# 베이시안 상태변수 추정기와 다중가설 필터기법

다중가설필터기법은 확률론에 기반을 둔 베이시안 추정기법의 일반화된 형태로서, 표적추적문제에 많이 적용되어 왔다. 본 고에서는 선형 가우스 마코프 시스템의 모델전이 가설을 중심으로 다중가설필터기법에 대하여 설명하고, 그 다양한 응용가능성에 대하여 논하였다.

■ 황익호, 나원상
(국방과학연구소 유도조종부)

## 1. 개요

시스템이란 특정한 목적 또는 기능을 수행하기 위하여 다수의 구성요소가 서로 유기적으로 동작하는 통합체라 할 수 있으며, 상태변수는 이러한 시스템을 효과적으로 표현하는 정보라 할 수 있다. 상태변수 추정문제는 시스템의 동적 특성에 대한 정보를 모델링한 시스템모델과 시스템의 상태변수와 측정치간의 관계를 모델링한 측정치모델을 이용하여 시스템의 현재 상태에 대한 정보를 추출하는 문제라 할 수 있다. 이러한 상태변수 추정문제는 제어를 위한 궤환량 결정 뿐 아니라 다양한 형태의 의사결정 문제에 널리 이용되고 있다.

시스템에 대한 이론이 정립되면서 동적 시스템에 대한 상태변수 추정문제를 풀기 위하여 많은 연구자들의 다양한 시도가 있어 왔다. 이를 대략적으로 분류하면 최적화 기법에 기반한 방법, 확률론에 기반한 방법, 그 밖의 방법으로 분류할 수 있다. 최적화 기법에 근거한 방법은 추정오차 등을 이용하여 적절한 비용함수를 설정하고 이를 최소화(또는 최대화)하는 상태변수를 찾는 방법으로서, 예로서 최소자승법(leaset squares), 최소분산법(minimum variance)[3], 부정내적공간(indefinite inner product space, Krein space)에서의 추정기법[8], 게임이론(gaime theory)을 이용한 방법 등을 들 수 있다[3,12]. 확률론에 근거한 방법은 상태변수로 이루어지는 확률공간을 구성하고, 시스템의 동적 특성과 측정치를 이용하여 상태변수를 추정하는 근거가 되는 확률을 결정하는 방법이라 할 수 있다. 이 방법은 일반적으로 이용되는 베이시안 추정(Bayesian Estimation)기법에 근거한 방법과 최대우도법(maximum likelihood method)[4,9] 등 비베이시안 방법으로 분류할 수 있다. 이 밖의 방법으로 상태변수들의 존재영역을 지속적으로 계산하는 집합추정(set valued estimation)이론 등 여러 가지 시도가 있어 왔다[8,12].

이중에서도 마코프 시스템에 대한 베이시안 추정방법은 구조 자체가 순환적(recursive) 형태일 뿐 아니라, 시스템 전파(system propagation)와 측정치 갱신(measurement update)의 두 가지 단계를 통하여 시스템 모델로 주어지는 상태변수의 시간전이특성 정보와 측정치가 가지고 있는 상태변수에 대한 정보를 순차적으로 쉽게 부가할 수 있으므로, 추정과정에서의 정보 전달에 대한 직관적인 이해가 가능하며 비선형 시스템에 대한 추

정문제도 쉽게 수식화 할 수 있는 장점이 있다. 그러나 이 수식을 계산하는 것은 특별한 경우를 제외하고 대부분 어려운 확률 밀도함수의 적분을 요구하므로 이를 근사화하는 개념에서 Unscented 필터, 파티클 필터 등 다양한 비선형 필터들이 활발히 연구되고 있다[10]. 본 고에서는 베이시안 상태변수 추정기법을 소개하고 이를 확장한 형태인 다중가설필터 기법도 설명하였다. 특히 대표적인 선형불규칙 시스템인 가우스 마코프시스템(Gauss Markov System)모델의 시간전이 가설을 이용한 다중가설필터의 성질을 자세히 설명한다[12].

## 2. 베이시안 추정기법

베이시안 추정법은 아마추어 수학자 베이츠에 의하여 연구되고 정립된 이론으로서, 측정치뿐 아니라 추정하고자 하는 변량(여기서는 상태변수)에 대한 확률적 정보를 동시에 고려하여 추정하는 기법이라 할 수 있으며, 이런 점에서 단지 측정치 만을 고려한 확률적 방법인 최대 우도법 등과 구별된다[9]. 통계적 검증을 연구하는 통계학자들은 측정치 이외에 추정대상 변량에 대한 모델를 획득하기가 어려우므로 이러한 베이시안 추정방법을 크게 선호하지 않는 경향이 있으나, 시스템 상태변수의 추정문제는 측정치 모델과 시스템모델을 모두 이용할 수 있으므로 베이시안 추정방법이 선호되고 있다.

베이시안 추정방법의 기본 개념은 확률공간(probability space)을 이용하여 주어진 정보를 모델링하는 것이라 할 수 있다. 확률공간은 사건들로 이루어진 시그마대수(sigma algebra)에 대하여 적절하게 확률을 지정한 것이라 할 수 있다. 즉, 관심이 있는 사건 또는 사건들의 집합에 대하여 적절하게 확률이 결정된 공간을 의미한다. 이는 해당사건이 얼마나 발생할 가능성이 높은지 또는 실제로 그 사건이 진실일 가능성이 얼마나 되는지를 표시한 것으로 생각할 수 있으므로, 해당 사건에 대한 신뢰도를 고려한 정보를 적절하게 표현할 수 있는 형태이다. 특히, 조건부 확률공간(conditional probability space)은 조건으로 주어진 사건에 맞추어 전체사건의 확률분포를 조정한 확률공간이므로, 이를 이용하여 시스템 모델 및 측정치를 통하여 주어지는 새로운 정보를 상태변수 확률공간에 효과적으로 주입시킬 수 있다. 시스템 상태변수의 베이시안 추정방법에서는 시스템 전파(system propagation)와 측정치 갱신(measurement update)의 두 가지 단계를 거쳐서 확률공간에 새로운 정보를 입력하며, 이 과정에서 생성되는 상태변수의 조건부 확률공간을 각각 사전확률공간(a priori probability space)과 사후확률공간(a posteriori probability space)이라 한다.

이제 다음의 시스템 모델 및 측정치 모델을 가지는 베이시안 추정문제를 생각해 보자.

$$x_{k+1} = f_k(x_k + w_k) \tag{1}$$
$$z_k = h_k(x_k + v_k) \tag{2}$$

여기서, $x_k$, $z_k$는 시간 $k$에서의 상태변수와 측정치, $w_k$, $v_k$는 각각 시스템모델 오차와 측정치 오차를 나타내는 공정잡음(process noise) 및 측정잡음(measurement noise)이다. 또한, 시간 $k$까지 누적된 측정치 전체의 집합을 $Z^k = \{z_1, z_2, \cdots, z_k\}$라 하자.

이제 시간 $k-1$에서 사후확률밀도함수 $p(x_{k-1} \mid Z^{k-1})$이 주어졌다고 가정하고 시간 $k$에서의 베이시안 추정결과를 살펴보자. 주어진 시스템이 마코프(Markov) 시스템이므로 베이시안 추정치는 다음과 같은 두 단계를 통하여 얻어진다[2,10].

**시스템 전파:**

$$\begin{aligned} p(x_k \mid Z^{k-1}) &= \int p(x_k \mid x_{k-1}, Z^{k-1}) p(x_{k-1} \mid Z^{k-1}) dx_{k-1} \\ &= \int p(x_k \mid x_{k-1}) p(x_{k-1} \mid Z^{k-1}) dx_{k-1} \\ &= \int p(f_{k-1}(x_{k-1}, w_{k-1}) \mid x_{k-1}) p(x_{k-1} \mid Z^{k-1}) dx_{k-1} \end{aligned} \tag{3}$$

**측정치 갱신:**

$$\begin{aligned} p(x_k \mid Z^k) &= \frac{p(z_k \mid x_k, Z^{k-1}) p(x_k \mid Z^{k-1})}{p(z_k \mid Z^{k-1})} \\ &= \frac{p(z_k \mid x_k) p(x_k \mid Z^{k-1})}{\int p(z_k \mid x_k, Z^{k-1}) p(x_k \mid Z^{k-1}) dx_k} \\ &= \frac{p(h_k(x_k, v_k) \mid x_k) p(x_k \mid Z^{k-1})}{\int p(z_k \mid x_k, Z^{k-1}) p(x_k \mid Z^{k-1}) dx_k} \end{aligned} \tag{4}$$

윗 식에서 알 수 있듯이 (3)의 시스템 전파는 (1)의 시스템 모델에 의하여 상태변수가 불규칙하게 시간전이하는 것을 모두 고려하는 적분식이다. 또한, (4)의 측정치 갱신은 (2)로부터 유도된 우도함수(likelihood function)를 이용하여 측정치 $z_k$에 포함된 $x_k$의 정보를 신뢰도의 크기로 환산하여 갱신하는 식이다. 비록 이 식들이 $x_k$의 신뢰도 정보의 증감을 직관적으로 보여주는 장점은 있으나, 이들은 모두 확률밀도함수를 이용한 적분 및 비선형 계산을 이용하고 있으므로 그 계산은 대단히 복잡하다. 특히 시스템 방정식 $f_k$와 측정방정식 $h_k$가 비선형 함수인 경우 일

반적으로 (3)과 (4)의 해를 구하는 것은 불가능하므로 수치적으로 이를 근사하는 방법들에 대한 연구가 진행되어 왔다[10].

(3)과 (4)에서 $f_k$, $h_k$가 선형이고, 관련된 확률밀도함수들이 모두 정규분포를 가지는 경우, 그 해를 계산할 수 있다[2,10]. 널리 알려진 칼만필터(Kalman Filte)는 (5)와 (6)으로 주어지는 가우스 마코프 시스템에 대한 추정방법이다.

$$x_{k+1} = F_k x_k + w_k \quad (5)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (6)$$

여기서 $w_k$, $v_k$는 각각 서로 독립인 영평균 백색 정규잡음으로서 그 공분산은 각각 $Q_k$와 $R_k$이다. 상태변수의 초기분포를 평균과 분산이 각각 $\hat{x}_{0|0}$, $P_{0|0}$인 정규분포라 가정하고 (3)과 (4)를 이용하여 시간 $k=1$에서의 상태변수의 조건부확률분포들을 구하면 다음과 같다[2,12].

$$\begin{aligned} p(x_1 \mid Z^0) &= \int N(x_1 - F_0 x_0; Q_0) N(x_0 - \hat{x}_{0|0}; P_{0|0}) dx_0 \\ &= N(x_1 - F_0 \hat{x}_{0|0};\ F_0 P_{0|0} F_0^T + Q_0) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} p(x_1 \mid Z^1) &= \frac{N(z_1 - H_1 x_1; R_0) N(x_1 - F_0 \hat{x}_{0|0}; F_0 P_{0|0} F_0^T + Q_0)}{\int N(z_1 - H_1 x_1; R_1) N(x_1 - F_0 \hat{x}_{0|0}; F_0 P_{0|0} F_0^T + Q_0) dx_1} \\ &= N(x_1 - \hat{x}_{1|1};\ P_{1|1}) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} N(x-m;p) &\equiv \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det(P)}} \exp\left(-\frac{1}{2}[x-m]^T P^{-1} [x-m]\right) \\ \hat{x}_{1|0} &\equiv F_0 \hat{x}_{0|0} \end{aligned} \quad (9)$$

$$P_{1|0} \equiv F_0 P_{0|0} F_0^T + Q_0 \quad (10)$$

$$\hat{x}_{1|1} \equiv [H_1^T R_1^{-1} H_1 + P_{1|0}^{-1}]^{-1} [H_1^T R_1^{-1} z_1 + P_{1|0}^{-1} \hat{x}_{1|0}] \quad (11)$$

$$P_{1|1}^{-1} \equiv H_1^T R_1^{-1} H_1 + P_{1|0}^{-1} \quad (12)$$

이다. (7)-(8)에서 알 수 있듯이 이 경우에 새로이 구성되는 사전확률분포와 사후확률분포는 모두 정규분포를 이룬다. 따라서 $k = 2, 3, \cdots$ 에서도 앞에서와 마찬가지 방법으로 상태변수의 조건부 확률분포를 구할 수 있고, 이들은 다시 정규분포가 됨을 알 수 있다. 한편, 정규분포는 그 평균과 분산만으로 전체 확률밀도함수가 결정되므로 (9)-(12)를 통하여 얻어지는 평균과 분산의 전파식만을 따로 고려하여도 전체 확률밀도함수를 고려하는 것과 마찬가지이다. 이와 같은 개념에서결과들을 정리하면 주어진 시스템에 대한 베이시안 상태변수 추정기는 다음과 같은 칼만필터가 된다.

$$\hat{x}_{k|k-1} = F_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} \quad (13)$$

$$P_{k|k-1} = F_{k-1} P_{k-1|k-1} F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (14)$$

$$\hat{x}_{k|k} = [H_k^T R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1}]^{-1} [H_k^T R_k^{-1} z_k + P_{k|k-1}^{-1} \hat{x}_{k|k-1}] \quad (15)$$

$$P_{k|k}^{-1} = H_k^T R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \quad (16)$$

즉, (5)와 (6)으로 주어지는 가우스 마코프 시스템에 대한 사전확률분포는 평균과 분산이 각각 (13)과 (14)인 정규분포이고, 사후확률분포는 평균과 분산이 각각 (15)과 (16)인 정규분포이다. 그러므로 칼만필터는 (5)-(6)의 가우스 마코프시스템의 베이시안 추정기라 할 수 있다.

## 3. 다중가설 필터기법

다중가설 필터기법(multiple hypothesis filtering techniques)은 2장에서 설명한 베이시안 상태변수 추정기법의 확장된 형태로서 상태변수와 관련된 다수의 가설을 작성하고 측정치를 이용하여 가설들의 조건부 확률공간을 지속적으로 구성하여 나가는 방법이다. 어떠한 내용을 가설로 만들 것인가 하는 것에 제한은 없지만, 일반적으로 많이 이용하는 가설은 시스템 모델의 불확실성이나 측정치 근원의 불확실성 등에 관련된 것으로서 주로 표적추적필터문제(target tracking filter problem)에 많이 이용되어 왔다[1,2,5,6,7,10,12].

다중가설필터는 가설작성, 가설평가, 가설검증의 세가지 단계로 이루어진다. 가설작성단계는 관심이 있는 모든 가설을 작성하는 단계로서, 우리가 관심을 가지는 대부분의 가설이 동적변화에 대한 것이므로 그림 1과 같이 이전 가설에 매 시간 발생

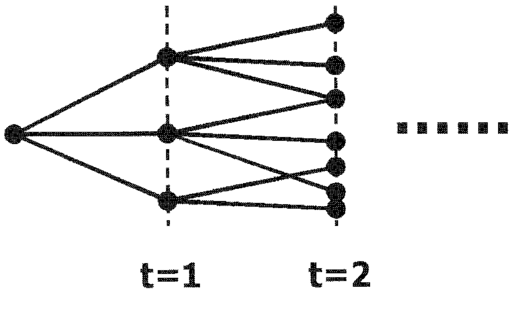



그림 1. 가설 작성

할 수 있는 새로운 가능성을 순차적으로 부가(branching)하여 만드는 것이 일반적이다.

가설 평가는 이와 같이 작성된 가설에 그 실현성에 비례하도록 확률을 계산하여 인가하는 과정으로서, 베이시안 추정기법을 이용하여 다음과 같이 계산된 확률을 적용한다.

$$p(\theta^k \mid Z^k) = \frac{1}{c} p(\underline{z}_k \mid \theta^k, Z^{k-1}) p(\theta_k \mid \theta^{k-1}, Z^{k-1}) p(\theta^{k-1} \mid Z^{k-1}) \quad (17)$$

여기서 $c$는 정규화 상수(normalizing constant), $\underline{z}_k$는 시각 $k$에서의 측정치, $Z^k$는 시각 $k$까지의 측정치 누적집합, $\theta_k$는 시각 $k$에서 새로 부가된 가설, $\theta^k$는 시각 $k$까지 누적 가설이다. (17)에서 볼 수 있듯이 가설의 확률은 순환적으로 계산이 가능한 형태이다. 식에서 $p(\theta_k \mid \theta^{k-1}, Z^{k-1})$는 가설의 전이 동특성을 고려하여 사전확률을 계산하기 위한 항이고, $p(\underline{z}_k \mid \theta^k, Z^{k-1})$는 측정치를 이용하여 가설의 사후확률을 갱신하기 위한 우도(likelihood)항 이다.

마지막으로 가설 검증은 가설작성과 가설평가를 통하여 구성된 가설들의 확률공간을 이용하여 시스템의 상태변수가 이루는 조건부 확률공간을 구성하며, 이렇게 구성된 확률공간에 근거하여 적절한 의사결정을 하는 과정을 의미한다.

이와 같은 가설검증기법을 효과적으로 이용하기 위해서는 주어진 문제에 적합한 가설을 만들고 이들의 시간 전파에 대한 모델을 구하는 것이 중요하다.

보다 깊은 이해을 위하여 가장 보편적으로 많이 이용되는 선형시스템 마코프 가설을 설명한다. 선형시스템 마코프 가설은 (5)-(6)의 가우스 마코프 모델에 포함될 수 있는 불확실성들을 가설로 처리한 것으로서, (18)의 변이가능모델들의 시간에 대한 누적집합으로 정의할 수 있다.

$$M_k(i) = \{F_k(i), Q_k(i), H_k(i), R_k(i), \mu_k(i)\} \quad (18)$$

여기서 $F_k, Q_k, H_k, R_k$는 (5)-(6) 형태의 시스템 모델과 측정치 모델을 결정하는 시각 $k$에서의 모델 파라메터들이며, $\mu_k$는 $k$에서의 측정치이다.

이와 같은 변이가능모델을 이용하면 선형시스템의 시간에 대한 모델변화를 모두 가설로 설정할 수 있을 뿐 아니라, 측정치 근원(measurement origin)가설도 다룰 수 있다. 측정치 근원가설은 시각 $k$에서 인가된 측정치가 다수 있을 경우 이들 중에 어느 것이 필터링하고자 하는 시스템으로부터 기인한 측정치인지를 가정하는 가설로서, 레이다 추적필터 문제의 주요 화두 중 하나인 자료연관문제(data association problem)의 본질을 이루는 가설이다[1,5,7].

이제 $M_{k-1}(l) \to M_k(j)$ 로의 전이프로세스가 전이확률(transition probability) $T_{k-1}(l,j)$를 가지는 마코프 프로세스라고 가정하자. 이 경우 $M_{k-1}(l) \to M_k(j)$ 로의 전이를 포함하는 가설 $\theta^k = \{M_0, \cdots, M_{k-1}(l), M_k(j)\}$의 신뢰확률은 다음과 같이 계산된다[6,7,12].

$$\begin{aligned} p(\theta^k \mid Z^k) &= \frac{1}{c} N(\mu_k - H_k(j)\hat{x}^{\theta^k}_{k|k-1}; H_k P^{\theta^k}_{k|k-1} H_k^T + R_k(j)) \\ &\quad \times p(\theta_k \mid \theta_{k-1}) p(\theta^{k-1} \mid Z^{k-1}) \\ &= \frac{1}{c} N(\mu_k - H_k(j)\hat{x}^{\theta^k}_{k|k-1}; H_k P^{\theta^k}_{k|k-1} H_k^T + R_k(j)) \\ &\quad \times T_{k-1}(l,j) p(\theta^{k-1} \mid Z^{k-1}) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $\hat{x}^{\theta^k}_{k|k-1}$와 $P^{\theta^k}_{k|k-1}$는 가설 $\theta^k$이 의미하는 모델전이에 따라 칼만필터를 구동하였을 경우에 구해지는 사전확률분포의 평균과 분산이다. 이와 같은 칼만필터를 $\theta^k$조건부 칼만필터라 한다.

선형시스템 마코프 가설을 이용한 다중가설필터에서는 기본적으로 관심있는 모델변이를 모두 고려하여 다수의 가설을 만들고, 가설 각각에 대하여 해당 가설 조건부 칼만필터를 하나씩 구성하게 되므로 결과적으로 가설의 갯수 만큼의 칼만필터가 동시에 구동되는 형태를 가지게 된다. 그런데 칼만필터로 추정되는 상태변수의 분포는 정규분포를 가지게 되므로, 결과적으로 다중가설필터로 추정되는 상태변수의 확률분포는 각각의 가설 조건부 칼만필터로부터 계산되는 정규분포에 (19)로 주어지는 해당가설의 신뢰확률을 가중하여 더하는 형태를 이루게 된다. 즉, 다중가설필터를 통하여 추정되는 시스템 상태변수는 다음 식과 같은 정규혼합(Gaussian mixture)분포를 따른다고 할 수 있다[5,7,10,12].

$$p(\underline{x}_k \mid Z^k) = \sum_i p(\theta^k(i) \mid Z^k) N(\hat{\underline{x}}^{\theta^k(i)}_{k|k}; P^{\theta^k(i)}_{k|k}). \quad (20)$$

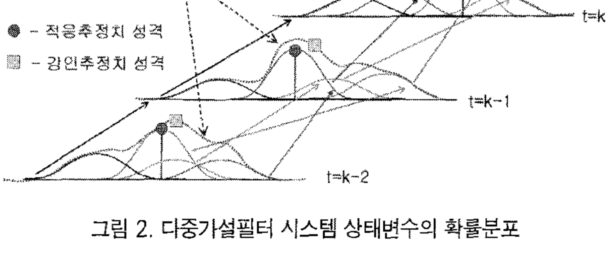



그림 2. 다중가설필터 시스템 상태변수의 확률분포

그림 2는 (20)으로 주어지는 시스템 상태변수의 시간에 따른 변화를 도식적으로 그린 것이다[12]. 그림에서 각각의 가설은 해당 정규분포를 만들며, 가설이 시간에 대하여 확장됨에 따라 해당가설에 의하여 만들어지는 정규분포의 위치도 이동한다. 또, 시간을 고정하고 살펴보면, 해당 시각의 가설들에 의하여 만들어지는 정규분포가 다수 존재하며 전체적인 확률분포는 이들의 가중합으로 나타남을 알 수 있다. 따라서 상태변수 전체의 확률분포는 더이상 정규분포가 아니게 되어 확률이 주변보다 큰 정점(convex point)이 여러 지점에서 나타날 수도 있고 평균에 대하여 비대칭인 확률밀도함수가 될 수도 있다. 그러므로 이러한 확률밀도함수에서 어떠한 기준에 의하여 최종 상태변수 추정치를 얻는 것이 가장 합리적인가하는 문제에 대한 획일적인 해답은 없으며, 원하는 추정치의 성격을 고려하여 적절히 선정하여야 한다[12].

이를 위하여 지금 고려하고 있는 선형시스템 마코프 가설을 이용한 다중가설필터의 추정치의 성격을 검토해 보자. 이 가설들은 시간에 대한 시스템 모델 및 측정치 근원의 가능성을 표현하는 사건들을 모두 늘어놓은 것이므로, 실제 시스템과 측정치 근원은 이 가설중 어느 하나에만 일치할 것이다. 따라서 틀릴 가능성이 있는 가설들은 제외하고 실제와 일치할 가능성이 가장 높은 가설만 고려하여 추정치를 결정하는 것이 정확한 추정치를 얻는 방법이 될 수 있다. 이러한 관점에서 결정된 최종추정치가 그림 2의 붉은 원으로 표시된 값이다. 이 것은 매시각 하나의 가설만을 선택하여 상태변수 추정치를 계산한 것이므로, 결과적으로 시스템 의 변화를 식별하여 여기에 맞게 상태변수를 추정하는 적응필터적인 성격을 보인다[7,12].

반면에 측정오차가 매우 크거나 모델 전이에 의하여 나타나는 측정치 변화가 상대적으로 적을 경우, 어느 가설이 명확히 옳은 것인지 판단하기 어려운 애매한 상황이 계속될 수 있다. 이 뿐 아니라 잘못된 판단에 의하여 야기되는 위험도가 매우 큰 의사결정문제에서 하나의 최적 가설에 의존하는 상기의 상태변수 추정치를 이용하는 것은 매우 부적절하다. 이 경우에는 그림 2의 푸른 사각형으로 표시된 추정치처럼 전체적으로 상태변수가 존재할 가능성이 많은 부분의 중간부근 또는 전체 상태변수 분포의 평균위치를 최종 추정치로 선정하는 것이 적합하다. 이 방법은 최적가설의 추정이 잘 되는 경우에는 오차를 좀 크게 발생시킬 수 있지만, 다수의 가설을 종합하여 고려하는 방법이므로 추정치가 지나치게 편향되는 것을 막을 수 있는 장점이 있다. 이러한 관점에서 이 추정치는 전반적으로 강인필터 추정치의 성격을 갖는다고 할 수 있다[11,12].

마지막으로 다중가설필터의 구현문제를 생각해 보자. 그림 1에서 볼 수 있듯이 대부분의 경우에 다중가설필터를 구성하기 위한 가설의 갯수는 시간에 따라 지수적으로 증가한다. 따라서 발생 가능한 모든 가설을 고려하여 필터를 구성하는 것은 불가능하며, 이를 보완하기 위한 가설축소기법들이 적용어야만 한다[1,5,6,7,11,12]. 대표적인 가설축소기법으로는 가설가지치기(hypothesis pruning), 유사가설통합(similar hypothesis combining) 등을 들 수 있다[1,5].

가설가지치기는 가설의 확률을 계산하여 그 확률이 적은 가설을 소거하고 나머지 가설들만으로 필터링을 계속하는 방법으로서, 일정한 크기 이하의 확률을 가지는 가설을 모두 소거하는 방법과 확률이 큰 순서로 몇개의 가설만을 남기는 방법인 N-best기법이 있다. 이 밖에도 시스템이 선택할 수 있는 모델을 유한개로 가정하고, 시스템 모델이 변화할 수 있는 가능성들을 제한하며 필터링하는 기법들이 다중모델필터(multiple model filter) 또는 필터은행(filter bank)이라는 제목으로 다양하게 연구되었다[2,10]

유사한 가설의 통합은 해당 가설에 의하여 구성되는 확률밀도함수가 비슷한지를 검사하여 두 가설을 합치는 방법으로서, 특히 선형시스템 마코프 가설인 경우에는 해당 확률밀도함수가 정규분포를 이루게 되므로 그 평균과 분산을 서로 비교하는 방법을 이용할 수 있다[1,5].

이 밖에 많이 이용되는 방법으로 N-scan back 기법[5]이 있다. N-scan back의 기본개념은 현재 시각을 $k$라 할 때, 시각 $k-N$에서 $k$까지의 모델전이형태가 같은 가설을 모두 같은 것으로 상정하여 통합하는 개념이다. 그러므로, 매시간 부가되어 변화할 수 있는 변이가능모델의 갯수가 m개라 하면, 1-scan back에서는 매 시각마다 m개의 가설만 남을 것이며, 2-scan back에서는 $m^2$개의 가설만이 남는다. 0-scan back의 경우에는 매 시각마다 1개의 가설만 남게 된다. 또한 각각의 가설을 다루기 위하여 필요한 칼만필터의 수는 1-scan back 의 경우는 $m^2$개, 0-scan back 의 경우는 m개이다. 그 이유를 예를 통하여 살펴보자.

그림 3은 매 시각에서의 변이가능모델이 M1과 M2의 2가지인 경우에 대한 0-scan back과 1-scan back 가설축소기법의 개념을 비교하여 도시한 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 1-scan back의 경우에는 가장 최근의 변이모델이 같은 가설은 하나로 상정한다. 그러므로 M1→M1에 대한 조건부 칼만필터 결과와 M2→M1에 대한 조건부칼만필터의 결과는 그 추정치를 각 가설의 존재확률로 가중하여 하나로 결합하고 다음 시각에서의 필터링을 준비하게 된다. 마찬가지로 M1→M2와 M2→M2도 결합되게

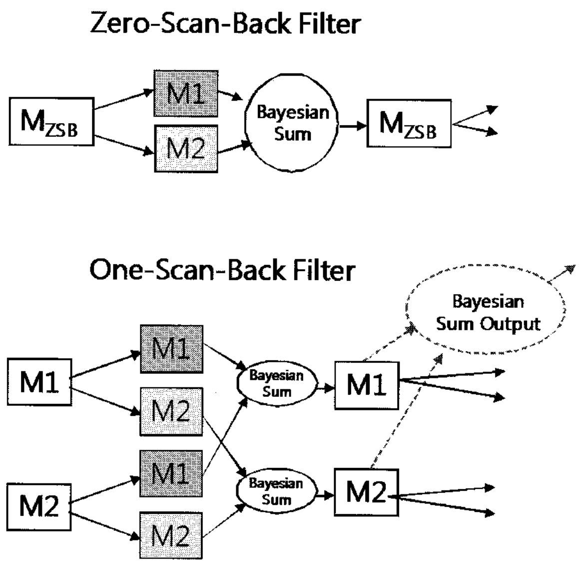



그림 3. 0-scan back과 1-scan back 가설축소기법 (모델이 2개인 경우)

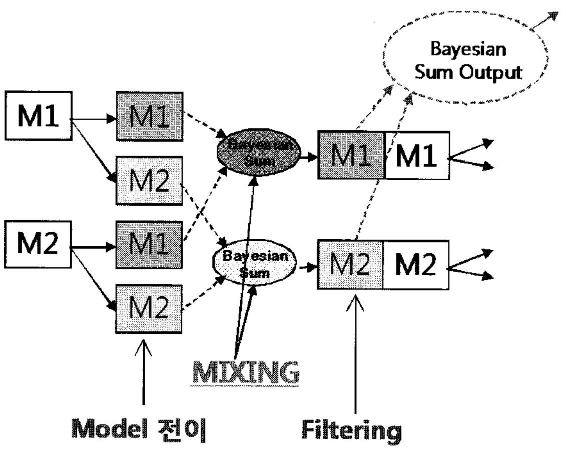



그림 4. 상호간섭 다중모델(IMM)필터 (모델이 2개인 경우)

되므로 결국 매 시각 2개의 가설만 남게된다. 이 경우 M1→M1, M2→M1, M1→M2, M2→M2 의 네가지 가설을 다루어야 하므로 필요한 조건부 칼만필터의 갯수는 4개이다. 이에 반하여 0-scan back의 경우에는 모든 가설을 통합하여 매 시각 한개의 가설만을 남기는 것을 알 수 있으며, 요구되는 조건부 칼만필터도 2개 뿐이다. 그러므로 1-scan back기법은 0-scan back 기법에 비하여 더 많은 계산량 및 기억용량을 요구하게 된다. 하지만 성능면에서 살펴본다면 이와 반대로 더 많은 수의 가설을 유지함으로 인하여 시스템의 변화에 더 잘 대처할 수 있는 장점이 있다고 할 수 있다[1,5,6].

이밖에도 1-scan back과 0-scan back의 개량된 절충형태로서 상호간섭 다중모델(IMM)필터(interacting multiple model filter)를 들 수 있다. 이 필터는 위에 설명한 1-scan back기법과 0-scan back 기법의 장단점을 혼합하여 비교적 적은 계산량으로 양호한 성능을 얻을 수 있도록 개발된 필터이다[6]. 이 필터는 1-scan back 필터와 같이 매 시각 m개의 가설을 남기는 형태이지만 필터링 중간에 적용하여야 할 칼만필터의 갯수는 0-scan back 필터와 같이 m개뿐이므로 1-scan back 필터보다 적은 계산량을 필요로 한다. 그럼에도 불구하고 이 기법은 많은 응용 예를 통하여 1-scan back필터와 유사한 성능을 제공함이 알려져 있다[6].

그림 4는 그림 3에서의 경우와 같이 2개의 전이가능모델이 있는 경우에 대한 상호간섭다중모델필터기법을 도시한 것이다. 상호간섭다중모델필터가 1-scan back 필터와 다른점은 mixing이라는 과정을 통하여 모델전이에 따른 각 부필터들의 초기치를 새로 산정하고 이렇게 새로 산정된 초기치를 이용하여 두개의 칼만필터만 구동한다는 점이다. 즉, 1-scan back 가설융합을 각 부필터의 초기치 설정단계에서만 수행하록 수정함으로써 부필터에서 구동하여야 할 칼만필터의 갯수를 0-scan back 수준으로 줄인 것이다. 따라서 상호간섭다중모델필터는 0-scan back 필터와 1-scan back 필터의 중간형태라 할 수 있다[12]. 상호간섭 다중모델필터는 계산량 대비 성능의 우수성으로 인하여 성공적인 응용 예가 많이 보고되고 있다.

## 6. 결론

본 고에서는 확률론에 기반을 두고 있는 추정기법 중에서 동적 시스템 상태변수 추정을 위하여 많이 이용하는 베이시안 상태변수 추정방법과 그 발전된 형태인 다중가설필터에 대하여 살펴보았다. 베이시안 상태변수 추정기법은 시스템의 동력학적 특성과 측정치의 특성을 손쉽게 고려할 수 있는 순환적 구조를 가지는 장점이 있으므로 실제적 구현을 위한 다양한 기법들이 연구되고 있다. 특히 최근에 들어 비선형 필터분야에서 많은 관심을 받고 있으며, unscented 필터나 파티클 필터 등의 연구 결과들이 보고되고 있다.

다중가설필터 기법은 다양한 가설을 도입하고 이를 베이시안 추정기법의 틀에서 운용하는 방법이다. 본 고에서는 선형 가우스 마코프시스템의 모델전이가설을 이용하는 경우를 중심으로 다중가설필터의 구성 및 특성을 소개하였다. 이러한 내용은 표적추적필터 분야에서 많이 연구 및 적용되었다. 이밖에도 모델전이 가설을 넘어서는 다양한 가설을 이용하여 다중가설필

터를 적용하면 보다 다양하고 유용한 결과를 얻을 수 있다. 예를 들면 상태변수의 전이를 직접 가설로 만들어 다중가설필터 개념을 적용시키면 칼만필터도 손쉽게 유도되며[12], 두 개의 확률변수 또는 상태변수가 곱을 이루는 형태의 문제에서는 이 변수중 하나를 가설로 풀어줌으로써 적절한 형태의 베이시안 추정기를 유도할 수도 있다[13].

베이시안 상태변수 추정기법과 다중가설필터기법은 확률론에 기반하여 시스템의 상태변수를 추정하는 알고리듬을 개발하는데 있어서 기본이 되어왔으며, 앞으로도 많은 응용 가능성을 주는 이론이라 할 수 있다.

## 참고문헌


[1] D.B. Reid, *A Multiple Hypothesis Filter for Tracking Multiple Targets in a Cluttered Environment*, Tech. Report LMSC-D560254, Lockheed Palo Alto Research Lab. Palo Alto, CA, Sep. 1977.

[2] Peter S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control*, Academic Press, 1979.

[3] H.W. Sorenson, *Kalman Filtering: Theory and Application*, IEEE Press, 1985.

[4] F. L. Lewis, *Optimal Estimation*, John Wiley & Sons, 1986.

[5] S.S. Blackman, Multiple-Target Tracking with Radar Applications, Artech House, Inc., 1986.

[6] H.A.P. Blom and Bar-Shalom, "The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients," IEEE Trans. Automatic Control., AC-33, 1988.

[7] 황익호, 기동표적추적을 위한 필터링기법, 서울대학교 공과대학 박사학위논문, 서울대학교, 1995.

[8] Ra, W.S., A *Unified Approach to Robust Filtering using the Krein Space Estimation Theory*, MS thesis, Yonsei Univ., 1999.

[9] 장인식, 베이즈추론, 학술연구총서 60, 고려대학교 출판부, 2001.

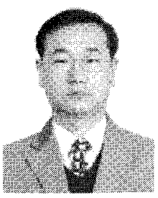
[10] Branko Ristic et al, *Beyond the Kalman Filter*, ARTECH House, 2004.

[11] Whang, I.H. and Ra, W.S., "Robust Kalman Filtering based on Multiple Hypothesis Techniques," SICE-ICCAS International Joint Conference, Busan, Oct. 2006.

[12] 황익호, '고급상태변수 추정문제에 대한 확률론적 접근-다중가설필터 기법을 중심으로,' 중앙대학교 정보통신연구원 세미나 자료, 2007.

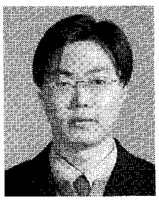
[13] 황익호, 나원상, 조성진, 박해리, "등분산 가설을 이용한 기압고도계 오차추정," 제어로봇시스템학회지, 가을호(9 월호), 2008.


## 저자약력

**황 익 호**

- 1988년 서울대학교 제어계측공학과 학사.
- 1990년 서울대학교 제어계측공학과 석사.
- 1995년 서울대학교 제어계측공학과 박사.
- 1995년~현재 국방과학연구소 유도조종부 책임연구원.
- 관심분야 : 유도조종기법, 추정론, 표적추적필터.



**나 원 상**

- 1998년 연세대학교 전기공학과 학사.
- 2000년 연세대학교 전기 및 컴퓨터공학과 석사.
- 2000년~현재 국방과학연구소 유도조종부 선임연구원.
- 관심분야 : 강인 상태추정이론, 유도조종기법.