

크랙을 가진 유체유동 파이프의 안정성에 미치는 부가질량의 영향

Effects of Attached Mass on Stability of Pipe Conveying Fluid with Crack

손인수† · 조정래* · 윤한익**

In Soo Son, Jeong Rae Cho and Han Ik Yoon

(2007년 8월 16일 접수 ; 2007년 9월 19일 심사완료)

Key Words : Flutter/Divergence Instability(플러터/좌굴 불안정), Pipe Conveying Fluid(유체이송 파이프), Stability(안정성), Open Crack(개구형크랙), Attached Mass(부가질량)

ABSTRACT

In this paper, the dynamic stability of a cracked simply supported pipe conveying fluid with an attached mass is investigated. Also, the effect of attached mass on the dynamic stability of a simply supported pipe conveying fluid is presented for the different positions and depth of the crack. Based on the Euler-Bernouli beam theory, the equation of motion can be constructed by the energy expressions using extended Hamilton's principle. The crack section is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged pipe segments. The crack is assumed to be in the first mode of a fracture and to be always opened during the vibrations. Finally, the critical flow velocities and stability maps of the pipe conveying fluid are obtained by changing the attached mass and crack severity.

1. 서 론

파이프 내부에 유체가 흐르는 구조물의 진동특성과 안정성에 관한 연구는 오랜 기간 동안 많은 연구자들에 의해 진행되어져 왔다⁽¹⁻³⁾. 특히, Paidoussis는⁽⁴⁾ 수치해석 및 실험을 통하여 얻은 유체유동 파이프의 진동특성과 동적안정성에 관한 많은 연구결과를 비선형 영역까지 확장하여 저서에 담았다. 또 유체가 흐르는 파이프 구조물에 부가질량이 존재하는 경우 부가질량의 위치와 크기변화에 따른 계의 동적 안정성을 수치해석과 실험을 통하여 연구한 논문과 유체유동 파이프의 고유진동수에 미치는 부가

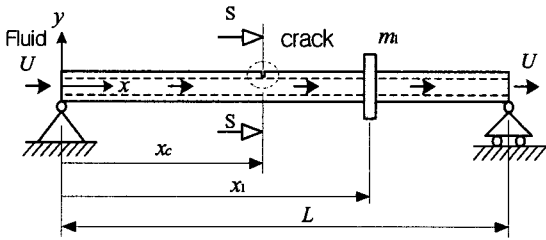
질량의 회전관성 모멘트의 영향에 대한 연구결과가 발표되기도 하였다^(5,6). 최근에는 송수관 안정성 문제에 있어서 고유치 분기와 불안정 모드의 정립을 위하여 수평 외팔 송수관 모델에 대한 고유치 분기의 차수와 이에 상응하는 플러터 모드 형상을 확고히 정의하기도 하였다^(7,8).

내부 유체를 갖는 파이프 구조물에 크랙과 같은 결함이 발생한다면 구조물은 보다 복잡한 안정성 문제가 된다. 구조손상의 하나인 이러한 크랙은 구조물의 진동특성과 안정성을 변화시켜 유체와 함께 구조물의 불안정 및 파괴를 유발하는 주요 원인이 된다. 따라서 유체유동을 갖는 파이프에 크랙이 존재하는 시스템은 계의 불안정에 큰 영향을 미치는 두 요소를 포함하고 있으므로 이들의 영향에 의한 시스템의 동적특성 및 안정성을 파악하는 것은 매우 중요한 공학적 문제라 할 수 있다. 크랙이 구조물의 동적특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 구조물

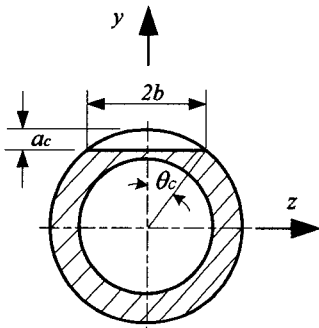
† 교신저자 : 정희원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : isson92@deu.ac.kr
Tel : (051) 890-2239, Fax : (051) 890-2232
* 한국폴리텍VI대학 달성캠퍼스 자동차과
** 정희원, 동의대학교 대학원 기계공학과

에서 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법⁽⁹⁾에서 출발하여, 최근에는 크랙에 의해서 부가되는 에너지를 파괴역학적 변수를 계산하여 유연행렬을 구하여 적용하는 해석방법을 주로 사용하고 있다⁽¹⁰⁾. 또, Liu 등은⁽¹¹⁾ 파이프 형태의 중공 축에 크랙이 존재하는 경우 크랙의 크기에 따른 보의 동적특성을 연구하였으며, Takahashi는^(12,13) 양단 자유 티모센코 보에 크랙이 존재하는 경우 크랙이 계의 동적 안정성에 미치는 영향에 대한 해석결과와 크랙의 위치에 따라 계의 불안정을 일으키는 플러터 하중을 계산한 연구결과를 발표하였다.

일반적인 배관계 등의 파이프 구조물에 있어 밸브 등을 부가질량으로 간주할 수 있으며, 이 연구에서는 그러한 부가질량 및 크랙을 갖는 유체유동 파이프의 동적안정성 및 계의 고유진동수 변화를 수치해석을 통하여 연구하였다. 특히 개구형 크랙이 파이프의 연성모드에 의하여 발생하는 플러터 불안정에 미치는 영향과 부가질량에 따른 파이프의 임계유속 및 계의 고유진동수의 변화에 대하여 상세히 연구하였다. 파이프의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용하였으며, 크랙은 비진전 개구형 크랙(open crack)이라 가정하였다.



(a) Cracked pipe conveying fluid with attached mass



(b) Cross section of pipe(view S-S)

Fig. 1 Geometry of analytical model

2. 시스템 모델링

Fig. 1은 이 연구에서 해석예제로 사용한 크랙과 부가질량을 가진 유체유동 파이프의 개략도를 나타낸 것이다. 여기서 U 와 L 은 각각 유속과 파이프의 전체 길이를 나타내며 m_1 과 x_1 은 부가질량과 그 위치를 각각 표현하고 있다. 또 x_c , $2b$, 그리고 θ_c 는 각각 단순지지 파이프 상에 존재하는 크랙의 위치, 크랙의 z 축방향의 길이, 그리고 전체 크랙의 반각(half-angle)을 의미한다.

2.1. 크랙 모델링

선형 탄성구간에서 크랙으로 인한 추가적인 변형 에너지(additional strain energy)는 응력확대계수의 항에서 유도할 수 있는 유연행렬의 형식으로 구할 수 있다. 같은 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의한 변형에너지가 존재하고 이 부가되는 에너지만큼 추가적인 변형이 발생하게 된다. Castigliano의 정리에 의하여 크랙에 의해서 부가되는 변형에너지를 다음과 같이 유연행렬을 이용하여 표현할 수 있다.

$$C_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[\int_{-b}^b \int_0^{a_c} J dy dz \right] \quad (1)$$

여기서 P 는 각 방향에서의 힘, J 는 변형률 에너지 밀도함수로서 제 1파괴모드에 대하여 다음과 같다⁽¹⁰⁾.

$$J = \frac{1}{E^*} (K_{IM} + K_{IP})^2 \quad (2)$$

여기서 K_{IM} 과 K_{IP} 는 각각 모멘트와 힘에 의한 응력확대계수이며, $E^* = E/(1-\nu^2)$ 이다⁽¹¹⁾. E 는 영계수, ν 는 푸아송 비이다. 해석에 필요한 회전 스프링 상수(K_R)는 식 (1)의 역수를 취함으로써 얻을 수 있으며 크랙으로 인하여 파이프의 포텐셜 에너지식에 추가되는 항은 다음과 같다.

$$V_c = \frac{1}{2} K_R \left\{ \frac{\partial y_2(x_c)}{\partial x} - \frac{\partial y_1(x_c)}{\partial x} \right\}^2 \quad (3)$$

여기서 y_k ($k=1,2$)는 파이프의 횡변위이며 다음과

같다.

$$y_k(x,t) = \sum_{i=1}^n \phi_{ki}(x) q_i(t) \quad (4)$$

여기서 $q_i(t)$ 는 일반화 좌표, n 은 모드의 수, 그리고 k 는 크랙으로 인한 파이프의 분할구간 수를 의미한다. 또 파이프의 고유함수 $\phi_{ki}(x)$ 는 크랙이 존재하는 위치를 기준으로 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_{1i}(x) &= A_1 \cos(\beta_i x) + A_2 \sin(\beta_i x) + A_3 \cosh(\beta_i x) \\ &\quad + A_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (0 \leq x \leq x_c), \\ \phi_{2i}(x) &= B_1 \cos(\beta_i x) + B_2 \sin(\beta_i x) + B_3 \cosh(\beta_i x) \\ &\quad + B_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (x_c \leq x \leq L) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)의 미지수들은 크랙 위치에서의 연속조건과 단순 지지에 대한 경계조건을 적용하여 각각 구할 수 있다.

2.2 계의 운동방정식

유체유동을 갖는 파이프의 기본 운동방정식은 다음과 같이 구할 수 있다⁽⁴⁾.

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + MU^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \\ + 2MU \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} + (m+M) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 I , U 는 파이프 단면의 질량관성 모멘트와 유속을 나타내며, M 과 m 은 각각 유체 및 파이프의 단위길이당 질량이다.

파이프의 임의 위치에 부가질량이 존재하는 경우 파이프의 동특성에 미치는 부가질량의 영향을 해석하기 위하여 다음과 같이 수학적으로 모델링 할 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$m_1 \delta(x-x_1) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ J_1 \delta(x-x_1) \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} \right\} \quad (7)$$

여기서 δ 는 디랙델타 함수(Dirac delta function)를 의미하며, J_1 은 부가질량의 회전관성 모멘트를 나타

낸다. 일반적으로 회전관성 모멘트는 계의 고유진동수를 감소시키나 그 영향이 미미하므로^(6,15) 이 연구에서는 그 영향을 무시하고 수치해석을 수행하였다.

계의 운동방정식은 확장된 해밀턴 원리에 대입하여 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + MU^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + 2MU \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} \\ + [m+M + m_1 \delta(x-x_1)] \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

계산상의 편의를 위하여 다음과 같은 무차원 파라미터들과 좌표를 정의하였다.

$$\begin{aligned} \tau = \sqrt{\frac{EI}{M+m}} \frac{t}{L^2}, \quad u = \sqrt{\frac{M}{EI}} LU, \quad \beta = \frac{M}{M+m}, \\ \mu = \frac{m_1}{(M+m)L}, \quad \eta = \frac{y}{L}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}, \\ \xi_1 = \frac{x_1}{L}, \quad a = \frac{\theta_c}{\pi}, \quad k = \frac{K_R L}{EI} \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)를 이용하여 계의 무차원 운동방정식을 표현하면 크랙위치에 대하여 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{I) } 0 \leq \xi_1 \leq \xi_c \\ \eta_1'''' + u^2 \eta_1'' + 2u\beta^{1/2} \dot{\eta}_1' \\ + \{1 + \mu\delta(\xi - \xi_1)\} \ddot{\eta}_1 = 0 \\ (0 \leq \xi \leq \xi_c), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \eta_2'''' + u^2 \eta_2'' + 2u\beta^{1/2} \dot{\eta}_2' \\ + \ddot{\eta}_2 = 0 \quad (\xi_c \leq \xi \leq 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) } \xi_c \leq \xi_1 \leq 1 \\ \eta_1'''' + u^2 \eta_1'' + 2u\beta^{1/2} \dot{\eta}_1' \\ + \ddot{\eta}_1 = 0 \quad (0 \leq \xi \leq \xi_c), \\ \eta_2'''' + u^2 \eta_2'' + 2u\beta^{1/2} \dot{\eta}_2' \\ + \{1 + \mu\delta(\xi - \xi_1)\} \ddot{\eta}_2 = 0 \\ (\xi_c \leq \xi \leq 1) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 (·)과 (˙)는 각각 무차원 변위 ξ 와 시간 τ 에 대한 미분이다. 또 단순보의 경계조건과 크랙위

치에서의 연속조건은 각각 다음과 같다.

$$\text{for } \xi = 0, \quad \eta_1(\xi) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \eta_1(\xi)}{\partial \xi^2} = 0,$$

$$\text{for } \xi = 1, \quad \eta_2(\xi) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \eta_2(\xi)}{\partial \xi^2} = 0$$

(12)

$$k \left(\frac{\partial \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi} - \frac{\partial \eta_1(\xi_c)}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi^2},$$

$$\eta_1(\xi_c) = \eta_2(\xi_c), \quad \frac{\partial^2 \eta_1(\xi_c)}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi^2},$$

$$\frac{\partial^3 \eta_1(\xi_c)}{\partial \xi^3} = \frac{\partial^3 \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi^3}$$

(13)

따라서 크랙과 부가질량을 가진 단순지지 파이프의 무차원 운동방정식은 다음과 같이 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$[M] \ddot{q} + [C] \dot{q} + [K] q = 0 \tag{14}$$

여기서 $q = q_0 \exp(i\omega\tau)$ ($i = \sqrt{-1}$)이다. 식 (14)를 이용하여 단순지지 파이프의 고유진동수 ω 를 계산할 수 있으며, 이 연구에서는 고유진동수의 수렴성을 위하여 8차 모드($i=8$)까지 고려하여 계의 고유진동수를 구하였다.

3. 수치해석결과 및 고찰

이 연구에서는 수치해석에서 유도된 무차원 운동

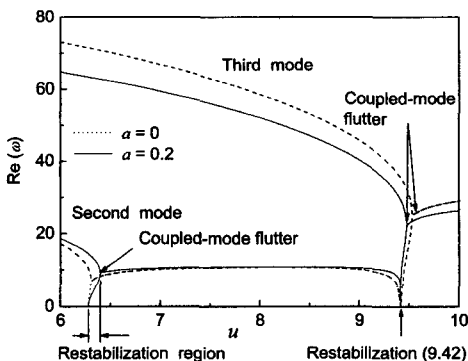


Fig. 2 Real component frequency of cracked simply supported pipe conveying fluid ($\beta = 0.5$)

방정식을 이용하여 크랙과 부가질량이 파이프의 불안정을 유발하는 임계유속(u_c)과 파이프의 고유진동수 변화에 미치는 영향을 수치해석하고 고찰하였다. 결과의 타당성을 검토하기 위하여 크랙과 부가질량이 없는 참고문헌(4)의 결과와 비교하였으며, 이 논문의 수치해와 근사한 일치성을 보였다.

Fig. 2는 부가질량이 없고, 질량비 $\beta = 0.5$ 일 때 크랙이 없는 경우와 크랙의 크기 $a = 0.2$ 인 경우 파이프의 고유진동수 변화를 도시하였다. 가로축은 유속, 세로축은 고유진동수의 실수부를 각각 나타낸다. 2, 3차 모드에서 모두 재 안정화 영역이 나타난다. 2차 모드에서는 크랙의 크기 $a = 0.2$ 인 경우 크랙이 없는 경우에 비하여 파이프가 재 안정화되는 영역이 넓으며, 3차 모드에서는 크랙이 없는 경우가 그 영역이 더 넓어짐을 확인할 수 있다.

Fig. 3은 질량비 $\beta = 0.4$, 부가질량의 위치 $\xi_1 = 0.4$ 일 때 파이프의 고유진동수 및 임계유속에 미치

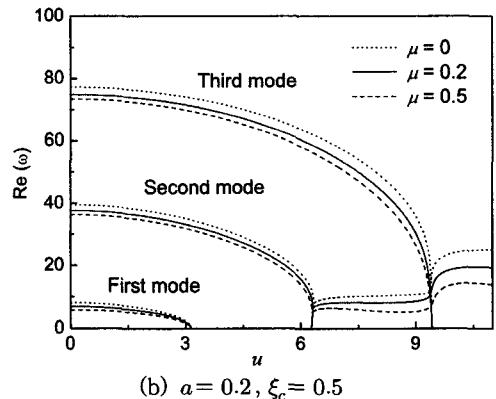
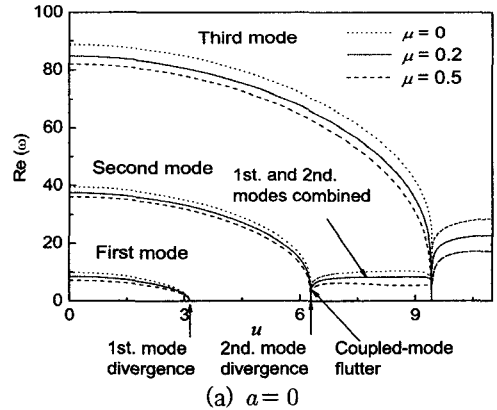
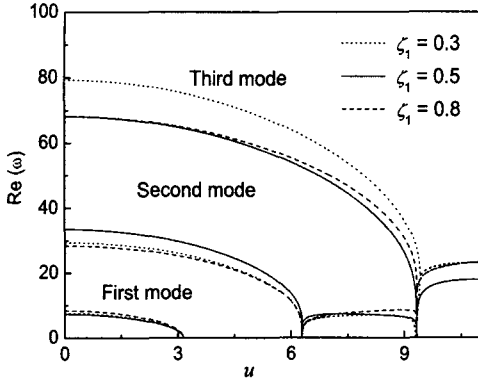


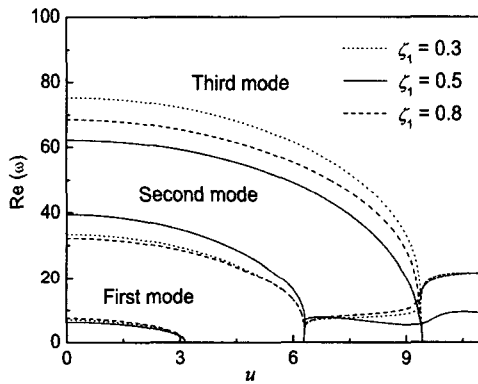
Fig. 3 Real component frequency of pipe conveying fluid for $\beta = 0.4$, $\xi_1 = 0.4$

는 부가질량과 크랙의 영향을 도시한 것이다. 계의 가장 낮은 세 개의 진동모드에서 크랙의 영향에 관계없이 좌굴(divergence) 임계유속은 1차 모드에서

Fig. 4(a)는 크랙의 위치 $\xi_c = 0.2$ 일 때, Fig. 4(b)는 $\xi_c = 0.5$ 인 경우이다. 1, 3차 모드에서 크랙 및 부가 질량의 위치가 파이프의 중앙에 위치할 때 파이프의 고유진동수는 가장 낮은 값을 갖는다.



(a) $a = 0.2, \xi_c = 0.2$



(b) $a = 0.2, \xi_c = 0.5$

Fig. 4 Real component frequency of cracked pipe conveying fluid for $\beta = 0.4, \mu = 0.3$

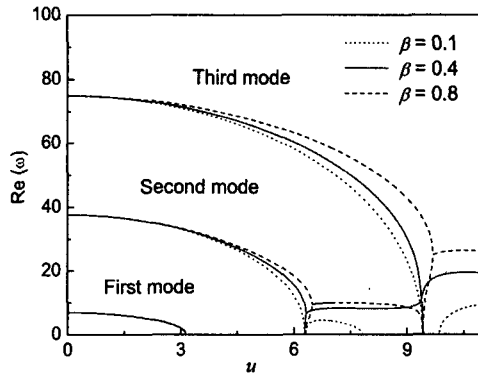
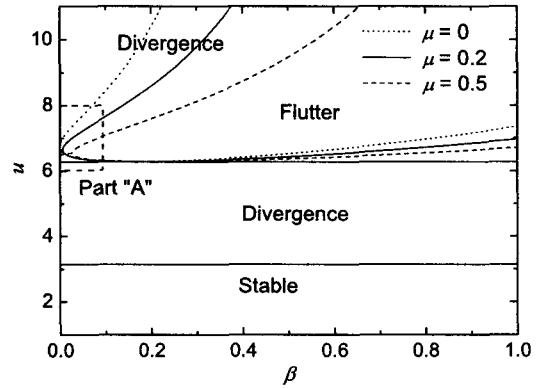
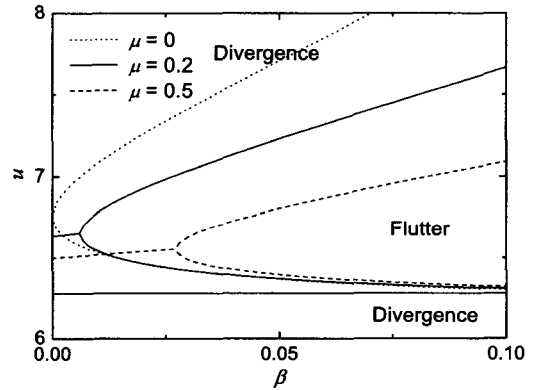


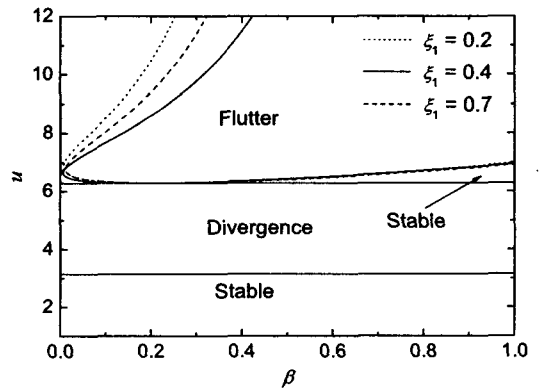
Fig. 5 Real component frequency of cracked pipe conveying fluid ($a = 0.2, \xi_c = 0.5, \mu = 0.3, \xi_1 = 0.4$)



(a) $\xi_1 = 0.4$



(b) $\xi_1 = 0.4, \text{Part "A"}$



(c) $\mu = 0.2$

Fig. 6 Map of different kinds of instabilities for cracked pipe conveying fluid ($a = 0.2, \xi_c = 0.5$)

Fig. 5는 $a=0.2$ 인 크랙이 파이프의 중간에 위치하고 $\mu=0.3$ 인 부가질량이 $\xi_1=0.4$ 에 위치할 때 무차원 질량비 β 의 변화에 따른 파이프의 고유진동수 변화이다. 크랙이 존재하지 않는 경우와 마찬가지로 2, 3차 모드에서 질량비가 클수록 재 안정화되는 영역이 증가함을 알 수 있다. 또 파이프의 안정화 영역인 $u < \pi$ 인 영역에서는 질량비의 변화에 따른 고유진동수의 변화는 거의 없었으며 특히, 1차 모드에서는 파이프의 고유진동수는 질량비에 영향을 받지 않는다는 것을 확인 할 수 있다.

Fig. 6은 크랙이 일정한 경우 부가질량 및 그 위치에 따른 파이프의 안정, 좌굴 및 플러터 불안정 영역을 표현한 것이다. 이 결과는 2차 모드까지를 Galerkin 방법으로 수치해석하여 얻은 것이다⁽⁴⁾. 가로축은 무차원 질량비, 세로축은 유속을 나타낸다.

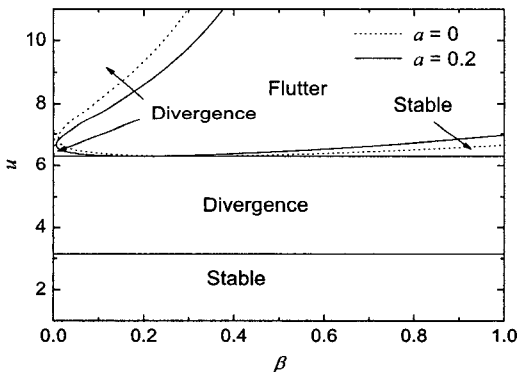


Fig. 7 Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid with attached mass ($\mu=0.2, \xi_1=0.4$)

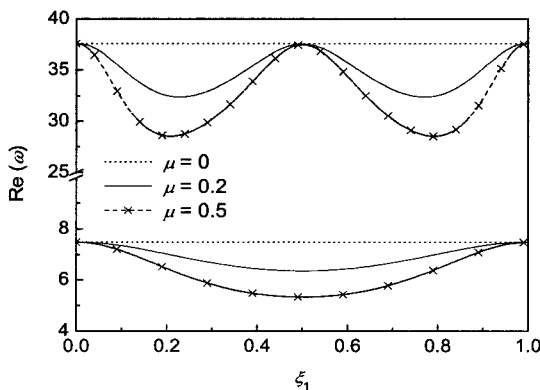
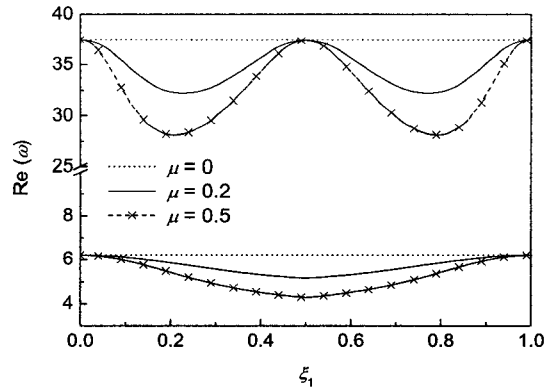


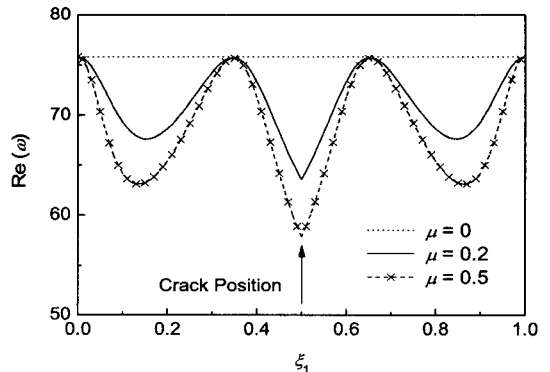
Fig. 8 Real component frequency of pipe conveying fluid for $\beta=0.4$ (first and second modes)

파이프 시스템이 1차 모드 좌굴 불안정이 일어나기 전까지의 안정화 영역은 항상 동일함을 거듭 확인할 수 있다. Fig. 6(a)의 결과를 살펴보면 부가질량의 크기가 클수록 파이프의 재 안정화 영역은 좁아지며 2차 모드 좌굴 이후에 발생하는 좌굴 불안정 영역은 넓어진다. Fig. 6(b)는 Fig. 6(a)의 “A”부분을 확대한 그림이다. 여기서 부가질량의 존재는 질량비가 작은 경우, 예를 들어 $\mu=0.5$ 일 때 질량비 $\beta < 0.027$ 인 구간에서 파이프는 플러터 불안정 영역을 거치지 않는다는 것을 확인 할 수 있다. 또, Fig. 6(c)에서 부가질량의 위치가 파이프의 중앙 부근에 존재할 때 좌굴 불안정 영역이 최대가 되며 부가질량의 위치는 파이프의 재 안정화 영역에 큰 영향을 미치지 못함을 알 수 있다.

Fig. 7은 부가질량의 크기와 위치가 일정한 경우 크랙의 영향에 의한 파이프의 안정 및 불안정 영역을 도시한 것이다. 크랙이 존재하는 경우 2차 불안



(a) First and second modes



(b) Third mode

Fig. 9 Real component frequency of cracked pipe conveying fluid($\beta=0.4, a=0.2, \xi_c=0.5$)

정 영역이 증가하면서 플러터 불안정 영역이 줄어들며 파이프의 재 안정화 영역은 크랙이 존재하지 않는 경우보다 오히려 증가한다. $\beta=0.8$ 일 때 크랙이 없는 경우보다 $a=0.2$ 인 경우 플러터 불안정을 유발하는 임계유속은 약 3.3%정도 증가한다.

Fig. 8은 크랙이 존재하지 않고 무차원 유속 $u=2$ 로 일정한 경우 부가질량의 위치에 따른 파이프 시스템의 1, 2차 모드 고유진동수를 나타낸 것이다. 1차 모드에서는 부가질량의 위치가 파이프의 중앙에 존재할 때 가장 작은 고유진동수를 가지며 2차 모드에서는 그 점이 노드점이 되므로 부가질량의 크기와 관계없이 항상 일정한 고유진동수를 가진다.

Fig. 9와 Fig. 10은 크랙이 존재하는 경우 부가질량의 크기와 크랙의 위치에 따른 파이프의 고유진동수 변화를 표현하였다. 1, 2차 모드에 비하여 3차 모드에서 크랙의 위치를 더 잘 파악 할 수 있으며 부가질량이 클수록 크랙의 영향이 더 크게 나타난다. Fig. 9(b)를 보면 크랙이 존재하는 위치에서 부가질

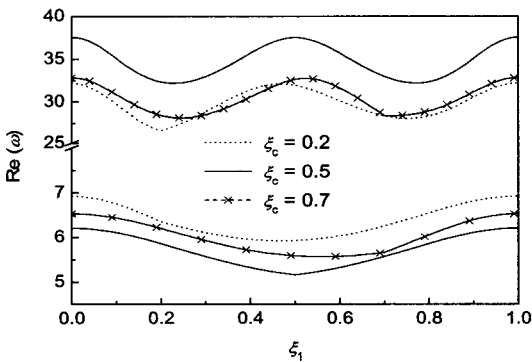
량의 크기가 0.2인 경우와 0.5인 경우의 고유진동수를 비교해 보면 약 9.9% 정도 차이를 보인다. Fig. 10(a)의 2차 모드를 살펴보면 크랙의 영향으로 인하여 부가질량의 위치가 약 $0.28 \leq \xi_1 \leq 0.5$ 인 구간에서는 크랙의 위치가 0.7인 경우보다 0.2일 때 파이프의 고유진동수가 더 크며, 나머지 구간에서는 $\xi_c=0.7$ 일 때가 더 큰 고유진동수를 갖는다.

4. 결 론

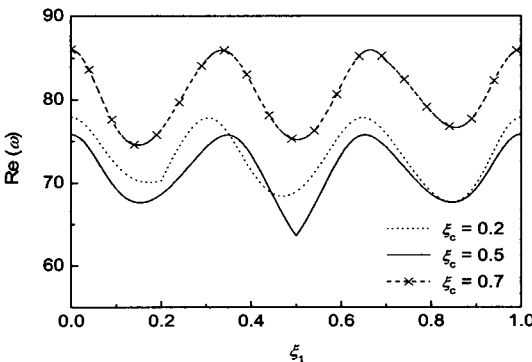
내부에 유체가 흐르는 파이프 구조물에 있어 밸브 등을 부가질량으로 간주하고 그 구조물에 크랙이 존재하는 경우 파이프의 안정성을 평가하였다. 즉, 크랙과 부가질량이 파이프 시스템의 재 안정화 영역 및 좌굴, 플러터 불안정 영역에 미치는 영향에 대하여 수치해석 하였다. 크랙을 가진 유체유동 파이프에 부가질량이 존재하는 경우 부가질량의 위치는 파이프의 재 안정화 영역에 큰 영향을 주지 않으며, 부가질량이 클수록 재 안정화 영역이 좁아지고 좌굴 불안정 영역이 증가한다. 또 부가질량이 존재하는 경우 파이프 시스템은 플러터 불안정을 일으키지 않고, 오직 좌굴 불안정만을 유발하는 질량비의 영역을 가짐을 확인하였다. 크랙의 존재는 크랙이 없는 경우에 비하여 오히려 파이프의 재 안정화 영역을 증가시킬 수 있다. 마지막으로 이 연구에서 사용한 복잡한 수식과 과다한 파라미터의 수로 인하여 각 파라미터들의 특성 및 이들의 연성관계에 대하여 명확하게 정리되지 않았기 때문에 이에 대한 연구가 좀 더 필요하다고 사료된다.

참 고 문 헌

- (1) Benjamin, T. B., 1961, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 261, pp. 457~486.
- (2) Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., 1966, "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid (I. Theory)", Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 293, pp. 512~527.
- (3) Sugiyama, Y., Tanaka, Y., Kishi, T. and Kawagoe, H., 1985, "Effect of a Spring Support on



(a) First and Second modes



(b) Third mode

Fig. 10 Real component frequency of cracked pipe conveying fluid($\beta=0.4, a=0.2, \mu=0.2$)

the Stability of Pipes Conveying Fluid”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 100, pp. 257~270.

(4) Paidoussis, M. P., 1998, Fluid-structure Interactions (Volume 1), Academic Press.

(5) Ryu, B. J., Jung, S. H. and Lee, J. W., 2000, “Effects of Attached Masses on the Instability and Vibration Suppression of a Flexible Pipe Conveying Fluid”, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 10, No. 2, pp. 280~290.

(6) Kang, M. G., 2000, “The Influence of Rotary Inertia of Concentrated Masses on the Natural Vibrations of a Clamped-supported Pipe Conveying Fluid”, Nuclear Engineering and Design, Vol. 196, pp. 281~292.

(7) Ryu, S. W., Sugiyama, Y. and Ryu, B. J., 2002, “Eigenvalue Branches and Modes for Flutter of Cantilevered Pipes Conveying Fluid”, Computers and Structures, Vol. 80, pp. 1231~1241.

(8) Ryu, B. J., Ryu, S. W. and Lee, J. W., 2003, “Eigenvalue Branches and Flutter Modes of a Cantilevered Pipe Conveying Fluid and Having a Tip Mass”, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 13, No. 12, pp. 956~964.

(9) Datta, P. K. and Lal, M. K., 1992, “Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load”, Computers and Structures, Vol. 4, No. 6, pp. 1199~1202.

(10) Ruotolo, R., Surace, C., Crespo, P. and

Storer, D., 1996, “Harmonic Analysis of the Vibrations of a Cantilevered Beam with a Closing Crack”, Computers and Structures, Vol. 61, No. 6, pp. 1057~1074.

(11) Liu, D., Gurgenci, H. and Veidt, M., 2003, “Crack Detection in Hollow Section Structures Through Coupled Response Measurements”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 261, pp. 17~29.

(12) Takahashi, I., 1997, “Vibration and Stability of a Cracked Shaft Simultaneously Subjected to a Follower Force with an Axial Force”, Int. Journal of Solids and Structures, Vol. 35, No. 23, pp. 3071~3080.

(13) Takahashi, I., 1999, “Vibration and Stability of Non-uniform Cracked Timoshenko Beam Subjected to Follower Force”, Computers and Structures, 71, pp. 585~591.

(14) Sato, K., Saito, H. and Otomi, K., 2003, “The Parametric Response of a Horizontal Beam Carrying a Concentrated Mass under Gravity”, Transactions of ASME J. Appl. Mech., Vol. 45, pp. 634~648.

(15) Dado, M. H. F. and Abuzeid, O., 2003, “Coupled Transverse and Axial Vibratory Behaviour of Cracked Beam with End Mass and Rotary Inertia”, Journal of Sound and Vibration, Vol. 261, pp. 675~696.

(16) Yoon, H. I., Son, I. S. and Ahn, T. S., 2007, “Stability Analysis of Pipe Conveying Fluid with Crack”, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 1, pp. 10~16.