

# 모델 기준 슬라이딩 모드 제어기의 기준 모델 설계

## Design of reference model for model reference sliding model control

변경석\*  
Byun Kyung-Seok\*

### 요약

모델 기준 제어(MRC)는 플랜트가 주어진 기준 모델의 거동을 추종하도록 플랜트를 제어하는 제어 기법이다. 기준 모델은 플랜트가 추종할 이상적인 궤적을 제공한다. 지금까지 많은 종류의 MRC가 제안되었지만, 본 논문에서는 모델 기준 슬라이딩 모드 제어(MRSMC)에 대해 제어 대상 플랜트가 불확실성을 갖는 단일 입출력 2차 시변 선형 시스템인 경우에 대해 연구를 수행하였다. 본 논문에서 MRSMC를 위한 기준 모델의 설계 방법이 제안하였다. 제안된 방법은 제한된 제어 입력, 기준 입력, 시스템 파라미터에 대한 정보를 사용하여 기준 모델을 선정한다. 이러한 선정 결과는 고정된 기준 모델의 선정, 계단 입력 인가시의 가변 기준 모델 갱신, 매 샘플링 시간마다 순간 기준 모델의 갱신 등으로 이용할 수 있다. 모터의 위치 제어 시스템에 대한 시뮬레이션 결과는 제안된 방법의 효용성을 보여준다.

### Abstract

Model reference control is control method such that overall response of a plant plus controller approaches that of a given reference model. The reference model provides desired trajectory the plant should follow. There are many kinds of control methods in MRC. However, this paper focuses on Model Reference Sliding Mode Control. The plant of these controls is an uncertain and linear system varying in time, of second order, and with SISO. In this paper, a design scheme of reference model is proposed for MRSMC. The scheme determines reference model based on the information on bounded control inputs, reference inputs and system parameters. It is used to choose a Fixed Reference Model in the process of controller design, to update Variable Reference Model when stepwise reference inputs change and to update Instant Reference Model at every sampling time. The simulation results show that the proposed method yields better control performance than the conventional MRC subject to the stepwise reference input when applied to the position control system for motor system.

**Keywords** : reference model, model reference control, model reference sliding mode control, bounded control input

## I. 서론

모델 기준 제어(이하 MRC라 칭함)는 플랜트가 주어진 기준 모델의 거동을 추종하도록 플랜트를 제어하는 제어 기법으로서 MRAC (model reference adaptive control), MRRC (model reference robust control), MRLS (model reference learning scheme), TDC (time delay control), MRSMC(model reference sliding mode control) 등의 여러 종류의 MRC가 연구되었다. [1~5]

MRC[6]에서 기준 모델은 플랜트가 추종해야 하는 이상적인 궤적을 생성하므로 플랜트가 시스템에 인가되는 기준 입력을 직접 추종하지 않고, 기준 입력에 대한 기준 모델의 응답을 추종하도록 제어 입력이 계산된다. 예를 들어, 계단형의 기준 입력이 시스템에 인가될 경우에 플랜트는 급격히 변화하는 기준 입력을 직접 추종하지 않고 기준 입력에 대한 기준 모델의 상대적으로 완

만한 출력을 추종하여 과도 응답 특성 개선과 안정성의 확보 등의 장점이 있다. 이러한 점에서, 기준 모델은 제어 시스템의 성능에 직접 영향을 미치므로 제어기의 설계 과정에서 중요한 요소이다. 즉, 응답 속도가 빠른 기준 모델을 사용한 MRC는 기준 입력에 대하여 신속한 응답을 얻을 수 있는 반면에, 느린 기준 모델을 사용한 MRC는 늦은 응답을 얻게 된다. 설계 사양의 제어 성능을 갖는 기준 모델을 선정하면 제어 시스템은 설계 사양을 만족하는 제어 성능을 갖는다.

슬라이딩 모드 제어기(이하 SMC라 칭함)는 불확실한 파라미터를 갖는 비선형 시스템에 적용될 수 있는 강인한 특성을 지닌 제어기로서 많은 응용 분야에 적용되어 우수한 제어 성능을 나타내고 있다.[1] 그러나 이러한 SMC의 장점은 시스템의 상태가 슬라이딩 면(sliding surface) 위에 존재할 때 보장된다.

이러한 SMC의 단점을 보완하기 위해 여러 연구가 수행되어 왔다. Lu는 5차 다항식을 이용하여 슬라이딩 면을 수정하는 GSMC(global SMC)를 제안하여 시스템의 상태가 항상 슬라이딩 면 위에 존재할 수 있도록 하였으며[7], 기준 입력과 도달 시간 간의 관계를 유도하였다. Bartoszewicz는 2차 시스템을 위한 시변 슬라이딩 모드를 3가지 제안하고, 이들 사이의 성능을 비교 분석

\*국립목포대학교 기계전박해양공학부

논문 번호 : 2007-4-3

접수 일자 : 2007. 8. 3

심사 완료 : 2007. 9. 11

하였다.[8] 이상의 연구에서는 기존의 SMC에서 슬라이딩 모드를 1차로 유지한 채로 슬라이딩 모드를 수정하였다. 반면에, Chung은 2차 이상의 슬라이딩 모드를 사용하는 SMC를 제안하였으나 [9], 불연속 스위칭의 제어 법칙을 사용할 때에는 리미트 사이클이 발생하므로 경계층을 사용하여야 한다고 주장하였다. 이러한 기존의 연구 결과들은 슬라이딩 모드를 수정하기 위한 복잡한 수학적 계산이 필요하다.

모델기준 슬라이딩 모드제어 MRSMC(model reference sliding mode control)는 SMC의 이와 같은 단점을 보완하기 위하여 기준 모델을 적용한 것이다.[5] 단순히 기준 모델을 사용하여 슬라이딩 모드를 수정하지 않으면서도 초기 오차로 인한 단점을 보완한 것이다. 즉, 시스템이 계단형의 기준 입력을 직접 추종하는 것이 아니라, 기준 입력에 대한 기준 모델의 응답을 추종하게 함으로써 초기 오차를 제거하고 시스템이 항상 슬라이딩 면 위에 존재하게 하여 슬라이딩 모드 제어기의 전역 안정성을 확보하게 된다. 기준 모델의 설계에서 공칭 제어 입력(nominal control input)을 사용하여 기준 입력이 변화할 때마다 가변 기준 모델(variable reference model)을 선정하고 갱신하여 제한된 제어 입력을 갖는 시스템에 대하여 적용하였다.[5] 그러나, 모두 가변 기준 모델을 선정하기 위하여 기준 입력이 변화하는 시점에서 플랜트와 기준 모델이 모두 정상 상태라는 가정에서 유도되었다.

본 논문은 이러한 연구를 확장하여 제한된 제어 입력을 갖는 시스템에 대하여 제어 성능을 개선할 수 있는 MRSMC를 위한 체계적인 기준 모델 선정 방법을 제안하고자 한다.

논문은 다음의 순서로 구성된다. 2장에서 불확실성을 갖는 시변 선형 2차 SISO시스템에 대하여 MRSMC를 유도하고, 3장에서는 MRSMC에 사용되는 기준 모델의 특성과 기준 모델의 선정 방법과 응용에 대하여 상술한다. 4장에서 제안된 방법을 적용할 모터 시스템에 대하여 살펴보고, 시뮬레이션 결과와 제안된 방법에 의한 제어 성능 향상에 대하여 고찰한 후 5장에서 본 논문의 결론을 도출한다

## II. 모델 기준 슬라이딩 모드 제어

다음과 같은 단일 입출력의 시변 선형 2차 시스템을 고려해 보자.

$$\ddot{x}(t) + a_1(t)\dot{x}(t) + a_2(t)x(t) = b(t)(u(t) + d(t)) \quad (1)$$

여기서,  $u$ 와  $x$ 는 시스템의 입력과 출력 변수를 나타내고,  $t$ 는 시간,  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$ ,  $b(t)$ 는 시스템 파라미터,  $d(t)$ 는 외란을 각각 나타낸다. 각 파라미터의 범위는

$$b_{\min} \leq b \leq b_{\max}, \quad a_{1\min} \leq a_1 \leq a_{1\max}, \quad a_{2\min} \leq a_2 \leq a_{2\max}, \quad \max |d| \leq D \quad (2)$$

이고, 제어 입력의 제한 범위는

$$U_{\min} \leq u \leq U_{\max} \quad (3)$$

인 시스템을 고려하여 보자. 여기서, 하첨자가 min와 max인 파라

미터는 각 파라미터의 최소값과 최대값을 의미하고,  $D$ 는 외란의 범위를 나타낸 것이다. 본 연구에서는 이러한 시스템이 계단형의 기준 입력을 직접 추종하는 대신 기준 입력에 대한 기준 모델의 응답을 추종하도록 함으로서 과도 응답 특성을 개선하고자 한다.

기준 모델은 플랜트와 같은 차수인 2차 선형 시스템

$$\ddot{x}_m + 2\zeta\omega_n\dot{x}_m + \omega_n^2x_m = \omega_n^2r(t) \quad (4)$$

로 선정한다. 여기서,  $x_m$ 은 기준 모델의 출력변수를 의미한다. 따라서, 오차는 플랜트의 출력과 기준 모델의 출력의 차로 정의하여 플랜트는 제어 입력에 의해서 기준 모델을 추종하게 된다.

$$e = x - x_m \quad (5)$$

또한, 슬라이딩 면  $s = 0$ 는

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (6)$$

로 선정한다.  $s = 0$ 를 지속적으로 유지하기 위해서 다음과 같은 제어 입력을 도입한다.[5]

$$u = \hat{\alpha}_1\dot{x} + \hat{\alpha}_2x + \hat{\beta}(\ddot{x}_m - \lambda\dot{x} + \lambda\dot{x}_m) - \text{sgn}(s)\{\Delta\alpha_1|\dot{x}| + \Delta\alpha_2|x| + \Delta\beta|\ddot{x}_m - \lambda\dot{x} + \lambda\dot{x}_m| + D\} \quad (7)$$

여기서, 사용된 기호의 의미는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \beta &= b^{-1}, \quad \beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \\ \alpha_1 &= a_1/b, \quad \alpha_{1\min} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1\max}, \\ \alpha_2 &= a_2/b, \quad \alpha_{2\min} \leq \alpha_2 \leq \alpha_{2\max} \\ \hat{\beta} &= \frac{\beta_{\max} + \beta_{\min}}{2}, \quad \Delta\beta = \frac{\beta_{\max} - \beta_{\min}}{2} \\ \hat{\alpha}_1 &= \frac{\alpha_{1\max} + \alpha_{1\min}}{2}, \quad \Delta\alpha_1 = \frac{\alpha_{1\max} - \alpha_{1\min}}{2} \\ \hat{\alpha}_2 &= \frac{\alpha_{2\max} + \alpha_{2\min}}{2}, \quad \Delta\alpha_2 = \frac{\alpha_{2\max} - \alpha_{2\min}}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

도입한 제어 법칙의 안정성은 Lyapunov 안정성 판별법에 의하여 증명할 수 있다. 증명을 위해 Lyapunov 후보를  $V = 0.5s^2$ 로 선정한다.  $s$ 가 실수이므로  $V$ 는  $s \neq 0$ 이면 항상 양수이다. 따라서  $\dot{V} = s\dot{s}$ 가  $s \neq 0$ 일 때 음수임을 보이면 제어 시스템의 안정성을 증명할 수 있다.  $s$ 의 미분은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{e} + \lambda\dot{e} = \ddot{x} - \ddot{x}_m + \lambda\dot{x} - \lambda\dot{x}_m \\ &= -a_1\dot{x} - a_2x + b(u + d) - \ddot{x}_m + \lambda\dot{x} - \lambda\dot{x}_m \\ &= b\{-a_1\dot{x} - a_2x + u + d - \beta(\ddot{x}_m - \lambda\dot{x} + \lambda\dot{x}_m)\} \end{aligned} \quad (9)$$

또한, 제어 입력은 그 역할에 따라서 두 항으로 분리할 수 있다.

$$u = \hat{u} + \tilde{u} \quad (10)$$

여기서,  $\hat{u}$ 은 시스템 파라미터의 추정값을 이용하여  $\dot{s}$ 을 0에 근접하도록 하고,  $\tilde{u}$ 는 파라미터의 변화에 대하여 제어기에 강인성

을 부여하기 위하여 파라미터의 범위를 이용하여  $\dot{s}$ 를  $s$ 와 다른 부호의 값으로 만들어서  $\dot{V}$ 가 음수가 되도록 한다.

추정값을 이용하여  $\hat{u}$ 을 계산하면

$$\hat{u} = \hat{\alpha}_1 \dot{x} + \hat{\alpha}_2 x + \hat{\beta}(\ddot{x}_m - \lambda \dot{x} + \lambda \dot{x}_m) \quad (11)$$

이고, 제어 입력을  $\dot{s}$ 에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= b \{ -\alpha_1 \dot{x} - \alpha_2 x - \beta(\ddot{x}_m - \lambda \dot{x} + \lambda \dot{x}_m) + d \\ &\quad + \hat{\alpha}_1 \dot{x} + \hat{\alpha}_2 x + \hat{\beta}(\ddot{x}_m - \lambda \dot{x} + \lambda \dot{x}_m) + \tilde{u} \} \\ &= b \{ (\hat{\alpha}_1 - \alpha_1) \dot{x} + (\hat{\alpha}_2 - \alpha_2) x \\ &\quad + (\hat{\beta} - \beta)(\ddot{x}_m - \lambda \dot{x} + \lambda \dot{x}_m) + d + \tilde{u} \} \end{aligned} \quad (12)$$

위의 식에서 각 파라미터의 범위와 추정값의 차이는 각각 다음과 같은 최대값을 갖는다.

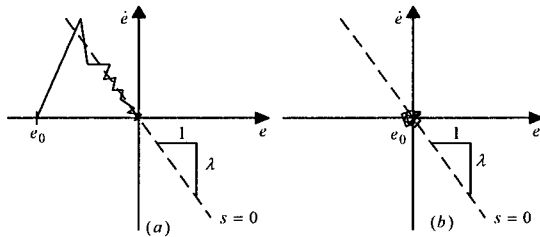
$$|\hat{\beta} - \beta| \leq \Delta\beta, \quad |\hat{\alpha}_1 - \alpha_1| \leq \Delta\alpha_1, \quad |\hat{\alpha}_2 - \alpha_2| \leq \Delta\alpha_2 \quad (13)$$

이러한 최대값을 이용하여  $\tilde{u}$ 를

$$\tilde{u} = -\text{sgn}(s) \{ \Delta\alpha_1 |\dot{x}| + \Delta\alpha_2 |x| + \Delta\beta |\ddot{x}_m - \lambda \dot{x} + \lambda \dot{x}_m| + D \} \quad (14)$$

로 선정하면  $\dot{V}$ 가 항상 음수가 된다. 따라서 Lyapunov 안정성 판별법에 의해서 식(7)의 제어 법칙  $u = \hat{u} + \tilde{u}$ 는 안정하다.

이러한 제어 입력에 의하여 플랜트는 기준 모델을 추종하게 된다. 그림 1은 플랜트가 기준 입력을 직접 추종하는 경우와 기준 모델을 추종하는 경우를 비교한 것이다. 그림 1(a)는 플랜트가 기준 입력을 직접 추종하는 경우를 나타낸 것으로 계단형의 기준 입력 인가 시에 초기 오차  $e_0$ 로 인하여 플랜트가 슬라이딩 선까지 도달하기 위한 과도 구간이 존재하는 것을 알 수 있다. 만일, 이 구간에서 제어 입력이 제한된 제어 입력의 범위를 벗어날 경우 전역 안정성을 확보할 수 없게 된다. 반면에, 그림 1(b)는 기준 모델을 추종하는 경우를 나타낸 것으로, 계단형의 기준 입력에 대하여 플랜트의 초기 조건과 일치하는 기준 모델의 궤적이 형성되고, 이를 플랜트가 추종함으로써 플랜트와 기준 모델의 오차는 안정하게 원점 근방에 존재한다.



(a) 계단형 기준입력 추종 (b) 기준 모델 추종

그림 1. 기준입력 사용 여부에 대한 비교.

(a) following reference input of step function. (b) following reference model.

Fig.1. Comparison of 2 methods.

또한, 식(6)에서의  $\lambda$ 는 그림 1(a)와 같은 시스템에서는 설계 변수로서 오차의 수렴 속도에 관계되어 제어 성능에 중요한 영향을 미치지만, 그림 1(b)와 같은 시스템에서는 오차의 수렴 속도에 큰 영향을 미치지 않고 과도 상태가 없으므로 충분히 크게 선정하여도 무방하게 된다.

### III. 기준 모델

#### 3.1 기준 모델

MRC에서는 플랜트가 이상적으로 추종하기를 원하는 궤적을 생성하기 위해서 기준 모델을 사용한다. 그림 2는 기준 입력으로 계단형 입력이 주어지는 경우의 기준 모델의 상태 변수를 보여준다. 제어기는 플랜트가 기준 모델의 상태 변수  $x_m(t)$ 를 추종하도록 제어 입력을 계산하게 된다. 그림 2에서  $r(t)$ 는 기준 입력,  $\Delta r(t)$ 는 현재 기준 입력과 과거 기준 입력 간의 차이를 나타내는 기준 입력의 변화량이다.

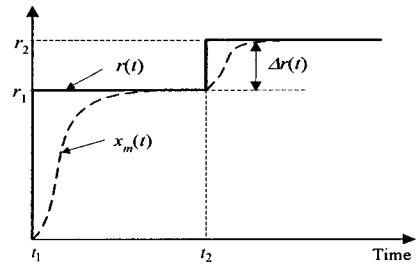


그림 2. 계단형 기준 입력을 추종하는 기준 모델.

Fig. 2. Reference model subject to reference input of step function.

이렇게 플랜트가 기준 모델을 추종하는 MRC에서 기준 모델의 선정 방법은 제어 시스템의 성능과 직접적인 관계를 가지므로 원하는 성능에 맞추어 설계해야 한다. 그러나 대부분의 플랜트는 입력되는 제어 신호의 크기에 제한을 가지게 되며, 이러한 제한으로 인하여 제어 시스템의 추종 성능에도 한계가 존재하게 된다. 따라서 기준 모델 또한 제어 입력의 제한을 고려하여 선정되어야 한다. 예를 들어, 모터와 부하 관성으로 구성된 시스템을 제어할 때 제어 신호인 전압을 크게 인가할수록 시스템의 응답성은 향상되지만, 모터에 인가되는 전압을 어느 한계 이상으로 크게 할 수는 없다. 물론, 기준 모델을 충분히 느리게 선정하면 제어 입력의 제한 범위를 고려할 필요가 없지만, 응답성이 저하되는 것을 쉽게 예상할 수 있다. 따라서 제어 입력의 제한 범위를 고려하여 제어 시스템이 추종할 수 있는 기준 모델을 선정하는 기준이 요구된다.

식(4)에서 사용된 기준 모델을 살펴보자. 기준 모델의 감쇠비가 1이고, 초기 상태가  $x_m(0) = r_0, \dot{x}_m(0) = 0$  일 때  $t = 0$ 에서  $r$ 의 기준 입력이 인가되었다면 계단 입력에 대한 응답은 다음과 같다.

$$x_m(t, \omega_n) = r_0 + \left\{ 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t) \right\} (r - r_0)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t, \omega_n) &= \left\{ \omega_n e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t) - \omega_n e^{-\omega_n t} \right\} (r - r_0) \\ &= \omega_n^2 t e^{-\omega_n t} (r - r_0) \\ \ddot{x}_m(t, \omega_n) &= \left\{ \omega_n^2 e^{-\omega_n t} - \omega_n^3 t e^{-\omega_n t} \right\} (r - r_0) \end{aligned} \quad (15)$$

식을 보면 기준 모델의 설계 파라미터는 고유 진동수뿐인 것을 알 수 있다. 기존의 기준 모델은 설계자에 의하여 주어지는 값이지만 본 논문에서는 기준 모델의 고유 진동수가 구하고자 하는 미지의 값이므로 기준 모델의 상태 변수는 시간과 고유 진동수의 함수로 나타낼 수 있다.

### 3.2 기준 모델의 선정

제한된 제어 입력이 있는 시스템에 대한 기준 모델의 선정 기준을 구하기 위하여 공칭 제어 입력을 사용해서 제한된 제어 입력과 기준 모델 사이의 관계를 유도한다. 제한된 제어 입력과 기준 모델 사이의 관계를 이용하여 기준 모델의 선정 기준을 보인다.

#### (a) 공칭 제어 입력

MRC에서는 플랜트가 기준 모델을 추종하므로 기준 모델이 플랜트가 추종할 수 있도록 적절히 선정되면 제한된 제어 입력의 범위 내의 제어 입력에 의하여 플랜트의 상태 변수가 지속적으로 기준 모델의 상태 변수에 수렴하게 되므로 플랜트의 상태 변수와 기준 모델의 상태 변수 사이의 오차는 지속적으로 0 근방에 존재한다. 이러한 MRC의 특성에 의하여 플랜트의 상태 변수가 기준 모델의 상태 변수를 완벽하게 추종하는 것을 가정한 제어 입력인 공칭 제어 입력이 실제 제어 입력의 특성을 나타낼 수 있다.

기준 모델이 적절하게 선정되어 제한 범위 내의 제어 입력에 의하여 플랜트가 기준 모델을 완전히 추종한다면 다음과 같이 플랜트의 상태 변수와 기준 모델의 상태 변수는 일치하게 된다.

$$x \approx x_m, \dot{x} \approx \dot{x}_m, \ddot{x} \approx \ddot{x}_m \quad (16)$$

이와 같이 플랜트가 기준 모델을 완전히 추종할 때를 가정한 제어 입력을 공칭 제어 입력(nominal control input)이라고 칭한다. 이때 기준 모델의 상태 벡터는 식(1)과 같이 시간과 고유 진동수의 함수이다.

식(16)를 식(7)에 대입하면 다음과 같이 공칭 제어 입력을 얻을 수 있다.

$$u_n(t) = \hat{\alpha}_1 \dot{x}_m + \hat{\alpha}_2 x_m + \hat{\beta} \ddot{x}_m - \text{sgn}(s) \left\{ \Delta\alpha_1 |\dot{x}_m| + \Delta\alpha_2 |x_m| + \Delta\beta |\ddot{x}_m| + D \right\} \quad (17)$$

위의 식과 같이 공칭 제어 입력은 플랜트의 모델링 정보와 기준 모델에 의해 표현된다. 공칭 제어 입력은 플랜트의 파라미터 추정 범위와 부호 함수의 부호에 의하여 다음과 같은 상한  $\bar{u}_n(t)$  과 하한  $\underline{u}_n(t)$  을 갖는다.

$$\begin{aligned} \bar{u}_n(t) &= \max_s u_n(t) = \hat{\alpha}_1 \dot{x}_m + \hat{\alpha}_2 x_m + \hat{\beta} \ddot{x}_m \\ &\quad + \left\{ \Delta\alpha_1 |\dot{x}_m| + \Delta\alpha_2 |x_m| + \Delta\beta |\ddot{x}_m| + D \right\} \\ \underline{u}_n(t) &= \min_s u_n(t) = \hat{\alpha}_1 \dot{x}_m + \hat{\alpha}_2 x_m + \hat{\beta} \ddot{x}_m \\ &\quad - \left\{ \Delta\alpha_1 |\dot{x}_m| + \Delta\alpha_2 |x_m| + \Delta\beta |\ddot{x}_m| + D \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

식(17), (18)의 공칭 제어 입력은 기준 모델이 선정되면 모든 항을 계산할 수 있다. 즉, 공칭 제어 입력은 기준 모델에 관한 함수이고, 기준 모델은 시간과 고유 진동수의 함수이므로 공칭 제어 입력은 시간과 고유 진동수의 함수로 나타낼 수 있다.

$$u_n = u_n(\omega_n, t) \quad (19)$$

#### (b) 기준 모델의 선정 방법

현재의 시간이  $t = t_i$  일 때 현재 이후의 시간( $t \geq t_i$ )에 공칭 제어 입력의 상한과 하한으로부터 공칭 제어 입력의 최대값  $u_{n\max}(t_i, \omega_n)$  과 최소값  $u_{n\min}(t_i, \omega_n)$  을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{n\max}(t_i, \omega_n) &= \max_{t \geq t_i} u_n(t, \omega_n) = \max_{t \geq t_i} \bar{u}_n(t, \omega_n) \\ u_{n\min}(t_i, \omega_n) &= \min_{t \geq t_i} u_n(t, \omega_n) = \min_{t \geq t_i} \underline{u}_n(t, \omega_n) \end{aligned} \quad (20)$$

공칭 제어 입력의 최대값  $u_{n\max}(t_i, \omega_n)$  과 최소값  $u_{n\min}(t_i, \omega_n)$  은 고유 진동수의 함수로 기술된다. 따라서 공칭 제어 입력이 제어 입력의 제한 범위를 벗어나지 않도록 다음의 식을 만족하는 고유 진동수를 선정하면 현재 이후의 공칭 제어 입력은 제어 입력의 제한 범위를 벗어나지 않게 된다.

$$U_{\min} \leq u_{n\min}(t_i, \omega_n), u_{n\max}(t_i, \omega_n) \leq U_{\max} \quad (21)$$

위의 식을 구현하기 위해서는 공칭 제어 입력의 최대값  $u_{n\max}$  과 최소값  $u_{n\min}$  구해야 한다. 구간이 주어진 미분 가능한 함수의 최대값과 최소값은 구간의 경계에서의 값이거나 극값이라는 사실을 근거로 현재 이후( $t \geq t_i$ ) 공칭 제어 입력의 최대값과 최소값에 관한 식(20)은 현재( $t = t_i$ )와 공칭 제어 입력의 상한과 하한에 극값이 존재하면 극값을 갖는 시간( $t = t_{i1}, t_{i2}$ )의 공칭 제어 입력에 의하여 결정된다. 식(18)에서 절대 함수에 의하여 미분이 불가능한 점은 최대값과 최소값이 될 수 없으므로 그 점들을 제외하면 공칭 제어 입력은 미분이 가능하여 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{n\max}(t_i, \omega_n) &= \max_{t \geq t_i} u_n(t, \omega_n) = \max \left\{ \bar{u}_n(t_i, \omega_n), \bar{u}_n(t_{i1}, \omega_n) \right\} \\ u_{n\min}(t_i, \omega_n) &= \min_{t \geq t_i} u_n(t, \omega_n) = \min \left\{ \underline{u}_n(t_i, \omega_n), \underline{u}_n(t_{i2}, \omega_n) \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

$t = t_{i1}, t_{i2}$  에서 공칭 제어 입력은 다음 조건을 만족한다.

$$\left. \frac{\bar{u}_n(t)}{dt} \right|_{t=t_{11}} = \left. \begin{aligned} &\hat{\alpha}_1 \ddot{x}_m + \hat{\alpha}_2 \dot{x}_m + \hat{\beta} \ddot{x}_m \\ &+ \left\{ \Delta\alpha_1 |\ddot{x}_m| + \Delta\alpha_2 |\dot{x}_m| + \Delta\beta |\ddot{x}_m| + D \right\} \right|_{t=t_{11}} = 0 \\ \left. \frac{u_n(t)}{dt} \right|_{t=t_{12}} = \left. \begin{aligned} &\hat{\alpha}_1 \ddot{x}_m + \hat{\alpha}_2 \dot{x}_m + \hat{\beta} \ddot{x}_m \\ &- \left\{ \Delta\alpha_1 |\ddot{x}_m| + \Delta\alpha_2 |\dot{x}_m| + \Delta\beta |\ddot{x}_m| + D \right\} \right|_{t=t_{12}} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

여기서,

$$\ddot{x}_m(t) = \omega_n^3 (-2 + \omega_n t) e^{-\omega_n t} (r - r_0) \quad (24)$$

이다. 식(15)을 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} &\left\{ \alpha_2 + \Delta\alpha_2 \operatorname{sgn}(\dot{x}_m) - (\alpha_1 + \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n + (\beta + \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n^2 \right\} t_{11} \\ &+ (\alpha_1 + \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m)) - 2(\beta + \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n = 0 \\ &\left\{ \alpha_2 - \Delta\alpha_2 \operatorname{sgn}(\dot{x}_m) - (\alpha_1 - \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n + (\beta - \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n^2 \right\} t_{12} \\ &+ (\alpha_1 - \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m)) - 2(\beta - \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

이고, 위의 식을  $t_{11}, t_{12}$ 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} t_{11} &= \frac{-(\alpha_1 + \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m)) + 2(\beta + \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n}{\left( \alpha_2 + \Delta\alpha_2 \operatorname{sgn}(\dot{x}_m) - (\alpha_1 + \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n \right) + (\beta + \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n^2} \\ t_{12} &= \frac{-(\alpha_1 - \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m)) + 2(\beta - \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n}{\left( \alpha_2 - \Delta\alpha_2 \operatorname{sgn}(\dot{x}_m) - (\alpha_1 - \Delta\alpha_1 \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n \right) + (\beta - \Delta\beta \operatorname{sgn}(\ddot{x}_m))\omega_n^2} \end{aligned} \quad (26)$$

이다. 이 값을 식(8)에 대입하여 얻은 공칭 제어 입력의 최대값과 최소값을 구할 수 있다.

이렇게 계산된 식(22)의 결과를 이용하여 공칭 제어 입력이 조건 식(21)을 만족하는 고유 진동수를 계산하여 기준 모델에 적용한다.

그림 3은 이와 같이 기준 모델의 고유 진동수 선정 방법을 이용한 MRC의 블록도를 나타낸다.

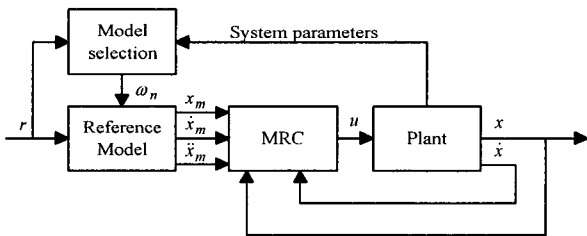


그림 3. 제안된 기준 모델을 사용한 MRC의 블록도.  
Fig. 3. Block diagram of MRC using proposed design method.

### 3.3 기준 모델 설계 방법의 적용

앞에서 유도한 기준 모델의 선정 기준인 식(21)는 여러 방법으로 사용될 수 있다. 본 논문에서는 3가지로 그 사용 예를 보인다.

#### (a) 고정 기준 모델의 선정

이 방법은 주어진 제어 시스템에 대하여 기준 모델을 선정하고자 할 때 제안된 방법을 이용하여 기준 모델을 선정하거나 설계자가 선정한 기준 모델이 시스템이 추종할 수 있는지를 판별하는데 이용하는 것이다. 즉, 주어진 시스템에 대하여 인가될 기준 입력 중에서 공칭 제어 입력을 가장 크게 하는 기준 입력이 인가된 상황에 맞추어 기준 모델을 선정하거나, 이러한 상황에서 설계자가 제어 시스템의 요구 성능에 맞추어 선정한 기준 모델이 공칭 제어 입력이 제어 입력의 제한 범위를 넘지 않도록 적절하게 선정한 것인지를 판별하는 기준으로 사용될 수 있다.

계단형의 기준 입력에 대하여 공칭 제어 입력은 기준 입력이 변화하는 순간과 극점에서 최대값과 최소값을 갖는다.

먼저 기준 입력의 변화량 ( $\Delta r = r - r_0$ )이 양수인 경우를 고려하자. 기준 입력이 변화하기 전에 기준 모델이 정상상태에 있다면  $t_i = 0$  이고 기준 모델의 초기 상태가  $x_m(t_i) = r_0, \dot{x}_m(t_i) = 0$  이므로  $t = t_i$  일 때 최대값을 가지고, 그 값은

$$u_{n\max} = (\alpha_2 + \Delta\alpha_2 \operatorname{sgn}(r_0))r_0 + \beta_{\max}\omega_n^2(r - r_0) + D \quad (27)$$

이고 최소값은  $t$ 가 식(26)의  $t_{12}$ 일 때의 값이다.

$$u_{n\min} = \underline{u}_n(t_{12}, \omega_n) \quad (28)$$

따라서 조건 식(21)를 만족하는 최대 고유 진동수는 다음과 같다.

$$\omega_n = \min \left( \left\{ \omega_1 = \omega_n \mid u_{n\max}(\omega_n) = U_{\max} \right\}, \left\{ \omega_2 = \omega_n \mid u_{n\min}(\omega_n) = U_{\min} \right\} \right) \quad (29)$$

대부분의 시스템에서는 식(29)의 전반부에 의하여 고유 진동수가 계산되고, 그 값은

$$\omega_n = \sqrt{\frac{U_{\max} - D - (\alpha_2 + \Delta\alpha_2 \operatorname{sgn}(r_0))}{\beta_{\max} \cdot \Delta r}} \quad (30)$$

이다. 반대로 기준 입력의 변화량 ( $\Delta r = r - r_0$ )이 음수인 경우에도 같은 방법으로 식(29)을 만족하는 고유 진동수는 다음과 같다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{U_{\min} - D - (\alpha_2 - \Delta\alpha_2 \operatorname{sgn}(r_0))}{\beta_{\max} \cdot \Delta r}} \quad (31)$$

식(29)을 만족하도록 계산된 식(30)이나 식(31)의 고유 진동수보다 큰 고유 진동수를 갖는 기준 모델은 제어 입력이 제한 범위를 벗어나지 않고 추종할 수 없으므로 계산된 고유 진동수보다 작은 고유 진동수를 선정해야 한다. 구체적인 예는 4장의 시뮬레이션 결과에서 보인다.

#### (b) 가변 기준 모델의 선정

앞에서 고정 기준 모델의 선정 기준으로 사용된 식(29)은 실시간 제어에 적용하여 기준 모델에 입력되는 기준 입력이 변화할 때마다 식을 만족하도록 기준 모델을 갱신하는 가변 기준 모델

(variable reference model)로 사용할 수 있다. 이때 식(29)을 만족하는 고유 진동수를 사용하면 주어진 기준 입력에 대하여 공칭 제어 입력이 제한범위를 벗어나지 않고 추종할 수 있는 기준 모델이 선정된다. 물론 식(29)의 고유 진동수보다 작은 고유 진동수를 사용해도 공칭 제어 입력이 제한 범위를 넘지 않고 플랜트가 기준 모델을 추종하게 할 수 있다. 구체적인 예는 5장에서 보인다.

**(c) 순간 기준 모델의 선정**

가변 기준 모델의 선정 방법은 계단 입력이 변화할 때에만 기준 모델의 선정 기준을 적용하여 기준 모델의 고유 진동수를 갱신하므로 기준 모델의 선정을 위한 계산을 수행할 때 플랜트와 기준 모델은 정상상태에 도달하였다는 가정으로부터 간단히 계산할 수 있었다. 가변 기준 모델도 고정 기준 모델에 비하여 기준 입력에 맞는 신속한 응답 특성을 나타내지만 기준 입력의 변량이 아주 큰 경우에는 초기의 제어 입력이 제한된 제어 입력의 범위를 벗어나지 못하게 한정하여 도달시간이 지연될 수 있다. 또한 플랜트나 기준 모델이 정상상태에 도달하기 전에 기준 입력의 변화가 발생하면 기준 모델의 선정 방법이 적절하지 못하다 이러한 단점을 보완하기 위하여 기준 모델이나 플랜트가 정상상태가 아닐 때에도 기준 모델의 고유 진동수를 선정할 수 있는 방법을 제안한다. 제안된 매순간 마다 (이산 시스템에서는 매 샘플링 주기 마다) 기준 모델의 초기 값을 고려하여 기준 모델의 선정 기준을 적용하여 기준 모델을 선정하고 갱신하는 방법을 순간 기준 모델 (instant reference model)이라고 하겠다.

정상상태에 도달하기 전에 기준 모델을 선정하기 위해서는 먼저 플랜트나 기준 모델이 초기 위치와 속도를 가지고 있을 때 기준 모델의 고유 진동수와 공칭 제어 입력 사이의 관계를 알아야 한다.

$t = t_i$  인 현재에 기준 입력은  $r$ 이고, 기준 모델의 값이 다음과 같이 주어졌다고 하자.

$$x_m(t_i) = p, \dot{x}_m(t_i) = v \tag{32}$$

알고 있는 값은  $p$ 와  $v$ ,  $r$ 뿐이므로 식(15), (18)을 이용하여 기준 모델과 공칭제어 입력 사이의 관계를 구하기 위해서는  $t_i$ 와  $r_0, \omega_n$ 의 값을 알아야 한다.

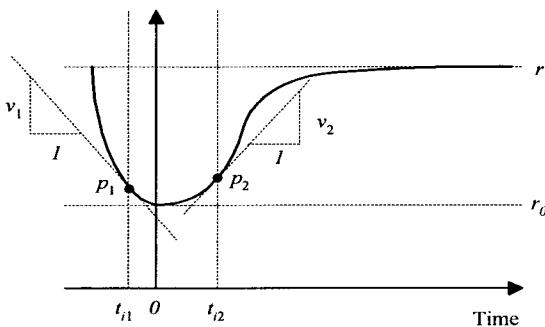


그림 4. 기준 모델의 위치  
Fig. 4. Position of reference model

그림 4는 정상 상태가 아니어서 초기 조건을 가지는 기준 모델에 기준 입력이 인가될 때의 거동에 대한 이해를 돕기 위한 것이다. 현재  $p, v, r$ 의 값이 주어졌을 때 기준 모델의 속도가 0인 때의 시간을 기준0 으로 하는 현재 시간  $t_i$ 와  $r_0$ 의 관계를 나타낸다. 그림 4로부터 현재의 기준 입력과 위치, 속도가  $r, p_1, v_1 < 0$ 일 때 현재 시간  $t_{i1}$ 는 음의 값을 갖고, 현재의 기준 입력과 위치, 속도가  $r, p_2, v_2 > 0$ 일 때 현재 시간  $t_{i2}$ 는 양의 값을 갖는다. 여기에서 사용된 시간은 실제 시간과 무관하게 사용되는 것이고,  $r_0$ 도 실제 기준 입력의 과거 값과 무관한 값이다. 즉, 현재 기준 모델의 상태 변수값과 기준 입력의 값을 바탕으로 과거 기준 입력과 기준 모델의 속도가 0인 때의 시간을 기준0 으로 하는 현재 시간  $t_i$ 를 구하는 것이다.

식(15)에 이들의 값을 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} p &= r - e^{-\omega_n t_i} (1 + \omega_n t_i)(r - r_0) \\ v &= \omega_n^2 t_i e^{-\omega_n t_i} (r - r_0) \end{aligned} \tag{33}$$

식을 정리하여 기준 입력에 대하여 나타내면

$$r - r_0 = \frac{v e^{\omega_n t_i}}{\omega_n^2 t_i} \tag{34}$$

이고, 식(34)를 식(33)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$t_i = \frac{v}{(r - p)\omega_n^2 - v\omega_n} \tag{35}$$

$p$ 와  $v, r$  등의 현재 기준 모델의 정보를 이용하여 추정된  $t_i$ 와  $r_0$ 의 값은 실제 제어 시스템에서 기준 모델에 인가되는 기준 입력과 시간과는 상관없는 값이다. 이렇게 계산된 값을 식(15)에 대입하면

$$\begin{aligned} \ddot{x}_m(t_i, \omega_n) &= \left\{ \omega_n^2 e^{-\omega_n t_i} - \omega_n^3 t_i e^{-\omega_n t_i} \right\} (r - r_0) \\ &= (r - p)\omega_n^2 - 2v\omega_n \end{aligned} \tag{36}$$

식(17), (18)에 대입하면 초기 조건을 가지는 기준 모델에 대하여 현재의 공칭 제어 입력과 기준 모델의 관계를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_n(t_i) &= \hat{\alpha}_1 v + \hat{\alpha}_2 p + \hat{\beta} \left\{ (r - p)\omega_n^2 - 2v\omega_n \right\} \\ &\quad - \text{sgn}(s) \left\{ \Delta\alpha_1 |v| + \Delta\alpha_2 |p| + \Delta\beta \left| (r - p)\omega_n^2 - 2v\omega_n \right| + D \right\} \\ \bar{u}_n(t_i) &= (\hat{\alpha}_1 + \text{sgn}(v)\Delta\alpha_1)v + (\hat{\alpha}_2 + \text{sgn}(p)\Delta\alpha_2)p \\ &\quad + \left\{ \hat{\beta} + \text{sgn}((r - p)\omega_n^2 - 2v\omega_n)\Delta\beta \right\} \left\{ (r - p)\omega_n^2 - 2v\omega_n \right\} + D \\ \underline{u}_n(t_i) &= (\hat{\alpha}_1 - \text{sgn}(v)\Delta\alpha_1)v + (\hat{\alpha}_2 - \text{sgn}(p)\Delta\alpha_2)p \\ &\quad + \left\{ \hat{\beta} - \text{sgn}((r - p)\omega_n^2 - 2v\omega_n)\Delta\beta \right\} \left\{ (r - p)\omega_n^2 - 2v\omega_n \right\} - D \end{aligned} \tag{37}$$

현재  $t_i$ 에서 공칭 제어 입력 식(37)와 식(26)에서 계산된 극값을 가지는  $t_i$ 를 이용하여 식(22)으로 부터 공칭 제어 입력의 최대값과 최소값을 계산할 수 있다. 조건 식(21)를 만족하는 최대 고유 진동수는 다음과 같다.

$$\omega_n = \min(\{\omega_1 = \omega_n \mid u_{n\max}(\omega_n) = U_{\max}\}, \{\omega_2 = \omega_n \mid u_{n\min}(\omega_n) = U_{\min}\}) \quad (38)$$

식(38)에서 계산되어야 하는 고유 진동수는 현재 시간  $t_i$ 에서의 고유 진동수와 극값을 가지는 식(26)의  $t_i$ 에서의 고유 진동수이다. 현재 시간  $t_i$ 에서의 고유 진동수는 식(37)로부터 다음과 같이 계산된다.

if  $(r - p) > 0$  :

$$\omega_n = \frac{\tilde{\beta}v \pm \sqrt{\tilde{\beta}^2v^2 - \tilde{\beta}(r-p)(\tilde{\alpha}_1v + \tilde{\alpha}_2p - U_{\max} + D)}}{\tilde{\beta}(r-p)} \quad (39a)$$

여기서,  $\tilde{\alpha}_1 = (\hat{\alpha}_1 + \text{sgn}(v)\Delta\alpha_1)$ ,  $\tilde{\alpha}_2 = (\hat{\alpha}_2 + \text{sgn}(p)\Delta\alpha_2)$ ,  
 $\tilde{\beta} = \{\hat{\beta} + \text{sgn}((r-p)\omega_n^2 - 2v\omega_n)\Delta\beta\}$

if  $(r - p) < 0$  :

$$\omega_n = \frac{\tilde{\beta}v \pm \sqrt{\tilde{\beta}^2v^2 - \tilde{\beta}(r-p)(\tilde{\alpha}_1v + \tilde{\alpha}_2p - U_{\min} - D)}}{\tilde{\beta}(r-p)} \quad (39b)$$

여기서,  $\tilde{\alpha}_1 = (\hat{\alpha}_1 - \text{sgn}(v)\Delta\alpha_1)$ ,  $\tilde{\alpha}_2 = (\hat{\alpha}_2 - \text{sgn}(p)\Delta\alpha_2)$ ,  
 $\tilde{\beta} = \{\hat{\beta} - \text{sgn}((r-p)\omega_n^2 - 2v\omega_n)\Delta\beta\}$

그러나  $t_i$ 에서는 공칭 제어 입력을 고유 진동수의 함수로 나타낼 수 있지만,  $t_i$ 에서 처럼 고유 진동수를 공칭 제어 입력에 관한 명시적인 함수로 나타내는 것이 어렵다. 따라서 이를 계산하기 위해서는 지수 함수에 대한 근사식을 사용하거나 수치 해석적인 방법을 사용해야 한다. 이는 실시간 제어에 적용하기 어려우므로 실시간 제어에 적용할 수 있는 방법이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 그림 5의 순서도에서와 같이  $t_i$ 에 대하여 계산된 고유 진동수와  $t_i$ 을 식(18)에 대입하여 공칭 제어 입력이 제한 범위를 벗어나는지를 검사하여 이를 해결하였다.

즉  $t = t_i$  인 현재 이후( $t \geq t_i$ )의 공칭 제어 입력이 제어 입력의 제한 범위를 넘지 않도록 기준 모델의 고유 진동수를 식(38)에서 계산된 고유 진동수 보다 작거나 같은 기준 모델을 선택하여 적용하면 순간 기준 모델을 얻을 수 있다. 이렇게 얻은 순간 기준 모델을 사용하면 제어 입력이 제한 범위를 벗어나지 않으면서도 신속한 응답을 얻을 수 있다.

그림 5은 순간 기준 모델을 적용하기위한 순서도이다. 먼저 기준 모델의 위치 값과 기준 입력의 값 사이의 오차의 부호에 따라서 계산 방법이 구분된다. 앞에서 기술한 바와 같이  $t_i$ 에서의 고유 진동수를 공칭 제어 입력의 함수로 나타내기가 어려우므로 실시간 제어를 위하여 먼저  $t_i$ 에서의 고유 진동수를 계산하고, 계산된 고유 진동수가  $t_i$ 에 적용되었을 때 공칭 제어 입력이 제한 범위를 벗어나는지 검사하여 벗어나지 않을 경우에는 과거의 고유 진동수를 유지하고 벗어나지 않을 경우에는  $t_i$ 에서 계산된 고유 진동수로 갱신한다. 이러한 기준 모델의 선정과 갱신을 매 순간(이산 시스템에서는 매 샘플링 주기)마다 수행하여 순간 기준 모델을 얻는다.

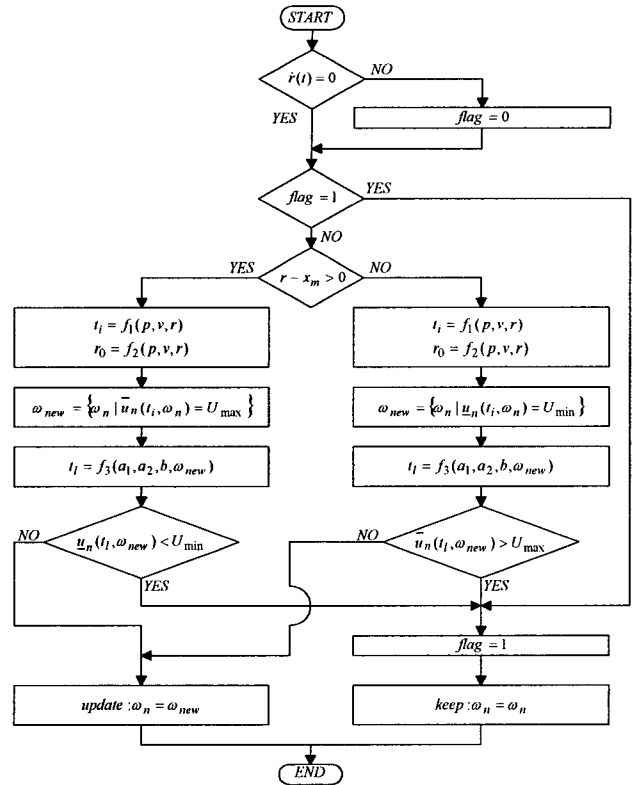


그림 5. 순간 기준 모델의 순서도  
 Fig. 5. Flow chart of instant reference model

#### IV. 시뮬레이션

제안된 방법의 성능을 확인하기 위해서 회전 부하가 있는 모터 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 시뮬레이션은 MATLAB의 SIMULINK를 사용하여 이산 제어 시스템으로 구현 되었다.

##### 4.1 시뮬레이션 모델

제안된 제어 기법의 성능을 확인하기 위하여 회전체가 부하로 연결된 모터 시스템에 대한 위치 제어 시뮬레이션을 수행하였다. 사용된 모터 시스템은 다음과 같은 2차 시스템으로 모델링할 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{J} \left( f + \frac{K_T K_E}{R_a} \right) \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_a K_T}{J R_a} \end{bmatrix} u$$

또는,  $\ddot{x} + \frac{1}{J} \left( f + \frac{K_T K_E}{R_a} \right) \dot{x} = \frac{K_a K_T}{J R_a} u \quad (40)$

여기서,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}$ 는 모터의 각 위치, 각 속도를 나타내고,  $J, f, K_T, K_E, R_a, K_a$ 는 각각 관성 모멘트, 점성 마찰 계수, 토크 상수, 역기전력 상수, 전기자 저항, 증폭기 이득을 의미하고, 이들의 범위는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 5.0 \times 10^{-4} &\leq J \leq 1.0 \times 10^{-3} \text{ (kg m}^2\text{)} \\
 2.0 \times 10^{-4} &\leq f \leq 5.8 \times 10^{-4} \text{ (Nm sec)} \\
 0.143 &\leq K_T \leq 0.2 \text{ (Nm/A)}, \quad 0.143 \leq K_E \leq 0.2 \text{ (Nm/A)} \\
 2.0 &\leq R_a \leq 4.0 \text{ (\Omega)}, \quad 7 \leq K_a \leq 8
 \end{aligned}
 \tag{41}$$

또한, 제어 입력의 제한 범위는

$$-5 \leq u \leq 5 \tag{42}$$

이고, 외란의 크기는

$$\max|d| \leq 0.1 = D \tag{43}$$

로 추정된다.

식(41), (42)을 식(1), (8)에 대입하면 공칭 제어 입력의 계산에 필요한 계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 6.25 \times 10^{-4} &\leq \beta \leq 4.1 \times 10^{-3} \\
 1.81 \times 10^{-2} &\leq \alpha_1 \leq 3.13 \times 10^{-2} \\
 \alpha_2 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{44}$$

그림 6은 시뮬레이션에 사용된 시스템의 블록 선도를 나타낸 것이다.

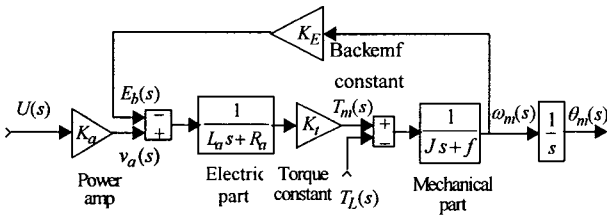


그림 6. 모터 시스템의 블록도  
Fig. 6. Block diagram of motor system

#### 4.2 시뮬레이션 결과

그림 7은 과도하게 빠른 기준 모델을 사용한 시뮬레이션 결과이다. 제어 신호는 제어기에서 계산된 제어 입력을 의미한다. 과도하게 빠른 기준 모델의 사용으로 인하여 플랜트가 기준 모델을 추종하지 못하고 제어 성능이 오히려 악화되는 것을 볼 수 있다. 이는 MRSMC에서는 플랜트가 슬라이딩 면을 크게 벗어나면 제어 성능을 보장할 수 없는 특성 때문이다. 제어 입력은 기준 입력의 큰 변화에 대해서는 제어 입력의 제한 범위를 크게 벗어나서 원하는 성능을 내지 못하지만, 작은 기준 입력의 변화에 대해서는 신속한 추종 성능을 보인다.

그림 8은 앞의 경우와 반대로 과도하게 느린 기준 모델을 사용한 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 제어 입력이 제한 범위를 전혀 벗어나지 않는 것을 볼 수 있다. 플랜트가 기준 모델을 잘 추종하지만 제어 시스템의 성능을 충분히 발휘하지 못하는 것을 알 수 있다. 물론 느린 기준 모델이 제어 시스템에 대한 요구 성능을 만족시킨 것이라면 이 기준 모델은 잘 선정된 것이다.

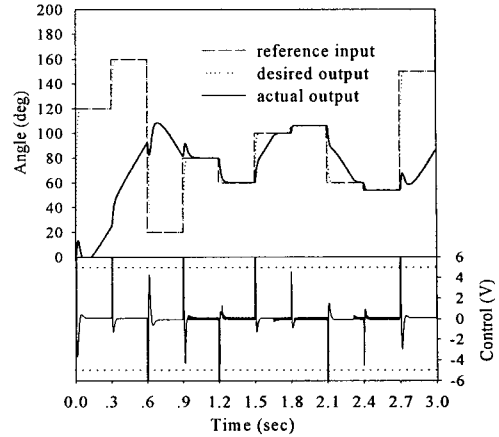


그림 7. 빠른 고정 기준 모델을 사용한 시뮬레이션 결과( $\omega_n = 200\text{rad/sec}$ )

Fig. 7. Simulation result using excessively fast fixed reference model ( $\omega_n = 200\text{rad/sec}$ ).

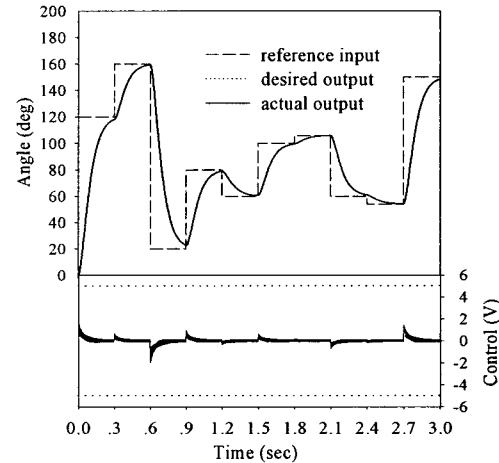


그림 8. 느린 고정 기준 모델을 사용한 시뮬레이션 결과( $\omega_n = 20\text{rad/sec}$ )

Fig. 8. Simulation result using excessively slow fixed reference model ( $\omega_n = 20\text{rad/sec}$ ).

그림 9는 기준 입력이 변화할 때 마다 기준 입력의 변화량에 맞추어 제안된 방법에 의하여 기준 모델을 선정하고 갱신하는 가변 기준 모델을 사용한 시뮬레이션 결과를 나타낸다.  $\omega_n$ 은 기준 모델의 고유 진동수를 의미한다. 기준 입력이 변화할 때마다 기준 모델의 고유 진동수가 다르게 선정되는 것을 볼 수 있는데, 기준 입력이 크게 변화할 때에는 고유 진동수가 작게 선정되어 제어 입력이 제한 범위를 벗어나지 않고 추종할 수 있는 궤적을 생성하고, 기준 입력이 작게 변화할 때에는 고유 진동수가 크게 선정되어 신속한 응답을 보인다. 제어 입력 또한 제한 범위까지 충분히 사용되는 것을 볼 수 있다.



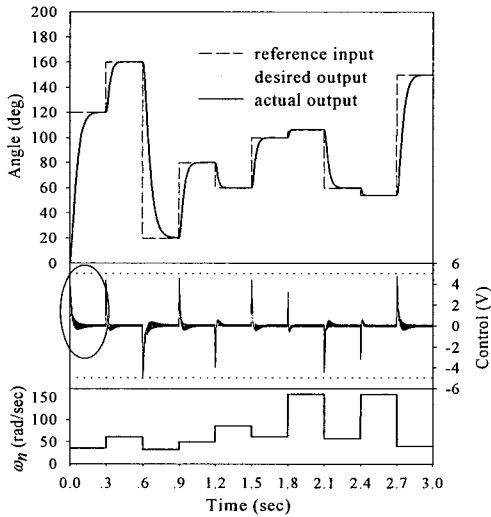


그림 9. 가변 기준 모델을 적용한 시뮬레이션 결과.

Fig. 9. Simulation result using variable reference model updated by proposed scheme whenever reference inputs change.

그림 10은 제안된 방법을 이용하여 매 샘플링 주기마다 기준 모델을 선정하여 갱신하는 순간 기준 모델을 사용한 시뮬레이션 결과이다. 기준 입력이 일정하게 유지되는 경우에도 기준 모델의 고유 진동수가 변화하는 것을 볼 수 있는데 이는 더욱 신속한 제어 성능을 얻기 위하여 현재 값을 고려해서 매 순간 기준 모델을 선정하고 갱신하기 때문이다. 그림 9의 가변 기준 모델을 사용한 경우 보다 신속한 제어 성능을 얻으면서도 제어 입력은 제한 범위를 크게 벗어나지 않는 것을 볼 수 있다.

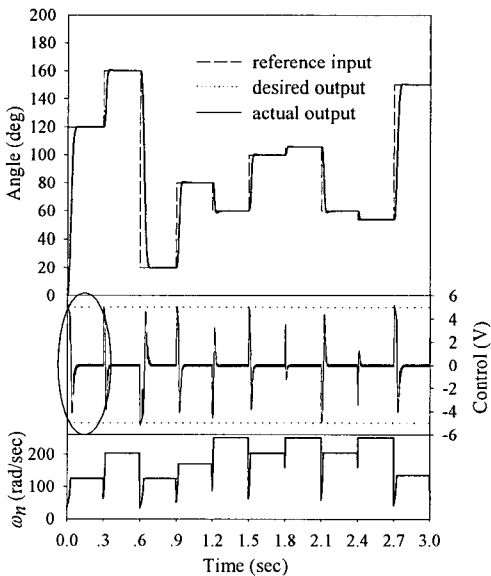


그림 10. 순간 기준 모델을 사용한 시뮬레이션 결과

Fig. 10. Simulation result using instant reference model updated by proposed scheme at every sampling period.

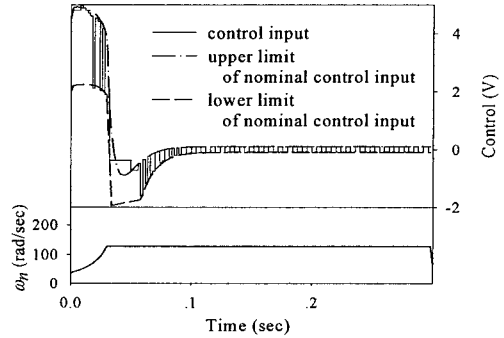


그림 11. 그림 10의 확대도

Fig. 11. Enlargement of circled part in Fig. 10.

그림 11은 그림 10의 원 부분을 확대한 그림이다. 신속한 응답을 얻기 위해 기준 입력이 일정할 때에도 기준 모델이 선정 갱신되는 것을 알 수 있다. 또한, 공칭 제어 입력이 극값을 갖는 이후에는 기준 모델의 갱신이 중단되어 불안정해지는 것을 방지한다. 제어 입력 또한 제어 입력의 제한 범위를 충분히 활용하면서도 공칭 제어 입력의 상한과 하한 사이에 실제 제어 입력이 존재하는 것을 볼 수 있다.

그림 7에서 그림 10까지의 시뮬레이션 결과는 제안된 기준 모델의 선정 방법이 유용함을 보여 주고 있다. 고정 기준 모델, 가변 기준 모델, 순간 기준 모델의 순서대로 제어시에 계산량은 많아지지만 응답 특성이 좋아지는 것을 볼 수 있다.

또한, MRSMC에 대하여 공칭 제어 입력이 동일한 형태로 유도되므로 기준 모델의 선정도 동일하게 이루어져서 거의 비슷한 제어 성능을 나타내었다.

### 4.3 성능 평가

지금까지 살펴본 바와 같이 제안된 기준 모델의 선정 방법을 고정 기준 모델, 가변 기준 모델, 순간 기준 모델 등의 여러 가지 방법으로 사용하여 제어 시스템의 응답 특성을 개선할 수 있었다. 응답 특성의 개선을 정량화하기 위하여 고전 제어 기법에서 많이 사용되는 제어 성능의 기준인 ITAE (integral of time multiplied absolute error criterion)을 사용하였다. ITAE는 다음의 식으로 표현된다.

$$I = \int_0^{\infty} t |e| dt \quad (45)$$

적분 구간이 0에서 무한대까지이지만 본 연구에서는 계단형의 기준 입력이 계속 주어지므로 각 기준 입력에 대하여 기준 입력의 시작에서 끝까지를 적분 구간으로하여 ITAE를 구하고 이의 결과를 모두 합하여 나타내었다. 표 1은 그림 7에서 그림 10까지의 시뮬레이션 결과에 대하여 ITAE를 계산한 것이다. 표 1의 결과는 시뮬레이션 결과에 대하여 전술한 바와 일치한다. 과도하게 빠른 고정 기준 모델, 과도하게 느린 고정 기준 모델의 경우 원하는 제어 성능을 얻을 수 없었다. 제안된 방법에 의해 선정된 고정 기준 모델, 가변 기준 모델, 순간 기준 모델의 순서로 응답성이

향상되는 것을 알 수 있다.

표 1. ITAE 성능  
Table 1. ITAE performance

실험		Fig	ITAE
고정 기준 모델	$\omega_h = 20\text{rad/sec}$	7	$2.06 \times 10^3$
	$\omega_h = 200\text{rad/sec}$	8	$8.35 \times 10^3$
가변 기준 모델		9	$5.57 \times 10^2$
순간 기준 모델		10	$1.57 \times 10^2$

### VI. 결론

본 연구에서는 제한된 제어 입력과 불확실성을 갖는 시변 선형 2차 시스템에 적용된 모델 기준 슬라이딩 모드 제어에 대하여 체계적인 기준 모델의 선정 방법을 제시하였다. 이 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 플랜트가 기준 모델을 완전히 추종하는 것을 가정한 제어 입력인 공칭 제어 입력을 제안하고, 공칭 제어 입력과 기준 모델의 관계를 유도하여 플랜트의 현재 상태, 기준 입력의 변화량, 플랜트의 파라미터, 제어 입력의 제한 범위 등의 정보로부터 기준 모델을 체계적으로 선정할 수 있다.

2. 제안된 기준 모델의 선정 방법을 다음과 같은 세가지 방법으로 응용될 수 있다.

(1) 제어기 설계 단계에서 고정 기준 모델 (fixed reference model) 선정 방법으로 사용

(2) 계단형의 기준 입력에 대하여 기준 입력이 변화할 때마다 기준 모델을 선정, 갱신하는 가변 기준 모델 (variable reference model)의 선정 방법으로 사용

(3) 매 샘플링 주기마다 기준 모델을 선정, 갱신하는 순간 기준 모델 (instant reference model)의 선정 방법으로 사용

3. 시뮬레이션 결과에 대하여 ITAE 성능지수를 구하여 그 오차 성능을 비교한 결과 적절하게 선정된 고정 기준 모델이 잘못 선정된 고정 기준 모델을 사용한 경우보다 우수한 제어 성능을 나타내었고, 고정 기준 모델 보다 기준 입력의 변화할 때마다 적절한 기준 모델을 선정, 갱신하는 가변 기준 모델이 우수한 제어 성능을 나타내었고, 현재 기준 모델의 상태를 고려하여 매 순간 기준 모델을 선정, 갱신하는 순간 기준 모델이 가장 우수한 제어 성능을 나타내었다.

4. 모터 시스템에 대한 시뮬레이션을 수행하여 제안된 방법이 유효함을 확인하였다.

### 참고 문헌

[1]J.J. Slotine, and W. Li, Applied nonlinear control, Prentice Hall, 1991, pp.315-323.  
[2]Z. Qu, J. Dorsey, and D. Dawson, "Model reference robust control of class of SISO systems", IEEE

Trans. on Automatic control, Vol.39, No.11, pp.2219-2234, 1994.

[3]C.C. Cheah, and D. Wang, "A model reference learning scheme for a class of nonlinear systems," International Journal of Control, Vol.66, No.2, pp.271-287, 1997  
[4]K. Youcef-Toumi, and O. Ito, "A Time Delay Controller for Systems With Unknown Dynamics," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.112, No.1, pp. 133-142, 1990  
[5]K.S. Byun, J.B. Song, "Improvement of transient response characteristics of sliding mode controller using reference model," Procd. of the 13th KACC, 1301-1304, 1998.10  
[6]Jae-Bok Song, Kyung-Seok Byun, "Design of Time Delay Controller using Variable Reference Model," Control engineering practice, Vol. 8, pp. 581-588, 2000.  
[7] Y. S. Lu, and J. S. Chen, "Design of a global sliding-mode controller for a motor drive with bounded control," International Journal of Control, Vol.62, No.5, pp.1001-1019, 1995.  
[8] A. Bartoszewicz, "Time-varying sliding modes for second-order systems," IEE Proc-Control Theory Appl, Vol. 143, No.5, pp.455-462, 1996.  
[9] S. C. Chung and C. L. Lin, "A General Class of Sliding Surface for Sliding Mode Control," IEEE Trans. on Automatic control, Vol.43, No.1, pp.115-119, 1998.



변 경 석(Kyung Seok Byun)

1996년 2월 고려대 기계공학과(공학사)  
1998년 2월 고려대 기계공학과(공학석사)  
2002년 8월 고려대 기계공학과(공학박사)  
2002년 9월 ~ 2006년 2월 삼성전자 메카트

로닉스연구소 책임연구원  
2006년 3월 ~ 현재 국립목포대학교 기계선박해양공학부  
전임강사  
※주관심분야 : 메카트로닉스 시스템, 제어 응용 시스템,  
로봇 설계