이동하는 물체 주위의 압축성 유동에 대한 가상경계법

조 용,[*1] Jogesh Chopra,[2] Philip J. Morris[3]

IMMERSED BOUNDARY METHOD FOR COMPRESSIBLE VISCOUS FLOW AROUND MOVING BODIES

Yong Cho,[*1] Jogesh Chopra[2] and Philip J. Morris[3]

A methodology for the simulation of compressible high Reynolds number flow over rigid and moving bodies on a structured Cartesian grid is described in this paper. The approach is based on a modified version of the Brinkman Penalization method. To avoid oscillations in the vicinity of the body and to simulate shcok-containing flows, a Weighted Essentially Non-Oscillatory scheme is used to discretize the spatial flux derivatives. For high Reynolds number viscous flow, two turbulence models of the two-equation Menter's SST URANS model and a two-equation Detached Eddy Simulation are implemented. Some simple flow examples are given to assess the accuracy of the technique. Finally, a moving grid capability is demonstrated.

Key Words : 가상경계법(Immersed Boundary Method), 압축성 점성 유동(Compressible Viscous Flow), WENO기법(Weighted Essentially Non-Oscillatory Scheme), 이동좌표계(Moving Coordinate System), DES(Detached Eddy Simulation)

1. 서 론

유체 유동과 관련한 실용적인 엔지니어링 문제들은 점차 기하학적으로 복잡한 형상을 포함하는 고 레이놀즈 점성 유동인 경우가 많아지고 있으며, 외부의 힘 또는 유체의 하중에 의해 형상의 표면이 움직이는 경우가 많아지고 있다. 이러한 문제를 전통적으로 많이 사용하는 물체적합격자계(body fitted grid system)를 사용하여 해석하는 경우, 계산 격자를 움직이는 표면에 일치하도록 격자를 변형하거나 매 시간 간격마다 격자를 재생성하는 방법을 선택하게 되어 계산 비용(computational cost)이 크게 증가하게 된다. 따라서 이러한 문제를 효과적으로 해결하기 위해 가상의 힘을 통해 물체의 존재 효과를 나타낼 수 있는 가상경계법(immersed boundary method)이 개발되었다. 이 방법은 벽면 근처의 특별한 처리를 위한 부가적인 계산이 발생하지만, 복잡한 형상이 이동하더라도 격자를 재생성할 필요가 없는 장점이 있어 최근 많은 연구가 수행되어오고 있다[1-14].

가상경계법의 기원은 가상의 힘을 적용하여 다공성 물질(porous media)을 통과하는 유체 유동을 해석한 Brinkman[1]의 penalization 방법으로부터 출발하였다. 유속에 비례하고 물체의 투과율(permeability)에 반비례하는 항을 추가하여 고체 물질에 대한 모사를 수행하였는데, Peskin[2]은 이를 응용하여 심장 판막 주위의 혈류 유동을 해석하고 움직이는 경계를 갖는 다른 문제들을 해석한 바 있다. 한편 Goldstein 등[3]은 이러한 방법을 확장하여 피드백 루프(feedback loop)에 의해 물체 표면에서의 유체가 정지하도록 하는 virtual boundary method를 개발하기도 하였다. 이러한 방법을 이용하여 Goldstein 등[4]은 리블렛(riblet)을 갖는 표면 주위의 난류 유동을 해석하였으며, Saiki와 Biringen[5]은 회전하고 진동하는 실린더 주위의 난류 유동을 해석하였다. 또한 Vasilyev와 Kevlahan[6]은 wavelet collocation 방법과 Brinkman의 penalization 방법을 결합한 방법을 이용하여 원형 실린더 주위의 유동을 해석하기도 하였다. 한편 Angot 등[7]은 penalization 방법에 대한 수렴성 해석과 에러 추정을 수행하여 penalization 방법에 엄격한 정당성을 부과하였으며, Kevlahan과 Ghidaglia[8]는 Stokes의 첫 번째 문제에 이를 적용한 바 있다. 상대적으로 작은 레이놀즈 수 유동임에도 불구하고 난류 모델 대신 LES를 이용한 연구가 수행되었는데, 움직

접수일: 2008년 5월 22일, 심사완료일: 2008년 9월 10일.

1 정회원, 경북하이브리드부품연구원
2 Graduate School, Penn State University
3 Dept. of Aerospace Engineering, Penn State University
* Corresponding author, E-mail: ycho@ghi.re.kr

이는 실린더 내부의 유동과 저항 저감장치를 장착한 자동차 주위의 유동에 대한 연구가 Verzicco 등[9,10]에 의해 수행되었다. 최근에는 사각 실린더 주위 유동의 LES 해석[11], 직렬로 배열된 두 구형 주위의 유동 해석[12], 초소형 비행체(MAV, Mirco-Air Vehicle)에 대한 응용[13], 그리고 플래핑(flapping) 날개, 실제 물고기와 플랑크톤 벼룩(planktonic copepod) 형상 주위의 비압축성 유동[14]이 해석된 바 있다.

이와 같이 대부분의 가상경계법에 대한 연구는 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 제한되고 있으며, 저 레이놀즈 수 유동은 DNS를 통해 수행되고, 고 레이놀즈 수 유동은 LES를 통해 수행되어지고 있는 실정이다. 한편, 압축성 유동을 해석할 수 있을 뿐만 아니라 CAA와 같은 유동 소음 해석을 동시에 수행할 수 있는 압축성 Navier-Stokes 방정식에 대한 가상경계법 연구는 수행되어지지 않고 있다. 따라서 본 연구에서는 압축성 Navier-Stokes 방정식에 대한 가상경계법 연구를 수행하고자 한다. Menter[15]의 $k-\omega$SST 모델을 이용한 RANS와 SST 모델에 기반한 DES를 수행하여 고 레이놀즈 수 유동을 해석하고자 한다. 또한 Euler 방정식을 풀어보고자 한다. 이는 가상경계법에서 no-slip 경계조건이 자동으로 부과되므로 VHRS(very high Reynolds number simulation)으로 간주할 수 있다.

2. 수치해석 기법

2.1 지배방정식

본 연구에서 사용한 지배방정식 식 (1-3)은 압축성 Navier-Stokes 방정식이며, 운동량 방정식 식 (2)에 물체 형상을 나타내는 가상의 힘을 추가하여 물체의 존재를 모사하였다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i)=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j+p\delta_{ij})=\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}+f_i \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_t)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j e_t+p u_j)=\frac{\partial}{\partial x_j}(u_j\tau_{ij}-q_j) \tag{3}$$

여기서 f_i는 물체 내부의 유속이 물체와 동일한 속도를 갖도록 만드는 물체력(body force)이다. 운동량 방정식 식 (2)을 이산화한 식으로 나타내면 식 (4)과 같다.

$$\frac{\rho u_i^{n+1}-\rho u_i^n}{\Delta t}=RHS_i+f_i \tag{4}$$

여기서 RHS_i는 대류항, 점성항 그리고 압력 구배항으로 구성되어 있으며, 물체력 f_i는 식 (5)과 같이 나타내어진다.

$$f_i=\begin{cases}0 & ,\text{outside the body}\\ -RHS_i+\dfrac{\rho\left(v_{bi}^{n+1}-u_i^n\right)}{\Delta t} & ,\text{inside the body}\end{cases} \tag{5}$$

여기서 v_{bi}^{n+1}는 $n+1$ 시간 간격에서의 물체의 속도를 나타내며[16], 물체의 내부에서는 물체와 동일한 속도를 갖는다는 조건$\left(u_i^{n+1}=v_{bi}^{n+1}\right)$을 자연스럽게 만족하게 된다. 단, 이 방법은 v_{bi}^{n+1}을 미리 예측할 수 없는 유동-고체 상호작용(FSI)에 대해서는 적용할 수 없다.

2.2 난류 모델

물체의 벽면 근처에서 고 레이놀즈 수 유동의 정확한 해를 얻기 위해서 본 연구에서는 식 (6-7)에 나타낸 Menter[15]의 $k-\omega$ SST 모델을 사용하였다.

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}(\rho k)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k)\\&=P_k-\beta^*\rho\omega k+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j\omega)=\gamma P_\omega-\beta^*\rho\omega^2\\&+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\sigma_\omega\mu_t)\frac{\partial\omega}{\partial x_j}\right]+2(1-F_1)\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial\omega}{\partial x_j}\end{aligned} \tag{7}$$

모델의 계수들은 Menter[15]의 논문에 제시된 값을 사용하였다. 물체 내부에서는 난류가 발생하거나 소산되지 않기 때문에 난류 운동에너지(k)는 0으로 고정되고, 비소산율(specific dissipation rate, ω)은 $\omega_{inside}=0$이 될 경우의 수치해석적 에러를 피하기 위해 자유유동장의 값$(\omega_{inside}=10^{-6})$으로 고정되었다. 벽면에서의 난류 운동에너지는 0으로 고정되고$(k_w=0)$, 비소산율은 식 (8)에 의해 주어지게 된다.

$$\omega_w=\frac{20\nu}{\beta\, d_w^2} \tag{8}$$

여기서 $\beta=3/20$이고, d_w은 벽면으로부터 격자점까지의 거리이다[17]. 본 연구에서는 벽면으로부터의 거리(d_w)를 물체 내부의 격자점으로부터의 거리로 정의하였는데, 이는 계산 격자점과 실제 물체의 경계면이 매우 근접했을 때 벽면에서의

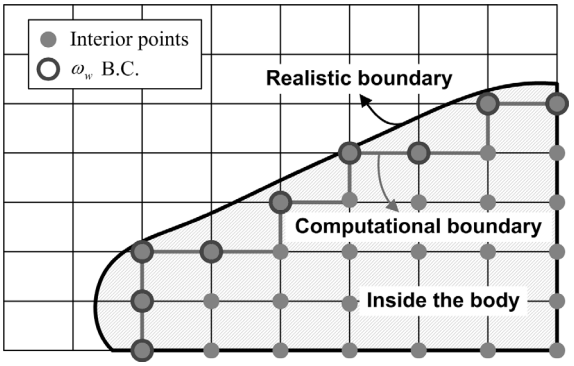


Fig. 1 Sketch of the immersed boundary points showing grid points at which the ω_w condition is applied and points where the velocity is forced to follow the body velocity

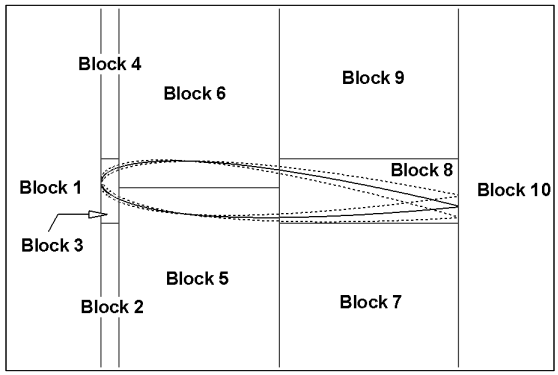


Fig. 2 Sketch showing the division of the total grid into blocks used for determining the distance from exterior grid points to interior boundary points

비소산율(ω_w)이 과도하게 커지는 것을 방지하기 위함이다.

식 (8)의 비소산율에 대한 벽 경계조건은 Fig. 1에 나타낸 벽 격자점(wall grid point)에서 적용하고, 벽면으로부터의 거리(d_w)는 가장 근접한 물체 외부의 격자점까지의 거리로 정의된다. 또한, Fig. 1에 나타낸 물체 내부점에서의 유속은 물체의 이동 속도와 동일하게 규정되어진다.

벽면으로부터의 거리(d_w) 계산에 소요되는 계산 시간을 줄이기 위하여 먼저 물체 내부점들 중에서 벽 격자점을 찾게 된다. 그리고 Fig. 2와 같이 계산 격자를 여러 블록으로 나누고 각 블록의 외부 격자점에서 가장 가까울 가능성이 있는 벽 격자점을 분류한 후에, 블록의 모든 외부 격자점에서 벽 격자점까지의 거리를 비교함으로써 벽면으로부터의 가장 짧은 거리를 찾게 된다. 물체가 이동하는 경우에는 벽 격자점의 위치와 벽면으로부터의 거리가 매 시간 간격마다 계산되어야 하여, 진동하는 날개 문제의 경우 Fig. 2와 같이 10개의 블록으로 나누어 계산 시간을 상당히 줄일 수 있었다.

2.3 DES(Detached Eddy Simulation)

비정상 난류 유동을 해석하는데 있어 DES는 DNS와 LES보다 계산량을 줄일 수 있어 상당히 큰 레이놀즈 수 유동에 대한 난류를 시뮬레이션하는데 있어 매우 유용한 방법으로 알려져있다. 기본적인 핵심 아이디어는 Spalart 등[18]에 의해 S-A(Spalart-Allmaras) 난류 모델[19]을 바탕으로 제안되었다. DES는 3차원 시간 종속적인 난류 해석 방법으로 LES를 해석할 만큼 격자가 밀집한 영역에서는 SGS(subgrid scale) 모델처럼 해석을 하고, 그렇지 않은 영역에서는 RANS 모델처럼 해석을 하는 방법이다. 하지만 LES와 RANS의 영역을 구분하지 않고 두 영역 사이에 혼합 함수가 존재하지 않는 특징이 있다.

벽면 경계층과 같이 RANS에 의해 해석되는 영역에서 보다 정확한 예측을 하기 위해서는 S-A 모델보다 더 정확한 해석이 가능한 난류 모델이 필요하게 되었다. 따라서 난류 모델 중에서 비교적 가장 정확한 예측을 한다고 알려져 있는 Menter[15]의 SST 모델을 사용한 DES 해석을 수행하게 되었다.

k와 ω에 의한 길이 스케일($l_{k-\omega}$)은 $l_{k-\omega}=k^{1/2}/(\beta^*\omega)$과 같이 정의할 수 있으며, 길이 스케일($l_{k-\omega}$)은 식 (9)에 정의한 DES 길이 스케일($\tilde{l}$)로 대체된다.

$$\tilde{l}=\min(l_{k-\omega},C_{DES}\Delta) \tag{9}$$

여기서 C_{DES}는 SST모델에 사용된 혼합 함수 F_1을 이용하여 식 (10)과 같이 계산된다.

$$C_{DES}=(1-F_1)C_{DES}^{k-\epsilon}+F_1C_{DES}^{k-\omega} \tag{10}$$

여기서 $C_{DES}^{k-\epsilon}=0.61$이고, $C_{DES}^{k-\omega}=0.78$이다.

SST모델의 k 방정식 (6)의 소산항(dissipation term)은 길이 스케일($l_{k-\omega}=k^{1/2}/(\beta^*\omega)$)을 이용하여 식 (11)과 같이 표현할 수 있으며,

$$D_{RANS}^k=\rho\beta^*k\omega=\rho k^{3/2}/l_{k-\omega} \tag{11}$$

식 (11)에서 길이 스케일 $l_{k-\omega}$을 식 (9)에 정의한 길이 스케일 $\tilde{l}$로 대체하여 DES 해석을 위한 소산항(D_{DES}^k)을 정의하여 사용하게 된다.

$$D_{DES}^{k} = \rho k^{3/2} / \tilde{l} \tag{12}$$

2.4 이동좌표계(Moving Coordinate System)

이동하는 물체에 대한 유동해석을 수행하는 경우, 고정좌표계에서는 이동하는 물체의 자취 주변에 밀한 격자가 사용되어야 한다. 또한 계산 영역은 자취 전 영역을 포함해야 하므로 일반적으로 많은 격자수와 커다란 계산 영역을 필요로 하게 된다. 그러나 이동좌표계에서는 계산 격자가 이동하는 물체를 따라 함께 이동하기 때문에 많은 격자와 커다른 계산 영역을 필요로 하지 않게 된다. 이동좌표계상에서의 압축성 Navier- Stokes 방정식과 SST 모델[15]식은 다음 식 (13-17)과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i^r) = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j^r + p\delta_{ij}\right) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \tag{14}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_t) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j^r e_t + p u_j^r\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_j^r \tau_{ij} - q_j\right) \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j^r k\right) &= P_k - \beta^* \rho \omega k \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \sigma_k \mu_t\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j^r \omega\right) &= \gamma P_\omega - \beta^* \rho \omega^2 \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \sigma_\omega \mu_t\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2\left(1 - F_1\right)\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\end{aligned} \tag{17}$$

여기서 u_i^r은 이동 좌표계의 이동 속도($u_i - u_i^g$, u_i^g는 격자의 이동 속도)에 대한 상대 속도이다.

2.5 WENO(Weighted Essentially Non-Oscillatory) 기법

가상경계법에서는 물체의 존재로 인해 그 경계면에서 유동변수와 이들의 구배값에서 불연속(discontinuity)이 존재하게 되어 대부분의 전통적인 이산화 기법에서는 가상의 수치 요동이 발생하게 된다. 본 연구에서는 물체 경계면에서의 수치 요동을 방지하고, 충격파가 포함된 유동을 해석하기 위하여 5차 정확도의 WENO(Weighted Essentially Non-Oscillatory) 기법[20]을 사용하였다.

본 연구에서 사용된 WENO 기법을 개략적으로 서술하기 위해 간단한 1차원 방정식 식 (18)을 고려해보도록 한다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q(u)}{\partial x} = 0 \tag{18}$$

어떤 유속(flux) q의 공간에 대한 미분항을 이산화하면 다음과 같다.

$$\left.\frac{\partial q(u)}{\partial x}\right|_{x = x_i} = q_{x,i} = \frac{\hat{q}_{i+1/2} - \hat{q}_{i-1/2}}{\Delta x} \tag{19}$$

여기서 $\hat{q}_{i+1/2}$은 격자 중간점에서의 보간된 유속을 나타낸다.

만약 유속 q의 종속 변수 u에 대한 미분값이 0보다 같거나 크다면($\partial q / \partial u \geq 0$), 유속 $\hat{q}_{i+1/2}$은 5차 정확도의 WENO 기법에 의해 다음과 같은 3개의 3차 정확도의 조합으로 나타내어진다.

$$\hat{q}_{i+1/2} = w_1 \hat{q}^{(1)}_{i+1/2} + w_2 \hat{q}^{(2)}_{i+1/2} + w_3 \hat{q}^{(3)}_{i+1/2} \tag{20}$$

$$\hat{q}^{(1)}_{i+1/2} = \frac{1}{3}q_{i-2} - \frac{7}{6}q_{i-1} + \frac{11}{6}q_i \tag{21}$$

$$\hat{q}^{(2)}_{i+1/2} = -\frac{1}{6}q_{i-1} + \frac{5}{6}q_i + \frac{1}{3}q_{i+1} \tag{22}$$

$$\hat{q}^{(3)}_{i+1/2} = \frac{1}{3}q_i + \frac{5}{6}q_{i+1} - \frac{1}{6}q_{i+2} \tag{23}$$

여기서 비선형 가중치 w_j와 선형 가중치 d_k는 다음과 같다.

$$w_j = \frac{\alpha_j}{\sum_{k=1}^{3}\alpha_k},\ \alpha_k = \frac{d_k}{(\epsilon + \beta_k)^2}, \tag{24}$$

$$d_1 = \frac{1}{10},\ d_2 = \frac{3}{5},\ d_3 = \frac{3}{10} \tag{25}$$

식 (24)에서 ϵ은 분모가 0이 되는 것을 막기위해 설정되었으며, 본 연구에서는 10^{-6}으로 설정되었다. 그리고 유연 지표(smoothness indicator) β_k는 식 (26-28)과 같이 주어지는데, 이를 사용함으로써 유속이 급격하게 변화하는 부분에서 최소한의 가중치를 줄 수 있게 된다.

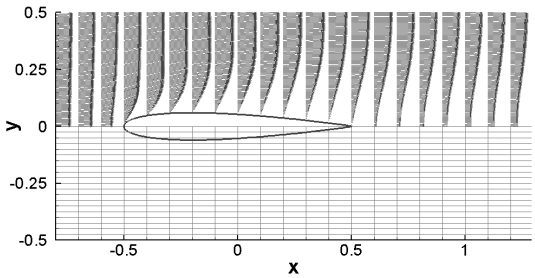


Fig. 3 Velocity vector field (upper) and every fifth point of the computational grid (lower) for flow around an NACA0012 airfoil (Re_c=100 and M_∞=0.3)

$$\beta_1 = \frac{13}{12}\left(q_{i-2} - 2q_{i-1} + q_i\right)^2 + \frac{1}{4}\left(q_{i-2} - 4q_{i-1} + 3q_i\right)^2 \tag{26}$$

$$\beta_2 = \frac{13}{12}\left(q_{i-1} - 2q_i + q_{i+1}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(q_{i-1} - q_{i+1}\right)^2 \tag{27}$$

$$\beta_3 = \frac{13}{12}\left(q_i - 2q_{i+1} + q_{i+2}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(3q_i - 4q_{i+1} + q_{i+2}\right)^2 \tag{28}$$

일반적으로 유속 q는 유속 분할(flux splitting)에 의해 $q = q^+ + q^-$와 같이 나누어지게 되며, 각각의 종속 변수에 대한 미분값은 식 (29)을 만족해야 한다.

$$\frac{\partial q^+}{\partial u} \geq 0, \quad \frac{\partial q^-}{\partial u} \leq 0 \tag{29}$$

본 연구에서는 간단한 Lax-Friedrichs 유속 분할법을 사용하였으며, 2-3차원 방정식에 대한 WENO 기법의 상세한 내용은 Shu[20]의 논문에 기술되어 있다.

본 연구에서는 앞서 기술한 5차 정확도의 WENO 기법을 지배방정식 식 (1-3)과 두 난류 모델식 식 (6-7)을 공간 이산화하는데 사용하였다. 그리고 시간 진행에 있어서는 4차 정확도의 Runge-Kutta 방법[21]을 사용하였는데, 비정상 유동 해석에 있어서는 (1/4, 1/3, 1/2, 1)의 표준 계수를 사용하였고 정상 유동 해석에 있어서는 수렴 가속화를 위해 Lockard[22]가 제시한 계수(3/8, 1/2, 1, 1)를 사용하였다.

아래에 주어진 대부분의 문제에 대하여, 상하면과 출구면에서는 외삽(extrapolation) 경계조건이 사용되었다. 입구 유동의 일반적인 경계조건은 $\rho = \rho_\infty (= 1)$, $u = M_\infty$, $v = 0$, $e_t = p_{intp}/\rho_\infty(\gamma - 1) + 0.5(u^2 + v^2)$, $k = k_\infty (= 9 \times 10^{-9})$, $\omega = \omega_\infty (= 1 \times 10^{-6})$이다. 여기서 p_{intp}는 내부 두 점을 사용하여 선형보간된 압력이다. 이동좌표계 문제의 경우 모든 경계면에서 외삽 경계조건이 사용되었다. 이러한 경계조건은 M_∞=0인 경우의 입구 유동 조건과 거의 동일하다. $M_\infty \neq 0$인 경우에는 경계조건이 조금 상이해지며, 각 경계면 위에서의 상대속도는 회전하는 격자의 속도와 자유유동장 속도를 고려하여 계산된다. 입구 유동의 경우 일반적인 입구 유동 경계조건이 설정되고, 출구 경계면에서는 외삽 경계조건이 사용된다.

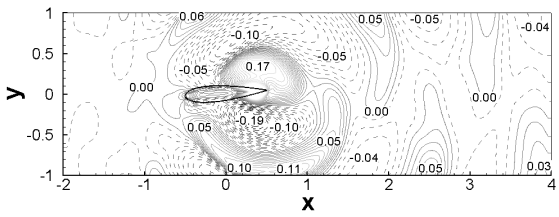


Fig. 4 Instantaneous density fluctuation contours around an oscillating NACA0020 airfoil (Re_c=100, M_∞=0.3, and reduced frequency $\Omega = 10\pi/3$)

3. 결과 및 고찰

앞서 기술한 유동 해석 기법을 이용하여 층류 및 난류 유동 해석 코드를 개발하였고, 이를 검증하고자 몇 가지 2차원 벤치마크 문제에 대하여 유동 해석을 수행해 보았다.

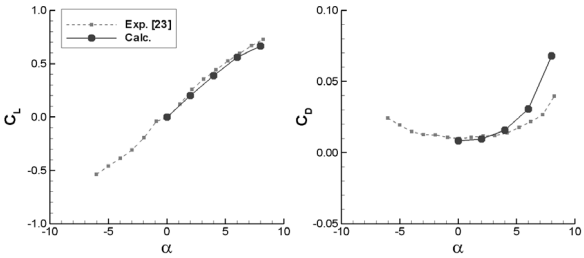
3.1 층류 유동 해석 검증

먼저 본 연구에서 사용된 가상경계법이 잘 적용되는지 검증하기위하여 NACA0012 날개 주위의 층류 유동을 예측해 보았으며, 날개 주위의 유동 결과를 Fig. 3에 나타내었다. 그림 위에는 속도 벡터를 나타내었으며, 그림 아래에는 5개 격자점마다 나타낸 계산 격자를 나타내었다. 가상경계법을 사용하였기 때문에 날개 내부에도 계산 격자가 생성되어 있으며, 빨간색 선으로 나타낸 날개 형상에 대하여 가상경계법이 잘 적용되어 날개 주위에 경계층이 형성됨을 Fig. 3을 통해 확인할 수 있다.

한편, 이동하는 물체의 경우에 대해서도 검증하기 위하여 최대 받음각 ±4°와 환산 주파수(reduced frequency) $10\pi/3$의 조건으로 진동하는 NACA0020 날개 주위의 유동을 예측해 보았다. 진동하는 날개 주위의 순간 밀도장을 Fig. 4에 나타내었으며, 진동하는 날개에 의해 발생한 파동이 전파되고 있는 것이 잘 예측되었다.

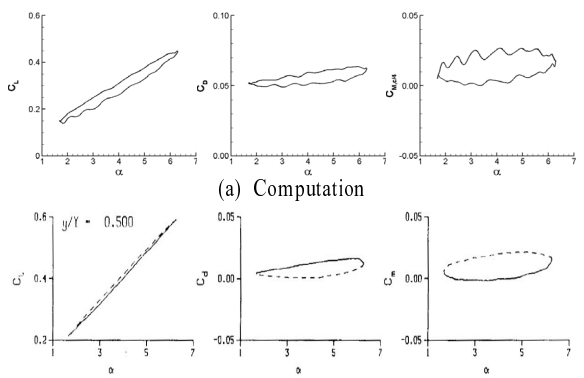
3.2 난류 유동 해석 검증

SST 모델을 적용한 난류 유동 해석 코드에 대한 검증은 다양한 받음각을 갖는 NACA0009 날개 주위의 유동에 대하여



(a) C_L (b) C_D

Fig. 5 Comparison of predicted and measured lift and drag coefficients for an NACA0009 airfoil (Re_c=10^5, M_∞ =0.2)



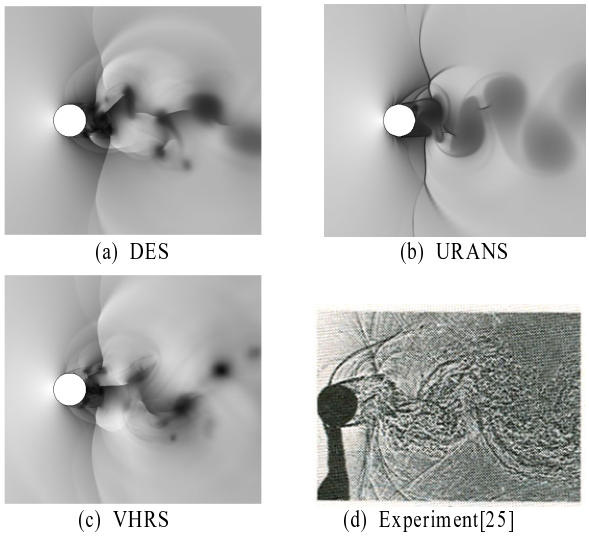
(a) Computation

(b) Experiment[24]

Fig. 6 Comparison of lift and drag coefficients and pitching moment with experiments[24] for a pitching airfoil ($\bar{\Omega}$ =0.19, α=3.99°±2.31°, Re_c=1.976×10^6, M_∞=0.289)

수행하였다. 자유 유동장의 마하 수는 0.2이고, 날개 코드(c)에 대한 레이놀즈 수는 10^5이다. 가상경계면에서 $y^+ \approx 1$ 조건을 만족하기 위하여 최소 격자 크기는 5×$10^{-4}c$로 설정하였다. 실험결과와의 정량적인 비교를 위해 받음각에 대한 날개의 양력 및 항력 계수를 예측하였으며, 이를 Selig 등[23]의 실험결과와 비교하여 Fig. 5에 나타내었다. 받음각이 증가함에 따라 유동 박리가 조금 크게 예측되어 받음각이 큰 경우 항력 계수가 실험치보다 조금 크게 예측되었지만, 받음각에 따라 양력과 항력 계수가 실험치와 비교적 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 4를 통해 층류 유동인 경우 이동하는 물체에 대한 가상경계법이 잘 적용되었음을 확인하였다. 난류 유동에 대해서도 이동하는 물체에 대한 해석 검증을 수행하고 실험 결과와 정량적인 비교를 하기위하여 NACA0015 날개에 대한 유동 해석을 수행하였다. 날개의 받음각은 3.99°±2.31°로 주기적으로 변화하며, 받음각의 환산 주파수는 0.19이다. 자유 유동장의 마하 수는 0.289이고, 날개 코드에 기반한 레이놀즈 수는



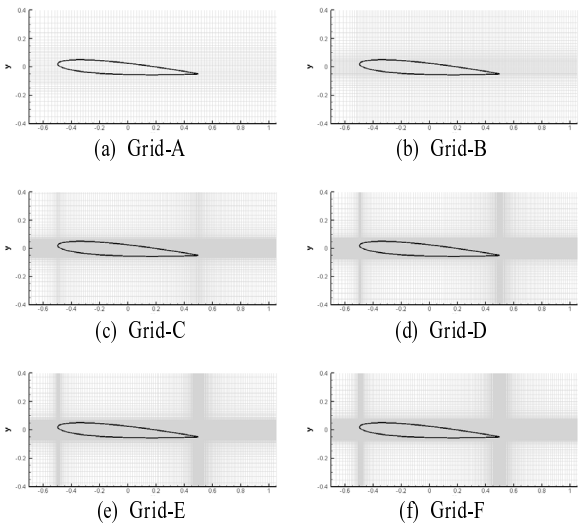
(a) DES (b) URANS

(c) VHRS (d) Experiment[25]

Fig. 7 Comparison of predicted density contours with the visualized experiments[25] (Re_D=3.4×10^5 and M_∞ =0.75)

1.976×10^6이다. 레이놀즈 수가 상당히 크고 날개는 상대적으로 두껍기 때문에 전체 날개면에서 난류 경계층을 예측하기 위해서는 매우 많은 격자가 필요하게 된다. 기초 계산으로서 계산 시간을 줄이기 위하여 최소 격자의 크기가 2×$10^{-3}c$인 성긴 격자에서 유동 해석을 수행하였다. 동시에 날개의 양력, 항력 그리고 1/4 코드에 대한 피칭모멘트(pitching moment)를 예측하여 Piziali[24]의 실험 결과와 비교하여 Fig. 6에 나타내었다. 양력 계수와 피칭모멘트 계수는 실험결과와 비교적 잘 일치하는 반면에, 항력 계수는 모든 받음각에 대하여 0.05만큼 크게 예측되었다. 이는 진동하는 받음각 전 영역에서(α =3.99°±2.31°)에서 날개 표면의 계산 격자를 충분히 밀집하지 못했기 때문으로 추정되며, 날개의 흡입면에서 과도하게 예측된 박리 유동으로 인해 양력, 항력 그리고 피칭모멘트 계수에 작은 요동이 나타나게 되었다.

비정상 유동 해석의 정확도를 비교하기 위하여 원형 실린더 주위의 유동에 대하여 DES, URANS, VHRS 해석을 수행하여 Rodriquez[25]의 실험결과와 비교해 보았다. 자유 유동장의 마하 수는 0.75이고, 실린더 직경에 대한 레이놀즈 수는 3.4×10^5이다. SST 모델에 근거한 DES 및 URANS 해석은 최소 격자간격이 5×$10^{-5}D$(여기서, D는 실린더 직경)인 400×380의 밀한 격자에서 수행되었고, VHRS 해석은 실린더 주위에서 1×$10^{-2}D$의 균일한 격자 간격을 같는 351×321의 격자에서 수행되었다. 두 격자 모두 후류 지역에서 충격파 상호작용(shock interaction)을 충분히 예측할 수 있는 해상도를 가지며, 충격파와 계산영역의 경계 사이에서의 상호작용을 방지하기 위하여



(a) Grid-A (b) Grid-B (c) Grid-C (d) Grid-D (e) Grid-E (f) Grid-F

Fig. 8 Computational grids for grid independence test

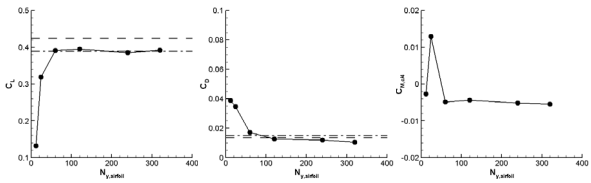
계산영역을 $-20D \le x \le 30D$, $-30D \le y \le 30D$로 확장하였다. Fig. 7은 예측된 밀도장들과 Rodriquez[25]의 가시화 실험 결과를 비교하여 나타내고 있다. DES 해석과 VHRS 해석의 경우 실린더 후류에서의 충격파 상호작용이 서로 유사하게 예측되었으며, 가시화된 실험 결과와도 정성적으로 일치하고 있다. 반면에 URANS 해석 결과는 와류가 규칙적으로 발산되고, 충격파 상호작용이 상당히 무뎌지게 예측되고 있다. 이는 난류 모델의 소산율이 박리 유동 영역에서 과도하게 예측되기 때문으로 추정된다.

3.3 Grid Independence 테스트

x, y축 방향의 최소 격자 크기의 영향을 고려하기 위하여 격자 테스트를 진행하였다. 받음각이 4°인 NACA0009 날개에 대하여 Fig. 8에 나타낸 6종류의 격자에서 2차원 난류 유동 해석을 수행하였다. x축 방향의 격자점은 날개의 전단과 끝단에 집중되고, y축 방향은 날개 전체 범위인 $-0.06c \le y \le 0.06c$

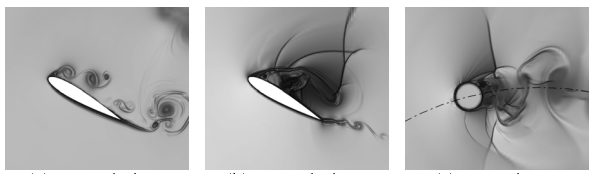
Table 1 Computational grids for grid independent test

	Δx_{min}	Δy_{min}	$(N_{x,airfoil}+N_{x,wake})\times N_{y,airfoil}$	$N_x \times N_y$
Grid-A	$2\times10^{-2}c$	$1\times10^{-2}c$	(50+35)×12	175×100
Grid-B	$1\times10^{-2}c$	$5\times10^{-3}c$	(90+50)×24	230×115
Grid-C	$4\times10^{-3}c$	$2\times10^{-3}c$	(100+65)×60	260×160
Grid-D	$2\times10^{-3}c$	$1\times10^{-3}c$	(110+80)×120	285×230
Grid-E	$1\times10^{-3}c$	$5\times10^{-4}c$	(120+90)×240	310×360
Grid-F	$5\times10^{-4}c$	$2\times10^{-4}c$	(155+100)×320	360×450



(a) C_L (b) C_D (c) $C_{M,c/4}$

Fig. 9 Predicted lift, drag and pitching moment coefficients as a function of the number of grid points in the airfoil thickness for an NACA0009 airfoil at 4 degrees angle of attack (interpolated experimental data, – – – –; α=+4°, – · – · –; α=-4°)



(a) Translation (M_x=-0.3) (b) Translation (M_x=-0.75) (c) Rotation (M_{cm}=0.75)

Fig. 10 Density contours for an NACA0015 airfoil in translation and a circulation cylinder in rotation

영역에서 균일한 격자가 사용되었다 (단, 가장 밀집된 격자인 Grid-F는 제외). Table 1에는 최소격자 간격($\Delta x_{\min}$, $\Delta y_{\min}$)과 격자 수를 나타내었다. N_x와 N_y는 x, y축 방향에 사용된 격자의 수를 나타내고, $N_{airfoil}$과 N_{wake}는 각각 날개 영역($-0.5c \le x \le 0.5c$, $-0.06c \le y \le 0.06c$)과 후류 영역($0.5c \le x \le 1.2c$, $-0.06c \le y \le 0.06c$)에 사용된 격자의 수를 나타낸다. 모든 테스트 격자에 대한 계산영역은 $-20c \le x, y \le 20c$로 동일하다.

Fig. 8과 Table 1에 나타낸 격자 위에서 SST모델을 사용하여 M_∞=0.2이고 $Re_c=1\times10^5$인 유동 조건에 대하여 NACA0009 날개 주위의 정상상태 난류 유동 계산을 수행하였다. Selig et al.[23]이 측정한 양력 및 항력계수를 전산해석 예측값과 비교하여 전산해석의 정확도를 평가해 보았다. Fig. 9는 양력, 항력 그리고 1/4 코드에 대한 피칭 모멘트 계수를 y축 방향의 날개를 덮는 격자의 수 $N_{y,airfoil}$에 대한 함수로서 나타낸 그림이다. 그림 속의 점선과 일점쇄선은 각각 받음각이 +4°와 -4°인 경우의 보간된 실험값이다. Table 2는 실험값과 보간된 값을 보여주고 있다. 격자의 수가 증가함에 따라 예측된 결과는 실험값에 수렴하고 있다. Grid-C와 비슷하거나 더 조밀한 격

Table 2 Measured lift and drag coefficients for an NACA0009 airfoil [Selig et al.[23]] and linearly interpolated values at α=±4.0°

a	C_L	C_D	a	C_L	C_D
-3.98	-0.388	0.0148	3.15	0.353	0.0118
(-4.00)	(-0.389)	(0.0149)	(4.00)	(0.424)	(0.0134)
-5.00	-0.460	0.0192	4.19	0.440	0.0138

자에서는 적절한 양력과 항력이 예측되고 있다. 한편 가장 성긴 Grid-A의 경우에는 부드러운 날개의 형상을 잃어버리고 매우 뭉툭하면서도 계단식 형상을 갖게 되므로 매우 비정상적인 양력과 항력 계수가 예측되는데, 이는 날개 표면으로부터 주기적으로 와류가 떨어져 나가기 때문이다. Grid-E의 경우 날개 전단으로부터 0.3c의 위치에서 y^+=2로 예측되었다.

3.4 이동좌표계 시스템 검증

고정격자계를 사용하여 이동하는 물체 주위 유동을 예측하는 경우, 이동하는 물체의 궤적을 따라 밀한 격자가 분포되어야 하고 물체의 궤적을 충분히 포함할 수 있는 광대한 계산 영역이 필요하게 된다. 반면, 이동좌표계를 사용하는 경우에는 물체와 함께 계산 격자를 이동시킬 수 있기 때문에 물체 주위에만 밀한 격자가 분포되어 효율적인 전산해석을 수행할 수 있게 된다. 이동좌표계 시스템의 검증을 위해 30°의 받음각을 갖고 평행이동하는 NACA0015 날개와 원형 순환 운동하는 원형 실린더에 대하여 DES 해석을 아음속과 천음속 유동에 대하여 수행하였다. Fig. 10(a)는 날개가 M_x=-0.3의 이동속도로 정지된 유동에서 움직이기 시작하여 x방향으로 -8.8c만큼 이동했을 때의 순간적인 밀도장을 보여주고 있으며, Fig. 10(b)는 M_x=-0.75라는 천음속의 속도로 이동하는 경우 x방향으로 -2.6c만큼 이동했을 때의 순간적인 밀도장을 보여주고 있다. 아음속으로 이동하는 경우 날개의 전단과 끝단에서 주기적으로 와류가 발생하는 모습이 예측되었으며, 천음속으로 이동하는 경우 충격파 상호작용의 발달 과정이 예측되었다. Fig. 10(c)는 원형 순환 운동을 하는 원형 실린더 주위의 유동을 보여주고 있으며, 일점 쇄선은 원형 실린더의 궤적을 나타내고 있다. 17°만큼 원형 순환 운동을 하는 동안 주기적인 와류의 발산이 작고 복잡한 후류로 바뀌어가고 있으며, 충격파 상호작용은 Fig. 7(a)에 나타낸 결과와 유사해짐을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 이동하는 물체 주위의 압축성 점성 유동 해석에 대한 가상경계법을 소개하였다. 공간 이산화에는 5차 정확도의 WENO 기법을 사용하고, 시간 진행에 있어서는 4차 정확도의 Runge-Kutta 방법을 사용하였다. 난류 모델로는 Menter의 $k-\omega$ SST 모델과 SST 모델에 근거한 DES 모델을 구현하였으며, 이동하는 물체에 대한 해석을 용이하게 할 수 있도록 이동좌표계가 적용되었다.

고정된 날개와 진동하는 날개에 대하여 2차원 유동해석을 수행한 결과는 실험결과와 잘 일치하였고, 격자 테스트에서도 격자의 수가 증가함에 따라 실험값에 수렴하는 결과를 보여주었다. 한편, DES 해석과 VHRS 해석은 박리 유동에서도 좋은 결과를 예측한 반면, URANS 해석의 경우 박리 유동 영역에서 소산율이 과도하게 예측되어 미세한 비정상 유동을 정확하게 예측하지 못하였다. 또한 이동좌표계 시스템에서 평행이동과 회전운동을 하는 경우에도 타당한 결과를 예측하였다.

후 기

이 논문은 2005년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었습니다. (KRF-2005-214-D00024)

참고문헌

[1] 1947, Brinkman, H.C., "On the Permeability of Media Consisting of Closely Packed Porous Particles," *Applied Scientific Research*, Vol.A1, pp.81-86.

[2] 1972, Peskin, C.S., "Flow Patterns around Heart Valves: A Numerical Method," *Journal of Computational Physics*, Vol.10, pp.252-271.

[3] 1993, Goldstein, D., Handler, R. and Sirovich, L., "Modeling a No-slip Flow Boundary with an External Force Field," *Journal of Computational Physics*, Vol.105, pp.354-366.

[4] 1995, Goldstein, D., Handler, R. and Sirovich, L., "Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow Over a Modelled Riblet Covered Surface," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.302, pp.333-376.

[5] 1996, Saiki, E.M. and Biringen, S., "Numerical Simulation of a Cylinder in Uniform Flow: Application of a Virtual Boundary Method," *Journal of Computational Physics*, Vol.123, pp.450-465.

[6] 2002, Vasilyev, O.V. and Kevlahan, N.K.-R., "Hybrid Wavelet Collocation-Brinkman Penalization Method for Complex Geometry Flows," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.40, pp.531-538.

[7] 1999, Angot, P., Bruneau, C.-H. and Fabrie, P., "A Penalization Method to Take Into Account Obstacles in Incompressible Viscous Flows," *Numerische Mathematik*, Vol.81, pp.497-520.

[8] 2001, Kevlahan, N.K.-R. and Ghidaglia, J.-M., "Computation of Turbulent Flow Past an Array of Cylinders Using a Spectral Method with Brinkman Penalization," *European Journal of Mechanics B - Fluids*, Vol.20, pp.333-350.

[9] 2000, Verzicco, R., Mohd-Yusof, J., Orlandi, P. and

Haworth, D., "Large Eddy Simulation in Complex Geometric Configurations Using Boundary Body Forces," *AIAA Journal*, Vol.38, No.3, pp.427-433.

[10] 2002, Verzicco, R. Fatica, M., Iaccarino, G., Moin, P. and Khalighi, B., "Large Eddy Simulation of a Road Vehicle with Drag-Reduction Devices," *AIAA Journal*, Vol.40, No.12, pp.2447-2455.

[11] 2004, Li, C.W. and Wang, L.L., "An Immersed Boundary Finite Difference Method for LES of Flow Around Bluff Shapes," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.46, pp.85-107.

[12] 2005, Zou, J.-F., Ren, A.-L. and Deng, J., "Study on Flow Past Two Spheres in Tandem Arrangement Using a Local Mesh Refinement Virtual Boundary Method," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.49, pp.465-488.

[13] 2005, Emblemsvag, J.-E., Suziki, R. and Candler, G.V., "Cartesian Grid Method for Moderate-Reynolds Number Flows Around Complex Moving Objects," *AIAA Journal*, Vol.43, No.1, pp.76-86.

[14] 2005, Gilmanov, A. and Sotiropoulos, F., "A Hybrid Cartesian/Immersed Boundary Method for Simulating Flows with 3D, geometrically complex, moving bodies," *Journal of Computational Physics*, Vol.207, pp.457-492.

[15] 1992, Menter, F.R., "Improved Two-Equation Turbulence Models for Aerodynamic Flows," *NASA TM-103975*.

[16] 1997, Mohd-Yusof, J., "Combined Immersed-Boundary/ B-Spline Methods for Simulations of Flow in Complex Geometries," *CTR Annual Research Briefs*, NASA Ames Research/Stanford University, pp.317-327.

[17] 1980, Wilcox, D.C. and Rubesin, M.W., "Progress in Turbulence Modeling for Complex Flow Fields Including Effects of Compressibility," *NASA Technical Paper 1517*.

[18] 1997, Spalart, P.R., Jour, W.-H., Strelets, M. and Allmaras, S. R., "Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach," *1st AFOSR International Conference on DNS/LES*, Aug. 4-8, Ruston, LA.

[19] 1992, Spalart, P.R. and Allmaras, S.R., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," *AIAA Paper 92-439*.

[20] 1997, Shu, C.W., "Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws," *ICASE Report No.97-65*, NASA/CR-97-206253.

[21] 1981, Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel, E., "Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes," *AIAA Paper 81-1259*.

[22] 1997, Lockard, D.P., "Simulations of the Loading and Radiated Sound of Airfoils and Wings in Unsteady Flow Using Computational Aeroacoustics and Parallel Computers," *Ph.D. Thesis*, Penn State University.

[23] 1989, Selig, M.S., Donova, J.F. and Fraser, D.B., "Airfoils at Low Speeds," Herk Stokely, 1504 Horseshoe Circle, Virginia Beach, VA23451.

[24] 1994, Piziali, R.A., "2-D and 3-D Oscillating Wing Aerodynamics for a Range of Angle of Attack Including Stall," *NASA TM-4632*.

[25] 1984, Rodriguez, O., "The Circular Cylinder in Subsonic and Transonic Flow," *AIAA Journal*, Vol.22, pp.1713-1718.