분할법에서 EMS알고리즘을 이용한 풀링분산검정

최 성 운*
*경원대학교 산업공학과

- Pooling Variance Tests Using Expected Mean Square in Split-Plot Designs -

Sungwoon Choi*
*Department of Industrial Engineering, Kyungwon University

Abstract

The research proposes three ANOVA(Analysis of Variance) tests using expected mean square(EMS) algorithms in various split-plot designs. The variance tests consist of Never-Pool test, Sometimes-Pool test and Always-Pool test. This paper also presents two EMS algorithms such as standard method and easy method. These algorithms are useful to make a decision rule for pooling. Numerical examples are illustrated for various split-plot designs such as split-plot designs, split-split-plot designs, repetition split-plot designs, and nested designs. Pragmatically, the results are summarized and compared with popular ANOVA spreadsheets and data model equations.

Keywords : Never-Pool Test, Sometimes-Pool Test, Always-Pool Test, EMS Algorithms, Split-Plot, Split-Split-Plot, Repetition Split-Plot, Nested Designs

1. 서 론

식스 시그마 경영 및 혁신운동에서는 개선 프로세스로 DMAIC(Define, Measure, Analyze, Improve, Control), DIDOV(Define, Identify, Design, Optimize, Verify), DMADV(Define, Measure, Analyze, Design, Validate) 등을 사용하고 있다. 이 중 DIDOV와 DMADV는 신제품의 개발조건과 신공정의 생산기술조건 및 신규 서비스 프로세스의 디자인에 적용한다. 이 경우 실험계획법과 신뢰성공학은 고객의 사용조건에 따른 고장(Failure)과 클레임(Claim)을 미연에 방지할 수 있고 생산기술 조건에 따른 부적합품(불량, Nonconforming Unit)과 부적합(결점, Nonconformance)을 사전에 예방할 수 있는 도구로 사용되고 있다.

실험계획법은 최소의 실험횟수로 고객의 스펙요구(상한규격, 하한규격, 양쪽규격)에 따른 특성치(망소특성, 망대특성, 망목특성)에 영향을 주는 인자를 선정하는 검정절차(ANOVA, 회귀분석, 반응표면분석, 혼합물 실험계획)와 인자의 최적 수준 및 처리조건을 선정하는 추정단계로 구성된다. 실험계획법에서 ANOVA를 실시할 경우 오차항은 정규성, 독립성, 등분산성 및 불편성을 만족해야 하며 반복(Replication)을 실시할 경우 CRD (Completely Randomized Design)를 전제 조건으로 한다. CRD는 오차를 분산시키는 이론적으로 우수한 효과적 방법이나 실제 실무에서는 시간과 비용을 요구하는 비효율적인 방법이다.

따라서 본 연구에서는 고온 또는 저온처리 같이 제어하는 경우 실험비용이 많이 들거나 화학촉매 공정조건과 같이 제어하는 경우 실험시간이 많이 소요되는 때 적용할 수 있는 블록(Block)화 분할법(Split-Plot Design)에서 EMS(Expected Mean Square)알고리즘을 이용한 다양한 풀링분산 검정방법을 비교 제시하고자 한다.

† 교신저자: 최성운, 경기도 성남시 수정구 북정동 산65 경원대학교 산업공학과
M · P: 011-256-0697, E-mail: swchoi@kyungwon.ac.kr
2008년 7월 접수; 2008년 8월 수정본 접수; 2008년 8월 게재확정

풀링분산 검정방법으로는 세 가지가 있는 데 Never-Pool 검정은 오차항이 없는 포화된(Saturated) 데이터의 구조식으로 완전히 정의된 모형(Completely Specified Model)을 기술하는 정확한 검정(Exact Test)방법이다.

Always-Pool 검정은 의미가 없는 고차의 교호작용이나 블록반복과의 교호작용을 오차항으로 풀링하여 완전히 축소된 모형(Completely Reduced Model)을 사용하는 근사 검정(Approximate Test)이다.

Sometimes-Pool 검정은 불완전 정의 모형(Incompletely Specified Model)의 예비 검정(Preliminary Test)에 의해 풀링 여부를 결정하고 완전히 정의된 모형과 완전히 축소된 모형에 의해 최종검정(Final Test)을 실시한다. EMS 알고리즘은 ANOVA에서 F_0검정을 실시하거나 분산성분을 추정할 경우 사용된다.

Janky[9]는 분할법[7,11]의 ANOVA 검정에 대한 Sometimes-Pool 방법을 연구하였으며 Paull[12]과 Bozivich et al.[13]는 모수모형의 2단 분할법에서 한 인자를 1차단위 오차에 풀링업(Pooling Up)하고 2차단위 오차를 1차단위 오차에 풀링다운하는 방법을 연구하였다. 반복있는 2원배치인 경우 Wolde et al.[14]는 변량모형에서 오차항을 교호작용에 풀링다운하는 경우, Mead et al.[10]는 모수모형에서 교호작용을 오차항에 풀링다운하는 방법을 제시하였다. 또한 오차항의 풀링시 기술적인 의미, 통계적 유의성 결과, α β F_0비, 오차항의 자유도 등을 고려하는 일반적인 원칙이 있다.[1-4]

대부분의 실험계획법 교재에서는 현장사용의 간편성과 효율성을 추구하는 일본형 실험계획법을 채택하고 있으며 이 방법은 오차항을 미리 풀링하는 Always-Pool 검정 방법으로 분할법의 경우 블록반복검정시 이론적인 문제의 여지가 있다. 그러나 통계 이론의 효과성면을 추구하는 미국형 실험계획법에서는 Never-Pool 검정방법에 의해 정확한 검정을 실시한 후 유연성 있게 Sometimes-Pool 검정 방법을 선택할 수 있으나 블록반복 검정이 이론적으로 불가능하며 현장사용시 복잡성의 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 분할법에 관련된 다양한 실험계획법 모형을 대상으로 기존 연구에서 수행되지 않았던 Never-Pool 검정, Always-Pool 검정, Sometimes-Pool 검정을 특징에 따라 비교, 제시한다. 본 연구에서는 첫째 대표적인 EMS 알고리즘을 표준방법으로 소개하고 이를 효율적으로 구축할 수 있는 간이방법을 제안한다. 둘째 1차 단위가 1원배치, 2원배치인 단일분할법(Split-Plot Design)과 2차 단위가 1원배치, 2원배치인 2단분할법(Split-Split-Plot Design)의 EMS 알고리즘을 이용해서 Never-Pool 검정, Sometimes-Pool 검정과 Always-Pool 검정방법을 비교 제안한다. 마지막으로 1차단위가 2원배치, 3원배치의 다방(Multi-Cell) 분할법인 되풀이(Repetition)분할법과 2단계, 3단계의 다단계 (Multi-Stage)분할법인 지분실험법(Nested Design)의 EMS 알고리즘을 제시한다.

2. EMS 알고리즘

2.1 표준방법

표준화된 Never-Pool 검정 EMS 알고리즘은 다음과 같다.

1 단계 : 데이터 구조식에서 μ를 제외한 항을 ANOVA의 주효과와 교호작용효과의 항과 일치하도록 영어 대문자로 순서대로 첫 번째 열에 적는다.

2 단계 : 두 번째 열부터 모수인자(Fixed Factor)인 경우 F, 변량인자(Random Factor)인 경우 R로 적고 위에는 수준주 또는 반복수(l m r ・・・), 아래는 첨자(i j k ・・・)를 적는다.

3 단계 : 각행에 해당하는 첨자를 제외하고 나머지 행에 수준수 또는 반복수를 기입한다.

4 단계 : 빈열을 찾아서 F이면 0을 R이면 1을 기입한다.

5 단계 : A_i행에서 EMS_A를 구하려면 i열을 가리고 각 행렬로 적혀진 수준수와 반복수를 자신의 분산성분을 곱하고 i가 있는 행만을 선택하여 오차의 분산성분과 합한다. A가 변량인자인 경우 $\sigma_A^2 = E[\frac{\sum_{i=1}^{l}(a_i-\bar{a})^2}{l-1}]$ 이나 A가 모수인자인 경우 $\sigma_A^2 = E[\frac{\sum_{i=1}^{l}a_i^2}{l-1}]$이므로 변량인자와 구별하기 위하여 모수인자인 경우 $\sigma_A^2{}'$으로 표시한다.

6 단계 : F_0검정을 실시할 경우 자기자신의 분산성분이 검출될 수 있도록 해당하는 행간의 EMS로 나눈다.

2.2 간이방법

간이 Never-Pool검정 EMS알고리즘은 순수한 모수인자만의 EMS 변화하는 항을 추가하면 되는 효율적인 방법이다.

1 단계 : 2.1 절의 1단계와 동일함.

2 단계 : 각 행에 모수인자와 변량인자를 표시한다. 모수인자와 변량인자의 교호작용은 변량인자가 된다.

3 단계 : 각 행의 분산성분을 표기하고 자기 자신을 제외한 나머지 수준수와 반복수를 계수로 곱하여 오차의 분산성분과 더한다.

4 단계 : 변량인자인 경우 3단계가 행 인자의 EMS가 되나 모수인자인 경우 해당 Plot 안의 변량인자와 한 차수 높은 교호작용이 발생되므로 자기자신을 제외한 나머지 수준수와 반복수를 계수로 곱하여 추가로 더해준다. 분할법이 아닌 경우 전체가 1개의 Plot으로 구성된 것으로 간주하며 4단계 방법은 저자가 주장하는 인자의 먹물이론으로 모수인자는 물, 변량인자는 먹물로 가정할 경우 두 인자를 같이 사용하는 경우 모수인자(물로 가정)는 변량인자(먹물로 가정)의 영향을 받을 경우 물+먹물은 섞인 먹물 즉 모수인자는 변량인자의 영향을 받아 변량인자인 교호작용이 EMS에 첨가되며 변량인자간은 먹물+먹물은 먹물 즉 변량인자가 되는 원리를 응용하였다.

5 단계 : 2.1절과 같이 A가 변량인자인 경우 σ_A^2으로 A가 모수인자인 경우 $\sigma_A^2{}'$으로 표시한다.

6 단계 : 2.1절의 6단계와 동일함

3. 분할법의 풀링분산검정

3.1 단일분할법 : 1차단위 A, 2차단위 B

3.1.1 Never-Pool 검정과 Sometimes-Pool 검정

블록반복이 없는 단일분할법의 경우 데이터의 구조식을 $x_{ij}=\mu+a_i+e_{(1)ij}+b_j+e_{(2)ij}$로 표시되나 $e_{(1)ij}$는 A인자와 교락되어 있고 $e_{(2)ij}$는 $A\times$B교호작용과 교락되어 있어 사용이 불가능하다.

블록반복이 있는 단일 분할법의 경우 Never-Pool 검정용 데이터의 구조식은 $x_{ijk}=\mu+r_k+a_i+(ar)_{ik}+b_j+(ab)_{ij}+(br)_{jk}+(abr)_{ijk}$가 되며 Always-Pool 검정에서는 $(ar)_{ik}$가 1차 오차, $(br)_{jk}+(abr)_{ijk}$가 2차 오차가 된다. Never-Pool 검정을 위한 표준화된 EMS알고리즘은 도표 1과 같다. 도표 1에서 F_0검정결과 유의성 여부에 따라 오차항에 일부를 풀링하는 Sometimes-Pool 검정과 완전히 풀링하는 Always-Pool검정을 실시한다.

도표 1 Never-Pool 검정 EMS와 F_0 : 1차 단위 A

Source	l F i	m F j	r F k	EMS	F_0
R_k	l	m	1	$\sigma_E^2+lm\sigma_R^2$	–
A_i	0	m	r	$\sigma_E^2+m\sigma_{A\times R}^2+mr\sigma_A^2{}'$	$\frac{A*}{A\times R}$
$(A\times R)_{ik}$	0	m	1	$\sigma_E^2+m\sigma_{A\times R}^2$	–
B_j	l	0	r	$\sigma_E^2+l\sigma_{B\times R}^2+lr\sigma_B^2{}'$	$\frac{B}{B\times R}$
$(A\times B)_{ij}$	0	0	r	$\sigma_E^2+\sigma_{A\times B\times R}^2+r\sigma_{A\times B}^2{}'$	$\frac{A\times B}{A\times B\times R}$
$(B\times R)_{jk}$	l	0	1	$\sigma_E^2+l\sigma_{B\times R}^2$	–
$(A\times B\times R)_{ijk}$	0	0	1	$\sigma_E^2+\sigma_{A\times B\times R}^2$	–

* $\frac{EMS_A}{EMS_{A\times R}}$를 $\frac{A}{A\times R}$로 간략히 표시한 것으로 모든 도표에서 사용

3.1.2 Always-Pool 검정

데이터의 구조식은 $x_{ijk}=\mu+r_k+a_i+e_{(1)ij}+b_j+(ab)_{ij}+e_{(2)ijk}$의 완전히 축소된 모형이 된다.

Always-Pool검정을 위한 EMS와 F_0는 도표 2와 같다. 그러나 블록반복 인자 R의 EMS는 도표 1의 EMS에서 성립될 수 없는 식으로 검정을 수행할 수 없으나 대부분의 실험계획법 교재에서는 블록반복의 효과를 파악하기 위하여 사용하고 있다.

도표 2 Always-Pool 검정 EMS와 F_0 : 1차 단위 A

Source	EMS	F_0
R	$\sigma_{E_2}^2+m\sigma_{E_1}^2+lm\sigma_R^2$	$\frac{R}{E_1}$
A	$\sigma_{E_2}^2+m\sigma_{E_1}^2+mr\sigma_A^2{}'$	$\frac{A}{E_1}$
E_1	$\sigma_{E_2}^2+m\sigma_{E_1}^2$	$\frac{E_1}{E_2}$
B	$\sigma_{E_2}^2+lr\sigma_B^2{}'$	$\frac{B}{E_2}$
$A\times B$	$\sigma_{E_2}^2+r\sigma_{A\times B}^2{}'$	$\frac{A\times B}{E_2}$
E_2	$\sigma_{E_2}^2$	–

3.2 단일분할법 : 1차 단위 $A\times B$, 2차 단위 C

3.2.1 Never-Pool 검정과 Sometimes-Pool 검정

블록반복이 없는 단일분할법의 경우 데이터의 구조식은 $x_{ijk}=\mu+a_i+b_j+e_{(1)ij}+c_k+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+e_{(2)ijk}$로 표시되나 $e_{(1)ij}$는 $A\times B$ 교호작용을 검출하고자 할

경우는 사용할 수 없다.

블록반복이 있는 단일 분할법의 경우 Never-Pool 검정용 데이터의 구조식은 $x_{ijkp}=\mu+r_p+a_i+b_j+(ab)_{ij}+(ar)_{ip}+(br)_{jp}+(abr)_{ijp}+c_k+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+(abc)_{ijk}+(cr)_{kp}+(acr)_{ikp}+(bcr)_{jkp}+(abcr)_{ijkp}$가 되며 Always-Pool 검정에서는 $(ar)_{ip}+(br)_{jp}+(abr)_{ijp}$가 1차 오차, $(cr)_{kp}+(acr)_{ikp}+(bcr)_{jkp}+(abcr)_{ijkp}$가 2차 오차가 된다.

Never-Pool 검정을 위한 EMS와 F_0는 도표 3과 같다. 도표 3에서 F_0검정 결과 유의성 여부에 따라 Sometimes-Pool검정 또는 Always-Pool 검정을 실시한다.

도표 3 Never-Pool 검정 EMS와 F_0 : 1차 단위 $A\times B$

Source	EMS	F_0
R	$\sigma^2_E+lmn\sigma^2_R$	–
A	$\sigma^2_E+mn\sigma^2_{A\times R}+mnr\sigma^2_A{}'$	$\frac{A}{A\times R}$
B	$\sigma^2_E+ln\sigma^2_{B\times R}+lnr\sigma^2_B{}'$	$\frac{B}{B\times R}$
$A\times B$	$\sigma^2_E+n\sigma^2_{A\times B\times R}+nr\sigma^2_{A\times B}{}'$	$\frac{A\times B}{A\times B\times R}$
$A\times R$	$\sigma^2_E+mn\sigma^2_{A\times R}$	–
$B\times R$	$\sigma^2_E+ln\sigma^2_{B\times R}$	–
$A\times B\times R$	$\sigma^2_E+n\sigma^2_{A\times B\times R}$	–
C	$\sigma^2_E+lm\sigma^2_{C\times R}+lmr\sigma^2_C{}'$	$\frac{C}{C\times R}$
$A\times C$	$\sigma^2_E+m\sigma^2_{A\times C\times R}+mr\sigma^2_{A\times C}$	$\frac{A\times C}{A\times C\times R}$
$B\times C$	$\sigma^2_E+l\sigma^2_{B\times C\times R}+lr\sigma^2_{B\times C}$	$\frac{B\times C}{B\times C\times R}$
$A\times B\times C$	$\sigma^2_E+\sigma^2_{A\times B\times C\times R}+r\sigma^2_{A\times B\times C}$	$\frac{A\times B\times C}{A\times B\times C\times R}$
$C\times R$	$\sigma^2_E+lm\sigma^2_{C\times R}$	–
$A\times C\times R$	$\sigma^2_E+m\sigma^2_{A\times C\times R}$	–
$B\times C\times R$	$\sigma^2_E+l\sigma^2_{B\times C\times R}$	–
$A\times B\times C\times R$	$\sigma^2_E+\sigma^2_{A\times B\times C\times R}$	–

3.2.2 Always-Pool 검정

데이터의 구조식은 $x_{ijkp}=\mu+r_p+a_i+b_j+(ab)_{ij}+e_{(1)ijp}+c_k+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+(abc)_{ijk}+e_{(2)ijkp}$의 완전 축소모형이 되며 Always-Pool 검정을 위한 EMS와 F_0는 도표 4와 같다. 그러나 블록인자 R의 F_0는 도표 3의 EMS형태로 보아 구할 수 없으나 대부분의 실험계획법 교재에서는 사용하고 있다.

3.3 2단 분할법 : 1차 단위 A, 2차 단위 B 3차 단위 C

3.3.1 Never-Pool 검정과 Sometimes-Pool 검정

블록반복이 없는 2단 분할법의 경우 데이터의 구조식은 $x_{ijk}=\mu+a_i+e_{(1)ij}+b_j+e_{(2)ij}+c_k+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+e_{(3)ijk}$로 표시된다. $e_{(1)ij}$는 A, $e_{(2)ij}$는 $A\times B$, $e_{(3)ijk}$는 $A\times B\times C$와 교락되어 있어 사용이 불가능하다.

도표 4 Always-Pool 검정 EMS와 F_0 : 1차 단위 $A\times B$

Source	EMS	F_0
R	$\sigma^2_{E_2}+n\sigma^2_{E_1}+lmn\sigma^2_R$	$\frac{R}{E_1}$
A	$\sigma^2_{E_2}+n\sigma^2_{E_1}+mnr\sigma^2_A{}'$	$\frac{A}{E_1}$
B	$\sigma^2_{E_2}+n\sigma^2_{E_1}+lnr\sigma^2_B{}'$	$\frac{B}{E_1}$
$A\times B$	$\sigma^2_{E_2}+n\sigma^2_{E_1}+nr\sigma^2_{A\times B}$	$\frac{A\times B}{E_1}$
E_1	$\sigma^2_{E_2}+n\sigma^2_{E_1}$	$\frac{E_1}{E_2}$
C	$\sigma^2_{E_2}+lmr\sigma^2_C{}'$	$\frac{C}{E_2}$
$A\times C$	$\sigma^2_{E_2}+mr\sigma^2_{A\times C}{}'$	$\frac{A\times C}{E_2}$
$B\times C$	$\sigma^2_{E_2}+lr\sigma^2_{B\times C}{}'$	$\frac{B\times C}{E_2}$
$A\times B\times C$	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{A\times B\times C}{}'$	$\frac{A\times B\times C}{E_2}$
E_2	$\sigma^2_{E_2}$	–

블록반복이 있는 2단 분할법의 경우 Never-Pool 검정용 데이터의 구조식은 $x_{ijkp}=\mu+r_p+a_i+(ar)_{ip}+b_j+(ab)_{ij}+(br)_{jp}+(abr)_{ijp}+c_k+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+(abc)_{ijk}+(cr)_{kp}+(acr)_{ijp}+(bcr)_{jkp}+(abcr)_{ijkp}$가 되며 Always-Pool 검정에서는 $(ar)_{ip}$가 1차 오차, $(br)_{jp}+(abr)_{ijp}$가 2차 오차, $(cr)_{kp}+(acr)_{ijp}+(bcr)_{jkp}+(abcr)_{ijkp}$가 3차 오차가 된다.

Never-Pool 검정을 위한 EMS와 F_0는 도표 5와 같으며 F_0검정의 유의성 여부에 따라 Sometimes-Pool 검정 또는 Always-Pool 검정을 실시한다.

3.3.2 Always-Pool 검정

데이터의 구조식은 $x_{ijkp}=\mu+r_p+a_i+e_{(1)ip}+b_j+(ab)_{ij}+e_{(2)ijp}+c_k+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+(abc)_{ijk}+e_{(3)ijkp}$

의 완전 축소모형이 되며 Always-Pool검정을 위한 EMS와 F_0는 도표 6과 같다. 그러나 블록인자 R의 F_0는 도표 5의 EMS 구조로 구할 수 없으나 대부분의 실험계획법 교재에서는 사용하고 있다.

도표 5 Never-Pool 검정 EMS와 F_0 : 2차 단위 B

Source	EMS	F_0
R	$\sigma^2_E+lmn\sigma^2_R$	–
A	$\sigma^2_E+mn\sigma^2_{A\times R}+mnr\sigma^2_{A}{}'$	$\frac{A}{A\times R}$
$A\times R$	$\sigma^2_E+mn\sigma^2_{A\times R}$	–
B	$\sigma^2_E+ln\sigma^2_{B\times R}+\sigma^2_{B}{}'$	$\frac{B}{B\times R}$
$A\times B$	$\sigma^2_E+n\sigma^2_{A\times B\times R}+nr\sigma^2_{A\times B}{}'$	$\frac{A\times B}{A\times B\times R}$
$B\times R$	$\sigma^2_E+ln\sigma^2_{B\times R}$	–
$A\times B\times R$	$\sigma^2_E+n\sigma^2_{A\times B\times R}$	–
C	$\sigma^2_E+lm\sigma^2_{C\times R}+lmr\sigma^2_{C}{}'$	$\frac{C}{C\times R}$
$A\times C$	$\sigma^2_E+n\sigma^2_{A\times C\times R}+mr\sigma^2_{A\times C}{}'$	$\frac{A\times C}{A\times C\times R}$
$B\times C$	$\sigma^2_E+l\sigma^2_{B\times C\times R}+lr\sigma^2_{B\times C}{}'$	$\frac{B\times C}{B\times C\times R}$
$A\times B\times C$	$\sigma^2_E+\sigma^2_{A\times B\times C\times R}+r\sigma^2_{A\times B\times C}{}'$	$\frac{A\times B\times C}{A\times B\times C\times R}$
$C\times R$	$\sigma^2_E+lm\sigma^2_{C\times R}$	–
$A\times C\times R$	$\sigma^2_E+m\sigma^2_{A\times C\times R}$	–
$B\times C\times R$	$\sigma^2_E+l\sigma^2_{A\times C\times R}$	–
$A\times B\times C\times R$	$\sigma^2_E+\sigma^2_{A\times B\times C\times R}$	–

3.4 2단 분할법 : 1차 단위 A, 2차 단위 $B\times C$, 3차 단위 D

블록 반복이 있는 2단 분할법의 경우 Always-Pool 검정용 데이터 구조식은 $x_{ijkpqz}=\mu+r_p+a_i+e_{(1)ip}$ $b_j+c_k+(ab)_{ij}+e_{(2)ijkp}+d_q+e_z+(de)_{qz}+e_{(3)ijkpqz}$가 된다. Never-Pool 검정용 데이터 구조식은 $e_{(1)ip}$의 교락된 요인으로 $A\times R$, $e_{(2)ijkp}$와 교락된 요인으로 $B\times R$, $C\times R$, $A\times B\times R$, $A\times B\times C$, $B\times C\times R$, $A\times B\times C\times R$, $e_{(3)ijkpqz}$의 교락된 요인으로 $D\times R$, $E\times R$, $D\times E\times R$, $B\times E\times R$, $A\times E\times R$, $A\times B\times E\times R$, $B\times D\times R$, $C\times D\times R$, $C\times E\times R$, $B\times C\times E\times R$, $A\times B\times D\times R$, $A\times C\times E\times R$, $A\times B\times C\times D\times E\times R$을 포화된 오차항의 모형으로 간주하여 EMS와 F_0를 구하면 되나 검출하고자 하는 주효과나 교호작용 효과가 교락되지 않도록 주의하면서 검정을 실시해야 한다.

도표 6 Always-Pool 검정 EMS와 F_0 : 2차 단위 B

Source	EMS	F_0
R	$\sigma^2_{E_3}+ln\sigma^2_{E_2}+mn\sigma^2_{E_1}+lmn\sigma^2_R$	$\frac{R}{E_1}$
A	$\sigma^2_{E_3}+ln\sigma^2_{E_2}+mn\sigma^2_{E_1}+mnr\sigma^2_{A}{}'$	$\frac{A}{E_1}$
E_1	$\sigma^2_{E_3}+ln\sigma^2_{E_2}+mn\sigma^2_{E_1}$	$\frac{E_1}{E_2}$
B	$\sigma^2_{E_3}+ln\sigma^2_{E_2}+\ln r\sigma^2_{B}{}'$	$\frac{B}{E_2}$
$A\times B$	$\sigma^2_{E_3}+l\sigma^2_{E_2}+nr\sigma^2_{A\times B}{}'$	$\frac{A\times B}{E_2}$
E_2	$\sigma^2_{E_3}+ln\sigma^2_{E_2}$	$\frac{E_2}{E_3}$
C	$\sigma^2_{E_3}+lmr\sigma^2_{C}{}'$	$\frac{C}{E_3}$
$A\times C$	$\sigma^2_{E_3}+mr\sigma^2_{A\times C}{}'$	$\frac{A\times C}{E_3}$
$B\times C$	$\sigma^2_{E_3}+lr\sigma^2_{B\times C}$	$\frac{B\times C}{E_3}$
$A\times B\times C$	$\sigma^2_{E_3}+r\sigma^2_{A\times B\times C}$	$\frac{A\times B\times C}{E_3}$
E_3	$\sigma^2_{E_3}$	–

4. 기타 분할법

4.1 되풀이 분할법

4.1.1 1차 단위 2원배치, 2차단위 되풀이(Repetition)

Always-Pool 검정용 데이터의 구조식은 $x_{ijk}=\mu+a_i+b_j+e_{(1)ij}+e_{(2)ijk}$이 되며 Never-Pool 검정에서는 $e_{(1)ij}$는 $A\times B$, $e_{(2)ijk}$는 $A\times B\times$반복을 포화된 모형으로 정확한 검정을 수행하면 된다. Always-Pool 검정용 EMS와 F_0는 도표 7과 같다.

도표 7 Always-Pool 검정 EMS와 F_0 :1차 단위 2원 배치

Source	EMS	F_0
A	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+mr\sigma^2_{A}{}'$	$\frac{A}{E_1}$
B	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+lr\sigma^2_{B}{}'$	$\frac{B}{E_1}$
E_1	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}$	$\frac{E_1}{E_2}$
E_2	σ^2_E	–

4.1.2 1차 단위 3원배치, 2차 단위 되풀이(Repetition)

Always-Pool 검정용 데이터의 구조식은 $x_{ijkp}=\mu+a_i+b_j+c_k+(ab)_{ij}+(ac)_{ik}+(bc)_{jk}+e_{(1)ijk}+e_{(2)ijkp}$

이 되며 Never-Pool 검정에서는 $e_{(1)ijk}$는 $A\times B\times C$, $e_{(2)ijkp}$는 $A\times B\times C\times$반복을 포화된 모형으로 정확한 검정을 수행하면 된다. Always-Pool 검정용 EMS와 F_0는 도표 8과 같다.

도표 8 Always-Pool 검정 EMS와 F_0 : 1차 단위 3원 배치

Source	EMS	F_0
A	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+mnr\sigma^2_{A}{}'$	$\frac{A}{E_1}$
B	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+\ lnr\sigma^2_{B}{}'$	$\frac{B}{E_1}$
C	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+lmr\sigma^2_{C}{}'$	$\frac{C}{E_1}$
$A\times B$	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+nr\sigma^2_{A\times B}{}'$	$\frac{A\times B}{E_1}$
$A\times C$	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+mr\sigma^2_{A\times C}{}'$	$\frac{A\times C}{E_1}$
$B\times C$	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}+lr\sigma^2_{B\times C}{}'$	$\frac{B\times C}{E_1}$
E_1	$\sigma^2_{E_2}+r\sigma^2_{E_1}$	$\frac{E_1}{E_2}$
E_2	$\sigma^2_{E_2}$	-

4.1.3 블록반복, 1차단위 1원배치, 2차 단위 되풀이(Repetition)

Always-Pool 검정용 데이터 구조식은 $x_{ijk}=\mu+r_k+a_i+e_{(1)ik}+e_{(2)ijk}$이 되며, Never-Pool 검정에서는 $e_{(1)ik}$는 $A\times R$, $e_{(2)ijk}$는 $A\times R\times$반복을 포화된 모형으로 정확한 검정을 수행하면 된다. Always-Pool 검정용 EMS와 F_0는 도표 9와 같다.

도표 9 Always-Pool 검정 EMS와 F_0 : 블럭반복

Source	EMS	F_0
R	$\sigma^2_{E_2}+m\sigma^2_{E_1}+lm\sigma^2_{R}{}'$	$\frac{R}{E_1}$
A	$\sigma^2_{E_2}+m\sigma^2_{E_1}+mn\sigma^2_{A}{}'$	$\frac{A}{E_1}$
E_1	$\sigma^2_{E_2}+m\sigma^2_{E_1}$	$\frac{E_1}{E_2}$
E_2	$\sigma^2_{E_2}$	-

4.2 지분실험법

4.2.1 2단계 지분실험법

데이터의 구조식은 $x_{ijk}=\mu+a_i+b_{j(i)}+e_{k(ij)}$가 되며 2.2절의 간이 EMS알고리즘에서 지분실험법일 경우 단계 4 에서 지분된 것처럼 EMS를 구하고 F_0는 위 항에서 아래 항으로 나누어 구한다. $EMS_E=\sigma^2_E$, $EMS_{B(A)}=\sigma^2_E+r\sigma^2_{B(A)}$, $EMS_A=\sigma^2_E+r\sigma^2_{B(A)}+mr\sigma^2_A$이며 $SS_{B(A)}=\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{r}(\overline{x_{ij.}}-\overline{x_{i..}})^2=S_{AB}-S_A$이다.

4.2.2 3단계 지분실험법

데이터의 구조식은 $x_{ijk}=\mu+a_i+b_{j(i)}+c_{k(ij)}+e_{p(ijk)}$가 되며 4.2.1 절과 같이 EMS와 F_0를 구한다.

$EMS_E=\sigma^2_E$, $EMS_{C(BA)}=\sigma^2_E+r\sigma^2_{C(BA)}$, $EMS_{B(A)}=\sigma^2_E+r\sigma^2_{C(AB)}+nr\sigma^2_{B(A)}$, $EMS_A=\sigma^2_E+r\sigma^2_{C(AB)}+nr\sigma^2_{B(A)}+mnr\sigma^2_A$이며 $SS_{B(A)}=SS_{AB}-S_A$, $SS_{C(BA)}=SS_{ABC}-SS_C$가 된다.

5. 결 론

본 연구에서는 비용과 시간관점에서 제어하기 어려운 (HTC : Hard To Control)인자인 경우 적용되는 분할법에서 EMS알고리즘을 이용한 풀링분산검정 방법을 다음과 같이 제시하였다.

첫째 대부분 사용하고 있는 EMS알고리즘 중 괄호를 쓰는 다소 혼란스러운 부분을 제외한 표준형 EMS알고리즘과 사용하기 간편하고 효율적인 간이형 EMS알고리즘을 제안하였다. 둘째 1차 단위가 1원, 2원배치인 단일분할법과 2차 단위가 1원, 2원배치인 2단 분할법의 EMS알고리즘을 이용해서 Never-Pool, Sometimes-Pool과 Always-Pool 검정방법을 제안하였다. 끝으로 분할법의 유형인 되풀이 분할법의 1차 단위가 2원, 3원 배치인 경우와 2단계, 3단계 분할법의 EMS알고리즘을 제시하였다.

향후 연구로는 포화실험에 의한 요인효과의 검정[5]과 Never-Pool 검정의 유효성 비교에 있다.

6. 참 고 문 헌

[1] 박동권, 실험계획법, 자유아카데미, 1995.

[2] 박성현 외, SPSS와 SAS분석을 통한 실험계획법의 이해, 민영사, 2005.

[3] 박성현, 현대실험계획법, 민영사, 2003.

[4] 이우선, 최신실험설계, 영풍문고, 1998.

[5] 최성운, “ k^n요인배치법에서 포화실험에 의한 요인 효과의 검정”, 대한안전경영과학회 춘계학술논문발표집, (2008) 295-299.

[6] Bozivich H., Bancroft T.A., Hartley H.O., "Power of Analysis of Variance Test Procedures for Certain Incompletely Specified Models, I", The Annals of Mathematical Statistics, 27(4)(1956) 1017-1043.

[7] Harter H.L., "On the Analysis of Split-Plot Experiments", Biometrics, 17(1)(1961) 144-149.

[8] Hines W.G.S., "Pragmatics of Pooling in ANOVA Tables", The American Statistician, 50(1996) 127-139.

[9] Janky D.G., " Sometimes Pooling for Analysis of Variance Hypothesis Tests : A Review and Study of a Split-Plot Model", The American Statistician, 54(4)(2000) : 269-279.

[10] Mead R., Bancroft T.A., Han C., "Power of Analysis of Variance Test Procedures for Incompletely Specified Fixed Models", The Annals of Statistics, 3(1975) 797-808.

[11] Merrington M., Thompson C.M., "Tables of Percentage Points of the Inverted Beta(F) Distribution", Biometrika, 33(1)(1943) 73-88.

[12] Paull A.E., "On a Preliminary Test for Pooling Mean Squares in the Analysis of Variance", Annals of Mathematical Statistics, 21(1950) 539-556.

[13] Rao C.V., Saxena K.P., " A Study of Power of a Test Procedure Based on Two Preliminary Tests of Significance", Estadistica, 33(1979) 201-2214.

[14] Wolde-Tsadik G., Afifi A.A., " A Comparision of the 'Sometimes-Pool', 'Sometimes-Switch', and 'Never-Pool', Procedures in the Two-Way ANOVA Random Effects Model", Technometrics, 22(1980) 363-373.

저 자 소 개

최 성 운

현 경원대학교 산업공학과 교수. 한양 대학교 산업공학과에서 공학사, 공학석사, 공학박사 학위를 취득하고, 1994년 한국과학재단 지원으로 University of Minnesota에서 1년간 Post-Doc을 수행했으며, 2002년부터 1년 반동안 University of Washington에서 Visiting Professor를 역임하였음. 주요 관심분야는 자동화 생산 및 장치 산업에서의 품질관리이며, 컴퓨터, 정보시스템의 신뢰성 설계 및 분석, 서비스 사이언스, RFID, ITSM시스템에도 관심을 가지고 있음.

주소: 경기도 성남시 수정구 복정동 산65번지 경원대학교 산업공학과