확률영역에서 시스템 출력만을 이용한 시스템 규명
System Identification Using Stochastic Output Only

박 성 만* · 이 동 희* · 이 종 복* · 권 오 신** · 김 진 성** · 허 훈†
Sung-man Park, Dong-hee Lee, Jong-bok Lee, O-shin Kwon, Jin-sung Kim and Hoon Heo

(2007년 4월 25일 접수 ; 2007년 9월 19일 심사완료)

Key Words : System Identification(시스템 규명), Stochastic Domain(확률영역), F-P-K(Fokker-Planck-Kolmogorov) Equation(F-P-K 방정식)

ABSTRACT

Most of the study on system identification has been carried out using input/output relation in physical domain. However identification concept of stochastic system has not been reported up to now. Interest is focused to identify an unknown dynamic system under random external disturbances which is not possible to measure. A concept to identify the system parameters in stochastic domain is proposed and implemented in terms of simulation. Attempt has been made to identify the system parameters in inverse manner in stochastic domain based on system output only. Simulation is conducted to reveal quite noticeable performance of the proposed concept.

1. 서 론

현재까지 동적 시스템을 불규칙한 외란에 대하여 제어하기 위하여 많은 제어기법들이 개발 연구되고 있다. 이러한 동적 시스템을 보다 안전하게 제어를 하기 위하여 선행적으로 시스템에 대한 정보 해석이 필요하다. 그래서 많은 연구들이 동적시스템에 대한 규명에 연구가 진행되고 있다.

그러나 일반적인 동적 시스템의 규명은 시간영역에서 입/출력의 상관관계를 Laplace변환을 통하여 시스템을 규명하는 것이 보편적이다. 이 연구에서는 미지의 동적 시스템이 불규칙한 교란에 노출되어 시스템이 불안정할 경우 입력과 출력 데이터 중 출력만이 측정 가능할 경우 입력과 출력과의 상관관계가 아닌 출력만을 이용하여 확률 해석을 통해서 시스템 파라미터를 구하여 시스템을 규명하는 것이다. 이에 최종적으로 미지의 동적 시스템을 제어 하는 것을 목표를 두고 있다.

이에 이 연구에서는 옆의 Fig. 1개념도의 과정을 통하여 시스템 규명을 하고자 한다. 먼저 시스템의 출력을 확률 해석 방법 중 하나인 F-P-K 방정식을 이용하여 확률영역의 모멘트 응답으로 변환을 시키고 정상상태의 모멘트 응답을 이용하여 역변환 시켜 시간영역에서의 시스템 파라미터를 규명하는 것이다.

이 논문에서는 이의 새로운 방법을 이용하여 수치 모의 실험을 실시하고 이를 검증하였다.

2. 시스템 규명 기법

2.1 확률영역에서의 시스템 모델링

먼저 알려져 있지 않은 파라미터로 구성된 2차선 형계가 미지의 외란에 노출되었을 때에 그 출력만을

† 교신저자 : 정회원, 고려대학교 제어계측공학과
E-mail : heo257@korea.ac.kr
Tel : (02) 3290-3974, Fax : (02) 929-7808
* 정회원 고려대학교 제어계측공학과
** 고려대학교 제어계측공학과

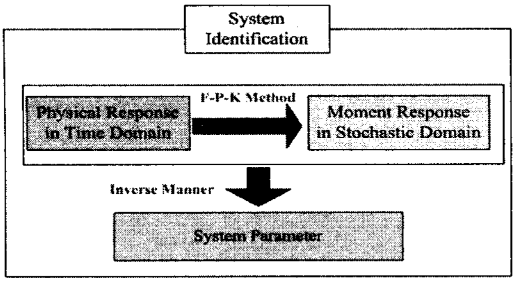

Fig. 1 Concept of stochastic system identification

사용하여 시스템의 파라미터를 규명하는 방법을 연구하였다. 이에 다음의 식(1)과 같은 미지의 시스템 파라미터 (ω_n, ζ)를 갖는 간단한 2차 상미분방정식 형태의 진동시스템을 고려하였다. 여기서 ω_n은 시스템 고유진동수, ζ는 감쇠비이다.

$$\ddot{x}+2\zeta\omega_n\dot{x}+\omega_n^2 x=f(t) \tag{1}$$

여기서 불규칙한 외란($f(t)$)에 노출된 시스템의 파라미터 값 (ω_n, ζ)을 구하고자 한다.

식(1)은 다음과 같이 F-P-K방법에 의해서 확률영역에서의 모멘트 방정식으로 변환 된다.

다음과 같은 좌표변환을 이용하여 실 물리영역에서의 지배 방정식은 Ito의 미분방정식의 형태로 구할 수 있겠다[1~3].

$$\begin{aligned}&x = X_1 \quad \dot{x} = X_2\\ &\dot{X}_1 = d\frac{X_1}{dt}\\ &\rightarrow dX_1 = \dot{X}_1\,dt = X_2\,dt\\ &\dot{X}_2 = d\frac{X_2}{dt}\\ &\rightarrow dX_2 = \left\{-\omega_n^2 X_1 - 2\zeta\omega_n X_2 + f(t)\right\}dt\end{aligned} \tag{2}$$

F-P-K 과정은 내·외부 및 상호 영향적인 불규칙 교란에 노출되는 계의 확률밀도 함수의 거동을 해석하는 방법 중의 하나이다. 이러한 F-P-K 방정식의 해는 계 응답의 확률적인 거동을 제공해준다. F-P-K 방정식을 유도하는데는 두 가지의 기본적인 가정이 필요하다[1~3].

첫째, 교란되는 움직임이 불규칙 변동의 1차 미소값의 중첩으로 연속적인 궤적의 형태로 표현될 수 있도록 불규칙 입력은 항상 충분히 작아야한다. 두 번째로 랜덤과정은 과거에 영향을 받지 않는 마코프 과정이어야 한다. 부유(1차증분모멘트)계수(a_i)와 확산(2차증분모멘트)계수(b_{ij})로 구성된 일반적인 형태의 F-P-K 방정식은 식(3)과 같다.

그리고 $p(\underline{X},t)$는 비정상확률밀도 함수이다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}p(X,t) = &-\sum_{i=1}^{n} a_i(X,t)\frac{\partial}{\partial X_i}p(X,t)\\ &+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}(X,t)\frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j}p(X,t)\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}a_i(X,t) &= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E[X_i(t+\Delta t)-X_i(t)]\\ b_{ij}(X,t) &= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}E[(X_i(t+\Delta t)-X_i(t))\\ &\qquad (X_j(t+\Delta t)-X_j(t))]\end{aligned} \tag{4}$$

F-P-K 방정식은 정상 백색잡음 형태의 불규칙 가진 의 경우에만 사용할 수 있으며, 방정식의 해는 계 응답의 확률론적인 거동을 나타내어준다[1~3].

위의 과정을 통한 시스템 출력을 모멘트 응답으로 변환을 시킬 수 있다.

2.2 확률영역에서의 시스템 모멘트 응답

F-P-K 방정식을 통한 모멘트 응답으로 변환을 시키면 확률 영역에서의 모멘트응답의 시스템 행렬식(5)로 표현이 된다.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2\zeta\omega_n & -\omega_n^2 & 1\\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2\omega_n^2 & 0 & -4\zeta\omega_n \end{bmatrix} \tag{5}$$

실 물리영역에서의 불규칙 외란과 달리 확률영역에서의 불규칙 외란은 PSD(power spectral density)가 상수로 나타난다. 입력과 출력사이의 상관관계를 사용하는 일반적인 시스템 규명방법과는 달리 이러한 특성을 이용하여 시스템의 모멘트 출력만을 사용한 역변환 기법 이용 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix}\dot{m}_{11}\\ \dot{m}_{20}\\ \dot{m}_{02}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2\zeta\omega_n & -\omega_n^2 & 1\\ 2 & 0 & 0\\ -2\omega_n^2 & 0 & -4\zeta\omega_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}m_{11}\\ m_{20}\\ m_{02}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\\ D_z\end{bmatrix} \tag{6}$$

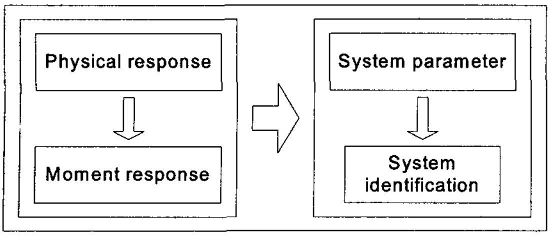

Fig. 2 Conceptual diagram for system identification in stochastic domain

여기서 $m_{ij} = \iint x_1^i x_2^j p(\underline{x}) dx_1 dx_2$

$$\dot{m}_{ij} = \iint x_1^i x_2^j \frac{\partial p(\underline{x})}{\partial t} dx_1 dx_2$$

여기서 D_z 는 외란($f(t)$)을 확률영역으로 변환 시킨 상수 값이다.

확률영역에서 시스템을 규명을 위해서 식(5)의 1, 2차 모멘트 응답으로 구성된 시스템 메트릭스에서 2차 모멘트로만 구성된 식(6)을 이용하여 역변환 기법을 불규칙 과정의 특성을 고려하여 적용된다.

2.3 확률영역에서 시스템 규명

확률영역에서의 시스템 규명을 하기 위해서 Fig. 2와 같은 개략도를 통하여 기존의 규명 방법과 달리 용이하게 시스템 출력의 모멘트 응답으로 역변환 시켜서 할 수 있다.

즉, 식(6)을 식(7)과 같은 역변환 기법을 거쳐서 식(8)의 시스템 파라미터 ω_n과 ζ를 규명할 수 있다.

$$[\omega_n, \zeta] = A^{-1}(\underline{m}, \dot{\underline{m}}) \tag{7}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2\dot{m}_{11}m_{02} - \dot{m}_{02}m_{11} - 2m_{02}^2}{2(m_{11}^2 - m_{20}m_{02})}}$$

$$\zeta = \frac{(\dot{m}_{02}m_{20} - 2\dot{m}_{11}m_{11} - 2m_{11}m_{02})}{\sqrt{(16\dot{m}_{11}m_{02} - 8\dot{m}_{02}m_{11} - 16m_{02}^2)}} \times \frac{1}{\sqrt{(m_{11}^2 - m_{20}m_{02})}} \tag{8}$$

3. 수치 모의실험

제안된 시스템 규명의 성능을 확인하기 위하여 일반적인 m, c, k의 시스템을 가정하여 수치 모의실험을 수행하였다.

3.1 수치 모의실험

확률 영역에서의 시스템 규명을 하기 위하여 일반적인 m, c, k를 ω_n과 ζ의 시스템 파라미터로 변환하여 다음의 조건을 갖는 시스템을 수치 모의실험으로 확인하였다.

Fig. 3은 Table 1와 같은 시스템 파라미터 m, c, k로 구성된 모델 시스템 대상으로 모의 실험하였다.

위와 같은 파라미터를 가지는 시스템의 불규칙 외란을 power spectral density D_z가 0.01의 크기를 가진 외란 입력을 줄 경우 시스템 출력을 F-P-K 방정식을 이용하여 모멘트 응답으로 변환하며 Fig. 4와 같은 모멘트 응답이 나온다.

3.2 결과 분석

모멘트 응답을 식(7)의 역변환 기법을 사용하여 다음과 같이 시스템의 고유 파라미터를 얻을 수 있다. Fig. 5는 시스템 파라미터 가운데 고유진동수 ω_n을 나타내는 것이다 확률계의 모멘트 응답이 일정 범위에 수렴을 하는 정상(stationary)상태가 되는 구간에서 역변환이 가능한바 이를 사용하여 얻어지는 시스템의 파라미터 고유진동수 (ω_n)는 Fig. 4의 모멘트 응답이 정상 상태가 되는 4 Hz에 수렴하면서 fluctuating하는 것을 Fig. 5에서 확인 할 수가 있다.

Fig. 6은 시스템의 감쇠비 ζ가 고유진동수 ω_n와 같이 일정한 범위 내에서 fluctuating하면서 0.3의

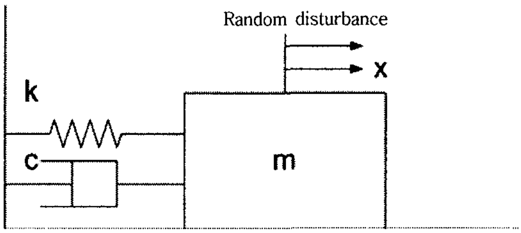

Fig. 3 Simulation model for unknown system

Table 1 Predetermined system parameters

Parameter	Value
Natural frequency ω_n	4
Damping ratio coefficient ζ	0.3
Power spectral density D_z	0.01

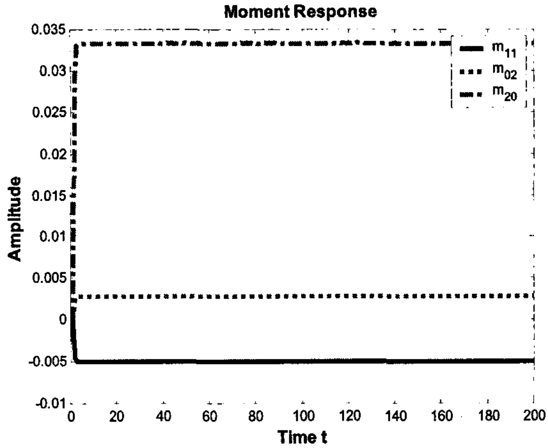

Fig. 4 Moment response of system

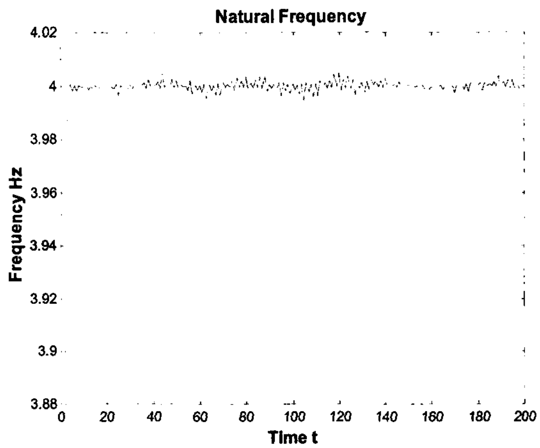

Fig. 5 Natural frequency (ω_n)

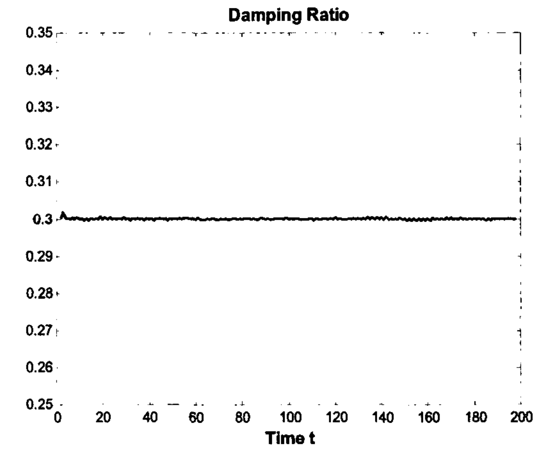

Fig. 6 Damping ratio (ζ)

평균값을 유지하는 것을 확인 할 수 있다.

이 연구에서는 불규칙한 외란에 노출된 시스템을 규명하기 위하여 기존의 시스템 입출력의 상관관계를 사용하는 일반적인 방법이 아닌 확률영역에서의 시스템 출력만을 사용하여 시스템 파라미터를 규명하는 새로운 방법을 제안하였다.

미지의 시스템 파라미터를 갖는 2차 선형시스템이 측정이 불가능한 불규칙한 랜덤가진을 받고 또 이때 시스템이 정상응답을 하는 경우에 시스템 파라미터의 규명이 시스템의 모멘트 출력만을 이용하여 가능함을 보였다.

이는 확률영역에서의 모멘트 응답이 정상응답을 나타낼 때에 역변환 기법을 통하여 시스템 파라미터 역시 정상적으로 시스템의 원래 값에 수렴하는 것을 수치 모의실험을 통하여 확인을 할 수가 있었다.

그러나 시스템 출력이 모멘트 응답으로 나타나면서 일정한 값으로 수렴할 때에 시스템 파라미터가 정상적인 값을 형성하기 위해서는 시스템 규명에 따른 시간 지연이 발생된다.

4. 결 론

확률영역에서 시스템 출력만을 이용한 시스템 규명에 대한 이 연구는 새로운 규명 방법의 가능성을 수치 모의실험을 통하여 검증 하였다. 그러나 모멘트 응답이 정상상태에 도달하는 시간까지의 시간 지연 요소가 발생되는 것을 확인 할 수가 있다.

실시간 시스템 규명을 위해서 시간 지연의 요소와 시스템 order가 증가된 경우에 대한 연구의 필요성이 요구된다.

참 고 문 헌

(1) Lee, J. B., Kim, H. Y., Ahn, J. Y, Heo, H., 2005, "Model Following Dual Controller Design for Random Vibration System Using a Stochastic Controller Technique", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 6, pp. 757~763.

(2) Heo. H., Cho. Y. H., Kim. D. J., 2003, "Stochastic Control of Flexible Beam in Random Flutter", Journal of Sound and Vibration ,Vol. 267, pp. 335~354.

(3) Heo. H., Cho. Y. H., Kim. D. J., 2003, "Design

Method of Controller in Stochastic Domain", Patent in Korea No.0327508.

(4) Jung, Q. Y., Oh, Y. S., Min, S. J., Oh, K. S., Heo, H., 2004, "Vibration Controller of Flexible Dynamic System Exposed to Unknown Random Disturbance", Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference, pp. 228~232.

(5) Lee, J. B., Cho. Y. H., Jang, J. S., Heo, H., 2005, "Dual Stochastic Controller Design under Various Irregular Noise", Proceedings of Korea Society of Mechanical Engineering, pp. 1225~1229.