칼만필터에 사용되는 관측 시점의 실제 관측 값과 관측모델을 통해 계산된 관측 값 사이의 잔차(res_{o-c})는 식 (3)과 같다.

$$res_{o-c} = SD_{obs} - SD_{cal} \tag{3}$$

2.2. 동역학 모델(Dynamic model)

2.2.1. 상태벡터

이 연구에서 동역학 모델과 관측모델을 기술하고, 또한 최종적으로 추정하고자하는 위성 간 상대위치를 기술하는 상태벡터는 식 (4)와 같다(Busse et al. 2002).

$$X(t) = \begin{pmatrix} \Delta r_{AB}(t) \\ \Delta b_{AB}(t) \\ \Delta \dot{r}_{AB}(t) \\ \Delta \dot{b}_{AB}(t) \\ \Delta \beta_{AB}^{1\cdots m}(t) \\ \Delta \dot{\beta}_{AB}^{1\cdots m}(t) \end{pmatrix} \tag{4}$$

$\Delta r_{AB}(t) = [\Delta x \Delta y \Delta z], \Delta \dot{r}_{AB}(t) = [\Delta \dot{x} \Delta \dot{y} \Delta \dot{z}]$으로 각각 주위성에 대한 부위성의 위치와 속도에 대한 상대벡터를 의미하고, $\Delta b_{AB}(t), \Delta \dot{b}_{AB}(t)$는 GPS와 수신기 시계의 시간차와 시간차의 변화율을 의미한다. 또한 $\Delta \beta_{AB}^{1\cdots m}(t), \Delta \dot{\beta}_{AB}^{1\cdots m}(t)$는 수신기가 가지고 있는 기저잡음과 그 변화율을 의미하는 상태벡터이다. 편대를 구성하는 위성의 상대위치를 추정하기 위해 각 상태벡터에 대한 추정 및 오차보정이 필요하다. 그러나 이 연구에서 상태벡터는 차분을 통하여 적용하게 되고, 위치와 속도에 대한 백터에 비해 시계오차와 기저잡음의 영향은 상대적으로 매우 작은 값을 갖게 된다. 이 연구에서는 상대적으로 작은 값을 갖는 시계오차 및 수신기의 잡음을 0으로 가정하고 편대위성의 상대위치를 추정하였다(Imre et al. 2002).

2.2.2. 위성 간 상대운동

동역학 모델은 지구중심좌표계(ECEF)상에서 주위성에 대한 부위성의 상대운동을 이용하였다. 그리고 지구와 위성 사이의 2체 문제에 지구의 비대칭 중력효과와 저궤도 위성에 주요한 섭동 항인 대기저항을 포함하였다. 편대위성 간 상대운동은 그림 2와 같다. $\vec{r}_{ref}$과 $\vec{r}$는 각각 지구 중심으로부터 주위성과 부위성에 대한 위치벡터이다. 그리고 $\vec{x}$는 주위성에 대한 부위성의 상대적인 위치와 속도를 나타내는 상태벡터를 의미한다.

동역학 모델은 그림 2와 같은 시스템으로 식 (5)와 같이 기술된다.

$$\Delta\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{x}} = -\frac{\mu(\vec{r}_{ref} + \vec{x})}{|r_{ref} + x|^3} + \frac{\mu\vec{r}_{ref}}{|r_{ref}^3|} + \Delta a_{J2} + \Delta a_{drag} \tag{5}$$

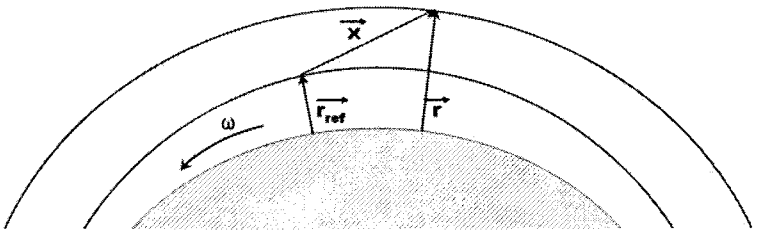

그림 2. 편대위성 간 상대운동(지구중심, 지구고정 좌표계, ECEF).

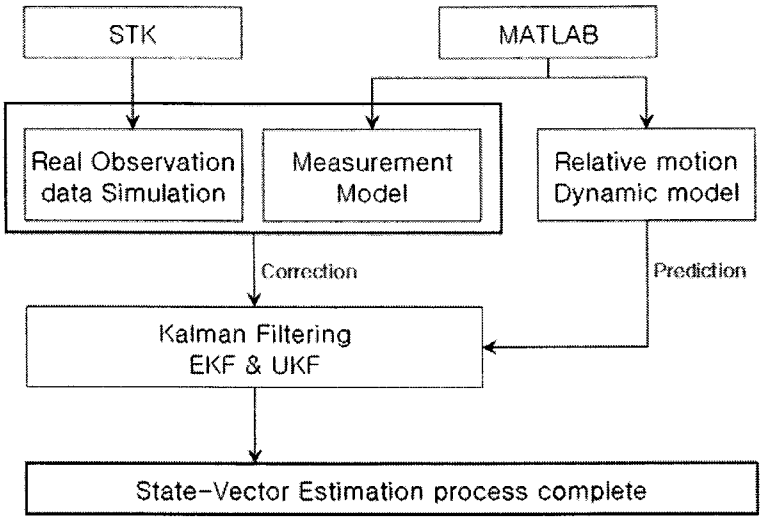

그림 3. 상태벡터 추정 알고리즘.

식 (5)는 주위성에 대한 부위성의 상대운동을 모사한 동역학 모델로써 각 위성에 작용하는 비대칭 중력효과의 차분항(Δa_{J2}), 저궤도 위성에 작용하는 대기저항에 대한 차분항(Δa_{drag})을 이용하여 구성하였다(μ는 중력상수). 지구의 비대칭중력효과(J_2)와 대기저항에 의한 효과를 제외한 섭동들은 차분을 통해 동역학 모델과 관측모델을 기술하므로 그 크기는 매우 작고, 상대적으로 그 영향이 미미하기 때문에 크기를 0으로 가정하였다. 이 연구에서는 편대위성에 대한 대기저항을 계산하기 위하여 exponential 모델을 사용하였다(Vallado 2001). 동역학 모델은 상태추정 알고리즘 수행과정에서 편대위성 간 상대위치의 상태벡터를 전파하고, 편대위성 간 상태벡터의 갱신을 위한 확장칼만필터 적용 시 자코비안 행렬을 통해 선형화된다. 또한 동역학 모델은 선형화를 수행하지 않는 Unscented 칼만필터 적용 시에 시그마 포인트(sigma point)에 대한 전파를 수행한다.

2.3 상태벡터 추정 알고리즘

상태벡터의 실시간 추정은 가장 일반적으로 사용되는 확장칼만필터(Grewal & Andrew 2001, Vallado 2001)와 선형화에 의한 오차요인을 배제한 Unscented 칼만필터(Lingji, Seereeram, & Mehra

표 1. 편대를 구성하는 위성의 궤도요소 (epoch: 2005년 1월 1일 12:00 UTC).

	a(km)	e	i(deg)	Ω(deg)	ω(deg)	ν(deg)
주위성	6732.99	0.00001	35.00	20.00	0.00	0.00
부위성1	6733.29	0.00008	35.02	19.00	83.64	336.36
부위성2	6735.00	0.00023	34.99	20.01	59.98	359.99
부위성3	6727.00	0.00066	35.00	20.00	240.02	179.99

표 2. 상대위치 추정 결과 (단위: m).

기선길이	확장칼만 필터(EKF)				Unscented 칼만필터(UKF)			
	Δx_{error}	Δy_{error}	Δz_{error}	Δr_{error}	Δx_{error}	Δy_{error}	Δz_{error}	Δr_{error}
1	0.017	0.107	0.026	0.111	0.015	0.086	0.044	0.098
10	0.141	0.037	0.028	0.148	0.104	0.031	0.047	0.118
50	0.894	0.276	1.44	1.717	0.842	0.161	1.41	1.650

2003)를 이용한다. 2.1절과 2.2절에서 칼만필터를 이용하여 상태벡터를 추정하기 위해 필요한 관측모델과 동역학 모델을 설명하였다. 동역학 모델은 다음 관측시까지 상태벡터를 전파하고, 새롭게 획득된 관측 값과 관측모델은 차분을 통해 잔차를 계산한다. 이렇게 계산된 상태벡터와 잔차는 칼만필터를 통하여 관측이 이루어진 시각에 대한 상태벡터로 갱신이 이루어진다. 이 연구에서는 두 종류의 칼만필터를 이용하여 기선이 다른 세 대의 부위성에 대한 상태벡터를 추정하였다. 그림 3은 이 연구의 전체 수행과정을 표현한 것으로 관측 값 모사로부터 필터링을 통해 상대위치가 결정되는 과정을 정리한 것이다.

2.4. 상대위치 추정 결과

이 연구에서는 기선거리가 각기 다른 세 대의 부위성에 대해 상대위치 추정을 수행하였다. 표 1은 이 연구에서 사용한 주위성과 기선거리가 다른 부위성 세 대의 초기궤도 요소이다. 주위성에 대한 각 부위성까지의 기선거리는 각 1km, 10km, 50km를 가진다. 상태벡터 추정을 위한 궤도전파는 초기궤도 요소를 이용하여 약 1시간동안 수행하였다. 섭동력을 산출하기 위한 파라미터로 주위성과 부위성은 질량은 150kg, 대기저항을 받는 단면적은 $14m^2$, 저항계수는 2.4로 가정하였다. 이 상수는 편대 임무를 계획하고 있는 TechSat-21(Micci & Ketsdever 2000)의 제원을 참조하였다. 편대 위성의 상태벡터는 지구중심 고정좌표계(ECEF)를 이용하였다. 추정된 상대위치의 정밀도를 판단하기 위한 참값은 STK를 이용하여 생성하였다. 참값을 생성하기 위한 위성의 궤도전파는 STK의 HPOP(High Precision Orbit Propagator)을 통하여 획득하였고, 이 궤도 전파기의 선택사항을 이용하여 지구의 비대칭중력효과의 섭동력은 JGM-3 모델(70×70)을 적용하였고, 대기저항으로 Atmospheric Density Model을 선택하여 궤도전파를 수행하였다. 이와 같이 획득된 값과 기선거리에 따른 각 부위성의 상대위치 추정 값의 각 좌표축에 대한 RMS(Root Mean Square)는 표 2와 같다.

표 2는 주위성과 부위성간 초기 기선거리에 따른 상대위치 추정 결과이다. 첫 번째로 확장칼만필터와 Unscented 칼만필터의 추정정밀도를 보면 z축에 대한 오차를 제외하고 전반적으로 Unscented 칼만필터의 성능이 좋은 것을 확인할 수 있다. 기선 별로 각 축에 대한 오차를 위치오차로 환산했을

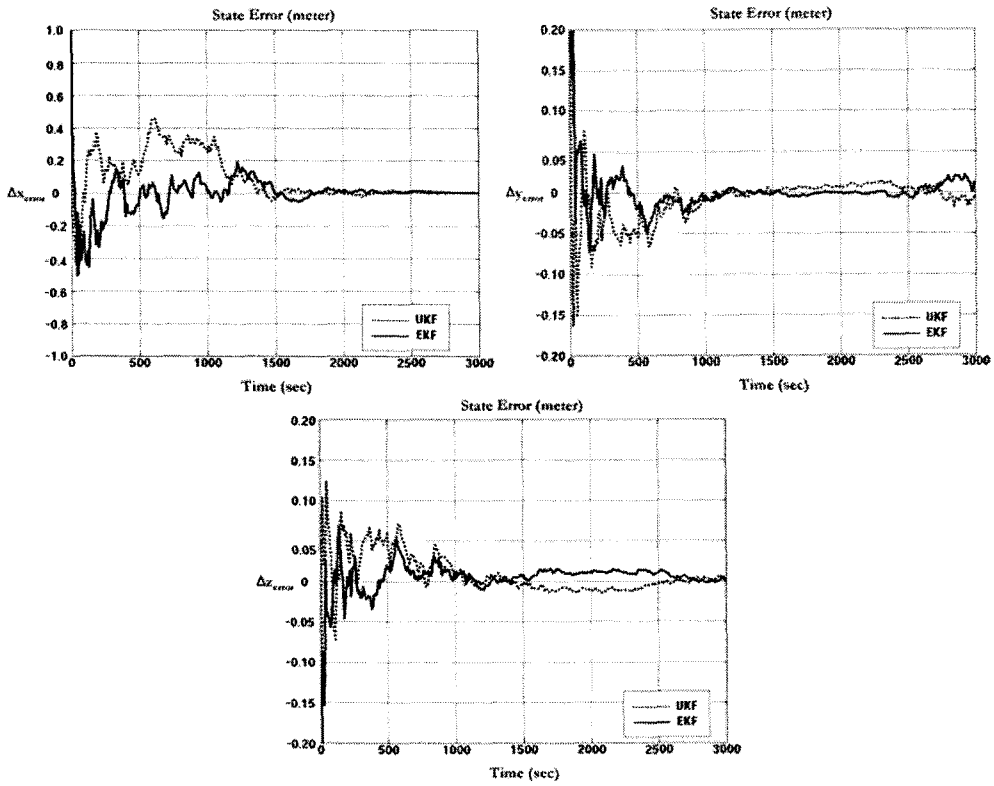

그림 4. 각 축별 추정 오차(m).

때 확장칼만필터와 Unscented 칼만필터의 추정 값의 차이는 0.01m, 0.03m, 0.07m로 점차 증가하고 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 기선거리의 증가에 따라 비선형 모델의 선형화 과정에서 발생하는 오차가 증가하기 때문이라고 생각된다. 두 번째로 기선거리 증가에 따른 추정 값 오차가 증가하고 있다. 일반적으로 기선이 길어지는 경우 두 수신기 주변 환경이 다르기 때문에 오차가 증가한다. 이 연구는 전리층 환경이 동일하다는 가정을 했으므로, 일반적으로 신호의 전파 경로 상에 발생하는 환경의 영향보다는 상태벡터의 전파를 위한 동역학 모델의 정밀도가 영향을 미쳤을 것으로 생각된다. 마지막으로 앞서 Unscented 칼만필터의 추정 정밀도가 확장칼만필터보다 우수하다는 결론을 얻었지만 z축 방향에 대한 오차는 확장칼만필터의 정밀도가 높게 나타났다. 이런 현상의 원인으로 필터 알고리즘의 문제 혹은 상태벡터 전파를 위한 동역학 모델의 문제라고 생각된다. 그러나 보다 정확한 원인 판단을 위해 이 부분에 대해서는 추가적인 연구가 필요할 것이다.

표 2로부터 추정 알고리즘을 이용한 상대위치의 오차는 평균적으로 1미터 이내임을 알 수 있다. 그림 4는 10km의 기선거리를 가지는 편대위성에 대해 상태위치를 추정한 결과로 오차가 0으로 수렴하고 있음을 확인할 수 있다. 또한 각 방향 별로 최초 오차에서 1500초 이내에 안정화 되고 있음을 볼 수 있다. 기선거리에 따른 안정화 시간은 편대위성 사이의 거리가 가까울수록 짧다. 그러나 기선거리가 1km, 50km인 편대위성의 경우에도 그림 4와 같은 양상으로 오차가 0으로 수렴하는 경향을

가진다. 그림 4에서 실선은 확장칼만필터, 점선은 Unscented 칼만필터를 통한 상태벡터와 참값의 차이를 나타낸다. 추정된 값이 참값에 수 m 이내로 추정됨으로써 GPS 신호의 단일차분으로 상대위치를 결정하는 알고리즘이 성공적으로 수행되고 있음을 확인할 수 있다.

3. 결 론

이 논문에서는 편대를 구성하는 각 위성 간의 상대위치를 추정하는 알고리즘을 개발하고 결과에 대한 검증을 수행하였다. 위성 간 상대위치의 실시간 추정을 위하여 편대위성 간 상대운동에 대한 동역학 모델을 구성하고, GPS 신호의 단일차분을 이용한 관측 모델을 이용하였고 실시간 상대위치 결정을 위해 확장칼만필터(EKF)와 Unscented 칼만필터(UKF)를 사용하였다. 개발한 알고리즘을 검증하기 위하여 추정된 위성 간 상대위치에 대한 상태벡터와 참값으로 가정한 데이터 사이의 RMS를 이용하였다. 비교 결과 편대위성 간 상대위치의 참값과 추정된 값 사이의 RMS는 ±1m 이내로 상대위치를 추정하고 있음을 확인할 수 있었다. 이와 같은 연구결과는 단일차분을 이용하여 상태벡터를 추정하는 알고리즘이 성공적으로 수행되고 있음을 보여준다. 2.4절의 상대위치 추정결과에서 제기한 몇가지 문제에 대한 연구와 보다 실제적인 동역학 및 관측모델의 오차요인에 대한 모사가 필요하겠지만, 이번 연구에서 얻어진 알고리즘은 향후 우리나라의 편대비행 임무설계와 수행을 위한 기반으로 활용할 수 있을 것이다.

감사의 글: 이 연구는 2007년도 과학기술부의 재원으로 학구과학재단의 국가지정연구실(National Research Lab.) 사업으로 수행된 연구임(No.M10600000282-06J0000-28210).

참 고 문 헌

Busse, F. D., How, J. P., & Simpson, J. 2002, Journal of the Institute of Navigation, 50, 79

Busse, F. D., How, J. P., Simpson, J., & Leitner, J. 2001, in 2001 IEEE Aerospace Conference Proceedings, ed. B. Bob (Los Alamitos, CA: IEEE), pp.523-533

Grewal, M. S. & Andrews, A. P. 2001, Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB (New Jersey: John Wiley & Sons), Chap.5

Imre, E., Palmer, P., & Hashida, Y. 2002, in Small Satellite Conference, eds. R. D. Lorenz & J. Mitton (New York: Univ. Cambridge Press), pp.1-9

Kaplan, E. D. 1996, Understanding GPS Principles and Applications (Norwood: Artech House), pp.379-454

Lingji, C., Seereeram, S., & Mehra, R. K. 2003, in Proceedings of the 2003 American Control Conference (Woburn: IntelliSense), pp.1752-1757

Micci, M. M. & Ketsdever, A. D. 2000, Micropropulsion for Small Spacecraft, ed. Z. Paul (Reston, VA : AIAA), pp.3-8

Park, C. W. 2001, PhD Thesis, Stanford University

Vallado, D. A. 2001, Fundamentals of Astrodynamics and Applications (Hawthorne: microcosm Inc), pp.626-634, pp.718-739