

## 그래프에서 교사와 학생의 의미 구성에 대한 사례연구

송정화\* · 이종희\*\*

본 연구는 수학 교사와 고등학생을 대상으로 그래프로부터 의미를 어떻게 구성하고 그 과정에서 그래프 해석의 요소들이 어떻게 상호작용 하는지를 분석하여, 그래프 교수학습에서 고려해야 할 점을 제안하는 것을 목적으로 한다. 분석결과, 교사와 학생 모두 그래프에서 의미를 구성하는 것에서 많은 어려움을 겪었고, 의미를 구성할 때 포개어지는 관계망의 형태로 구성해갔다. 또한 의미를 구성하는 과정에서 인지적·맥락적·정서적인 요소가 서로 상호작용하여 해석체를 구성해갔다. 하지만 이 과정에서 교사는 그래프에 질적인 접근방법으로 인지적인 요소에 주로 초점을 두었던 반면에, 학생은 양적인 접근방법으로 인지적인 요소와 함께 맥락적인 요소도 고려하여 자신이 구성한 해석체를 정당화시키고 이를 기반으로 의미를 구성해갔다. 본 연구는 이런 결과를 기반으로 그래프 교수학습에서 고려해야 할 점을 3가지로 제안하였다.

### I. 서 론

#### 1. 연구의 필요성 및 목적

그래프는 수학이나 과학, 경제학, 의학, 사회학 등과 같은 학문에서 뿐만 아니라, 뉴스, 신문, 잡지, 광고 등 우리 생활 곳곳에서 현상을 분석하고 이해하는데 사용되는 도구이며, 의사소통에 있어서도 핵심적인 역할을 한다. 이는 그래프가 다른 표현보다 많은 정보를 한 눈에 압축하여 나타낼 수 있고, 자료들의 상관관계를 파악할 수 있으며, 서로 다른 자료들을 비교하기 쉽고, 자료들의 변화 경향을 쉽게 추측할 수 있다는 장점 때문이다. 따라서 그래프를 그리고 읽고 해석하는 능력은 소수 전문가들의

업무에서 뿐만 아니라, 일반 대중들이 삶을 영위하는데 있어서 꼭 갖추어야 할 필수적인 능력이라 할 수 있다. 그럼에도 불구하고 많은 선형연구에서는 많은 사람들이 그래프 해석에 상당한 어려움을 가지고 있고, 또한 많은 오류를 범하고 있음을 보여주고 있다(안가영, 2001; Janvier, Bednarz, Belanger, 1987; Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990; Mevarech, & Kramarsky, 1997; Nemirovsky, & Monk, 2000; Roth, 2003; Vinner, & Dreyfus, 1989). 이는 그래프를 읽고 해석하는 것은 단순한 과정이 아니며, 다양한 요소가 결합된 복잡한 과정임을 나타낸다.

그래프와 관련된 과거 선형연구들을 보면, 과거에는 주로 인지심리학적 관점에서 그래프에서 학생들이 갖는 오개념이나 오류들을 규

\* 이화여자대학교 대학원(predana@hanmail.net)

\*\* 이화여자대학교(jonghee@ewha.ac.kr)

명하고, 이는 개인적인 차원에서 인지적 능력과 인지적 빨달, 독해력, 인지과정 등의 결여가 그 원인이라고 보았다(Leinhardt et al., 1990; Janvier, Bednarz, Belanger, 1987; Mevarech, & Kramarsky, 1997; Vinner, & Dreyfus, 1989). 하지만 이런 과거 연구들은 그래프를 사용하는 인간과 그들의 환경, 그리고 실행 사이에서의 관련성들은 고려하지 않았으며, 개인의 동기, 그래프 사용의 목적, 그래프에 포함된 조작들을 관련시켜 고려하지 않았다는 한계점을 갖는다(Roth, 2003, Roth, Bowen, McGinn, 1999). 최근 연구들에서는 과거의 선행 연구들과는 달리, 인류학적인 관점을 취하여 그래프를 실행, 공적인 사용과 조직 등 사회적 요소들과 결부시키고 있으며, 이는 학생들의 그래프에 관련된 행동에 영향을 미친다는 점을 강조하고 있다. 즉 그래프를 해석하고 이해하기 위해서는 단순히 그래프 구문뿐만이 아니라, 그래프가 참조한 맥락과 사회가 결정적인 역할을 한다는 것이다(Ainley, 2000; Monterio & Ainley, 2004; Nemirovsky & Monk, 2000; Roth & Brown, 2001; Roth, 2003). 특히 Roth(2003)에 의하면, 과학 분야에서 전문가들을 대상으로 그들에게 친밀하지 않은 그래프를 해석하는 과정을 주었을 때, 그들은 그래프와 데이터를 일반적으로 해석하지 못했다. 그는 이를 통해 그래프 해석에서는 무엇보다도 그래프가 참조한 맥락과, 그래프와 맥락에서의 친밀성과 경험의 중요성을 강조했다.

하지만 위의 선행연구들을 보면, 그래프가 하나의 기호임에도 불구하고 개인이 그래프라는 기호에서 의미를 어떻게 구성해나가는지에 대한 심층적인 연구와, 그래프 구문과 조작능력, 맥락, 경험 등 그래프 해석에서 결정적인 요소들이 기호의 의미작용에서 어떻게 작용하

는가에 대한 연구는 거의 없다. 주어진 데이터를 그래프로 알맞게 구성하거나 또는 그래프를 정확하게 읽고 해석하는 것도 또한 중요하지만, 한 걸음 더 나아가서 그래프를 해석하면서 의미를 구성하고, 이를 바탕으로 현상을 비판적으로 판단하고, 그것으로부터 앞으로의 경향을 예측하고 논리적으로 추론하여 문제를 해결하는 것은 그 이상으로 더 중요하며, 대부분 그래프 과제에서 요구하고 있는 능력이기도 하다. 이것이 바로 수학교육이 추구하는 목표 중의 하나인 수학적인 태도이며 또한 수학적인 힘이다. 그렇지만 지금까지의 연구는 그래프를 읽고 해석하는 것에만 그 초점이 치우쳐져 왔을뿐, 개인이 그래프에서 의미를 구성하는 과정과 또한 그 과정에서 어떤 점을 더 보완해야 할지에 대한 연구는 없는 편이다.

따라서 본 연구는 구체적인 사례를 기반으로 그래프 해석에서 기호의 의미작용을 분석하여 그래프 교육에서 교수학적인 시사점을 논의하는데 그 목적이 있다. 이를 연구하기 위해 먼저, 기호의 의미작용에 관한 문헌들을 연구하고, 그래프를 해석할 때 영향을 미치는 요소들을 선행연구를 통해 고찰하여 범주화한 후 연구를 위한 분석틀을 만들 것이다. 그리고 나서 학생과 수학교사를 대상으로 그래프로부터 의미를 어떻게 구성해나가는지 관찰하여, 그 차이점을 각각 분석하고, 그래프 해석의 요소들이 기호의 의미작용 과정에서 어떤 역할을 하는지를 분석하여 이것이 수학교육에 시사하는 바가 무엇인지 논의하고자 한다.

## 2. 연구문제

첫째, 학생과 수학교사는 그래프로부터 의미를 어떻게 구성하고, 그 과정에서 그래프 해석

의 요소들이 어떻게 상호작용 하는가?

둘째, 위의 연구 결과 이것이 수학교육에서 그래프 교육에 시사하는 바는 무엇이며, 이에 따른 지도방안은 무엇인가?

## II. 이론적 배경

Monk(2003)는 그래프의 사용을 두 가지로 정리하였다. 첫째는 정보와 이해를 의사소통하는 도구로서의 그래프로, 여기에서는 그래프가 담고 있는 메시지를 올바르게 잡아내는 것이 중요하다. 둘째는 의미를 만드는 도구로서의 그래프로, 개인이 그래프에서 정보를 구성하고 그래프 사용을 통해 모든 종류의 의미를 만드는 과정을 말한다. 이 과정에서는 오류와 실수가 일어날 수도 있지만 그래프 사용자가 그 과정에서 그래핑과 움직임에 관한 무언가를 배울 수 있는 탐구 과정이 될 수 있다. 정보와 이해를 의사소통하는 도구에서는 정확성과 명료성을 요구하고, 의미를 만드는 도구에서는 모호성과 열린 과제를 다루는 능력과 창조력을 요구로 한다. 이런 그래프의 두 가지 사용은 서로 다르지만, 모두 기본환경, 과제, 그래프 사용자의 경험과 지식에 의존하며, 많은 그래프는 두 가지 사용 방법을 모두 사용한다는 점에서 공통점을 갖기도 한다. 이 연구에서 그래프 해석은 두 가지 사용 방법 모두가 해당되지만 주로 두 번째 사용 방법이 분석의 대상이 된다. 이 장에서는 그래프에서 의미를 구성하는 과정을 분석하기에 앞서서, 이론적인 토대로서 기호의 의미작용 과정과 그래프에서 해석 요소들을 검토할 것이다.

### 1. 기호의 의미작용

그래프는 사람들의 협의에 의해 만들어진 하나의 기호이다. Mettell(1997)은 의미는 기호나 수학적 상징이나 개념에 있는 것이 아니라, 의미형성과 사용의 과정에 있다고 했다. 의미는 기호나, 대상이나, 머리 속에 있는 것이 아니라, 기호의 의미작용의 과정에 있는 것이다 (Kehle, Lester, 2003, 재인용). 따라서 그래프의 이해에 대해 고찰하기 위해서는 기호가 기호로서의 활동을 할 때 발생되는 의미에 관한 학문인 기호학의 관점에서 논의할 필요가 있다. 본장에서는 Peirce의 기호학을 기반으로 의미작용의 과정에 대한 문헌을 검토한다.

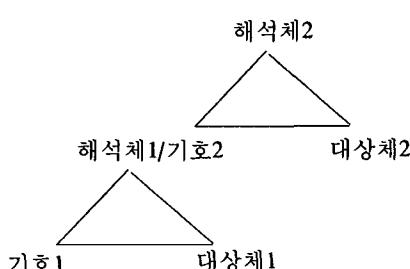
#### 가. Peirce의 기호학과 기호의 의미작용

기존의 Saussure의 기호학은 기표(signifier)와 기의(signified), 즉 소리를 듣고 그에 상응하는 개념을 연상하게 되는 의미작용을 분석단위로 삼는 이원체계인데 비하여, 실재에 관한 탐구의 논리로 개발된 Peirce의 기호학은 기표와 기의에 각각 해당되는 표현체(representamen)와 해석체(interpretant) 뿐만 아니라 탐구의 대상체(object)까지 포함하는 삼원체계로 이루어진 것이 그 특징이다. 표현체는 어떤 사람에게 어떤 것을 표현하거나 나타내는 것이고, 그런 점에서 기호<sup>1)</sup>라고도 한다. 여기서 표현되거나 나타내어지는 어떤 것을 대상체 혹은 지시대상이라고 한다. 이때 지시대상은 꼭 구체적인 존재만을 포함하는 것이 아니라, 추상적 존재, 관념까지도 포함한다. 해석체는 Saussure의 기호학에서 기의와 거의 같은 개념으로서, 기호와 대상체 간의 관계에 의하여 해석자의 의식에 드러

1) Peirce의 기호학에서 기호(sign)라는 용어는 두 가지 뜻으로 쓰이기 때문에 문맥에 따라 적절히 구별해서 이해해야 한다. 넓은 의미로 쓰일 때에는 기호작용을 이루는 세 가지 구성요소를 총칭하는 광의의 개념이고, 좁은 의미로 쓰일 경우는 세 가지 구성요소 중 표현체만을 지칭한다(전경갑, 오창호, 2004).

나는 생각이나 개념을 의미한다. 기호가 어떤 사람에게 대상체를 대신하여 나타낼 수 있는 이유는 오직 해석체에 의한 증개 때문이다. 해석체는 기호에 대한 개인의 반응과 대상체로 구성되는 것으로 기호와 그리고 그 대상체에 대한 사용자의 경험에 의해 만들어지는 정신적 개념이다(전경갑, 오창호, 2004).

Peirce는 기호의 특성으로 표현체, 대상체, 해석체의 끊임없는 상호작용과 발전과정을 포함하는 기호의 의미작용을 강조하였다. 기호는 대상체를 지시하기 위해 기호의 해석체를 규정하는 것이고, 이와 동일한 방식으로 해석체는 그것의 대상체를 지시한다. 이와 같이 해석체가 다시 기호가 되고 이같은 과정이 끊임없이 진행되는 과정이 기호의 의미작용이다(김성도, 2006). 해석체는 대상체를 여실히 재현하는 것 이 아니라, 대상체의 특정 측면만을 나타내기 때문에, Peirce는 이를 하나의 새로운 기반(ground) 혹은 새로운 기호로 해서, 대상체의 궁극적 실재에 대한 보다 진리로운 인식을 향해 단계적으로 접근해 갈 수 있다고 보았다(전경갑, 오창호, 2004). 즉 Peirce는 [그림 II-1]과 같이 해석체 자체가 한 단계 더 심층적 차원의 기호가 될 수 있고, 이 기호는 또 다른 해석체를 생성하며, 이러한 과정이 끊임없이 반복되면서 실재를 확정할 수는 없지만 재현할 수 있다고 보았던 것이다.

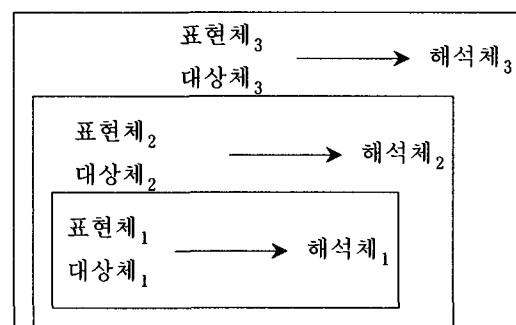


[그림 II-1] Peirce의 기호의 의미작용 모델

위에서와 같이 Peirce의 기호의 의미작용 과정을 보면, 기호 사용자가 대상과 가졌던 경험과 느낌, 생각, 행위에 따라 해석체는 다양하게 구성된다. 기호는 그것의 해석체와의 관계에서 이해되고 해석되므로, 기호는 다른 기호들과의 관계 맥락 속에서, 더 나아가서는 그 기호들이 사용되는 문화라는 전체적인 맥락 속에서 파악될 수밖에 없다는 것을 알 수 있다.

#### 나. Presmeg의 기호의 의미작용 모델

Presmeg(2006)는 기존의 선형적인 기호화 체인은 기호의 의미를 만들어가는 과정의 복잡성을 설명할 수 없다고 지적하면서, Peirce의 모델에 기반을 두고 수정을 하여 기호화를 서로 포개어지는(nested) 관계망의 구성 과정으로 설명하고 있다. 기존에 기호화의 과정으로 설명되었던 기호화 체인은 이전 기호 조합에서 기표가 새로운 기호 조합에서 기의가 되는 선형적인 이중 체인 모델이었다. Presmeg(2006)는 이러한 선형적인 이중 체인 모델은 같은 기의에 대해 두 개의 기표가 관련되면서 포개어지는 현상을 설명할 수 없고, 또한 체인의 각 연결에서 만들어진 의미와 관련된 요소를 설명할 수 없다는 한계점을 지적하면서, 이를 해결할 수 있는 방안으로 [그림 II-2]와 같이 포개어지는 모델을 제시하였다.



[그림 II-2] Presmeg의 기호의 의미작용 체인 모델

이 모델에서 해석체는 의미를 만드는 것을 포함하는데, 그런 의미를 만드는 것은 표현체와 대상체의 관계를 이해하려는 시도의 결과로서 만들어진다. 즉 그림에서 화살표는 표현체와 대상체의 상호작용으로 의미가 구성되는 과정인 해석체를 나타낸다(Presmeg, 2006). Presmeg는 이런 세 개의 구성 요소, 즉 표현체, 대상체, 해석체는 기호를 구성하고, 그 기호 전체는 다음 기호에서 대상체가 되는 과정이 반복되어, 마지막 기호는 그 이전의 기호들을 모두 포함한다는 의미에서 '포개어지는'라는 용어로 설명했다. 다시 말하면, 표현체1과 대상체1이 의미를 구성하여 해석체1을 만들고 이것 세 개의 요소가 기호1이 된다. 기호1 전체는 다음 수준에서 대상체2가 되고, 이런 대상체2는 표현체2와 의미를 구성하여 해석체2를 만들고, 이 세 요소는 다시 기호2가 된다. 이런 과정을 계속 반복하여 기호3은 결국 기호1과 기호2를 모두 포함하게 되는 것이다.

이 모델에서 각각의 대상체는 이전 기호의 과정의 대상화로서 생각될 수 있다. 즉 기존의 기호화 모델과 같이 구성 요소 중 한 개만을 기반으로 하여 기호화가 진행되는 것이 아니라, 어떤 한 단계의 기호는 이전 단계의 기호 전체를 담고 있기 때문에 이전 단계에서 일어나는 의미작용을 모두 고려할 수 있다.

## 2. 그래프 해석의 요소들

이미지를 만들고 읽는 사람의 능력은 전혀 자연스러운 것이 아니며 학습되는 것이다. 지금 우리에게 원근법과 같은 표현법은 너무나도 익숙해서 당연하고 자연스럽게 이해되지만, 그것이 처음 만들어졌던 르네상스 시대 사람들에게는 전혀 자연스런 표현법이 아니었다(Monk, 2003). 우리가 보통 그래프를 만들고 해석할 때, 그래프는 의사소통하는데 투명하다는 가정에서 폭넓게 사용하고 있다. 하지만 그런 가정과는 달리, 그래프를 많이 접하고 사용하는 전문가는 그래프가 담고 있는 정보를 쉽게 뽑아내어 현상에 적용시킬 수 있지만, 학생들은 그렇지 못하다. Ainley(2002)는 그래프가 현상의 특성에 있어서는 비가시적이고 읽기에 있어서는 가시적이라면 특정한 몇 명에게만 투명한 것으로 다루어진다고 하였으며(Monterio, & Ainley, 2004, 재인용), Hall과 Stevens(1999)은 그래프를 읽고 학습하는 것은 "훈련된 자각"으로 이루어진다고 하였다(Monk, 2003, 재인용). 즉 그래프를 읽고 해석하는 것은 시각적인 자각 이상의 능력이 필요하며, 복잡한 요소가 관련된 것임을 알 수 있다.

Curcio(1987)는 그래프를 이해하기 위해서는 세 가지 축면에서 선형지식이 필요하다고 하였다. 먼저 사회의 협의에 따라 결정된 그래프 구문이 완전히 학습되어야만 한다. 즉 축, 축의 이름, 축에 눈금 매기기, 점을 찍고 그리는 방법 등과 같은 그래프의 구문의 이해 없이는 그래프를 읽고 해석할 수가 없다. 그래프는 실제 상황이나 그림과는 달리, 시각적으로 즉각적으로 해석하는 것이 불가능하며, 어떤 경우에는 실제의 공간배열과 반대로 나타나는 경우도 있으므로, 우선적으로 그래프 규약에 대한 내용을 완전히 인식하고 있어야 하는 것이다. 그래프의 구문과 더불어 그래프 이해에서 필수적인 선형지식으로 수 개념, 수들의 관계, 그것들의 기본적인 조작, 비 추론과 같은 수학적인 내용과 능력을 들 수 있다. 우선 그래프를 읽을 때 변수들 간의 관계를 고려하고 축에서의 눈금을 고려해야 하므로 수학적인 지식이 요구된다. 그리고 자료들의 양을 비교하거나, 제시된 자료를 분석하기 위해서는 수학적 조작이 필요하다. 마지막으로 선그래프나 막대그래프,

그림그래프, 원그래프와 같은 그래프의 형태와 유형에 관한 지식이 있어야 한다. 자료에 담긴 정보를 다른 사람에게 효과적으로 알리기 위해 서는 많은 그래프 중에서 어떤 그래프가 가장 효율적으로 자료를 표현할 수 있을지 결정해야 할 것이다. 가장 효율적인 그래프를 선택하기 위해서는 그래프의 특성과 장단점을 파악해야 할 필요성이 있다. 또한 그래프를 그리고, 읽고 해석할 때에도 각 그래프 유형마다 그 방법이 모두 틀리므로 그래프 형태와 유형에 관한 지식은 그래프 이해에서 없어서는 안되는 것임을 알 수 있다.

Curcio는 그래프를 이해하는 측면으로 주로 그래프라는 기호적 체계와 그것을 조작하는 수학적 지식만을 설명한 것에 비해, Friel et al.(2001)는 그래프를 이해하기 위해서는 그래프 구문을 조작하는 정신과정과, 과제에 적합한 대답을 일반화하기 위한 표현, 그리고 맥락에 대한 이해를 통합하는 정신적 과정이 필요하다고 하였다. Nemirovsky, Monk(2000)는 기호화를 융합(fusion)이라는 은유로 설명하면서, 유창한 기호 사용자는 기호와 기호의 참조물을 구별하지 않고 취하여 행동하고 말하면서 의미를 구성한다는 점을 보였다. 즉 그래프를 이해하기 위해서는 그래프가 참조한 상황과 그래프와 상호작용하여 해석할 때 그래프가 의미하는 바를 파악할 수 있다는 것으로, 그래프 해석에서 현상, 즉 맥락의 이해가 필수적 요소임을 나타내고 있다. 이들 내용을 보면, 기호사용자는 그들이 읽은 것에 대한 상황에 친숙했을 때 문맥에서 구성된 기호가 투명해지고, 기호가 나타내는 기호 이상으로 도약할 수 있다는 것을 알 수 있다.

Roth와 McGinn(1997)도 그래프 능력의 차이는 인지적 능력에 관한 것이라기보다는 경험과 참여의 정도에 관한 것이라고 설명하고 있다.

학교에서 학생들은 그래프를 단지 만들기 위한 목적으로 사용하는 반면, 학교 밖 사람들은 어떤 목적을 성취하기 위해 그래프를 사용한다. 수행으로서 그래핑에 참여할 기회를 거의 갖지 못한 채 간접적인 언어를 학습하는 학생들은 거의 그래프 능력을 보여주지 못한 것으로 나타났다. 이러한 실제적 맥락의 중요성은 Roth의 또 다른 연구(2003, 2004)에서도 볼 수 있다. Roth는 숙련된 과학자들이 그래프를 이해하는 과정을 연구하였다. 이들 과학자는 전문적인 고등교육을 받은 사람들이고, 그들의 업무에서는 그래프 능력이 필수적으로 요구된다. 하지만 그들의 분야가 아닌 친밀하지 않은 그래프가 주어졌을 때에는 그러한 과제들이 대학교 생태학 교재의 서문에 나온 그래프임에도 불구하고, 많은 오류를 범하는 것으로 밝혀졌다. 이들 과학자들은 대학에서 강의 경험이 없는 과학자들로, 대학에서 강의 경험이 있는 과학자들이 그래프를 옳게 해석했던 것과는 차이를 보였다. 이런 차이는 대학에서 강의 경험이 있던 과학자들은 학생들에 그런 내용을 가르쳤기 때문에 그런 자료와 해석과제를 하는 것에 좀 더 익숙하기 때문이다. Roth는 이러한 연구를 기반으로 그래프를 읽는 것을 그래프가 참조한 참조물, 그래프인 기호, 맥락, 사회적으로 구성된 협의가 상호작용하는 과정으로 설명하였다. 이러한 연구는 그래프의 이해가 현장에서의 경험, 데이터의 처리, 모델의 구성, 그리고 사용자와의 상호작용과 광범위하고 복잡하게 연결되어있다는 것을 보여주고 있다.

Monterio와 Ainley(2004)는 그래프 해석의 중요한 구성요소로 인지적인 측면, 정의적인 측면, 맥락적인 측면을 주장하였다. 이는 앞의 연구자와는 달리 정의적 측면이 부각된 것이다. 이는 그래프를 비평적으로 보기 위해서는 단지 지적이거나 이성적인 활동뿐만 아니라, 개인의

신념과 동기와 같은 정의적인 측면과, 그래프의 폭넓은 주제와 관련된 맥락이 상호 관련되어야 한다는 것이다.

위에서의 연구를 바탕으로 그래프를 읽고 해석하는데 필요한 요소를 다음과 같이 인지적 요소, 맥락적 요소, 정의적 요소로 구분할 수 있다. 인지적 요소는 그래프의 구조 유형, 그것을 다루는 수학적인 지식과 관련된 형식적인 지식으로 기술적으로 그래프를 옳게 해석하고 있는지를 판단할 수 있는 근거가 된다. 인지적 요소의 예로는 그래프의 세로축과 가로축이 의미하는 바와 점을 읽는 방법, 축에서 눈금의 크기를 읽는 방법, 대응하는 값을 찾는 방법, 그래프에 알맞은 선을 구하는 방법, 그래프에서 주어지지 않은 값을 비로 추론하여 내삽하는 방법, 그래프의 모양을 보고 변화율에 대해 해석하는 방법, 그래프에서 여러 값을 비교하는 방법 등에서 볼 수 있다.

맥락적인 요소는 그래프가 수행되는 실제적인 상황으로서 그래프가 참조한 대상의 배경이나 개인이 그것에 대해 갖는 경험, 친숙함의 정도, 참여가 포함된다. 예를 들면, 경제지표를 나타내는 그래프를 해석할 때 단순히 수치만을 읽어 수치의 변화나 또는 그런 변화를 비교분석하는 것은 인지적 요소이지만, 이런 수치값이 나오게 된 사회적 배경, 경제적 배경, 문화적 배경, 정치적 배경 등과 같은 것을 고려하여 수치의 변화를 설명하고 비교·분석하는 것은 맥락적인 요소를 이용한 것이라 할 수 있다. 또 그래프를 해석하는 개인이 경제지표에 관련된 일을 하거나 그에 의숙할 때 자신의 경험이나 참여도를 기반으로 그래프에 의미를 부여하는 것도 맥락적인 요소라 할 수 있다.

정의적인 요소는 개개인이 그래프나 그래프가 참조한 대상에 갖는 신념이나 희망사항, 느낌, 동기화 등을 말한다. 정의적 요소만으로 그

래프가 해석된다고 이야기할 수는 없지만, 그래프를 읽고 해석할 때에는 어느 정도 직관에 의존하기 때문에 개인이 갖는 정의적인 요소를 완전히 배제할 수는 없다. 예를 들어 한 그래프에서 기울기에 대해 말할 때 개인마다 기울은 정도에 대해 갖는 느낌이 모두 틀리기 때문에 어떤 사람은 많이 기울어졌다고 해석할 수도 있고 또 다른 사람은 조금 기울어졌다고 해석할 수도 있다. 정의적 요소는 이런 직관에 의해서 뿐만 아니라, 그래프가 갖는 맥락에 의해서도 발생할 수도 있다. 예를 들어 집값의 변화를 보여주는 그래프에서 집값의 변화정도를 판단하는 문제나 또는 앞으로의 집값을 예측하는 문제에서는 인지적인 요소와 맥락적인 요소와 함께, 집값에 대한 개개인의 생각이나 신념, 희망사항, 느낌과 같은 것들이 포함되지 않을 수 없다.

이상의 요소들을 정리하면 <표 II-1>과 같다.

<표 II-1> 그래프 해석 요소

인지적 요소	그래프 구문과 구조에 관한 지식, 그래프 유형과 특성에 관한 지식, 그래프 조작에 필요한 수학적 지식
맥락적 요소	그래프가 참조한 대상의 배경, 그래프가 참조한 대상에 대한 경험이나 친밀성, 참여
정의적 요소	신념이나 바람, 동기화, 느낌

이렇듯, 그래프를 해석하고 의미를 구성하기 위해서는 그래프 구문뿐만 아니라, 수학적 지식, 그래프 내에서의 조작능력, 정의적인 측면, 그래프가 만들어진 맥락까지 통합해야 한다. 그래프를 해석하고 의미를 구성하는 것은 주어진 그래프 표현 내에서 자료를 읽어내는 것 이상이고, 따라서 그래프를 이해한다는 것은 그리 쉬운 것이 아님을 알 수 있다.

### III. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 [그림 II-2]에서의 기호의 의미 작용 과정 모델과 <표 II-1>에서의 그래프 해석 요소를 기반으로 학생과 수학교사가 그래프에서 의미를 구성하는 과정을 분석하고, 그 과정에서 그래프의 해석 요소들이 어떻게 상호작용 하면서 영향을 미치는지를 분석할 것이다. 연구 방법과 절차에 대한 사항은 다음과 같다.

#### 1. 연구대상 및 연구도구

본 연구에서는 연구목적과 연구문제에 따라서 연구대상으로 학생 한 명과 수학교사 한 명을

대상으로 한다. 연구 대상 중 학생(S)은 서울 소재의 여자 고등학교 2학년 인문계 여학생으로, 학업성취가 상위권이며, 발표력도 좋고 자신의 의견을 자유롭게 표현하는 학생을 기준으로 선정했다. 수학교사(T)는 현재 전라북도 여자고등학교에서 7년째 수학교사로 재직 중이고, 수학교육학과 대학원에서 석사학위를 취득하였다.

연구 도구로 선정된 문제는 [그림 III-1]과 같다.

위와 같은 문제를 선정할 때 다음과 같은 세 가지 점에 유의하였다.

첫째, 두 문제에서 다루어지는 그래프는 모두 일상생활에서 쉽게 볼 수 있고 많이 다루어지는 것으로 선정하였다. 문제1에서는 막대그래프, 문제2에서는 선그래프가 포함되어 있는

문제1. 다음 그래프를 보고 답하시오(Monteiro & Ainley, 2004).

- (1) 사망자와 중상자의 수가 가장 낮은 년도와 가장 높은 년도는 언제인가?
- (2) 사망자와 중상자의 수가 가장 크게 떨어진 기간은 언제인가?
- (3) 2001년에 사망자와 중상자 수는 어떻게 예측할 수 있는가? 만약 2000-2010년 동안 목표가 맞았다면, 2010년-2020년까지는 어떤 경향을 보일 것이라 생각하는가?

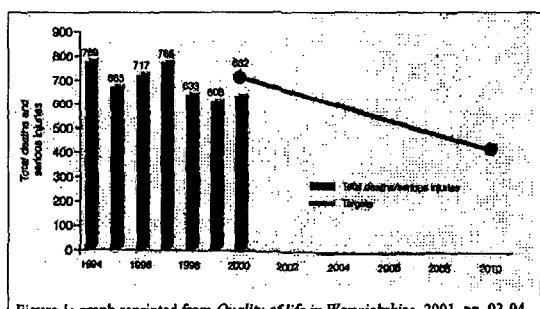
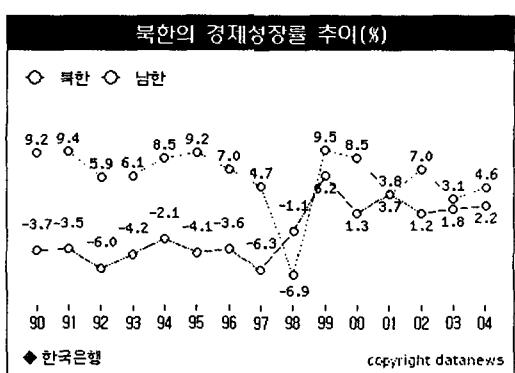


Figure 1: graph reprinted from *Quality of life in Warwickshire, 2001*, pp. 93-94.

문제2. 다음 그래프는 북한과 우리나라의 경제 성장을 비교한 것이다. 앞으로의 북한과 우리나라의 경제성장률을 예측해보시오.



[그림 III-1] 연구도구의 문제

데, 두 그래프 모두 학문으로 뿐만 아니라 신문이나 잡지, 뉴스 등 우리의 일상생활에서 쉽게 접할 수 있는 것이다. 이 연구에서는 그래프에서 의미를 만들어갈 때 그래프 규약 이외 어떤 요소들이 영향을 미치는지 밝히는 것이 주목적이므로, 문제에 포함된 그래프에는 간단한 그래프 규약만 포함되도록 하였다.

둘째, 두 문제 모두 어려운 수학적 개념이 포함되지 않은 것으로 선정하였다. 문제에 포함된 수학적 개념을 몰라서 문제를 해결하지 못하는 사태를 막기 위해 전문적인 수학적 내용과 어려운 개념이 포함된 그래프는 배제하였다. 문제1은 막대그래프를 보고 점을 읽고 비교하고 그 경향을 예측하는 문제이고, 문제2는 두 개의 선그래프에서 변화율을 가지고 앞으로의 경향을 예측하여 그래프를 완성하는 문제로 모두 복잡한 수학적 개념을 요구로 하지 않음을 알 수 있다.

셋째, 두 문제에서 다루어지는 그래프는 패턴을 읽을 수 있는 것과 그렇지 않은 것을 고려하여 선정하였다. 문제1의 경우에는 정확한 패턴변화를 읽을 수는 없지만 어느 정도의 패턴을 인식할 수 있는 그래프이다. 반면, 문제2의 그래프는 불규칙한 증감 관계를 나타내는 것으로 패턴을 전혀 읽을 수 없는 그래프이다. 이렇게 두 가지의 그래프를 선정한 이유는 패턴을 보이는 그래프와 그렇지 않은 그래프에서 의미를 구성하는데 있어서 어떤 차이가 있는지를 알아보기 위함이다.

## 2. 연구 방법 및 절차

이 연구는 그래프 해석과정에서 기호의 의미 작용 과정과 그래프 해석 요소들의 상호작용을

분석하는 것이 목적이므로, 대상자의 사고를 심층적으로 관찰하고 분석하기 위한 방법이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 각 연구 대상자 개인들 간의 차이를 바탕으로 심층적이고 체계적이며, 내포적인 정보를 이해할 수 있는 사례 연구<sup>2)</sup> 방법을 적용하여 수행하였다. 사례연구는 사례에 집중함으로써 연구하려는 현상의 특징을 보여줄 수 있는 중요한 요소들 사이의 상호작용을 밝히면서 사례가 속해있는 부류의 특징적 양상을 파악해내는 연구라 할 수 있으므로(우정호 외, 2006), 본 연구에 적절하다고 볼 수 있다.

본 연구에서 실험은 2007년, 6월 6일 대상자 S와 T를 각각 30분씩 개별적으로 만나서, 대상자들이 과제를 해결하는 과정의 관찰과 면담으로 이루어졌다. 문제를 푸는 동안 연구자는 대상자에게 문제를 풀 때의 자신의 사고 과정과 느낌이나 생각들을 말로 나타내도록 요구하였으며, 가능한 한 연구자의 개입을 최소화하였다. 면접을 하는 동안 문제를 해결하는 행동을 면밀히 조사하기 위하여 연구자의 개입을 최소화하고, 면접에 방해가 되지 않도록 오디오(mp3)로 녹음하고 모든 녹음 내용을 전사하였다.

## 3. 자료 수집 및 분석

본 연구에서 자료수집방법은 삼각검증방법으로 대상자의 기록지, 연구자의 관찰을 기록한 현장노트, 대상자의 활동을 녹음한 오디오 자료, 오디오 자료의 전사본, 반구조화된 면담과 같이 다양한 방법으로 자료를 수집하였다. 연구대상이 문제를 해결하는 과정은 모두 녹음되었으며, 해결과정과 관련된 대상자의 행동이나

2) Creswell(1998)은 사례연구를 한정된 체계 또는 사례를 장기간에 걸쳐 상세하고 심층적인 자료 수집을 통해 탐구하는 것으로 정의하였다(우정호 외, 2006 재인용).

표정등과 같은 정서적인 반응들을 모두 기록하여 자료 분석시 이용하였다.

분석방법은 우선 사례별로 녹음자료를 전사하여 파일을 만든 후에 현장노트와 대상자의 기록물에서 얻은 데이터를 비교하면서 파일을 재조작하고 [그림 II-2]에서 Presmeg의 기호의 의미작용 모델과 <표 II-1>에서의 그래프 요소를 분석틀로 하여 이에 기반을 두어 코딩하였다. 코딩한 결과를 바탕으로 사례내 분석(within-case analysis)과 사례간 분석(cross-case analysis)을 하여 분석결과를 정리하였다.

#### IV. 연구결과

교사와 학생 모두 <문제 1>에서 한 점의 데이터의 값을 묻는 (1)번 과제와, 테이터의 변화가 가장 심한 구간을 묻는 (2)번 과제는 모두 쉽게 대답하였다. 하지만 그래프에서 나타나지 않은 정보를 묻는 (3)번 과제에서는 두 대상자 모두 많은 어려움을 보였고, 자신이 구성한 의미가 맞는 것인지 자신없어 했다. 또한 그 접근 방향과 의미의 구성 과정에서도 많은 차이를 보였다. 따라서 문제1에서는 (3)번 과제에서 보인 의미작용 과정을 위주로 분석하였다. 또한 두 개의 선그래프를 보고 앞으로의 경향을 예측하는 문제 2에서도 교사와 학생 모두 과제 자체를 매우 어려워했으며 다양한 반응을 보였다.

##### 1. 교사 T의 경우

###### 가. 문제 1(3)의 경우

교사 T는 그래프에서 수치보다는 주로 질적 인 접근 방법으로 그래프에서 막대 크기의 변화를 보면서 움직임을 전체적으로 파악하였으

며, 이런 전체적인 경향을 바탕으로 그래프에서 주어지지 않은 값이 어떻게 될지 의미를 구성해갔다.

R : 이 그래프를 보고 2001년에는 그래프가 어떻게 될지 예측해보세요.

T : 처음에는 떨어질까 올라갈까 잘 몰라서 처음부터 그래프를 보았어요.

그냥 이렇게 해봤어요. [그래프를 짚으면서] 떨어지고 증가하고 증가하고, 그러다가 떨어지고 떨어지고 증가하고.... 그러니까 한번 떨어지고 ↓을 그린다, 두 번 증가하고 ↑↑을 그린다, 두 번 떨어지고 ↓↓을 그린다, 한번 증가하고 ↑을 그린다].....[그림 IV-1]. 이렇게 하다가 (막대를) 3개씩 나누어 봤어요[화살표에 3개씩 동그라미 표시를 함]. 처음부터 시작하여 이렇게 3개 [1994년, 1995년, 1996년, 1997년 막대 사이를 짚으면서 동그라미 표시를 함], 또 이렇게 3개[1997년, 1998년, 1999년, 2000년 막대 사이를 짚으면서 동그라미 표시를 함]..... 이런 식으로 해서 2001년에는 2000년에 비해 조금 떨어질 거예요. 내 추측이에요. 잘 모르겠어요....

많이 떨어질 것 같지는 않고....아니다. 많이 떨어질 거예요. 만약에 아까 패턴 기준으로 본다면, 769(1994년)에서도 많이 떨어졌고, 765(1997년)에서도 많이 떨어졌고....그러니까 2001년에도 2000년에 비해 많이 떨어지겠네요. 610이면 570정도로....

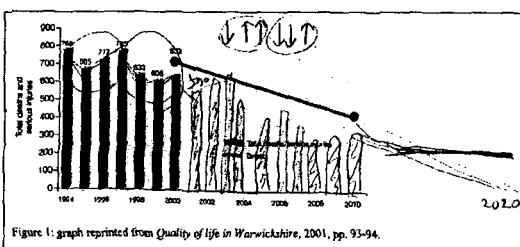


Figure 1: graph reprinted from Quality of life in Warwickshire, 2001, pp. 93-94.

[그림 IV-1] 문제1(3) 과제에서 교사 T가 구성한 그래프

위의 전사물과 그림에서 볼 수 있듯이, 교사 T는 사망자와 중상자를 대상으로 하는 주어진

막대그래프를 하나의 대상체<sub>2</sub>로 보고 막대의 변화를 비교하려는 해석체<sub>2</sub>를 구성하고 나서, 막대 길이의 증감 관계를 나타내는 화살표를 표현체<sub>2</sub>로 구성하였다. 그리고 이런 두 번째 의미작용 과정을 대상체로 하여 화살표에서 어떤 패턴을 발견하려는 해석체<sub>3</sub>을 통해 증감 패턴이 3개씩 반복된다는 것을 발견하고 화살표와 막대를 3개씩 묶는 동그라미 표시인 표현체<sub>3</sub>을 구성하였다. 이런 세 번째 의미작용을 기반으로 교사 T는 2001년의 사망자, 중상자의 수를 2000년에 비해 조금 감소할 것이라 예측하면서 표현체<sub>4</sub>(540이라는 수치)를 구성했다. 전사율 중에서 교사 T는 “아까 패턴 기준으로 본다면, 769(1994년)에서도 많이 떨어졌고, 765(1997년)에서도 많이 떨어졌고.....”와 같이 말했는데, 이것은 첫 번째 의미작용 과정과 두 번째 의미작용 과정으로 다시 되돌아가서 사망자수와 중상자 수가 떨어질 때에는 많은 수가 감소됨을 발견하고 표현체<sub>4</sub>를 구성했음을 알 수 있다. 여기에서 의미작용 과정은 단순한 선형적인 과정이 아니라는 것을 볼 수 있다. 즉 어떤 단계의 의미작용 과정은 바로 그 이전 단계만 포함하는 것이 아니라, 필요에 따라서 그보다 훨씬 이전 단계를 포함하여 왔다갔다하면서 의미가 구성된다는 것을 확인할 수 있다. 따라서 의미작용 과정은 바로 이전 단계만 포함하는 선형적인 과정이 아니라, 그 이전 모든 단계에서 어느 단계도 직접적으로 포함할 수 있는 포개어지는 관계망의 형태임을 알 수 있다.

위의 과정을 보면, 교사 T의 경우 네 번째 의미작용 과정까지는 해석체 구성에 있어서 그 그래프의 해석 요소 중 인지적 과정이 주로 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 이 단계까지는 주로 그래프 구문과 수학적 조작이 주가 되어서 그래프에서 전체적인 경향을 보고 그 차이

를 비교하고 패턴을 발견하였으며, 발견한 패턴을 가지고 미래의 상황을 예측하였다. 교사 T는 맥락적인 요소와 정서적인 요소보다는 그래프 구문과 조작능력과 관련된 인지적인 요소에 주로 의존한다는 점을 알 수 있다.

R : 그러면 2001부터 2010년까지 그래프는 어떻게 예측할 수 있을까요? 목표는 선형적으로 되어 있지만 실질로는 사망률은 어떻게 변화할까요?

T : 해마다 여러 사건이 있으면 달라질 수 있잖아요. 이 그래프에는 그런 요소들은 없나요? 다른 뭔가가 있어서...사망률은 ....잘 모르겠어요.

그래프가 3개씩 주기로 변하는 것을 보면...2002년 이후로도 3개씩 주기로 조금씩 변해요.

이렇게.....(2002년부터 2010년까지 막대 그래프를 그린다). 그러니까 6개의 주기를 보았어요. 내려가고 올라갔다가 내려가고 올라가고...특별한 방식은 생각 안하고 그냥 앞에서 그래프의 패턴을 보고 그렇게 했어요.....

R : 전체적으로 이렇게 내려가는 것은 목표예상량을 참고로 한 것인가요?

T : 아니요. 어차피 예측과 실제상황은 다르니까 목표예상량은 관계없이 앞에서 그래프 패턴을 참고로 예측했어요.

R : 이렇게 계속 떨어지면 2010~2020년에는 사망률 그래프가 어떻게 될까요?

T : .....글쎄,,, 어렵네....(웃는다.)....그러니까....음.....떨어지는것이 바람직하겠지요? 그런데 이렇게 간다면 계속 떨어져야 하는데....그러면 (2020년에는) 0이 되고,,(고개를 가우뚱), 그런데 그게 과연 그렇게 될까요? .....그런데.... 계속해서 떨어지지는 않을 것 같아요. 그 이유는....생각해서 말하기가 어렵네....사망률이 떨어지는 것은 당연할 수도 있어요. 의학의 발달로 평균수명이 올라가고 있는데 그렇다고.....아휴~진짜 어렵네. 평균수명이 늘어나는 것은 당연한데,,,미치겠네..(한 숨을 쉰다.) .과연 그렇게 될까?

(한참있다가) 그래프 상 패턴을 참고로 하면 계속 떨어져야 하는데, 실제로는 그렇게 되지는 않고 이렇게 일정하게 수렴을 할 것 같아요. 그런데 막히 이렇다 예측을 못 하겠어요.

옛날은 평균수명이 짧았지만 지금은 많이 늘어났잖아요. 그래서 줄어드는 것은 당연 해요. 하지만 평균수명이 200살 300살은 될 수 없으므로 한없이 줄어들지는 않아요. 아무 조건 없이 예측을 한다는 것은 너무 어려워요. 예측을 할 수는 있겠지만 여러 변인이 있어서...정확하게 맞지는 않을 것 같아요.

위의 전사물을 보면, 네 번째 의미작용을 대상체<sub>5</sub>로 하여 전체적인 그래프 패턴을 다시 한번 확인하는 해석체<sub>5</sub>를 통해 2001년 이후의 사망자와 중상자수를 나타내는 그래프를 표현체<sub>5</sub>로 구성하는 것을 볼 수 있다. 이 과정에서 표현체<sub>5</sub>는 바로 앞의 네 번째 의미작용 과정만을 대상체로 해서 구성되는 것이 아니라, 세 번째 의미작용("그래프가 3개씩 주기로 변하는 것을 보면,,,") 과정을 직접적으로 포함하면서 전 후로 왔다갔다하며 구성되었음을 볼 수 있다.

또한 2001년의 수를 예측하는 것에서는 해석체가 주로 인지적인 요소에 의해 구성되었으나, 2002~2010년, 2010~2020년까지의 수를 예측할 때는 해석체가 인지적 요소와 맥락적인 요소가 상호작용하면서 구성되고 있다. 먼저, "해마다 여러 사건이 있으면 달라질 수 있잖아요. 이 그래프에는 그런 요소들은 없나요? 다른 뭔가가 있어서..."와 같은 말에서 교사 T는 맥락적인 요소를 고려하려고 하는 것을 볼 수 있다. 하지만 곧 앞에서 구성한 의미작용을 기반으로 인지적인 요소에 집중하여 3개씩 변화하는 패턴으로 해석체를 구성하였다("특별한 방식은 생각 안하고 그냥 앞에서 그래프의 패턴을 보고 그렇게

했어요..."). 교사 T는 맥락적인 요소를 고려하려 했으나 인지적 요소만으로도 문제를 해결하는데 아무 장애가 없었기 때문에 인지적 요소를 고수하고 있다. 하지만 연구자가 2010년부터 2020년까지 그래프를 예측하라는 질문에 교사 T는 인지적 요소만으로 해석체를 구성하다가 장애를 겪게 된다("음.....떨어지는것이 바람직하겠지요? 그런데 이렇게 간다면 계속 떨어져야하는데....그러면 (2020년에는) 0이 되고...[고개를갸우뚱]"). 위의 전사물 중 "사망률이 떨어지는 것은 당연할 수도 있어요..... 평균수명이 늘어나는 것은 당연한데.....그래프 상 패턴을 참고로 하면 계속 떨어져야 하는데, 실제로는 그렇게 되지는 않고 이렇게 일정하게 수렴을 할 것 같아요.....하지만 평균수명이 200살 300살은 될 수 없으므로 한없이 줄어들지는 않아요....."에서 볼 수 있듯이, 앞의 그래프 패턴만으로 해석체를 구성한 교사 T는 사망자와 중상자수가 0이라는 결론을 얻자, 이것이 잘못된 추측이라는 것을 깨닫고 곧바로 맥락적인 요소를 고려하여 다시 해석체를 구성하고 있다. 특히 중간에 "평균수명이 늘어나는 것은 당연한데,,,,"의 말에서는 평균 수명에 대한 교사 T의 강한 신념을 볼 수 있고, 맥락적 요소와 함께 이런 정서적인 요소가 해석체에 영향을 미쳐서 결국은 사망자수와 중상자 수가 일정한 양으로 수렴은 하지만 기준보다는 줄어들 것이라는 의미를 구성하도록 했다.

이와 같이 교사 T는 처음 의미작용 과정에서는 주로 인지적인 요소가 주가 되어 해석체를 구성하다가 맥락적인 요소를 이용하여 의미를 구성하려 하지만, 인지적 요소만으로도 모순이 없었기 때문에 맥락적인 요소를 배제하였다. 계속 인지적 요소로 해석체를 구성하다가 사망률이 0이 되는 논리적인 모순에 빠지게 되자, 그래프가 기초한 맥락적인 요소들을 고려

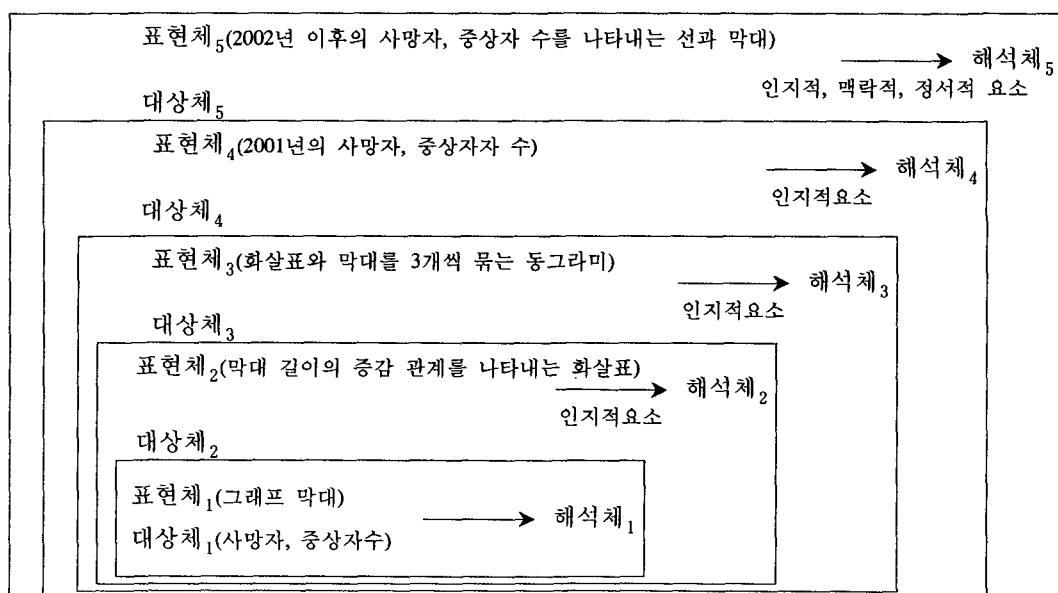
하게 되었고, 이때부터 인지적 요소와 맥락적인 요소가 상호작용하면서 논리적으로 모순이 없는 합당한 의미를 구성할 수 있었다. 또한 그래프의 대상에 대한 자신의 신념인 정서적인 요소도 맥락적인 요소와 함께 상호작용하면서 의미를 구성했음을 볼 수 있다. 이상의 교사 T의 의미작용 과정을 정리하면 다음 [그림IV-2]와 같다.

#### 나. 문제 2의 경우

T : 이 그래프는 예측을 할 수가 없어요. 문제1 번과 같이 어떤 패턴이 보이지가 않아요. 이것은 아까 것과는 다르네요....이것을 어떻게 예측해요?....여러 요소들이 영향을 미치는데 전 그런 요소들, 예를 들어 유가, 통화량, 달러, 엔화, 국제정세 등등 그런 요소들을 생각해서 해야 하는데 전 그런 쪽은 잘 몰라요. (머뭇거리다가) 수치로만 보면, 항상 남한이 북한보다 성장률이 항상 더 높은데요...이것으로는 그래프에서 패턴을 찾기는 힘들고.....이것이 그냥 계속 유지

될것 같아요. 그러니까 남한의 경제성장률이 북한의 경제성장률보다 항상 클거에요. 그리고 그 차이도 해가 가면 갈수록 커질것 같아요. 이유는....모르겠어요. 진짜 이것은 모르겠어요. 그냥 그렇게 됐으면 좋겠어요.

문제 2의 그래프는 문제1의 그래프와는 다르게 패턴이 보이지 않는 그래프이다. 교사 T는 문제1에서 주로 그래프에서 패턴을 보고 의미를 구성하였는데 여기에서는 패턴이 보이지 않으므로 의미를 구성하지 못하겠다는 반응을 보였다. 여기에서 교사 T는 이 그래프를 해석하기 위해서는 그래프가 참조하는 현상의 여러 맥락과 요소를 이해해야 함을 지적하면서 (“여러 요소들이 영향을 미치는데 전 그런 요소들, 예를 들어 유가, 통화량, 달러, 엔화, 국제정세 등등....”), 자신은 그런 것에 대해 잘 모르기 때문에 그래프를 예측할 수 없다고 하였다. 그리고 나서 그래프에서 수치를 보고 해석체를 구성하다가 결국은 자신의 희망사항(그냥 그렇



[그림IV-2] 문제1(3)에서 교사 T의 기호의 의미작용 과정

게 됐으면 좋겠어요) 위주로 의미를 구성하고 있다. 즉 교사 T는 인지적 요소로 의미를 구성할 수 없자, 맥락적인 요소를 고려하였고, 맥락적인 요소에 대해 잘 모르자 맥락적인 요소를 접고, 인지적 요소와 그리고 정서적 요소가 서로 상호작용하면서 그래프에서 의미를 구성하고 있다.

## 2. 학생 S의 경우

### 가. 문제 1(3)의 경우

문제 1에서 학생 S는 전체적으로 그래프에서 수치값에 크게 의존하여 문제를 해결해갔다. 그래프에서 제시된 수치 한 개 한 개 값에 집중하여 그것들 간의 차이를 구하고, 그런 차이를 기반으로 그래프에서 어떤 패턴이 나타나는지를 탐구하였다. 교사 T와는 달리 질적인 접근보다는 양적인 접근 방법을 취해 패턴을 찾았고 그런 패턴을 기반으로 그래프의 전체적인 경향을 파악했다. 전체적인 경향을 예측할 때도 수치값에 집중해서 그 값을 예측하는 등 문제 전반에서 수치값을 강조하여 문제를 해결하였다.

S : [3분정도 지남] 300명 정도 줄어들지 않을까요? 한 332명 정도.... 정답이 아닌 것 같아요...모르겠어요...

그러니까 각 막대에서 차이를 구했어요. 여기에서 차이가 104명으로 줄다가, 52명 늘어나고, 48명 늘어나고..., 132명이 줄다가 25명 줄고, 24명 늘고.... 그래서 2001년에는요....모르겠다..... 그러니까 그래프를 잘 보면.....줄어들때는 많이 확 줄어들고, 늘어날 때는 조금씩 늘잖아요. 그것은요... 그 이유는 만약에 여기에서(1994년) 사고가 너무 많아서, 그러니까 사망률이 너무 많아서 국가나 시에서 사고 예방책을 철저하게 내놓고 시행하여서 그 결과 (사망률이) 줄다가, 사망률이 많이 떨어져서 이제는(1995년) 별

로 많지 않으니까 사람들도, 국가나 시에서도 방심해서 (사망률이) 점점 늘었다가, 또 예방책이 강화되어서 감소하고, 이런 식으로 계속 반복해서.... 2001년에는.... 아 그런데 계산을 잘못했어요.... 어떻게 해..... 다시해도 되지요? 그러니까 음..... 2001년에는 532명 정도 될꺼예요

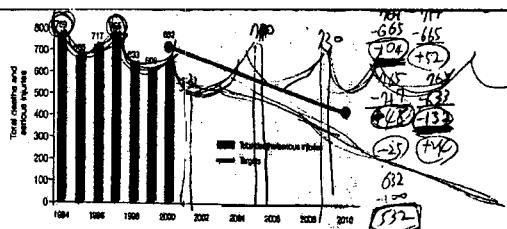


Figure 1: graph reprinted from *Quality of life in Warwickshire, 2001*, pp. 93-94.

[그림IV-3] 문제1(3) 과제에서 학생 S가 구성한 그래프

위의 전사물과 그림에서 보듯이, 학생 S는 막대의 수치의 차를 모두 계산하여 그 변화량을 보았다. 학생 S는 사망자와 중상자를 대상으로 하는 주어진 막대그래프를 하나의 대상체<sub>2</sub>로 보고 막대의 변화를 비교하려는 해석체<sub>2</sub>를 구성하고 나서, 막대에서 수치의 차를 나타내는 뱀셈식을 표현체<sub>2</sub>로 구성하였다. 그리고 이런 두 번째 의미작용 과정을 대상체로 하여 뱀셈식의 값을 비교하여 그래프에서 패턴을 찾고 그 패턴을 맥락적인 요소와 결합하여("그 이유는 만약에 여기에서(1994년) 사고가 너무 많아서, 그러니까 사망률이 너무 많아서 국가나 시에서 사고 예방책을.....또 예방책이 강화되어서 감소하고, 이런 식으로 계속 반복해서....") 해석체<sub>3</sub>을 구성하였다. 이런 해석체<sub>3</sub>을 바탕으로 2001년에의 수치 532를 표현체<sub>3</sub>로 구성하였다.

위의 과정을 보면 학생 S는 두 번째 의미작용 과정에서는 그래프에서 수치를 조작하는 인지적인 요소가 해석체 구성에 주된 영향을 미쳤으나, 세 번째 의미작용 과정에서는 인지적

인 요소와 맥락적인 요소가 상호작용하여 해석체를 구성했음을 볼 수 있다. 교사 T와는 달리, 여기에서 맥락적인 요소는 인지적 요소로 의미를 구성하는데 한계가 있어 나타난 것이 아니라, 인지적 요소와 함께 자연스럽게 자신의 의미구성을 정당화시키기 위해 고려한 점을 볼 수 있다. 그리고 맥락적인 요소를 고려함으로써 의미 구성에 있어서도 단순히 수치의 변화량만 질적으로 설명한 교사의 의미구성보다 훨씬 더 풍부하고 설득력이 있는 것을 볼 수 있다.

R : 2002~2010년에는 어떻게 될 것 같아요?

S : 머뭇거림. 어휴~....[수치적 계산 시도]

[그래프의 경향을 나타내는 전체적인 선분을 그림. 지우고 또다시 그리는 행동을 반복함.]

예술도 발달하고 사람들의 건강상태도 좋아져서 앞에서와 같은 규칙으로 그냥 이렇게 줄어들것 같아요([그림IV-3]. 모르겠어요.

R : 2010년~2020년에는 어떻게 될 것 같아요?

S : 아휴~....어렵다.....[갸우뚱].....진짜 어려워요.[앞의 그래프의 막대 패턴을 연필로 반복하여 그려본다. 그러다가 연필로 그은 선분을 손가락으로 계속 짚으면서 한참동안 손으로 막대의 패턴을 그려본다...] 그러니까요.....[연필로 막대위의 포물선을 그리면서] 이런 식으로 계속 감소할거예요.....어???. 아니에요. 이렇게 하니까 2020년에는 죽는 사람이 없네요.

어떻게 하지....어려워요.....[한참동안....] 있잖아요. 769, 765, 740, 730....이런 막대를 중심으로 줄어들고 늘어나고를 반복할 거에요. 그러니까 약간은 전체적으로 줄어들긴 하겠지만, 목표 예상량과 같이 확 내려가지는 않을 것 같아요. 왜냐하면 사망하는 사람은 줄 수도 있지만 다치는 사람들은 계속 있을 수 있으니까요. 만약 아까와 같이 계속 줄어들어서 사망자 수가 0이 된다면, 이 세상은 큰일 날꺼에요, 그렇게 될리도 없겠지만 그렇게 돼서도 안

되요. 전체적으로 그 수가 줄어들기는 하겠지만 그냥 여기에서 있는 패턴이 계속 반복될 것 같아요.

위의 전사물을 보면, 세 번째 의미작용을 대상체<sub>4</sub>로 하여 수치적인 계산으로 해석체<sub>4</sub>를 구성하려 하나 곧 실패한다. 그 후 전체적인 경향을 보려는 생각([그래프의 경향을 나타내는 전체적인 선분을 그림. 지우고 또다시 그리는 행동을 반복함.])과 맥락적인 요소("예술도 발달하고 사람들의 건강상태도 좋아져서...")가 상호작용하여 해석체<sub>4</sub>를 구성하고, 막대의 끝을 이은 선분으로 표현체<sub>4</sub>를 구성한다. 연구자가 2010년부터 2020년까지의 그래프에 대해 물었을 때, 학생 S는 그래프의 전체적인 패턴을 그려보면서 인지적 요소로 해석체를 구성하였다. 이렇게 구성된 해석체로 그래프의 경향을 예측해본 결과, 2020년에는 사망자의 수가 0이라는 결과가 나오게 되어 이것이 잘못된 것임을 깨닫게 된다. 그리고나서 학생 S는 "사망하는 사람은 줄 수도 있지만 다치는 사람들은 계속 있을 수 있으니까요."와 같이 맥락적인 요소를 고려하기 시작하였다. 또 "만약 아까와 같이 계속 줄어들어서 사망자 수가 0이 된다면, 이 세상은 큰일 날꺼에요, 그렇게 될리도 없겠지만 그렇게 돼서도 안되지요."와 같이, 해석체 구성에서 강한 자기의 신념을 나타내었다. 이는 해석체 구성에서 정서적인 요소도 영향을 미쳤음을 알 수 있다. 이렇게 해석체<sub>5</sub>는 인지적 요소뿐만 아니라 맥락적인 요소, 그리고 정서적인 요소가 상호작용하여 구성되었음을 볼 수 있다. 그리고 이때 의미가 구성되는 과정을 보면, 교사의 경우와 마찬가지로 바로 이전 단계인 네 번째 의미작용 과정만을 대상화한 것이 아니라, 두 번째 의미작용 과정도 함께 대상화하였다. 이는 학생 T가 말한 "769, 765, 740, 730....이런

막대를 중심으로 줄어들고 늘어나고를 반복할 거예요.”에서 740, 730은 앞에서의 빨셈식에서의 패턴을 가지고 추측한 값으로, 이 값을 기준으로 그래프에서 의미를 구성한 점에서 볼 수 있다.

학생 S의 경우도 교사 T와 같이 처음에는 주로 인지적 요소를 중심으로 해석체를 구성해 갔다. 하지만 교사 T와는 달리 학생 S는 해석체를 구성할 때 맥락적인 요소를 많이 취하였다. 교사 T는 인지적인 요소로 문제를 해결할 수 있을 때에는 맥락적인 요소를 고려하다가 이를 뒤로 하고 인지적 요소를 중심으로 해석체를 구성해 나갔는데, 학생 S의 경우는 인지적 요소와 맥락적인 요소를 결합하여 해석체를 구성하여 의미를 구성하였고, 이런 맥락적인 요소를 이용하여 자신의 의미를 정당화하고 그 의미를 더 풍부하게 하였다. 그리고 학생 S는 교사 T와 마찬가지로 인지적인 요소로 장애를 겪을 때에는 맥락적인 요소를 생각하여 의미를 구성하였다. 또한 해석체를 구성하는 과정에서

인지적인 요소와 맥락적인 요소뿐만 아니라 정서적인 요소도 영향을 미치고 있음을 볼 수 있다.

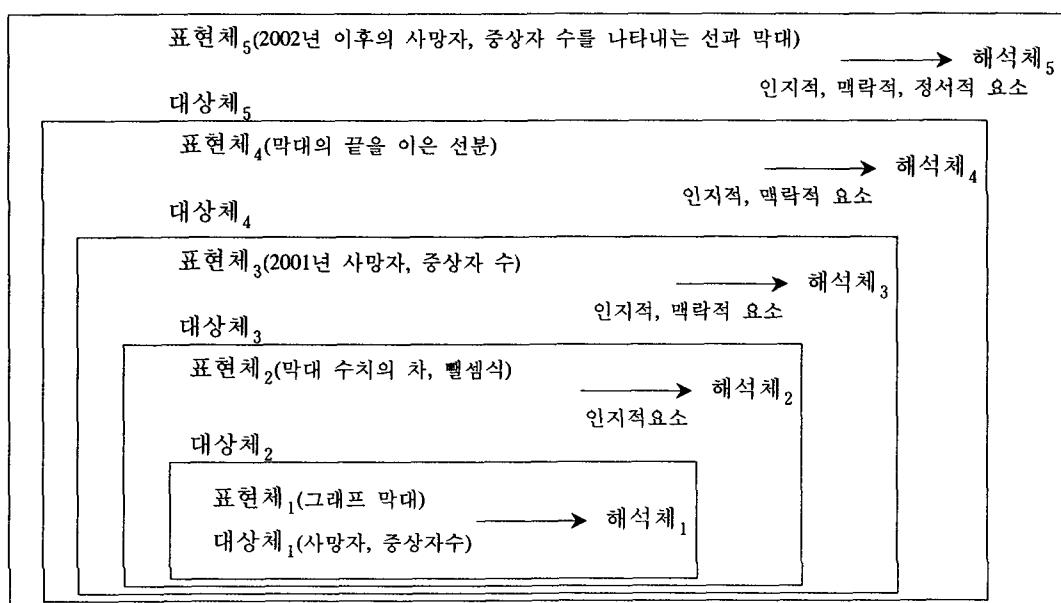
이상의 학생 S의 의미작용 과정을 정리해보면 [그림IV-4]과 같다.

#### 나. 문제 2

S : [그래프를 한참동안 본다. 그리고나서 계산도 해보고, 연필로 그래프 위를 따라 왔다 갔다 해본다] 모르겠어요....그래프를 보면.... 예측하지 못하겠어요....

우리나라는 어느 정도 경제성장을 이룬 선진국에 가깝잖아요. 그래서 경제가 어느 정도 안정된 상태이니까...급격한 증가는 없을 거예요. 변하더라도 4.6% 안팎에서 조금씩만 변할꺼예요. 북한은요,,, 폐쇄된 체제였다가 요즈음에 조금씩 개방하면서 경제성장률이 높아진거잖아요....계속 성장률이 -이 였다가 그래서 최근에는 +가 되어가고 있잖아요. 하지만 체제가 불안정하기 때문에 아마도 북한도 크게 변하지는 않고.....많이 성장해봤자 3.0%정도.....

그런데요....개인적으로는 북한이 우리보다



[그림IV-4] 문제1(3)에서 학생 S의 기호의 의미작용 과정

성장률이 높지 않았으면 좋겠어요. 그런 것은 싫어요. 그래서 그래프가 이렇게 되었으면 좋겠어요.

문제 2에서 학생 S는 교사 T과 마찬가지로 인지적 요소로 의미를 구성하는 것에는 실패하였다. 이때에도 학생 S는 수치에 집중하다가 어떤 패턴이 없다는 것을 알고 그래프의 전체적인 모양을 보고 해석체를 구성하려 했다([그래프를 한참동안 본다. 그리고나서 계산도 해보고, 연필로 그래프 위를 따라 왔다갔다 해본다]). 하지만 교사 T와는 달리 맥락적인 요소 (“우리나라는 어느 정도 경제성장을 이룬 선진국에 가깝잖아요.....많이 성장해봤자 3.0%정도”)와 정서적인 요소(“개인적으로는 북한이 우리보다 성장률이 높지 않았으면 좋겠어요. 그런 것은 싫어요. 그래서 그래프가 이렇게 되었으면 좋겠어요.”)를 함께 고려하여 해석체를 만들고 의미를 구성했다. 교사 T는 맥락적인 요소를 고려해야 한다는 점은 알고 있었으나 그것을 고려하지 않은채 주로 정의적인 요소만으로 의미를 구성했지만, 학생 S는 교사 T보다 맥락적인 요소를 더 많이 고려하여 자신의 의미구성을 합당하게 만들어갔다. 또한 학생 S의 경우도 이 과제에서는 개인적인 신념과 바램 등 정서적인 요소가 해석체를 구성하는데 아주 큰 영향을 미치고 있음을 볼 수 있다.

## V. 결론

본 연구에서는 학생과 수학교사를 대상으로 그래프에서 의미를 만들어가는 기호의 의미작용 과정을 분석하면서 그래프의 해석 요소들이 이런 과정에서 어떻게 작용하는지를 분석했는데 그 결과는 다음과 같이 정리해볼 수 있다.

첫째, 교사 T와 학생 S 모두 그래프에서 의

미를 구성하는 기호의 의미작용 과정에서 선형적으로 의미를 구성하는 것이 아니라는 점을 알 수 있었다. 의미작용 과정에서 바로 이전 단계의 과정만을 대상화하여 그것만을 대상체로 하여 의미를 구성하는 것이 아니라, 그보다 훨씬 이전 단계도 포함하면서 대상체로 하여 의미를 구성해갔다. 따라서 기호의 의미작용 과정은 단순히 이전 단계만 직접적으로 포함하고 그 이전의 단계들은 간접적으로 포함하는 선형적인 과정이 아니라, 그 이전의 단계들을 필요에 따라 직접적으로 포함하여 대상화할 수 있는, 즉 Presmeg가 제안한 것과 같이 그 이전의 단계들을 모두 포함할 수 있는 포개어지는 관계망의 형태로 이루어진다는 것을 확인할 수 있었다.

둘째, 교사 T와 학생 S가 그래프에서 의미를 구성하는 과정에서 인지적인 요소, 맥락적인 요소, 정서적인 요소가 상호작용하여 해석체를 구성했음을 확인할 수 있었다. 하지만 두 대상이 의미를 구성하는 과정에서 이 요소들을 사용하는 것에는 뚜렷한 차이를 보였다. 먼저, 교사 T의 경우에는 의미를 구성하는 과정에서 인지적인 요소에 주로 초점을 두고 해석체를 구성하였다. 중간에 맥락적인 요소도 생각하기는 했으나, 인지적인 요소만으로도 의미를 구성하는데 문제가 없자 맥락적인 요소는 배제하고 해석체를 구성하였다. 하지만 인지적인 요소만으로는 장애에 부딪히자 맥락적인 요소를 고려하였고, 이와 함께 정서적인 요소도 함께 덧붙여 해석체를 구성하였다. 학생 S의 경우에는 처음에는 인지적인 요소가 주가 되어 의미를 구성했으나, 이때 인지적 요소뿐만 아니라, 맥락적인 요소도 함께 고려하여 자신이 구성한 해석체를 정당화시키고 이런 점을 기반으로 의미를 구성해갔다. 학생 S의 경우, 인지적 요소만으로 의미를 구성할 수가 없어서 맥락적인

요소를 고려한 것이 아니라, 의미를 구성하는 과정에서 자연스럽게 맥락을 이용하여 의미를 좀 더 풍부하고 합당하게 구성해갔다. 하지만 두 대상 모두 정서적인 요소는 인지적 요소와 맥락적인 요소를 이용한 후에 크게 작용한 것으로 나타났다.

셋째, 교사 T와 학생 S 모두는 어느 정도 패턴을 인식할 수 있는 그래프에서는 나름대로 패턴을 찾아 의미를 구성해 나갔지만, 패턴을 전혀 인식할 수 없는 그래프에서는 모두 그렇지 않은 그래프에서보다 좀 더 많은 어려움을 보였고, 정의적인 측면이 의미구성에 많은 영향을 끼지는 것을 볼 수 있었다. 교사 T의 경우에는 패턴이 보이지 않기 때문에 그래프에서 앞으로의 경향을 예측할 수 없다고 주장하면서 그래프에서 패턴의 중요성을 강조하였다. 학생 S의 경우도 이런 그래프의 경우에는 예측하기 힘들다고 이야기하긴 했지만, 교사 T와는 달리 그래프에서 배경이 되는 맥락을 고려하여 정의적 요소와 상호작용하면서 의미를 구성해갔다.

본 연구 결과 그래프의 교수학습에서 시사하는 바는 다음과 같다.

첫째, 그래프에서 인지적 요소와 함께 맥락적인 요소가 상호작용하여 의미를 구성하도록 지도하는 것이 중요하다. 본 연구에서 쓰인 과제는 모두 답이 하나로 정해진 과제가 아니라 인지적인 요소와 맥락적인 요소와 정서적인 요소를 통합해야 해결할 수 있는 열린 과제이다. 본 연구에서 문제1번의 그래프 경우는 그래프 구문과 수학적인 비 추론 등 인지적인 요소로 그래프의 패턴을 정확하게 파악했다 하더라도, 그런 요소만을 기반으로 의미를 구성할 경우 사망률이 0이라는 모순인 결론을 이끌 수 있다. 즉 인지적인 요소가 그래프를 읽고 그래프에서 기본적인 정보를 파악하고 해석하는데 있어서 결정적인 역할을 하긴 하지만, 이것 하

나만으로는 논리적으로 합당한 의미를 구성할 수가 없다는 것이다. 결국은 인지적인 요소와 함께 그래프가 참조한 대상의 배경, 즉 맥락적인 요소를 고려하여 상호작용해야만 올바른 의미를 구성할 수 있고, 자신이 구성한 의미를 정당화시킬 수도 있으며, 주어진 표현에 대해 비판적으로 해석할 수 있는 안목을 가질 수 있는 것이다. 이렇게 맥락적인 요소는 인지적 요소와 상호작용하면서 의미를 구성할 때 생길 수 있는 오류를 파악하고 수정할 수 있는 계기가 되고, 의미구성에서 탐구의 기회를 제공하며, 의미를 유창하고 다양하게 구성할 수 있는 원동력이 된다고 말할 수 있다. 단순히 주어진 그래프를 읽고 해석하는 것보다는 그래프의 맥락을 고려하여 제시된 정보를 재조직하고 재해석하여 의미를 구성하고 그것을 정당화하고 비판적으로 판단할 수 있는 능력이 더 중요하고 필요한 능력일 것이다. 하지만 이 과제에서는 학생뿐만 아니라, 전문가인 교사도 의미를 만드는 중간 중간에 어려움을 호소하였고, 자신의 해결과정에 의문을 던지면서 머뭇거리는 시간도 많았으며, 맥락적인 요소의 도입에 익숙해하지도 않았다. 이는 아마도 학교수학에서 다루는 대부분 그래프 과제가 주로 인지적 요소를 강조해서 다루고, 맥락적인 요소를 이용해서 문제를 해결하고 해석하는 과제는 다루지 않았기 때문일 수도 있다.

수학을 형식적이고 추상적으로 접근하기보다는, 현실세계와 연결지어서 실제 상황에서 문제들을 수학의 시각으로 보고 해결하는 것이 필요하다. 풍부한 실제적인 맥락 속에서 수학이 학습될 때 학생들에게 의미있으며 오래 지속되고 수학의 유용성과 심미성을 느낄 수 있을 것이다. 앞으로의 평가는 수학 한 과목만이 아니라, 과학이나 사회와 같은 타학문과 함께 연계하여 통합적인 관점으로 변화하고 있다.

수학의 내용 중 그래프는 이런 통합적인 내용을 다루는데 가장 적절한 도구이다. 이런 그래프에서는 인지적 요소만으로 의미를 구성하는 것이 아니라 맥락적인 요소도 함께 고려하여 논리적으로 합당하게 의미를 구성하는 것이 필요하다. 따라서 수학에서의 그래프를 상황과 맥락과 유리된 채 지도하기보다는, 상황이나 맥락에서 그래프가 의미하는 것이 무엇이고, 이것이 수학적인 의미와 어떻게 연결되고, 여기에서 어떤 의미를 구성할 수 있으며 시사하는 바가 무엇인지 비판적인 시각을 가지고 그래프를 해석하고 분석하는 지도가 이루어져야 할 것이다. 이는 비단 평가라는 관점에서만 중요한 것은 아니다. 그래프는 꼭 전문적인 일이 아니라 하더라도 우리의 일상생활에서 중요한 정보를 얻는 도구이다. 따라서 민주 사회의 구성원으로서 자신의 삶을 보다 풍요롭게 영위하기 위해서 필요한 소양을 쌓는다는 점에서도 중요하다.

둘째, 수학교사 교육시 맥락적인 요소를 강조하는 것이 필요하다. 이 연구에서 수학교사는 그래프에서 주로 인지적인 요소에 초점을 맞추어 의미를 구성하는데 비해 학생은 자연스럽게 맥락을 이용한 것을 볼 수 있었다. 비록 이 연구가 그래프라는 수학적 내용과 표현으로 한정되어 이런 점을 제시하기에는 포괄적인 면이 없지 않으나, 그래프가 맥락을 많이 이용하는 소재임에도 불구하고 교사가 맥락을 이용하려 하지 않는 점은 생각해볼만한 문제이다. 이는 아마도 학생은 수학 이외에 다양한 학문을 접하고 있기 때문이고 수학교사는 형식적인 수학을 주로 접하기 때문일 것이다. 하지만 수학교사가 이런 맥락적인 요소들을 많이 고려하지 않는다면 수업에서도 그런 요소가 드러나지 않을 것이고, 그 밑의 학생들도 마찬가지일 것이다. 앞에서도 이야기했지만 앞으로의 평가가

통합적인 관점에서 이루어진다면 수학교사도 수업에서 다루어지는 수학적인 내용이 수학에서 뿐만 아니라 다양한 상황에서 쓰이고 있음을 알아야 하고 수업에서도 이런 맥락을 도입해야 할 것이다. 이를 수학교사 개인의 몫으로 돌리기보다는 교사 교육시 맥락과 연결된 수업이나, 또는 그와 관련된 연구가 활발히 이루어지는 것이 바람직할 것이다.

셋째, 학생들에게 그래프를 지도할 때에는 수치적인 접근과 더불어 질적인 접근을 강조하도록 해야 한다. 이 연구에서 학생은 주로 수치적인 값에 초점을 두고 그래프를 접근해갔다. 그래프의 패턴을 탐구하는데 있어서 질적으로 그래프의 전체적인 경향을 먼저 파악하는 것이 중요함에도 불구하고 학생은 처음에는 그래프를 전체적인 시각으로 보지 못했다. 수치적인 값을 모두 계산해보고 비교한 후에 그래프에서 패턴을 확인하였고, 앞으로의 경향을 예측할 때에도 수치값에 크게 의존하여 대답하는 것을 볼 수 있었다. 이는 수학수업에서 그래프의 전체적인 경향과 질적인 접근보다는 국소적인 점의 값을 구하는 것에 집중했기 때문이다. 하지만 그래프를 분석할 때에는 전체적으로, 질적으로 그래프 모양이 대략적으로 어떤지를 보고 패턴을 탐구하고 의미를 구성하는 것이 매우 중요하다. 따라서 학생들에게 지도시 이런 점들을 강조할 필요가 있다.

본 연구는 그래프에 한정된 두 가지 과제만으로 학생 한 명과 교사 한 명을 관찰하여 그들이 의미를 구성하는 과정을 분석하였기 때문에 일반화하기에는 한계가 있다. 앞으로의 연구는 좀 더 여러 수준의 학생이나 다양한 배경을 갖는 교사를 대상으로 다양한 사례를 연구하여 그로부터 시사점을 논의할 필요가 있다. 또한 그래프뿐만 아니라, 일반적인 수학기호나 언어에서 학생들이 의미를 구성하는 과정

을 중점적으로 연구하여 교수학습에서 시사점을 얻는 것이 필요하다. 그리고 이 연구에서는 현직 고등학교 교사를 그 대상으로 하였는데, 순수하게 수학을 전공한 전문가의 의미구성 과정과 직업 현장에서 각각 전문가들의 의미구성 과정을 연구하여 수학교육자와 수학자들과 그 과정에서 어떤 차이가 있는지의 분석을 통해 수학교육에서 그래프 교육에 관한 시사점에 대해 좀 더 심층적으로 연구될 필요가 있다.

### 참고문헌

- 김성도(2006). *Peirce의 기호 사상*. 서울 : 민음사.
- 전경갑, 오창호(2004). 문화적 인간·인간적 문화. 서울 : 푸른사상.
- 안가영(2002). 함수 그래프 과제에서의 오류 분석 및 처치. 이화여자대학교 대학원 석사 학위 논문.
- 우정호 외 6인(2006). *수학교육학 연구방법론*. 서울 : 경문사.
- Ainley, J. (2000). Transparency in graph and graphing tasks : An iterative design process. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 365-384.
- Brasell, H. M., & Rowe, M. B.(1993). Gaphing skill among high school student. *School Science and Mathematics*, 93(2), 63-70.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Dufour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier(Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Friel, S. N., Curcio, F. R., Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs : Critical factors influencing comprehension and instructional implications, *Journal for research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Kehle, P. E., & Lester, F. K. (2003). A semiotic look at modelling behavior. In Lesh, R. & Doerr, H. M(Eds.), *Beyond constructivism : Models and modelling perspectives on mathematics-problem solving, learning, and teaching*. 97-122.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing : Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1). 1-64.
- Mevarech, Z. R. & Kramarsky, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations : Stability and change in students' alternative conception. *Educational studies in Mathematics*, 32(3), 229-263.
- Monk, S. (2003). Representation in school mathematics : Learning to graph and graphing to learn. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*. 250-262. National Council of Teachers of Mathematics.
- Monterio, C. & Ainley, J. (2004). Critical sense in interpretations of Media graphs.

- Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 13, 361-368.
- Nemirovsky, R., Monk, S. (2000). "If you look at it in other way..." : An exploration into the nature of symbolizing. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in Mathematics Classrooms : Perspectives on discourse, tool, and instructional design*, 177-221. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Presmeg, N. (2006). Semiotics and the "connections" standard: significance of semiotics for teachers of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 61, 163-182.
- Ponte, J. P. M. da. (1984). *Functional reasoning and the interpretation of cartesian graphs*. Unpublished doctoral dissertation, University of Georgia.
- Roth, W. M. (2004). What is the meaning of "meaning"? : A case study from graphing. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 75-92
- \_\_\_\_\_ (2003). Toward an Anthropology of graphing : Semiotic and Activity-Theoretic Perspective. Kluwer Academic Publisher.
- Roth, W. M. and Brown, G. M. (2001). Professional Read Graphs : a Semiotic Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 159-194.
- Roth, W. M. and McGinn, M. (1997). Graphing : Cognitive ability or practice? *Sciences Educational*, 81, 91-106.
- Roth, W. M. Bowen, M., & McGinn, M. K. (1999). Differences in graph-related practices between high school biology textbooks and scientific ecology journals. *Journal of research in science teaching*, 36(9), 977-1019.

# A Case Study on Making the Meaning of a Teacher and a Student in a Graph

Song, Jung Hwa (Ewha Womans University, Graduate School)

Lee, Chong Hee (Ewha Womans University)

The purpose of this study is to analyze how a mathematics teacher and a high school student make the meaning in a graph and how aspects of the interpretation of a graph are interacted during the signification process, and to suggest considerations for teaching and learning of a graph. The findings of a case study have led to conclusions as follows: All of them have a difficulty in making the meaning in a graph and construct the meaning as a nested

signification model. In the process which they make the meaning, they interrelate cognitive, contextual, and affective aspects and construct interpretants. In this process, a teacher focuses on cognitive aspect, based on a qualitative approach. But a student considers contextual aspect more, based on a quantitative approach. This study suggests three considerations for teaching and learning of a graph.

\* key word : graph(그래프), signification(의미작용), making the meaning(의미구성), sign(기호), representamen(표현체), interpretant(해석체), object(대상체), cognitive aspect(인지적 측면), contextual aspect(맥락적 측면), affective aspect(정의적 측면)

논문접수 : 2007. 8. 15

심사완료 : 2007. 9. 13