

동등 변환 2계층 퍼지 시스템의 규칙 자동 학습

Automatic learning of fuzzy rules for the equivalent 2 layered hierarchical fuzzy system

주문갑
Moon G. Joo

부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부

요약

본 논문에서는 다입력 퍼지 시스템에서 생기는 퍼지 규칙수의 기하급수적 증가를 막기 위하여, 1번째 계층에서는 주어진 퍼지 시스템으로부터 선형 독립의 퍼지 규칙 벡터를 구성하여 사용하고, 2계층에서는 1계층에서 사용된 퍼지 규칙 벡터들의 선형합을 사용하는 동등 변환된 2계층 퍼지 시스템 구조에서, steepest descent 알고리즘을 이용한 퍼지 규칙의 자동 학습을 다룬다. 학습 방법의 타당성을 보이기 위하여, 공과 막대 시스템을 제어하는 기존의 퍼지 시스템을 학습한 결과를 보인다.

키워드 : 계층 퍼지 시스템, 퍼지 규칙 벡터, 선형합, steepest descent algorithm

Abstract

To solve the rule explosion problem in multi-input fuzzy system, a method of converting a given fuzzy system to 2 layered hierarchical fuzzy system has been reported, where at the 1st layer, linearly independent fuzzy rule vectors generated from the given fuzzy system are used and, at the 2nd layer, linear combinations of these independent fuzzy rule vectors are used.

In this paper, the steepest descent algorithm is presented to learn the fuzzy rule vectors and related coefficients for the equivalent 2 layered hierarchical structure. By simulation of learning of ball and beam control system, the feasibility of proposed learning scheme is shown.

Key words : Hierarchical fuzzy system, fuzzy rule vector, linear combination, steepest descent algorithm

1. 서론

퍼지 로직은 Zadeh가 그 이론을 발표한지 50년도 채 못되었지만, 여러 분야에서 괄목할 만한 연구 결과를 내고 있다. 현재는 제어 시스템의 경우, 단순히 퍼지 시스템을 응용한 것 뿐 아니라, 퍼지 시스템의 수학적 성질에 대한 연구[1]-[5]는 물론, sliding mode 제어 기법이나 Lyapunov 안정성 증명을 포함한 안정 적응 제어 기법[6][7]을 함께 이용하는 데까지 이르렀다.

한편, 퍼지 시스템 (Fuzzy system, FS) 에서 필요한 퍼지규칙의 수는 입력변수의 갯수에 따라 기하급수적으로 증가한다. 시스템에서 사용되는 입력 변수의 개수에 따라 퍼지 규칙의 수가 기하급수적으로 증가한다는 사실은, 결국 메모리 용량, 수행 속도, 퍼지 규칙 설정의 어려움 등으로 인해 적용상의 제약을 가져오므로, 가능

한 퍼지 규칙의 수를 줄이는 것이 반드시 필요하다. 퍼지 시스템에서 기하급수적으로 늘어나는 퍼지 규칙의 갯수를 줄이기 위하여 여러 형태의 분할 방안 및 계층화 [8]-[18]가 연구되었다.

이러한 계층 퍼지 시스템 (Hierarchical fuzzy system, HFS) 은 퍼지 규칙의 개수를 획기적으로 줄이는 데에는 성공하였으나, 계층이 많아질수록 각 계층에서 입력으로 사용되는 이전 계층의 출력에 대한 물리적인 의미를 부여하기가 점점 어려워지는 단점도 가지고 있다. 계층 퍼지 시스템의 단점을 극복하기 위하여, 각 계층에 원래의 시스템 입력만을 입력 변수로 사용하여 명확한 의미를 가진 계층 퍼지 시스템[4][5]이 제안되었는데, 여기서는 이전 계층의 출력값들을 퍼지 규칙의 전건부에서는 제외시키고, 출력부에서만 가중치를 주어 받아들이는 방법을 사용하였다.

한편, 주어진 퍼지 시스템의 출력부 값을 이용하여

접수일자 : 2007년 5월 5일

완료일자 : 2007년 10월 10일

퍼지 규칙 벡터를 정의하고, 이를 이용하여 기존의 퍼지 시스템을 2 계층의 계층 퍼지 시스템으로 동등하게 변환하는 방법[19]이 제시되었는데, 본 논문에서는 이러한 동등 변환된 2계층의 퍼지 시스템 구조를 사용하여 퍼지 규칙 벡터와 해당 상수들을 자동으로 학습하는 방법을 제안한다.

2. 동등 변환된 2계층의 퍼지 시스템

[19]에서 제안된 방법을 사용하여 공과 막대 시스템의 퍼지 제어를 구성하면 아래와 같다.

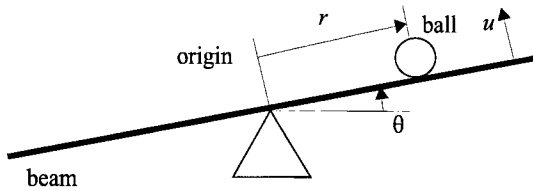


Figure 1: The ball and beam system.

그림 1와 같은 공과 막대 시스템에서, r 은 공과 막대 중심의 거리, θ 는 막대의 각도를 나타내는데, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta})^T$ 로 잡고, $y = r$ 를 시스템의 출력으로 잡는다. 제어기의 목적은 임의의 위치와 각도에서 출발한 공을 막대 중간에 위치시키는 것이다.

공과 막대 시스템을 상태공간에서 표시하면

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ B(x_1 x_4^2 - G \sin x_3) \\ x_4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = x_1$$

이고, 잘 알려진 비선형 제어기인 선형화 알고리즘[20]에서 u 는 다음과 같다.

$$\frac{4BGx_4 \cos x_3 + 6BG \sin x_3 - 4x_2 - x_1 - BGx_4^2 \sin x_3}{-BG \cos x_3} \quad (1)$$

여기서 B 와 G 는 각각 0.7143, 9.81이고, x_1, x_2, x_3, x_4 의 범위는 각각 $[-5, 5], [-2, 2], [-\pi/4, \pi/4], [-0.8, 0.8]$ 이다.

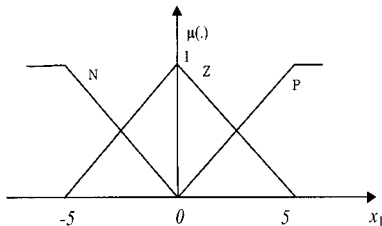


Figure 2: (Ball and beam) Membership functions for x_1 .

위 식 (1)을 사용하여 일반적인 퍼지 시스템을 구성하되, 그림 2의 삼각형 멤버쉽 함수, 싱글톤 퍼지화기, 곱셈 추론, 중심 평균(center-average) 비퍼지화기, 표

1과 같은 퍼지 규칙을 사용하면 식 (2)의 출력을 가지는 퍼지 제어를 만들수 있다.

$$y = \frac{\sum_i \mu^i r^i}{\sum_i \mu^i} = \sum_i \mu^i r^i \quad (2)$$

표 1에서 N, Z, P는 각각 *negative, zero, positive*을 나타내고, 식 (2)에서 μ^i 는 i 번째 퍼지 규칙의 적합도, r^i 는 i 번째 퍼지 규칙의 후건부값을 나타낸다.

이제 x_1 을 1번째 계층의 입력 변수로 선택하면 [19]에 의하여 퍼지 규칙 행렬은

$$R_B = \begin{bmatrix} rb_1 \\ rb_2 \\ \dots \\ rb_{27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^1 & r^2 & r^3 \\ r^4 & r^5 & r^6 \\ \dots & \dots & \dots \\ r^{79} & r^{80} & r^{81} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.9363 & 6.9454 & 7.9545 \\ 7.5509 & 8.5600 & 9.5691 \\ 9.1655 & 10.1746 & 11.1837 \\ 1.3448 & 2.0583 & 2.7719 \\ 2.4865 & 3.2000 & 3.9135 \\ 3.6281 & 4.3417 & 5.0552 \\ -4.7837 & -3.7746 & -2.7655 \\ -3.1691 & -2.1600 & -1.1509 \\ -1.5545 & -0.5454 & 0.4637 \\ 3.3763 & 4.3854 & 5.3945 \\ 4.9909 & 6.0000 & 7.0091 \\ 6.6055 & 7.6146 & 8.6237 \\ -1.8552 & -1.1417 & -0.4281 \\ -0.7135 & 0 & 0.7135 \\ 0.4281 & 1.1417 & 1.8552 \\ -8.6237 & -7.6146 & -6.6055 \\ -7.0091 & -6.0000 & -4.9909 \\ -5.3945 & -4.3854 & -3.3763 \\ -0.4637 & 0.5454 & 1.5545 \\ 1.1509 & 2.1600 & 3.1691 \\ 2.7655 & 3.7746 & 4.7837 \\ -5.0552 & -4.3417 & -3.6281 \\ -3.9135 & -3.2000 & -2.4865 \\ -2.7719 & -2.0583 & -1.3448 \\ -11.1837 & -10.1746 & -9.1655 \\ -9.5691 & -8.5600 & -7.5509 \\ -7.9545 & -6.9454 & -5.9363 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이 되고, $rank(R_B) = 2$ 이므로 오직 2개의 선형 독립된 퍼지 규칙 벡터가 존재하므로,

$$R_I = \begin{bmatrix} rb_1 \\ rb_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.9363 & 6.9454 & 7.9545 \\ 7.5509 & 8.5600 & 9.5691 \end{bmatrix}$$

로 하면, 나머지 퍼지 규칙 벡터들은 rb_1 과 rb_2 의 선형 합으로 표시될 수 있다. 즉,

$$R_B = AR_I \quad (4)$$

에서 $A = R_B R_I^T (R_I R_I^T)^{-1}$ 를 이용하면 표 2와 같이 2번째 계층 퍼지 시스템의 후건부를 결정할 수 있다.

Table 1: Fuzzy rules (N:Negative, Z:Zero, P:Positive)

IF				THEN
x_1	x_2	x_3	x_4	y
N	N	N	N	$r^1 = 5.9363$
Z	N	N	N	$r^2 = 6.9454$
P	N	N	N	$r^3 = 7.9545$
N	Z	N	N	$r^4 = 7.5509$
Z	Z	N	N	$r^5 = 8.5600$
P	Z	N	N	$r^6 = 9.5691$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	P	P	P	$r^{79} = -7.9545$
Z	P	P	P	$r^{80} = -6.9454$
P	P	P	P	$r^{81} = -5.9363$

2계층 퍼지 시스템에서 사용된 퍼지 규칙의 수는 $6 + 27 = 33$ 개로서, 기존 퍼지 시스템의 81개보다 작다. 이때, 동등 변환된 2계층 퍼지 시스템은 그림 3과 같으며, 첫번째 계층에서 사용된 $i(\in \{1, 2, 3\})$ 번째 퍼지 규칙은

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ THEN } y_{1d}^* \text{ is } r_{1d}^{*i} (d \in \{1, 2\})$$

이고, 두번째 계층의 $j(\in \{1, \dots, 27\})$ 번째 퍼지 규칙은

$$\begin{aligned} \text{IF } & x_2 \text{ is } A_2^j \text{ AND } x_3 \text{ is } A_3^j \text{ AND } x_4 \text{ is } A_4^j \\ \text{THEN } & y \text{ is } a_1^j y_{11}^* + a_2^j y_{12}^* \end{aligned}$$

이다.

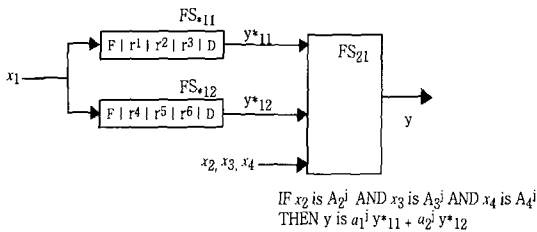


Figure 3: (Ball and beam) Proposed HFS.

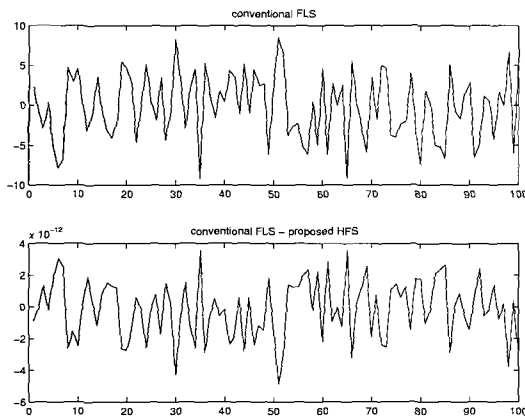


Figure 4: (Ball and beam) Comparison of the outputs of conventional FLS and proposed HFS.

100개의 (x_1, x_2, x_3, x_4) 를 무작위로 선택하여 기존의 퍼지 시스템과 동등 변환된 2계층 퍼지 시스템의 출력을 비교해보면 그림 4와 같으며, 그 RMS 오차는 $1.6788e^{-13}$ 이다.

Table 2: Fuzzy rules for the optimal HFS

FS ₁₁ (y_{11}^*)		FS ₁₂ (y_{12}^*)	
IF	THEN	IF	THEN
x_1	r_{11}^*	x_1	r_{12}^*
N	5.9363	N	7.5509
Z	6.9454	Z	8.5600
P	7.9545	P	9.5691

FS ₂₁ ($y = a_1 y_{11}^* + a_2 y_{12}^*$)				
IF			THEN	
x_2	x_3	x_4	a_1	a_2
N	N	N	1.0000	0.0000
Z	N	N	0	1.0000
P	N	N	-1.0000	2.0000
N	Z	N	2.4740	-1.7669
Z	Z	N	1.7669	-1.0598
P	Z	N	1.0598	-0.3527
N	P	N	7.6396	-6.6396
Z	P	N	6.6396	-5.6396
P	P	N	5.6396	-4.6396
N	N	Z	2.5856	-1.5856
Z	N	Z	1.5856	-0.5856
P	N	Z	0.5856	0.4144
N	Z	Z	4.4560	-3.7489
Z	Z	Z	3.7489	-3.0418
P	Z	Z	3.0418	-2.3347
N	P	Z	10.0179	-9.0179
Z	P	Z	9.0179	-8.0179
P	P	Z	8.0179	-7.0179
N	N	P	4.9639	-3.9639
Z	N	P	3.9639	-2.9639
P	N	P	2.9639	-1.9639
N	Z	P	6.4380	-5.7309
Z	Z	P	5.7309	-5.0237
P	Z	P	5.0237	-4.3166
N	P	P	11.6035	-10.6035
Z	P	P	10.6035	-9.6035
P	P	P	9.6035	-8.6035

3. 2계층 퍼지 시스템의 자동학습

식 (2)의 퍼지 시스템을 사용하고, 첫번째 계층에서 사용된 입력 변수의 개수를 p , 1번째 계층의 퍼지 시스템의 갯수를 d 라고 하면, 2계층 퍼지 구조에서

는 $\mu_{1d}^i = \mu_1^i, \forall d$ 이므로, 첫번째 계층의 출력 $y_{1d}(d \in \{1, 2, \dots, m^p\})$ 는 다음과 같다.

$$y_{1d} = \sum_{i=1}^{m^p} \mu_{1d}^i r_{1d}^i = \sum_{i=1}^{m^p} \mu_1^i r_{1d}^i$$

두 번째 계층의 출력은 2계층 퍼지 시스템의 출력으로서 아래와 같이 계산된다.

$$y = \sum_{j=1}^{m^{n-p}} \mu_2^j y^j = \sum_{j=1}^{m^{n-p}} \mu_2^j \left(\sum_{d=1}^{m^p} a_d^j y_{1d} \right)$$

y_d 를 2계층 퍼지 시스템이 학습해야할 모델값이라 할 때, 최소화하려는

$$J_E = \frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{2} (y_d - y)^2$$

$$e = y_d - y$$

로 두고, steepest descent 알고리즘의 기울기를 계산하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial J_E}{\partial a_D^j} = \frac{\partial J_E}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial a_D^j}$$

$$= -e \mu_2^j y_{1D}$$

$$\frac{\partial J_E}{\partial r_{1D}^j} = \frac{\partial J_E}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial y_{1D}} \frac{\partial y_{1D}}{\partial r_{1D}^j}$$

$$= -e \sum_j (\mu_2^j a_D^j) \mu_1^j$$

그러므로 α, β 를 a, r 의 학습계수라고 둘 때, 두번째 계층 변수인 a 와 첫번째 계층의 r 을 학습시키기 위한 규칙은 다음과 같이 된다. 두번째 계층의 a 들은 2번째 계층의 퍼지 시스템의 각각의 퍼지 규칙에서, 첫번째 계층에서 도출된 출력값들에 대한 가중치이다.

$$a_D^j(k+1) = a_D^j(k) - \alpha \frac{\partial J_E}{\partial a_D^j}$$

$$= a_D^j(k) + \alpha e \mu_2^j y_{1D}$$

$$r_{1D}^j(k+1) = r_{1D}^j(k) - \beta \frac{\partial J_E}{\partial r_{1D}^j}$$

$$= r_{1D}^j(k) + \beta e \sum_{j=1}^{m^{n-p}} (\mu_2^j a_D^j) \mu_1^j$$

단, 불과 막대의 예에서 보여지듯이, a 학습시에 식 (4)의 A 행렬 첫부분의 $m^p \times m^p$ 을 이루는 a_D^j 들은 I 행렬을 유지하도록 한다.

4. 시뮬레이션

식 (1)을 이용하여 구성된 기존의 1계층 퍼지 시스템을 사용하여, 1000개의 임의의 입출력을 얻은 후,

$\alpha = 0.01, \beta = 0.01, r$ 과 a 은 -1에서 1 사이의 임의의 수로 초기화한다.

임의의 수로 초기화된 r 들로 이루어진 퍼지 규칙 행렬 R_B 는 최대 3개의 선형 독립된 퍼지 규칙 벡터를 가질 수 있으므로, 제안된 2계층 퍼지 시스템은 1번째 계층에 3개의 퍼지 시스템을 가지고, 2계층에서 3개 퍼지 시스템의 출력을 합산하는 그림 5의 구조를 가지게 된다. 첫번째 계층에서 사용된 $i(\in \{1, 2, 3\})$ 번째 퍼지 규칙은

$$\text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ THEN } y_{1d}^* \text{ is } r_{1d}^{*i} (d \in \{1, 2, 3\})$$

이고, 두번째 계층의 $j(\in \{1, \dots, 27\})$ 번째 퍼지 규칙은

$$\text{IF } x_2 \text{ is } A_2^j \text{ AND } x_3 \text{ is } A_3^j \text{ AND } x_4 \text{ is } A_4^j$$

$$\text{THEN } y \text{ is } a_1^j y_{11}^* + a_2^j y_{12}^* + a_3^j y_{13}^*$$

이며, 학습 대상은 1계층에서 사용될 9개의 r 과, 2계층의 81개중 처음의 9개를 제외한 72개의 a 들이다.

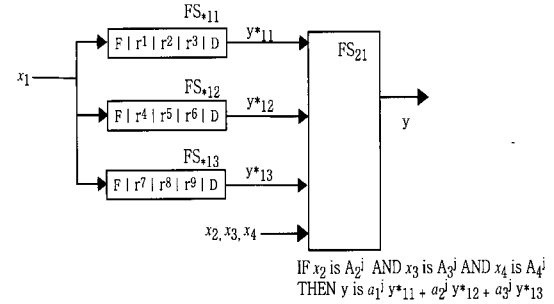


Figure 5: Initial structure of HFS.

학습 정도를 표시하기 위하여

$$J = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} (y_d^i - y^i)^2$$

를 사용하였으며, y_d^i, y^i 는 각각 i 번째 모델 퍼지 시스템과 2계층 시스템의 출력을 나타낸다.

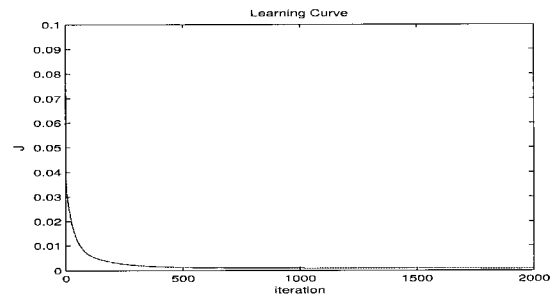


Figure 6: Learning Curve.

그림 6와 표 3의 결과에서 보여지듯이, 학습된 r 값이 식 (3)의 R_B 의 처음 3개의 퍼지 규칙 벡터값에 근접함을 볼 수 있다. 이것은 2계층의 a 값 학습시, 선형 독립 퍼지 규칙 벡터에 해당하는 $3^1 \times 3^1$ 부분은 I 행렬의 값

으로 고정되었기 때문에 local minimum의 발생이 억제된 것으로 풀이된다.

시뮬레이션 코드에는 $rank(R_B)$ 에 따라 퍼지 규칙의 수를 조절할 수 있도록 조치되어있었으나, 학습 과정에서 $det(R_B) = 0$ 인 경우는 나타나지 않았다. 그러나 $det(R_B)$ 의 조건을 완화한다해도 학습과정에서는 계속해서 값이 변경되기 때문에 의미를 가질 수는 없을 것이다.

2000회 학습 후, 모델 퍼지 시스템과 2계층 퍼지 시스템의 출력 오차는 그림 7과 같다.

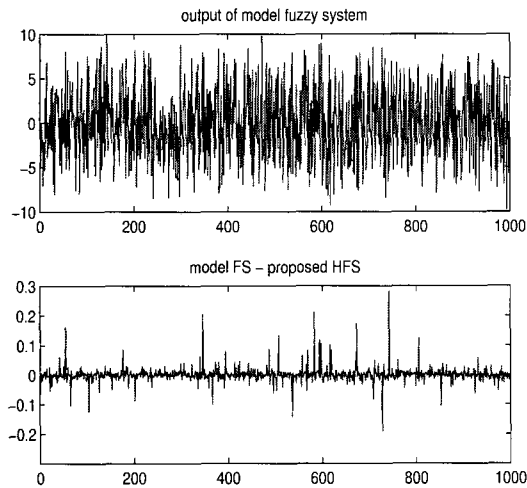


Figure 7: (After learning) Comparison of the outputs of conventional FLS and proposed HFS.

5. 결론

본 논문에서는 다입력 퍼지 로직 시스템에서 생기는 퍼지 규칙수의 기하급수적 증가를 막기 위하여 제안된 2계층 퍼지 시스템 구조를 사용하여, steepest descent 알고리즘에 의한 퍼지 규칙의 자동 학습방법에 대하여 논하였다.

불과 막대 제어 시스템을 이용한 학습 시뮬레이션에서, 제안된 계층 퍼지 시스템의 구조상, 2번째 계층의 후건부 일부가 I 행렬로 고정되어 학습의 방향이 제한되므로, 발생 가능한 local minimum의 발생을 억제하게 되어, 1번째 계층의 후건부값이 원래 모델값에 근접하는 결과를 보였다.

현재는 기존의 1계층의 퍼지 시스템을 다계층의 퍼지 시스템으로 동등하게 변환하는 연구를 진행중이다.

Acknowledgement

이 논문은 2005년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2005-003-D00181)

Table 3: Fuzzy rules after learning

FS ₁₁ (y ₁₁ [*])		FS ₁₂ (y ₁₂ [*])		FS ₁₃ (y ₁₃ [*])	
IF	THEN	IF	THEN	IF	THEN
x ₁	r ₁₁ [*]	x ₁	r ₁₂ [*]	x ₁	r ₁₃ [*]
N	6.4274	N	6.8609	N	9.6058
Z	7.0306	Z	8.4886	Z	10.2501
P	7.4095	P	9.9311	P	10.7705

$$FS_{21} (y = a_1 y_{11}^* + a_2 y_{12}^* + a_3 y_{13}^*)$$

IF			THEN		
x ₂	x ₃	x ₄	a ₁	a ₂	a ₃
N	N	N	1.0000	0.0000	0.0000
Z	N	N	0.0000	1.0000	0.0000
P	N	N	0.0000	0.0000	1.0000
N	Z	N	-1.0867	0.8738	0.2211
Z	Z	N	-1.0464	0.4122	0.6900
P	Z	N	-1.1852	0.7220	0.6406
N	P	N	-0.1222	1.0002	-1.1164
Z	P	N	-0.3523	1.2034	-0.9653
P	P	N	0.0590	0.8439	-0.7911
N	N	Z	-1.7325	1.0413	0.7521
Z	N	Z	-1.4512	0.5993	1.0812
P	N	Z	-1.2450	0.7439	0.9785
N	Z	Z	-0.4197	0.7218	-0.4213
Z	Z	Z	-0.0235	0.7364	-0.5922
P	Z	Z	-0.5215	0.6188	-0.0447
N	P	Z	-0.2124	1.4317	-1.7815
Z	P	Z	-0.3517	1.2717	-1.3973
P	P	Z	-0.3243	1.2550	-1.2428
N	N	P	-0.1541	0.8493	-0.5426
Z	N	P	-0.5215	0.9572	-0.2230
P	N	P	-0.9359	0.7684	0.3747
N	Z	P	-0.2860	0.9730	-1.0341
Z	Z	P	-0.3291	0.8401	-0.7857
P	Z	P	-0.3284	0.8402	-0.6704
N	P	P	0.1585	1.4465	-2.2987
Z	P	P	-0.0707	1.4546	-1.9910
P	P	P	-0.1380	1.3141	-1.6709

References

- [1] J. J. Buckley, "Sugeno type controllers are universal controllers," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 53, 1993, pp. 299-303.
- [2] O. Huwendiek and W. Brockmann, "Function approximation with decomposed fuzzy systems," *Fuzzy sets and systems*, vol. 101, 1999, pp. 273-286.

- [3] Li-Xin Wang, "Universal approximation by hierarchical fuzzy systems," *Fuzzy sets and systems*, vol. 93, 1998, pp. 223-230.
- [4] Moon G. Joo and Jin S. Lee, "Universal approximation by hierarchical fuzzy system with constraints on the fuzzy rule," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 130, no. 2, 2002, pp. 175-188.
- [5] Moon G. Joo and Jin S. Lee, "A class of hierarchical fuzzy system with constraints on the fuzzy rule," *IEEE trans. Fuzzy System*, vol. 13, no. 2, 2005, pp. 194-203.
- [6] R. Ordonez and K. M. Passino, "Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy/neural control," *IEEE trans. Fuzzy System*, vol. 30, no. 7, 1999, pp. 345-353.
- [7] M. G. Joo, Y. H. Kim, and T. Kang, "Stable adaptive fuzzy control of molten steel level in the strip casting process," *IEE proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 149, no. 5, 2002, pp. 357-364.
- [8] G. V. S. Raju, J. Zhou, and R. A. Kisner, "Hierarchical fuzzy control," *Int. J. Contr.*, vol. 54, no. 5, 1991, pp. 1201-1216.
- [9] G. V. S. Raju and Jun Zhou, "Adaptive hierarchical fuzzy controller," *IEEE trans. on systems, man and cybernetics*, vol. 23, no. 4, Jul./ Aug. 1993, pp. 973-980.
- [10] Alexander E. Gegov, "Multilayer fuzzy control of multivariable systems by direct decomposition," *Int. Journal of systems science*, vol. 29, no. 8, 1998, pp. 851-862.
- [11] Madan M. Gupta, Jerzy B. Kiszka, and G. M. Trojan, "Multivariable structure of fuzzy control systems," *IEEE trans. on systems, man, and cybernetics*, vol. SMC-16, no. 5, Sep./Oct. 1986, pp. 638-655.
- [12] Pyeong G. Lee, Kyun K. Lee, and Gi J. Jeon, "An index of applicability for the decomposition method of multivariable fuzzy systems," *IEEE trans. on fuzzy systems*, vol. 3, no. 3, Aug. 1995, pp. 364-369.
- [13] Silverio Bolognani and Mauro Zigliotto, "Hardware and software effective configurations for multi-input fuzzy logic controllers," *IEEE trans. on fuzzy systems*, vol. 6, No. 1, Feb. 1998, pp. 173-179.
- [14] Hung-Pin Chen and Tai-Ming Parng, "A new approach of multi-stage fuzzy logic inference," *Fuzzy sets and systems*, vol. 78, 1996, pp. 51-72.
- [15] Fu-Lai Chung and Ji-Cheng Duan, "On multistage fuzzy neural network modeling," *IEEE trans. on fuzzy systems*, vol. 8, no. 2, 2000, pp. 125-142.
- [16] Ronald R. Yager, "On the construction of hierarchical fuzzy systems models," *IEEE trans. on systems, man, and cybernetics*, vol. 28, no. 1, Feb. 1998, pp. 55-66.
- [17] Koji Shimojima, Toshio Fukuda, and Yasuhisa Hasegawa, "Self-tuning fuzzy modeling with adaptive membership function, rules, and hierarchical structure based on genetic algorithm," *Fuzzy sets and systems*, vol. 71, 1995, pp. 295-309.
- [18] Derek A. Linkens and H. Okola Nyongesa, "A hierarchical multivariable fuzzy controller for learning with genetic algorithms," *Int. J. Contr.*, vol. 63, no. 5, 1996, pp. 865-883.
- [19] 주문갑, "퍼지 시스템의 2계층 퍼지 시스템으로의 변환방법," *퍼지 및 지능시스템학회 논문지*, vol. 16, no. 3, 2006, pp. 303-308.
- [20] J. Hauser, S. Sastry, and P. Kokotovic, "Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 37, 1992, pp. 392-398.

저 자 소 개

주문갑(Moon G. Joo)
 현 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 조교수
 제 16권 1호(2006년 2월호) 참조

E-mail : gabi@pknu.ac.kr