

멀티웨이블릿 변환영역에서 계수정규화를 이용한 Soft-Threshold 기법의 영상신호 잡음제거 Image Signal Denoising by the Soft-Threshold Technique Using Coefficient Normalization in Multiwavelet Transform Domain

김제환*, 우창용*, 박남천*

Jae-Hwan Kim*, Chang-Yong Woo* and Nam-Chun Park*

요 약

웨이블릿 축소 기법으로 영상신호의 잡음을 제거할 때, 웨이블릿 계수 들이 상관관계를 갖는 경우 잡음제거 효과가 저하된다. 멀티웨이블릿 변환된 계수 들은 사전 필터의 영향으로 상관관계를 갖게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 V Sterela에 의해 Universal 경계 값 적용을 위한 사전 필터를 새로 설계하거나 가중 값을 적용하는 기법이 제시되었다. 본 논문에서는 멀티웨이블릿 변환 영역에서 웨이블릿 축소 기법의 잡음제거 효과를 향상시키기 위해, 대역의 계수를 추정된 잡음편차로 나누는 계수 정규화기법을 Universal, SURE 및 GCV 경계 값에 적용하여 잡음을 제거하는 시도를 하였다. 각 경계 값들에 대한 PSNR을 비교하여 이 기법의 실용성을 확인하였다.

Abstract

In case of wavelet coefficients have correlation, in image signal denoising using wavelet shrinkage denoising method, the denoising effect for the image signal is reduced when the wavelet shrinkage denoising method is used. The coefficients of multiwavelet transform have correlation by pre-filters. To solve the degradation problem in multiwavelet transform, V Sterela suggested a new pre-filter for the Universal threshold or weighting factors to the threshold. In this paper, to improve the denoising effect in the multiwavelet transform, the coefficient normalizing method that the coefficient are divided by estimated noise deviation is adopted to the transformed multiwavelet coefficients in the course of wavelet shrinkage technique. And the thresholds of universal, SURE and GCV are estimated using normalized coefficients and tried to denoise by the wavelet shrinkage technique. We compared PSNRs of denoised images for each thresholds and confirmed the efficiency of the proposed method.

Keywords : Covariance, Coefficient Normalization, Threshold, SURE, GCV, Universal, Soft-Threshold, Multiwavelet Transform, Wavelet Shrinkage, Visushrink, Prefilter

I. 서 론

입체 영상 출현 및 멀티미디어의 사용 확대 등으로 향후 처리될 데이터 용량이 더욱 커질 것으로 예상된다. 이런 대용량 신호를 효율적으로 처리하기 위해서 계수 희소성을 갖는 웨이블릿 변환에 대해 활발히 연구되고 있다. 웨이블릿 변환은 대칭성, 유한 영역에서 정의(short support), 계수의 희소성(sparsity), 다해상도 해석 구조 그리고 원신호

의 통계적 특성 반영 등 신호처리에 적합한 변환으로 알려져 있다[1,2].

웨이블릿 변환은 단일 웨이블릿 변환과 멀티 웨이블릿 변환으로 구분할 수 있다[3,4]. 단일 웨이블릿은 대칭성과 유한 영역에서 정의를 동시에 가질 수 없는 제한적 특성을 갖지만, 멀티 웨이블릿 변환은 대칭성, 유한 영역에서 정의 및 직교성을 동시에 갖는다. 또 멀티웨이블릿에서 고압축된 영상의 PSNR이 단일 웨이블릿 변환에서 보다 더 좋은 것으로 알려져 있다[2,5]. 그러므로 멀티웨이블릿 변환이 대용량 데이터 처리에 더 유용할 것으로 생각된다.

디지털 신호처리과정 중에서 부가되는 잡음은 변환 영역에서 처리하면 부가된 잡음을 효율적으로 제거할 수 있다. 변환 영역에서 직접 잡음을 제거할 수 있는 방법 중 웨이

*경남대학교 전자공학과

논문 번호 : 2007-4-16

접수 일자 : 2007. 9. 20

심사 완료 : 2007. 10. 26

*본 연구는 2007년도 경남대학교 학술연구장려금 지원으로 이루어졌음.

블릿 축소(Wavelet Shrinkage)[6,7] 방법이 있다. 이 방법은 웨이블릿 변환 영역에서 경계값과 연산자를 사용하여 직접 웨이블릿 계수를 축소 또는 제거하여 잡음을 감소시키는 방법이다. 이 기법은 단순함과 빠른 처리속도, 실용성, 공간 및 주파수 영역에서의 적용, 고차 영역으로 확대 용이성 등으로 인해 널리 사용되는 기법이다[8].

웨이블릿 축소 기법에서의 경계값은 매우 중요한 요인이며 이들은 유니버설[6], SURE(Stein's Unbiased Risk -ed Estimation)[7] 및 CV(Cross Validation) 경계값[9,10, 11] 등이 있다. 유니버설 경계값은 이론적으로는 최적 경계값이고 계산이 간단하지만 계수의 과도축소 및 잡음편차에 대한 정보필요 등의 문제점이 있다. 이런 문제점을 해결하기 위해서 계산량은 비교적 많지만 데이터에 적용하는 SURE 경계값이 제시되었다[7]. CV 경계값은 계산량은 많지만 사전정보 없이 최소오차가 되는 신호를 추정할 수 있으며, MISE(Mean Integrated Square Error) [8,9] 및 GCV(Generalized Cross Validation)[10,11, 12] 등이 있다. 이 경계값들은 신호와 잡음이 상호 독립일 경우 적용되었으므로 잡음과 신호가 상관관계를 갖는 경우에는 잡음제거 효과가 감소된다[13].

멀티웨이블릿 변환에서는 직교성과 대칭성을 견고히 하고, 다해상도 해석 구조를 유지하기 위해서 사전필터가 사용되어야 하고[14,15], 이 사전필터의 영향으로 멀티웨이블릿 변환된 계수들은 상관관계를 갖게 된다[16,17]. 그러므로 멀티웨이블릿 변환 영역에서 웨이블릿 축소 기법을 적용하면 잡음제거 효과가 감소된다. 이런 문제점을 해결하기 위해 [17]에서는 멀티웨이블릿 변환영역에서 유니버설 경계값 적용을 위해 사전필터를 새로이 설계하거나 또는 사전필터에 따라 다른 가중값을 적용하는 유니버설 경계값이 제시되었다. 그러나 제안된 방법은 사전필터에 대한 사전정보가 필요하거나 또는 사용된 사전필터의 해석이 필요하다. 그리고 SURE 및 GCV 경계값 적용 방법이 알려져 있지 않다. 특히 본 논문의 실험결과에서는 SURE 경계값을 적용한 경우 잡음제거 효과가 잡음영상보다 더 악화되는 것을 볼 수 있었다.

본 논문에서는 멀티웨이블릿 변환 영역에서 사전정보 없이 유니버설 경계값을 적용하여 잡음제거 효과를 개선할 수 있고, 또한 SURE 및 GCV 경계값에도 적용할 수 있는 계수정규화 기법의 도입을 새로이 시도하고 이 기법의 실용성을 밝혔다.

실험에서는 멀티스케일 함수에 의한 최초로 제안된 멀티웨이블릿 필터인 GHM(Geronimo-Hardin-Massopust)필터 [4] 및 직교성을 강화하기 위해 제안된 CL(Chui- Lian)필터[18]를 사용하여 영상을 변환하였다. 그리고 멀티웨이블릿 부대역 내에 만들어진 각 내부대역에서 잡음편차를 추정하고 이를 이용해서 계수정규화를 수행하였다. 그리고 정규화된 계수의 유니버설 및 SURE, GCV 경계값을 추정한 후 Soft-Threshold 연산자를 적용하여 잡음 제거하고 정규화하지 않은 계수에도 같은 방법으로 잡음을 제거하고 그 결과를 PSNR로 비교하였다.

본 논문은 서론에 이어, II장에서는 멀티웨이블릿 변환과 웨이블릿 축소 알고리즘을 설명하였다. III장에서는 각 경계값의 특성을 설명하고 GCV 경계값 결정과정을 기술하고 IV장에서는 잡음제거 효과를 향상시키기 위해 계수정규화 과정을 도입한 잡음제거 알고리즘을 설명하였다. 그리고 V장의 실험과 및 고찰에 이어 VI장에서 결론을 맺었다.

II. 멀티 웨이블릿 변환

일반적으로 웨이블릿 변환은 척도와 천이를 변수로 갖는 2 차원 변환으로 다해상도 해석 구조 및 단시간 급변하는 신호를 상세히 해석할 수 있는 특성을 갖는다[1].

그러나 멀티웨이블릿 필터는 기본적으로 직교성이 부족하며 사용된 스케일 함수들에 의한 변환된 계수들이 서로 섞이는 현상이 발생된다. 그러므로 멀티웨이블릿 변환에서는 사전필터를 사용한다[14,15]. 사전필터는 스케일 함수에 적정하도록 설계되며 사전필터가 항등필터가 아닌 경우 변환된 계수는 사전필터의 영향으로 상관관계를 갖게 된다. 그러므로 멀티웨이블릿 변환에서 웨이블릿 축소 기법의 잡음제거는 그 효과가 감소된다[16,17].

2.1 단일 웨이블릿 변환과 멀티 웨이블릿 변환

단일 웨이블릿 변환은 단일 기저의 스케일 함수 $\phi(t)$ 를 가지며, 다해상도 해석 구조는

- 스케일 함수 천이 $\phi(t-k)$ 는 선형 독립적으로 부공간 V_0 의 기저를 생성한다.
- 스케일 함수 팽창 $\phi(2^j t-k)$ 는 부공간 $V_j(j \in \mathbb{Z})$ 를 만든다. 즉

$$\cdots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \cdots \subset V_j \subset \cdots$$

$$\overline{\cup_{j=-\infty}^{\infty} V_j} = L^2(\mathbb{R}), \quad \cap_{j=-\infty}^{\infty} V_j = \{0\}$$

- 단일 웨이블릿 $\psi(t)$ 가 존재하고, 이 웨이블릿의 천이 $\psi(t-k)$ 는 부공간 V_1 을 구성할 수 있는 팽창 부공간 W_0 의 기저를 생성되고 관계식은 $V_1 = V_0 \oplus W_0$ 이다. 식에서 \oplus 는 벡터의 직합(direct sum)이다.

멀티웨이블릿 변환은 단일 웨이블릿 구조와 같이 다해상도 해석 구조를 갖지만 두 개 이상 기저를 갖는 스케일 함수에 의해 변환된다. 멀티웨이블릿 변환에서 부공간 V_0 의 기저는 다수의 스케일 함수 $\phi_1(t), \dots, \phi_N(t)$ 에 의해 만들어지며 이들을 행렬로 표현하면

$$\Phi(t) = [\phi_1(t), \dots, \phi_N(t)]^T \tag{1}$$

이고, 식 (1)의 팽창 행렬은

$$\Phi(t) = \sum_k C[k] \Phi(2t-k) \tag{2}$$

이다. 식 (2)에서 $C[k]$ 는 필터 계수이며, $N \times N$ 행렬이다. 웨이블릿은 스케일 함수와 같이 N 개의 웨이블릿 함수 $\psi_1(t), \dots, \psi_N(t)$ 가 존재하며 웨이블릿 행렬 $\Psi(t)$ 가 만들어진

다. 웨이블릿 행렬의 팽창 행렬은

$$\Psi(t) = \sum_k D[k]\Phi(2t-k) \quad (3)$$

이다. 식 (3)의 $D[k]$ 역시 $N \times N$ 행렬이 된다.

그리고 식 (2)와 (3)의 $C[k]$, $D[k]$ 는 저주파 및 고주파 필터이다.

예를 들어 GHM 필터의 경우, $N=2$ 이며 스케일 함수 $\phi_1(t), \phi_2(t)$ 는

$$\Phi(t) = [\phi_1(t), \phi_2(t)]^T = C[0]\Phi(2t) + C[1]\Phi(2t-1) + C[2]\Phi(2t-2) + C[3]\Phi(2t-3),$$

관계를 갖는다. 이 식에서의 계수는

$$C[0] = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4\sqrt{2}}{5} \\ -\frac{1}{10\sqrt{2}} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}, \quad C[1] = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & 0 \\ -\frac{9}{10\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix},$$

$$C[2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{10\sqrt{2}} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}, \quad C[3] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{10\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

이다. 또한 웨이블릿 $\psi_1(t), \psi_2(t)$ 는

$$\Psi(t) = [\psi_1(t), \psi_2(t)]^T = D[0]\Psi(2t) + D[1]\Psi(2t-1) + D[2]\Psi(2t-2) + D[3]\Psi(2t-3),$$

이며, 이 식의 계수는

$$D[0] = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -3 \\ 1 & 3\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad D[1] = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} -\frac{9}{\sqrt{2}} & -10 \\ -9 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D[2] = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} \frac{9}{\sqrt{2}} & -3 \\ 9 & -3\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad D[3] = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

이다. 그리고 본 논문에서 사용된 GHM 필터의 사전필터는

$$P_0 = \begin{bmatrix} \frac{3}{8\sqrt{6}} & \frac{5}{4\sqrt{6}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_1 = \begin{bmatrix} \frac{3}{8\sqrt{6}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

이다[15].

그림 1은 2 스케일 함수를 갖는 멀티웨이블릿의 2 레벨까지 변환과정이다.

그림 1과 GHM 필터의 관계는 :

P 는 사전필터이며 식 (6)이고, C 는 저주파 필터 행렬로 식(4), D 는 고주파 필터 행렬로 식(5)이며, 그림에서 $\downarrow 2$ 은 계수를 1/2로 감소를 의미, 내부의 이중 연결선은 다중 입출력을 의미한다.

그리고 GHM 필터의 특성은

- 각 스케일 함수는 짧은 지지를 갖는다(구간[0,1]과 [0,2]).
- 두 스케일 함수는 대칭이고 웨이블릿은 대칭/비대칭 쌍의 형태이다.
- 스케일 함수의 정수배 천이는 직교한다.

- 2차 근사화를 갖는다.(즉 V_0 에서 부분적으로 상수와 부분적 선형 함수이다.)

이다. 즉 GHM 필터에 의한 멀티 웨이블릿 변환은 단일 웨이블릿 변환과 같이 다해상도 구조를 만족한다.

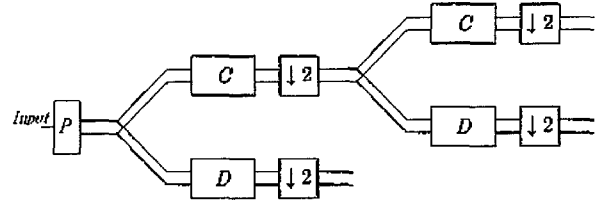


그림 1. 2 스케일의 멀티웨이블릿 변환에 의한 2 레벨 분해 구조

Fig. 1. 2-level analysis structure by the two scales multiwavelet transform

또 $N=2$ 인 경우, 저주파 필터인 팽창 계수 $C[k]$ 의 직교 조건은

$$\sum_{k=0}^{N-1} C[k]C[k-2l]^T = 2\delta_{0,l} \quad (7)$$

이고 식 (7)의 $C[k]$ 필터 탭은 2×2 행렬이다.

또한 시간 영역에서 필터링 후 다운샘플링은

$$L = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & C[3] & C[2] & C[1] & C[0] & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & C[3] & C[2] & C[1] & C[0] & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (8)$$

과 같이 표시되며, 식 (8)은 2만큼씩 천이되는 무한 저주파 행렬을 나타내며, 행렬 L 의 고유값은 결정적이다.

원 신호공간 V_0 에 포함된 임의의 연속시간함수 $f(t)$ 는

$$f(t) = \sum_n v_{1,n}^{(0)}\phi_1(t-n) + v_{2,n}^{(0)}\phi_2(t-n) \quad (9)$$

이다. 그리고 행렬 팽창 방정식 식 (2)에 대한 해는 스케일함수 $\Phi(t) = [\phi_1(t), \phi_2(t)]^T$ 의 두 요소벡터이므로 원 신호는 식 (9)와 같이 두 요소 벡터 ϕ_1 과 ϕ_2 의 선형결합으로 표현된다. 식 (9)의 위첨자 "(0)"는 레벨 0을 의미하고, $\{V_{1,n}^{(0)}\}$ 과 $\{V_{2,n}^{(0)}\}$ 는 신호의 수열이다. 식 (9)와 같이 쌍의 수열로 주어지면 근사대역(Coarse 대역- V_{-1} 의 성분)은 저주파 부분이 된다. 또 식 (8)과 신호 수열과의 관계는

$$[\dots, [v_{1,n}^{(-1)}, v_{2,n}^{(-1)}], [v_{1,n+1}^{(-1)}, v_{2,n+1}^{(-1)}], \dots]^T \quad (10)$$

$$= L[\dots, [v_{1,n}^{(0)}, v_{2,n}^{(0)}], [v_{1,n+1}^{(0)}, v_{2,n+1}^{(0)}], \dots]^T$$

이다. 식 (10)은 근사대역 생성을 의미한다. 또한 상세대역(details)은 고주파 필터인 $D[k]$ 에 의해 근사대역 생성과 같은 방법으로 상세대역이 된다. 그러므로 멀티 웨이블릿 변환도 단일 웨이블릿 변환과 같이 다해상도 해석이 이루어진다. 그리고 영상과 같은 2차원 데이터를 두 스케일 함수로 다해상도 해석을 표현하면 그림 2와 같다.

그림 2는 1 레벨 멀티 웨이블릿 변환된 대역 표시이며 그림 내부의 L 과 H 는 식 (4)와 같은 저주파 필터와 식 (5)

인 고주파 필터를 의미한다. 즉 2차원 데이터의 멀티 웨이블릿 변환에서는 4개의 부대역이 만들어지며 각 부대역에 4 개의 내부대역이 만들어진다. 또한 멀티 웨이블릿 변환은 사전필터를 사용하여 멀티 웨이블릿 특성을 견고히 하고 다해상도를 유지한다.

L_1L_1	L_2L_1	H_1L_1	H_2L_1
L_1L_2	L_2L_2	H_1L_2	H_1L_2
L_1H_1	L_2H_1	H_1H_1	H_2H_1
L_1H_2	L_2H_2	H_1H_2	H_2H_2

그림 2. 2차원 데이터의 다해상도 해석
Fig. 2 The multiresolution analysis of two dimensional data.

2.2 웨이블릿 축소 알고리즘

공간영역에서 원신호 f 에 잡음이 부가된 잡음신호 \hat{f} 은

$$\hat{f}_i = f_i + \sigma z_i \quad i=0,1,\dots,n-1 \quad (11)$$

이다. 식 (11)에서 시간 $t_i = i/n$ 일 때, $\hat{f} = \hat{f}(t_i)$, $f_i = f(t_i)$ 이며 σ 는 잡음편차, z_i 는 $N(0,1)$ 인 가우시안 분포이다. 잡음신호인 식 (11)을 웨이블릿 변환하면

$$W_{\psi}\hat{f}_i = (W_{\psi})(f_i + \sigma z_i) = W_{\psi}f_i + \sigma(W_{\psi}z_i) \quad (12)$$

이다. 웨이블릿의 기저함수가 정규직교이면 웨이블릿 변환 영역에서 가우시안 잡음 z_i 은 진폭 σ 을 갖는 ω_i 가 되며 식 (12)을 다시 정리하면

$$W_{\psi}\hat{f}_i = W_{\psi}f_i + \sigma\omega_i \quad (13)$$

이다. 식 (13)에서 원 신호 f_i 를 구하면

$$f_i = (W_{\psi}^{-1})(W_{\psi}\hat{f}_i - \sigma\omega_i) \quad (14)$$

이다. 일반적으로 식 (14)의 $\sigma\omega_i$ 가 알려져 있지 않으며 $\sigma\omega_i$ 대신 경계값 λ 를 사용하여 원 신호를 추정하면

$$\tilde{f}_i \approx (W_{\psi}^{-1})(W_{\psi}\hat{f}_i - \lambda) \quad (15)$$

이다. 식 (15)에서 추정 신호 \tilde{f}_i 는 잡음신호의 웨이블릿 변환인 $W_{\psi}\hat{f}_i$ 에서 경계값 λ 만큼 축소되어 잡음이 제거된 신호이다. 그러나 더 좋은 추정 신호를 얻기 위해 식 (13)의 $W_{\psi}\hat{f}_i$ 에 연산자 Θ 를 적용한 원 신호의 추정신호는

$$\tilde{f}_i \approx (W_{\psi}^{-1})(\Theta(W_{\psi}\hat{f}_i - \lambda)) \quad (16)$$

이며, 식 (16)의 추정신호와 원신호 간의 차가 가장 작은 경계값이 최적 경계값이 된다. 그리고 최적 경계값 λ 의 존재는 최대최소 추정 및 베이스 추정 방법으로 증명된다 [19].

그리고 연산자 중에서 Soft-Threshold 연산자는

$$ST = \begin{cases} \omega - \lambda, & \text{if } \omega > \lambda \\ \omega + \lambda, & \text{if } \omega < -\lambda \\ 0, & \text{if } |\omega| \leq \lambda \end{cases} \quad (17)$$

이다. 식 (17)에서 계수 ω 가 경계값 λ 보다 작은 경우에는 계수를 0으로 두고, 경계값 λ 보다 큰 경우에는 계수에서 경계값을 뺀 결과로 계수들을 변형한다.

III. 경계값의 결정 방법

경계값 결정 방법 중 베이스 추정방법은 사전정보를 이용하여 리스크가 최소인 신호를 추정할 수 있지만 정확한 신호를 추정하기 위해 가능한 많은 사전 정보가 필요하고 결합확률이 복잡한 신호에는 적용할 수 없다. 그리고 최대 최소 추정 방법은 사전정보를 가정하고 가정된 조건의 모든 경계값 중 최소 리스크를 갖는 경계값을 선택하는 방법이며 제한된 사전정보만으로 경계값을 추정할 수 있다[19].

3.1 리스크 함수

리스크 함수는 추정된 신호와 원 신호의 차이이며, 리스크 값이 작을수록 추정된 신호가 원 신호에 가깝다.

추정 신호의 리스크는

$$R(\lambda) = MSE(\lambda) = \frac{1}{N} \|y_{\lambda} - y\|^2 \quad (18)$$

정의된다. 식 (18)에서 신호 y 는 식 (11)의 우변과 같이 잡음이 부가된 신호이고, y_{λ} 는 경계값 λ 로 잡음 제거한 추정 신호이며 경계값 λ 의 함수이다. 식 (18)을 웨이블릿 변환 영역에서 나타내면

$$F(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (\omega_{\lambda i} - \omega_i)^2 = \frac{1}{N} \|\omega_{\lambda} - \omega\|^2 \quad (19)$$

이다. 식 (19)에서 $\omega_{\lambda i}$ 는 경계값에 의해 축소된 웨이블릿 변환된 각 계수, ω_i 는 잡음신호의 웨이블릿 변환된 각 계수이다. 그리고 ω_{λ} 는 경계값에 의해 잡음 제거된 함수의 웨이블릿 변환 계수이고 ω 는 잡음신호 함수의 웨이블릿 변환 계수이다.

3.2 경계값의 종류와 특성

최대최소 추정에 의한 경계값 중 유니버설 경계값[6]은 최적 경계값으로 알려져 있으며, 계산과정이 단순하다. 그러나 이 경계값은 데이터의 특성에 상관없이 데이터를 과도하게 축소시키는 경향이 있으며 잡음편차가 추정될 수 있을 때만 사용 가능하다. 이런 문제를 해결하기 위해 경계값 계산량은 많지만 데이터에 적용되는 SURE 경계값이 제안되었다[7]. 그리고 GCV[12]는 어떤 사전 정보도 없이 최소 리스크의 신호를 추정할 수 있는 경계값을 결정할 수 있다. 그러나 계산량이 많은 것이 단점이다.

가. 유니버설 경계값

유니버설 경계값은
$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N} \quad (20)$$

이며 식처럼 잡음편차와 데이터의 수에 비례한다. 여기서 σ 는 잡음편차, N 은 데이터 수이다. 그리고 식 (20)을 Soft-Threshold 연산자에 적용한 알고리즘이 "VisuShrink"이다.

나. SURE 경계값

SURE 경계값은 주어진 데이터를 경계값으로 리스크를 구하고 가장 적은 리스크를 갖는 데이터를 경계값으로 선정한다.

SURE 경계값의 리스크는

$$R_{st}(f, \lambda) = \sum_{k=1}^N |W^k|^2 (N-l)\sigma^2 + l(\sigma^2 + \lambda^2) \quad (21)$$

이다. 식 (21)에서 N 은 데이터 수, l 은 $1 \leq l \leq N$, $|W^k|$ 은 데이터 계수의 절대값을 내림차순으로 정리된 값, σ 는 잡음편차, λ 는 경계값이며 주어진 데이터이다. 그리고 주어진 모든 데이터를 식 (21)에 대입하여 계산한 결과 값 중에서 가장 작은 값을 갖는 데이터를 경계값으로 결정한다. 결정된 경계값을 Soft-Threshold 연산자에 적용한 알고리즘이 "SureShrink"이다.

다. GCV 경계값

CV 방법에서 데이터 처리방법으로는 Leaving-out-one[12] 및 Two-fold cross validation[8]이 있고, 리스크를 계산하기 위한 GCV 및 와 MISE 등의 오차함수가 있다. 오차함수들 중 [11,12]에서 제시된 GCV는 시간영역에서 계산되어지는 OCV(Ordinary Cross Validation)함수를 웨이블릿 변환 영역으로 확장한 함수이며 이는 웨이블릿 변환 영역에서 직접 계산할 수 있으므로 다른 오차함수를 사용하는 것 보다 계산량 적어 효율적으로 경계값을 계산할 수 있다.

웨이블릿 변환 영역에서 식 (11)의 잡음신호의 기대값은

$$\mu = E[\omega] \quad (22)$$

이다. 식 (22)에서 $E[\cdot]$ 는 1차 모멘트로 ω 의 평균이며 μ 는 불편 추정량이다. 또 식 (19)에 대한 기대값은

$$\begin{aligned} E[F(\lambda)] &= E\left[\frac{1}{N} (\|\omega - \mu\|^2 + \|\mu - \omega_\lambda\|^2 + 2\langle(\omega - \mu), (\mu - \omega_\lambda)\rangle)\right] \\ &= \sigma^2 + E[R(\lambda)] - \frac{2}{N} E[\langle\omega, \omega_\lambda\rangle] \end{aligned} \quad (23)$$

이다. 그리고 식 $E[\langle\omega, \omega_\lambda\rangle]$ 와 관련해 μ_1 를

$$\mu_1(\lambda) = \frac{\sum_{i=1}^N E[\omega_i \omega_{i\lambda}]}{N\sigma^2}$$

와 같이 정의하면, 또 μ_1 은

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P(|\omega_i| > \lambda) \quad (24)$$

이다[11]. 이 식은 경계값 보다 큰 계수들의 확률에 대한 평균이 된다. 또한 새로운 행렬 D_{ij} 를

$$D_{ij} = \frac{\partial \omega_{\lambda i}}{\partial \omega_j} \quad (25)$$

와 같이 정의한다. 식 (25)에서 $i \neq j$ 인 경우 $D_{ij} = 0$ 이고,

$$i = j \text{이면 } D_{ii} = \begin{cases} 0, & \text{if } |\omega_i| < \lambda \\ 1, & \text{others} \end{cases} \text{인 행렬이다.}$$

그리고 이 행렬 D 의 트레이스(trace) $Tr(D)$ 은

$$Tr(D) = \#\{i|\omega_{\lambda i} \neq 0\} = N - N_0, (\text{단}, N_0 = \#\{i|\omega_{\lambda i} = 0\}) \quad (26)$$

이며, $\#$ 는 집합의 데이터 갯수를 나타낸다. 식 (26)은 경계값 보다 큰 계수의 데이터 수이다. 또한 공간영역에서 신호에 대한 야코비안 행렬 A 를 고려하면

$$A_{ij} = \frac{\partial y_{\lambda i}}{\partial y_j} \quad (27)$$

이며, 식 (27)의 A 는 식 (25)의 공간 영역이며, 식 (27)의 A 와 식 (25)의 D 의 관계는

$$A = W \cdot D \cdot W^T (\text{단}, W: \text{직교 웨이블릿 변환})$$

이다. 그리고 웨이블릿 변환이 비특이성(non-singular)을 가지면

$$Tr(A) = Tr(D) \quad (28)$$

된다. 즉 식 (28)은 공간 영역에서 경계값 보다 큰 신호의 수는 웨이블릿 변환 영역에서 적용된 경우와 같은 값을 갖는다.

또한 식 (25)에 베르누이 확률변수를 적용하면

$$E[D_{ii}] = P(D_{ii} = 1)$$

이며, 식 (24)는

$$\mu_1(\lambda) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P(D_{ii} = 1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E[D_{ii}] = \frac{Tr(E[A])}{N} \quad (29)$$

이고 식 (29)은 공간영역에서 계산됨을 의미하지만 변환영역에서 $\langle\omega, \omega_\lambda\rangle$ 는 공간영역의 값을 계산할 수 없다. 그러므로 식 (29)의 오른쪽 항은 같은 기대값을 갖는 $\sigma^2 Tr(A)$ 로 바꾸고, 식 (24)의 결과로 부터 식 (23)은

$$SURE(\lambda) = F(\lambda) - \sigma^2 + 2\sigma^2 \frac{Tr(A)}{N} \quad (30)$$

유도된다. 식 (30)은 식 (18)의 $R(\lambda)$ 의 근사값이며 식 (30)의 $Tr(A)$ 는 공간 영역에서 계산되어야 한다.

또한 경계값 λ 에 의한 리스크 함수 OCV를 정의하면

$$OCV = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}_{\lambda i})^2 \quad (31)$$

(단, $\bar{y}_{\lambda i}$ 는 y_i 를 예측한 값)

이다. 식 (31)의 $\bar{y}_{\lambda i}$ 를 선택하기 위해서 임의의 경계값 λ 값

으로 Leaving-out-one 방식을 적용하면

$$y_i - \tilde{y}_{\lambda_i} = \frac{y_i - y_{\lambda_i}}{1 - \alpha_i^*} \quad (32)$$

이고, 식 (32)의 α_i^* 는

$$\alpha_i^* = \frac{y_{\lambda_i} - \tilde{y}_{\lambda_i}}{y_i - y_{\lambda_i}} \approx \frac{\partial y_{\lambda_i}}{\partial y_i} = A_{ii}$$

이다. 그러므로 식 (31)은

$$OCV = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i^2(\lambda) (y_i - y_{\lambda_i})^2, (\alpha_i(\lambda) = \frac{1}{1 - A_{ii}}) \quad (33)$$

된다. 계산 속도를 높이기 위해 $\alpha_i(\lambda)$ 의 평균을 취한다.
 $\alpha_i(\lambda)$ 의 평균은

$$\begin{aligned} \alpha_i(\lambda) = \alpha(\lambda) &= \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - A_{ii})} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{N} \text{Tr}(I - A)} = \frac{1}{\frac{1}{N} \text{Tr}(I - D)} \end{aligned} \quad (34)$$

이다. 그리고 식 (34)은 웨이블릿 영역에서 최소화되는 것으로 평가되어있다[11]. 그러므로 식 (33)에 식 (34)을 대입하여 새로운 함수 GCV를 정의하면

$$GCV(\lambda) = \frac{\frac{1}{N} \|y - y_{\lambda}\|^2}{\left[\frac{\text{Tr}(I - A)}{N}\right]^2} \quad (35)$$

이다. 식 (35)는 공간영역에서 계산되어야 한다. 그러나 식 (35)의 분자에 식 (19)을 대입하고, 분모를 $(\frac{N_0(\lambda)}{N})^2$ 로 대체하면 식 (35)는

$$GCV(\lambda) = \frac{\frac{1}{N} \|\omega - \omega_{\lambda}\|^2}{\left(\frac{N_0(\lambda)}{N}\right)^2} \quad (36)$$

된다. 식 (36)에서 ω 는 웨이블릿 변환된 잡음신호, ω_{λ} 는 경계값 λ 로 잡음 제거된 신호, $N_0(\lambda)$ 는 경계값 λ 에 의해 0이 된 계수의 수, N 은 전체 계수의 수이다. 그러므로 식 (36)은 웨이블릿 변환 영역에서 직접 계산 가능한 GCV가 된다. 최적 경계값 λ 는 임의의 여러 경계값을 식 (36)으로 계산하고, 최소값을 경계값으로 선택한다.

그림 3는 Lenna 영상을 GHM 필터로 멀티웨이블릿 변환한 후 계수정규화를 적용한 고주파 대역 중 내부대역의 H_2H_2 (그림 2참조)에서 경계값 변화 따른 GCV 계산 결과의 변화를 나타내었다. 그림의 가로 축은 경계값의 변화, 세로축은 식 (36)의 GCV 계산 결과를 나타내었다. GCV 계산 결과는 그림 3과 같이 최소점을 갖는 그래프가 되며 그래프 상에서 최소점의 값이 경계값으로 선택된다.

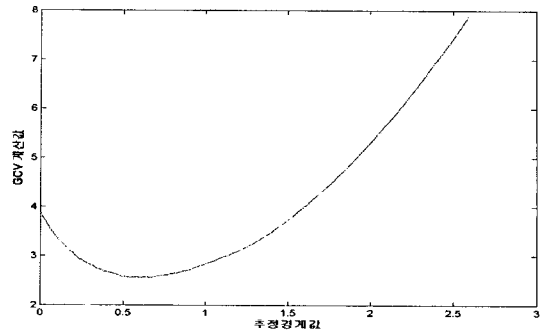


그림 3. 경계값 변화에 따른 GCV 계산 결과.

Fig. 3. GCV versus estimated threshold.

IV. 멀티 웨이블릿영역에서의 계수 정규화

공간영역에서 가우시안 분포의 백색잡음이 부가된 잡음신호를 직교 웨이블릿 변환하면 식 (13)과 같으며 웨이블릿변환 영역에서의 잡음 역시 백색잡음이다. 그러나 신호에 포함된 잡음이 상관을 갖는 유색잡음일 경우 웨이블릿변환 레벨에 따라 잡음편차가 상이하나 동일 레벨 내에서는 상관성을 거의 가지지 않는다.[13] 따라서 웨이블릿 축소를 위한 경계값 결정을 위해 잡음편차의 변화를 반영해야 한다. 이를 위해 [12] 및 [13]에서는 계수 정규화 기법을 적용하여 웨이블릿 변환 영역에서 상관관계를 갖는 유색잡음을 제거하였다.

멀티웨이블릿 변환은 변환 계수들 사이에 상관관계를 발생시키므로 웨이블릿 축소 기법에 의한 잡음제거 효과는 감소된다. 이러한 문제점을 [17]에서는 유니버설 경계값에 가중치를 적용하여 멀티웨이블릿 영역에서 잡음을 제거하였다. 본 논문에서는 [12] 및 [13]에서 제시된 계수 정규화 기법을 멀티웨이블릿 변환 영역에 적용하여 유니버설, SURE 및 GCV 경계값을 구하여 웨이블릿 축소 기법으로 잡음을 제거하였다.

계수 정규화 기법을 이용한 계수축소 잡음제거 기법은 상관관계를 갖는 잡음신호의 웨이블릿변환 계수를 잡음편차로 나누어 계수를 정규화하고 정규화된 계수에서 경계값을 결정하고 웨이블릿 축소 기법을 적용하는 방법이다. 이 기법은 각 대역에서 잡음 편차를 알고 있는 경우 처리과정이 단순하며 사전 정보가 필요 없으며 또한 다양한 경계값을 적용할 수 있는 장점이 있다. 그러나 일반적으로는 각 대역에서 잡음 편차가 알려져 있지 않으므로 잡음편차를 추정할 필요가 있다.

잡음편차 추정 방법 중 잡음의 공분산 행렬 Q 를 알고 있는 경우, 선형변환 영역에서는

$$S = \Psi Q \Psi^T \quad (37)$$

된다. 식 (37)의 Ψ 는 일반적인 선형변환이다. Ψ 가 직교하고, $Q = \sigma^2 I$ 이면, $S = \sigma^2 I$ 이다. 즉 식 (37)의 주 대각 성분은 잡음의 공분산이므로 잡음편차를 구할 수 있다.

그러나 웨이블릿 변환 영역에서 잡음의 공분산 행렬 Q

가 알려져 있지 않으므로 고주파 대역에서 자기상관 행렬의 주 대각 성분을 잡음공분산으로 가정하면 직교 웨이블릿 영역의 고주파 대역에서 자기상관 행렬 S 는

$$S = E[\omega\omega^T] \quad (38)$$

로 구하였다. 식 (38)의 행렬 S 의 주 대각 성분은 2차 모멘트[20]이며, ω 는 고주파 대역의 웨이블릿 계수이다.

식 (38)의 행렬 S 의 주 대각 원소를 잡음공분산으로 가정하여 정규화된 웨이블릿 계수 ω_i^{norm} 은

$$\omega_i^{norm} = \omega_i / \sqrt{S_{ii}} \quad (39)$$

로 구하였다[11]. 식 (39)에서 ω_i 는 주어진 대역 계수, S_{ii} 는 대각 성분이며 ω_i^{norm} 은 정규화된 웨이블릿 계수이며 불변 추정량의 경계값을 추정한다.

본 논문에서 적용한 잡음제거 알고리즘을 요약하면,

- 1 단계 : 잡음영상신호의 멀티웨이블릿 변환
- 2 단계 : 상세 부대역의 각 내부대역으로 식 (38)과 같은 자기상관 행렬 생성
- 3 단계 : 상관행렬의 주 대각 원소의 평균 계산
- 4 단계 : 계산된 평균의 제곱근으로 내부대역의 계수를 나누어 계수의 진폭 축소
- 5 단계 : 계수 축소된 내부대역에 각 경계값 추정
- 6 단계 : 축소된 내부대역에 5 단계에서 계산된 경계값으로 Soft-Threshold 기법으로 잡음제거
- 7 단계 : 역변환으로 영상을 복원한다.

본 논문에서는 일반적인 웨이블릿 축소 잡음제거 알고리즘 중 단계 2부터 단계 4까지의 계수 정규화과정을 부가하여 멀티웨이블릿 변환영역에서 영상신호의 잡음을 제거하였다.

V. 실험결과 및 고찰

본 논문에서는 실험에 사용된 영상은 256×256 크기인 화색조 bmp 영상들을 사용하였다. 또 사용 소프트웨어는 Matlab 6.5를 사용하였으며, 잡음세력을 확대하기 위해서 원 영상을 255로 나눈 신호에 "imnoise" 명령어를 사용하여 가우시안 잡음을 부가하여 잡음영상을 만들었다. 그리고 GHM 및 CL 필터를 사용하여 잡음영상을 멀티웨이블릿 변환하였다. 멀티웨이블릿 변환된 계수에 IV.장의 잡음제거 알고리즘 중 2 단계부터 4 단계까지의 계수 정규화 과정을 적용한 경우와 이 과정을 적용하지 않은 비정규화 계수들에 유니버설, SURE 및 GCV 경계값을 Soft-Threshold 기법에 적용하여 잡음을 제거하였다. 그리고 정규화 및 비정규화 계수들에 각 경계값을 적용한 잡음제거 효과를 PSNR로 비교하였다. 또 GCV 경계값은 멀티웨이블릿 변환된 각 부대역의 내부대역 계수 절대값의 최소와 최대의 차를 500으로 나눈 값을 경계값의 변화량으로 하고, 이 변화량의 누적값들을 식 (36)의 경계값에 대입하여 GCV를 계산하였다. 그리고 최소 GCV일 때의 경계값을 추정 경계값

으로 사용하였다(그림 3. 참조).

Lenna 영상을 GHM 필터로 멀티웨이블릿 변환된 계수를 그림 4에서 나타내었다. 그림의 각 부대역은 2 스케일에 의한 변환되었으므로 영상신호의 각 부대역은 4 개의 내부대역이 만들어진다(그림 2. 참조).

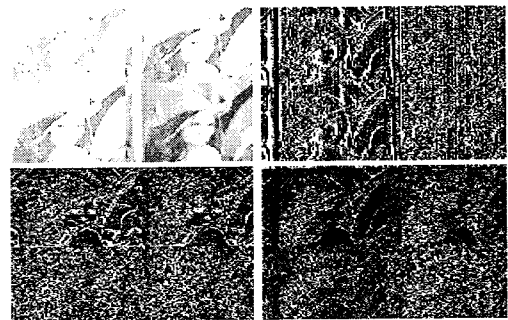


그림 4. GHM 필터에 의한 Lenna 영상의 멀티웨이블릿 변환

Fig. 4. The multiwavelet transform of Lena image by GHM filter

5.1 GHM 필터 사용

각 영상을 GHM 필터로 2 레벨로 멀티웨이블릿 변환 후 저주파 대역을 제외한 나머지 대역의 내부대역을 유니버설 및 SURE, GCV 경계값을 적용하여 잡음을 제거한 결과 영상을 PSNR로 비교한 결과를 표 1과 2에 나타내었다.

비정규화 계수에 대한 잡음제거 결과는 표 1에, 정규화 계수에 대한 결과는 표 2에 나타내었다. 표 1에서 "구분"의 첫 행은 영상의 이름이고 각 영상에서의 "잡음"은 잡음영상, "Univ.", "SURE", "GCV"는 유니버설 및 SURE, GCV의 경계값으로 잡음을 제거한 영상의 PSNR이다. 또 가로 칸은 잡음 분산이다.

표 1. GHM필터를 사용하여 멀티웨이블릿 변환 후, 계수 비정규화 잡음제거 영상의 PSNR비교

Table 1. PSNR comparisons of denoised images without the normalized coefficients using GHM filter

		[단위 : dB]			
구분		0.001	0.003	0.005	0.007
Lenna	잡음	30.04	25.38	23.21	21.82
	Univ.	29.96	28.69	27.72	27.01
	SURE	27.62	25.14	23.60	22.47
	GCV	29.09	27.27	26.02	27.01
Camera man	잡음	30.12	25.45	23.28	21.91
	Univ.	25.64	25.22	24.76	24.37
	SURE	23.86	22.65	21.73	20.99
	GCV	24.84	24.16	23.54	22.95
Pepper	잡음	30.03	25.32	23.08	21.68
	Univ.	28.35	27.51	26.75	26.06
	SURE	26.25	24.30	22.91	21.92
	GCV	27.52	26.21	25.13	24.27

표 2. GHM필터를 사용하여 멀티웨이블릿 변환 후 계수 정규화 잡음제거 영상의 PSNR비교

Table 2. PSNR comparisons of denoised images with the normalized coefficients using GHM filter

구분		[단위 : dB]			
		0.001	0.003	0.005	0.007
Lenna	Univ.	30.00	28.69	27.73	27.02
	SURE	30.00	28.70	27.73	27.02
	GCV	30.00	28.69	27.72	27.01
Camera man	Univ.	25.82	25.30	24.79	24.40
	SURE	25.83	25.30	24.80	24.40
	GCV	25.84	25.31	24.80	24.41
Pepper	Univ.	28.45	27.54	26.77	26.07
	SURE	28.46	27.55	26.77	26.07
	GCV	28.47	27.55	26.78	26.07

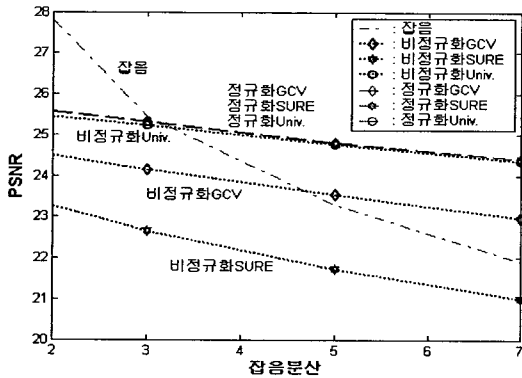


그림 5. 카메라맨 영상에 대한 잡음제거 영상의 PSNR 비교

Fig. 5. PSNR Comparison for the denoised Cameraman image

카메라맨 영상에 대한 잡음제거 결과 PSNR을 그림 5에 나타내었다. 그림 5의 “잡음”은 잡음영상의 PSNR이다. 그래프의 아래 “비정규화SURE”, “비정규화GCV” 및 “비정규화Univ.”는 비정규화 계수의 각 경계값으로 잡음을 제거한 영상의 PSNR이다. 그리고 정규화 계수의 경계값들로 잡음을 제거한 영상의 PSNR은 거의 비슷한 값을 가지므로 같은 그래프에 표시하였다.

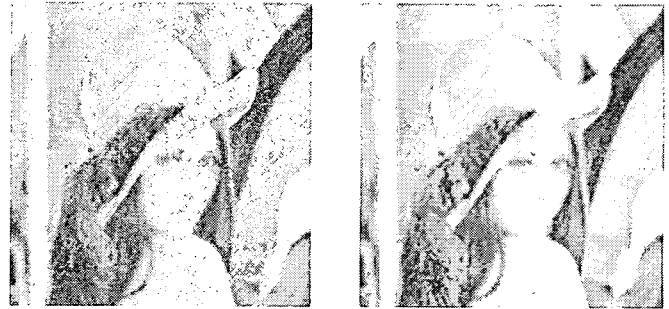


(a)



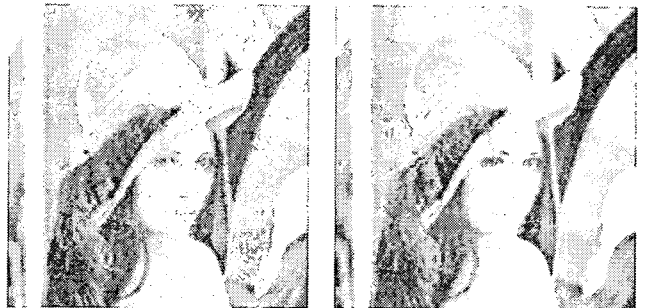
(b)

(c)



(d)

(e)



(f)

(g)

그림 6. 잡음분산 0.005의 가우시안 잡음이 부가된 Lenna 영상의 잡음 제거 : 잡음영상(a), 유니버설 경계값으로 잡음을 제거한 영상(b), 계수 정규화 후 유니버설 경계값으로 잡음을 제거한 영상(c), SURE 경계값으로 잡음을 제거한 영상(d), 계수 정규화 후 SURE 경계값으로 잡음을 제거한 영상(e), GCV 경계값으로 잡음을 제거한 영상(f) 및 계수 정규화 후 GCV 경계값으로 잡음을 제거한 영상(g).

Fig. 6. Denoising results for the Lenna image added Gaussian noise with variance 0.005: a noisy image(a), denoised image by universal threshold without normalization(b), denoised image by universal threshold with normalization(c), denoised image by SURE threshold without normalization(d), denoised image by SURE threshold with normalization(e), denoised image by GCV threshold without normalization(f) and denoised image by GCV threshold with normalization(g).

잡음분산이 0.005인 가우시안 잡음이 부가된 Lenna 영상

을 GHM 필터로 2 레벨로 멀티웨이블릿 변환을 한 후 정규화 및 비정규화 계수에 유니버설, SURE 및 GCV 경계값으로 잡음을 제거한 결과 영상들을 그림 6에 나타내었다. 그림 6의 (a)는 잡음이 부가된 잡음영상이고, (b)와 (c)는 비정규화 및 정규화 영역에서 유니버설 경계값으로 잡음 제거된 결과 영상이다. 또 (d)와 (e)는 비정규화 및 정규화 영역에서 SURE 경계값으로 잡음 제거된 결과 영상이며, (f)와 (g)는 비정규화 및 정규화 영역에서 GCV 경계값으로 잡음 제거된 결과 영상이다.

5.2 CL 필터 변환에서 실험

각 영상을 CL 필터를 사용하여 2 레벨의 멀티웨이블릿 변환을 한 후 GHM에서와 같은 방법으로 잡음을 제거한 결과 영상을 PSNR로 비교하여 표3 과 4에 나타내었다. 표 3은 계수를 정규화하지 않고 잡음을 제거한 결과이며 표 4는 계수를 정규화하여 잡음 제거한 결과이다.

표 3. CL필터를 사용하여 멀티웨이블릿 변환 후 계수 비정규화 잡음제거 영상의 PSNR비교

Table 3. PSNR comparisons of denoising images without normalized coefficients using CL filter

구 분		0.001	0.003	0.005	0.007
Lenna	잡음	30.00	25.35	23.20	21.84
	Univ.	30.56	29.26	28.25	27.41
	SURE	28.22	25.61	24.02	22.87
	GCV	29.67	27.80	26.46	25.29
Baboon	잡음	29.99	25.33	23.14	21.90
	Univ.	25.34	24.90	24.47	24.11
	SURE	23.75	22.60	21.72	20.97
	GCV	24.82	24.12	23.49	22.93
Couple	잡음	30.02	25.23	23.02	21.62
	Univ.	27.37	26.68	26.09	25.55
	SURE	25.21	23.61	22.48	21.63
	GCV	26.34	25.33	24.51	23.84

표 4. CL필터를 사용하여 멀티웨이블릿 변환 후 계수 정규화 잡음제거 영상의 PSNR비교

Table 4. PSNR comparisons of denoising images with the normalized coefficients using CL filter

구 분		0.001	0.003	0.005	0.007
Lenna	Univ.	30.62	29.27	28.26	27.42
	SURE	30.62	29.26	28.26	27.42
	GCV	30.60	29.24	28.22	27.39
Baboon	Univ.	25.34	24.90	24.47	24.11
	SURE	25.35	24.90	24.47	24.11
	GCV	25.37	24.91	24.47	24.11
Couple	Univ.	27.45	26.70	26.10	25.54
	SURE	27.45	26.71	26.10	25.56
	GCV	24.75	26.70	26.09	25.55

바분 영상에 대한 PSNR의 그래프는 그림 7.과 같다. 그림 7에서 “잡음”은 잡음영상의 PSNR이다. 그래프의 아래 “비정규화SURE”, “비정규화GCV” 및 “비정규화Univ.”는 비정규화 계수의 각 경계값으로 잡음을 제거한 영상의 PSNR이다. 그리고 정규화 계수의 경계값들로 잡음을 제거한 영상의 PSNR은 거의 비슷한 값을 가지므로 같은 그래프에 표시하였다.

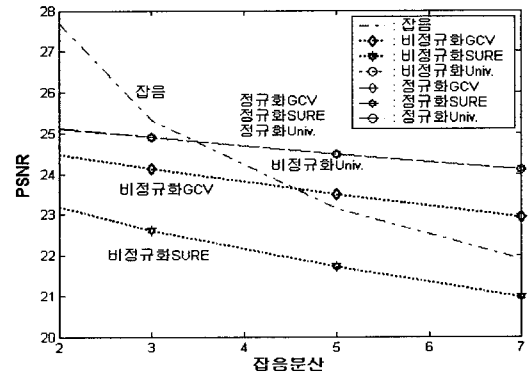
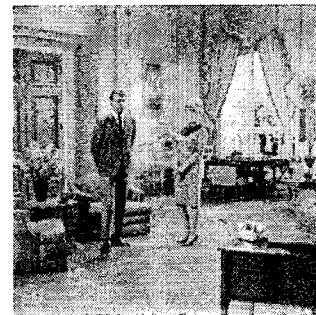


그림 7. Baboon 영상에 대한 잡음제거 영상의 PSNR 비교

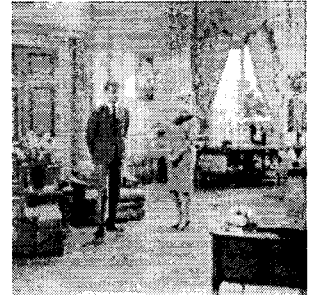
Fig. 7. PSNR Comparison for the denoised Baboon image



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

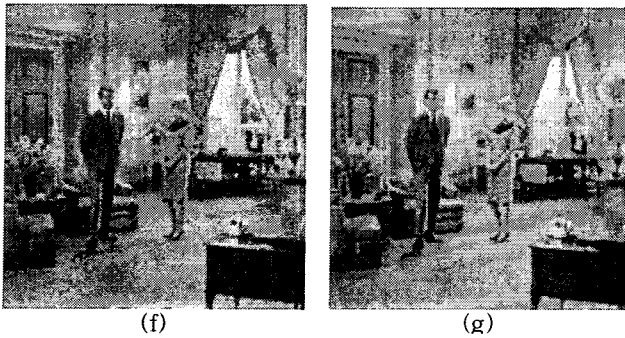


그림 8. 잡음분산 0.005의 가우시안 잡음이 부가된 Couple 영상의 잡음 제거 : 잡음영상(a), 유니버설 경계값으로 잡음을 제거한 영상(b). 계수 정규화 후 유니버설 경계값으로 잡음을 제거한 영상(c). SURE 경계값으로 잡음을 제거한 영상(d). 계수 정규화 후 SURE 경계값으로 잡음을 제거한 영상(e). GCV 경계값으로 잡음을 제거한 영상(f) 및 계수 정규화 후 GCV 경계값으로 잡음을 제거한 영상(g).

Fig. 8. Denoising results for the Couple image added Gaussian noise with variance 0.005: a noisy image(a), denoised image by universal threshold without normalization(b), denoised image by universal threshold with normalization(c), denoised image by SURE threshold without normalization(d), denoised image by SURE threshold with normalization(e), denoised image by GCV threshold without normalization(f) and denoised image by GCV threshold with normalization(g).

잡음분산이 0.005인 가우시안 잡음이 부가된 Couple 영상을 CL 필터로 2 레벨로 멀티웨이블릿 변환을 한 후 정규화 및 비정규화 계수에 유니버설, SURE 및 GCV 경계값으로 잡음을 제거한 결과 영상들을 그림 8에 나타내었다. 그림 8의 (a)는 잡음이 부가된 잡음영상이고, (b)와 (c)는 비정규화 및 정규화 영역에서 유니버설 경계값으로 잡음 제거된 결과 영상이다. 또 (d)와 (e)는 비정규화 및 정규화 영역에서 SURE 경계값으로 잡음 제거된 결과 영상이며, (f)와 (g)는 비정규화 및 정규화 영역에서 GCV 경계값으로 잡음 제거된 결과 영상이다.

실험 결과 영상 및 잡음분산에 따라 다소의 차이는 있지만 표1 및 3과 같이 세 종류의 경계값 중에서 유니버설 경계값에 의한 잡음제거 효과가 SURE 경계값 보다는 2dB 정도, GCV 경계값 보다는 1dB정도 좋았다. 또한 일부 영상에서 SURE 경계값에 의해 잡음을 제거한 영상품질은 잡음제거 전의 영상 보다 더 열화되었다.

계수를 정규화한 경우에는 표 2. 및 4.와 같이 정규화 하지 않은 경우보다 영상의 종류에 따라 SURE 경계값은 1.5~2.5[dB], GCV 경계값은 0.9~1.8[dB] 정도 개선되었으며 유니버설 경계값은 약간 개선되었다. 그리고 잡음분산이 커

질수록 세 종류의 경계값 들에 의한 잡음제거 효과는 비슷해졌다. 즉 그림 5와 7에서 보는바와 같이 멀티 웨이블릿 변환 영역에서 웨이블릿계수 들을 정규화하면 3 종류의 경계값 모두를 사용하여 웨이블릿 축소 기법으로 잡음 제거할 수 있음을 확인하였다. 또 계수를 정규화하여 잡음 제거하면 인공잡음이 비교적 적게 발생하는 등 주관적 영상품질이 개선되었다. 또한 사전필터의 종류와 영상 및 잡음지수에 따라 PSNR의 차이가 다소 있었다.

VI. 결론

멀티웨이블릿 변환은 사전필터의 영향으로 변환 계수들은 상관관계를 갖게 되므로 웨이블릿 축소 기법의 잡음제거 효과가 감소된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 사전필터를 새로이 설계한 후의 유니버설 경계값의 잡음제거 기법만 알려져 있고 다른 경계값을 적용하는 방법은 알려져 있지 않다.

본 논문에서는 멀티 웨이블릿 변환 영역에서 사전 정보 없이 웨이블릿 축소 기법의 잡음제거를 위해 유니버설 경계값 이외의 다른 경계값들에도 적용 가능한 계수 정규화 기법으로 잡음제거를 새로이 시도하였다. 잡음제거 개선 효과를 비교하기 위해서 정규화 계수에 대한 유니버설, SURE 및 GCV 경계값을 추정한 후, Soft-Threshold 기법을 사용하여 잡음 제거한 결과를 PSNR로 비교하였다.

비교 결과 계수를 정규화한 경우 정규화 전보다 SURE 경계값은 1.5~2.5[dB], GCV 경계값은 0.9~1.8[dB] 정도 개선되었으며 유니버설 경계값은 거의 차이가 없었다. 잡음분산이 큰 경우, 각 경계값에 의한 잡음제거 효과는 거의 유사하게 나타났다. 즉 계수 정규화 기법은 신호의 특성 및 경계값의 종류에 따라 사전필터를 새로 설계하거나 가중치 추정하여 적용할 필요 없이 세 종류의 경계값 모두에 적용 가능하다는 것을 확인하였다. 또 정규화 과정은 단순하고, 변환영역에서 직접 적용할 수 있어 효율적인 방법으로 판단된다.

참고 문헌

- [1] I. Daubechies, Ten Lectures on Wavelets, SIAM, Philadelphia, PA, 1992.
- [2] G. Strang and T. Nguyem, Wavelets and Filter Banks, Wellesley, MA : Wellesley Cambridge Press, 1995.
- [3] V. Strela, P. N. Heller, G. Strang, P. Topiwala and C. Heil, "The Application of Multiwavelet Filterbanks to Image Processing", IEEE Trans. Image Processing, Vol. 8, No. 4, pp. 548~563, April, 1999.
- [4] J. Geronimo, D. Hardin and P. R. Massopust,

"Fractal Function and Wavelet Expansions based on Several Functions", J. Approx. Theory, Vol. 78, pp. 373~401, 1994.

[5] G. Strang and V. Strela, "Short Wavelets and Matrix dilation equations", IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 43, No. 1, pp. 108~114, Jan., 1995.

[6] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal Spatial Adaptation by Wavelet shrinkage", Biometrika, Vol. 81, No. 3, pp. 425~455, 1994.

[7] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage", J.A.S.A., Vol. 90, No. 432, pp. 1200~1224, Dec., 1995.

[8] G. P. Nason, "Wavelet Shrinkage Using Cross-validation", J. Roy. Statist. Soc. Ser. B, Vol. 58, pp. 463~479, 1996.

[9] G. P. Nason, "Choice of the Threshold Parameter in Wavelet Function Estimation", In Wavelets and Statistics, A. Antoniadis and G. Oppenheim(eds.), Springer-Verlag, pp. 261~280, 1995.

[10] N. Weyrich and G. T. Warhola, "Wavelet Shrinkage and Generalized Cross Validation for Image Denoising", IEEE Trans. on Image Processing Vol. 7, No. 1, pp. 82~92, Jan. 1998.

[11] M. Jansen, Noise Reduction by Wavelet Thresholding, Springer-Verlag, 2001.

[12] M. Jansen and A. Bultheel, "Multiple Wavelet Threshold Estimation by Generalized Cross Validation for Images with Correlated Noise", IEEE Trans. on Image Processing, Vol 8, No. 7, pp. 947~953, July, 1999.

[13] I. M. Johnstone and B. W. Silverman, "Wavelet Threshold Estimators for Data with Correlated Noise", J. Royal Statist. Soc. Ser. B, Vol. 59, pp. 319~351, 1997.

[14] I. W. Selesnick, "Multiwavelet Bases with Extra Approximation Properties" IEEE Trans. SP, Vol 46, pp. 2898~2908, Nov. 1998.

[15] Xiang-Gen Xia, J. S. Geronimo, D. P. Hardin and B. W. Suter, "Design of Prefilters to Discrete Multiwavelet Transforms", IEEE Trans. SP, Vol 44, No. 1, pp. 25~35, Jan. 1996.

[16] T. R. Downie and B. W. Silverman, "The Discrete Multiple Wavelet Transform and Thresholding Methods", IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 49, pp. 2558~2561, Sep. 1998.

[17] V. Strela and A. Walden, "Signal Image Denoising Via Wavelet Thresholding : Orthogonal and Biorthogonal Scalar and Multiple Wavelet Transforms", Imperial College,

Statistics Section, Technical Report TR-98-01, 1998.

[18] C. K. Chui and J. A. Lian, "A Study of Orthonormal Multiwavelets", J. Appl. Number Math. Vol 20, pp. 272~298, 1996.

[19] S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, 2 ed. Academic Press, pp 434~446, 1999.

[20] D. G. Manolakis, V. K. Ingle and S. M. Kogon, Statistical and Adaptive Signal Processing, McGraw -Hill, pp. 75~147, 2000.



김재환(Jim Jae Hwan)

1981 년 경북대학교 전자공학과
1985 년 경북대학교 전자공학과
(공학석사)

2001 년 경남대학교 전자공학과 (박사수료)
1982. 2 - 1995. 12 국방과학연구소 근무
1996 - 현재 : 오토텍 대표
관심분야 : 영상신호처리, 적응추적제어



우창용(Chang-Yong Woo)

1982 년 부산대학교 전기기계과
1987 년 경성대학교 산업정보학과
(공학석사)

2004 년 경남대학교 전자공학과 (공학박사)
1983. 2 - 1995. 3 한국통신근무
1995. 3 - 1999. 9 창원전문대학 교수
2000. 3 - 2004. 12 CMK 연구소소장
2005. 3 - 현재 경남대학교 강의전담교수
관심분야 : 디지털신호처리, 패턴인식, AI



박남천(Nam-Chun Park)

1978 년 경북대학교 전자공학과
1980 년 경북대학교 전자공학과
(공학석사)

1987 년 경북대학교 전자공학과 (공학박사)
1980 년-현재 경남대학교 전자공학과 교수
1995.7-1996.6 미국 RPI 객원교수
관심분야: 디지털 신호처리