

# 삼각망의 형상 변형

유동진<sup>#</sup>

## Shape Deformation of Triangular Net

Dong-Jin Yoo<sup>#</sup>

### ABSTRACT

A new approach based on mean value coordinate combined with Laplacian coordinate is proposed for shape deformation of a large polygon model composed of triangular net. In the method, the spherical mean value coordinates for closed control meshes is introduced to describe a vertex in the triangle meshes to be deformed. Furthermore, the well known quadratic least square method for the Laplacian coordinates is employed in order to deform the control meshes. Because the mean value coordinates are continuous and smooth on the interior of control meshes, deforming operation of control meshes change the shape of polygon model while preserving the intrinsic surface detail. The effectiveness and validity of this novel approach was demonstrated by using it to deform large and complex polygon models with arbitrary topologies.

**Key Words** : Mean value coordinate (평균값 좌표), Laplacian coordinate (라플라시안 좌표), Triangular net (삼각망), Shape deformation (형상변형)

### 기호설명

$W_i$  = Mean value coordinate of a vertex  $V$  with respect to the  $i$ -th vertex of control meshes

$P_i$  = Position vector of a point of spherical triangle

$m$  = Mean vector

$n_i$  = Inward unit normal to  $i$ -th edge of spherical triangle

$\theta_i$  = The length of  $i$ -th edge of spherical triangle

$V$  = A vertex of a triangular net

$u_i$  = Line vector from  $V$  to  $P_i$

$N$  = Number of nodes of control meshes

$P_i^*$  = Position vector of the  $i$ -th node of deformed control meshes

$V_i^*$  = Position vector of the  $i$ -th node of deformed triangular net

$\delta(P_i)$  = Laplacian coordinate of  $P_i$

$\delta(P_i^*)$  = Laplacian coordinate of  $P_i^*$

$N_i$  = Number of triangles connected to  $P_i$

$E(P^*)$  = Object function to be minimized

$n_c$  = Number of constraints

$U_j$  = Displacement vector of  $j$ -th constraint

$I(j)$  = Array for indicating the node number of  $j$ -th constraint

$\{D\}$  = Matrix of Laplacian coordinates

$[A]$  = Mesh adjacency matrix

☞ 접수일: 2007년 5월 4일; 게재승인일: 2007년 9월 12일

# 교신저자: 대전대학교 컴퓨터응용 기계설계공학과

E-mail: djyoo@daejin.ac.kr Tel. (031) 539-2031

### 1. 서론

삼각망으로 이루어진 임의의 3 차원 형상의 변형에 관한 문제는 형상모델링과 컴퓨터그래픽스 및 패속조형 등 삼각망을 다루는 많은 응용분야에 있어서 매우 주요한 연구대상이 되어 왔다. 특히 최근 들어 측정기술의 발달로 인하여 복잡한 형상에 대한 대형 삼각망 모델의 생성이 용이해짐에 따라 일단 스캔된 삼각망 모델을 빠른 시간 내에 여러 형태로 변형시켜 다양한 용도로 재사용할 수 있는 기술에 대한 개발의 필요성이 CAD 와 컴퓨터그래픽스 및 게임산업과 관련한 여러 분야에서 꾸준히 제기되어 왔다. 이와 관련하여 최근 수년간 다양한 방법들이 연구 보고되어 왔는데 이 모든 방법들의 궁극적인 목표는 Fig. 1 에서 보는 바와 같이 비교적 적은 시간 내에 원래 형상의 주요 부분은 그대로 유지하면서 형상을 원하는 형태로 자연스럽게 변화시키고자 하는 것이다.

초기에 제안된 방법중의 하나인 FFD(Free Form Deformation)방법<sup>1</sup>은 변형시키고자 하는 삼각망 모델을 포함하는 공간에 복수개의 격자점들을 구성한 후 이 격자점들을 조작하여 내부의 형상을 간접적으로 변형시키는 방법으로서 변형을 정확히 제어하기가 쉽지 않다는 단점이 있다.

Multi-resolution 방법<sup>2,4</sup>은 원래의 삼각망 모델을 몇 단계의 정밀도를 가진 복수개의 삼각망으로 처리하는 방법이다. 이 방법에서는 base mesh 의 변형에 의하여 생성된 변위벡터를 상위의 fine mesh 에 단계적으로 반영시킴으로써 형상의 세밀한 부분은 그대로 유지하면서 전체 형상을 변형시킨다. 그러나 곡률이 큰 부위에 많은 변형이 있을 때 삼각형들간의 겹침 및 자연스럽게 못한 형상이 생길 수도 있는 단점이 있다.

형상의 변형문제를 구속조건이 있는 최소자승법(least square method)에 기초한 시각에서 바라보기 시작하면서 여러 수치해석적 방법들이 연구 보고 되었는데 라플라시안 좌표계(Laplacian coordinate system)에 의한 방법<sup>5-8</sup>이 대표적인 방법중의 하나이다. 이 방법은 삼각망을 구성하고 있는 각 절점에서의 변형 전후의 라플라시안 좌표값의 차이가 최소가 되면서 구속조건을 만족하도록 절점들간의 연립방정식을 구성한 후 여러 수치해석적 방법에 의하여 변형 후의 형상을 구해내는 방법이다. 형상변형의 결과가 매우 자연스럽게 형상제어

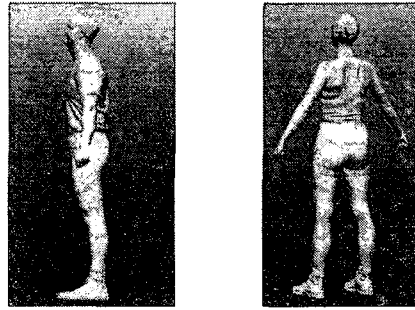


Fig. 1(a) Original scanned model

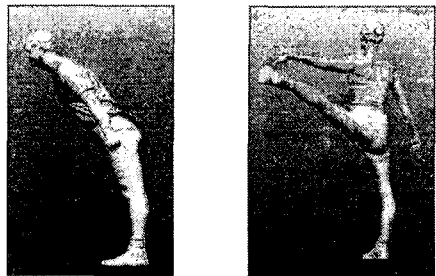


Fig. 1(b) Deformed model

의 정확도가 우수한 여러 장점이 있는 반면에 절점수에 해당하는 크기의 연립방정식을 풀어야 하므로 수십 만개 또는 수백 만개의 삼각형으로 구성된 대형모델을 다루기에는 여러 문제점이 있다.

이런 문제점들을 극복하기 위하여 복잡한 형상을 몇 개의 단순한 뼈대(skeleton)로 구성한 후 이 스케리톤을 구성하고 있는 절점들을 변환시켜 원래의 삼각망 모델을 변형시키는 일련의 방법<sup>9-12</sup>들이 보고되었는데 뼈대를 이루고 있는 joint 절점들 부근에서 변형후의 메쉬(mesh)들이 겹치거나 자연스럽게 못하게 변형되는 것을 억제하기 위하여 다소 지루한 수작업이 수반되어야 한다는 단점이 있다.

최근에는 변형시키고자 하는 삼각망 모델의 각 절점들을 제어메쉬(control mesh)에 관한 평균값 좌표(mean value coordinate)로 표현한 후 제어메쉬를 변형시킴으로써 내부의 삼각망 모델을 변형시키려는 방법<sup>13</sup>이 시도 되었는데 라플라시안 좌표계에 의한 방법에서처럼 대형의 연립방정식을 풀지 않으면서도 매우 우수한 형상 변형이 가능하다는 강점이 있다. 그러나 제어메쉬 자체를 변형시키는 방법에 대해서는 언급하지 않았다.

본 연구에서는 삼각망 모델의 효율적인 형상 변

형을 위하여 라플라시안 좌표 및 평균값 좌표를 동시에 이용하는 방법을 제안하고자 한다. 즉 제어메쉬의 변형을 위해서는 라플라시안 좌표에 기초한 수치해석적 방법을 이용하고 삼각망 모델의 변형을 위해서는 평균값 좌표의 개념을 이용함으로써 대형의 삼각망 모델의 신속하고 정확한 형상 변형이 가능하도록 하고자 한다.

## 2. 삼각망의 형상 변형 알고리즘

### 2.1 제어메쉬에 의한 삼각망의 형상 변형

Fig. 2 에서 보는 바와 같이  $\mathbf{V}$  를 변형시키고자 하는 삼각망 모델의 한 절점이라 하고  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  를 제어메쉬(control mesh)의 한 삼각형을 원점이  $\mathbf{V}$  이고 반지름이 1 인 단위원에 투영시켰을 때 생성되는 세 절점이라 하면  $\mathbf{V}$  절점의 이 삼각형의 세 절점에 대한 평균값 좌표  $W_i$  는 식 (1)에서 식 (3) 과 같이 표현될 수 있다.<sup>13</sup>

$$w_i = \frac{n_i \cdot \mathbf{m}}{n_i \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{V})} \quad (1)$$

$$\mathbf{m} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \theta_i \mathbf{n}_i \quad (2)$$

$$n_i = \frac{U_i \times U_{i+1}}{|U_i \times U_{i+1}|} \quad (3)$$

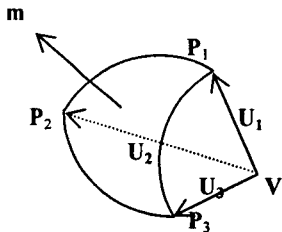


Fig. 2 Calculation of mean value coordinate for a vertex

제어메쉬의 절점의 개수가  $N$  이라 하면 한 절점  $\mathbf{V}$  의 제어메쉬상의 한 절점  $\mathbf{P}_i$  에 대한 평균값 좌표  $W_i$  는 식 (4)와 같은 유리 함수형태로 표현될 수 있다.

$$W_i = \frac{w_i}{\sum_{j=1}^N w_j} \quad (4)$$

변형시키고자 하는 삼각망 모델의 모든 절점의 평균값 좌표가 구해지면 제어메쉬의 변형에 따른 새로운 삼각망 모델의 각 절점의 좌표값들을 식 (5)와 같은 간단한 보간식에 의하여 구할 수 있다.

$$\mathbf{V}^* = \sum_{i=1}^N W_i \mathbf{P}_i^* \quad (5)$$

식 (4)와 식 (5)로 표현되는 평균값 좌표에 의한 보간식은 특성다각형(characteristic polygon)으로 제어되는 종래의 베지어(Bezier)곡면 방정식과 유사한 것으로  $N$  개의 불규칙한 형태의 조정절점에 대한 베지어 곡면의 확장된 개념으로 생각할 수 있다. 즉 조정점  $\mathbf{P}_i$  가  $\mathbf{P}_i^*$  로 변형된다는 것은 원래의 절점  $\mathbf{V}$  가  $\mathbf{V}^*$  로 변형된다는 것을 의미한다. 모든 원래의 절점들에 대한 가중치가 평균값 좌표  $W_i$  에 내포되어 있으므로 제어메쉬의 절점들이 변형되어도 원래 형상의 세밀한 부분이 그대로 유지되면서 전체적인 형상의 변화가 가능해 지는 것이다. 물론  $\mathbf{P}_i$  를 원래의  $\mathbf{P}_i^*$  로 하여 계산하면 원래의 형상이 그대로 재현될 것이다.

### 2.2 제어메쉬의 형상 변형

앞 절에서 기술한 바와 같이 제어메쉬 형상의 변형이 대상이 되는 삼각망 모델의 변형을 유도하는 것이므로 제어메쉬 형상을 어떤 방법으로 변형시킬 것인가 하는 문제가 주요한 과제로 남게 된다. Ju<sup>13</sup> 등은 평균값 좌표의 개념을 형상의 변형에 적용하면서 제어메쉬의 중요성에 대해서는 언급하였지만 제어메쉬 자체를 변형시키는 방법에 대해서는 구체적으로 기술하지 않았다. 형상을 인위적으로 늘리고 줄이는 등 실제 물체의 변형거동과는 다른 변형을 의도한 경우에는 제어메쉬의 형상을 직접 수정할 수도 있겠지만 인체모델과 같은 실제 모델의 자연스런 동작의 표현을 위해서는 실제와 흡사한 변형거동이 필요하게 된다.

본 연구에서는 형상 변형의 결과가 매우 자연스럽고 형상제어의 정확도가 우수한 반면 대형의 연립방정식을 풀어야 하는 문제를 안고 있는 라플

라시안 좌표를 이용한 수치해석적 방법을 제어메쉬의 형상 변형에 적용하여 종래의 방법들이 갖고 있던 단점들을 보완할 수 있는 새로운 방법을 제안하고자 한다. 제어메쉬를 구성하고 있는 절점들의 수는 많아도 수백, 수천 개에 불과하므로 연립방정식 계산에 소요되는 시간이 전혀 문제가 되지 않을 뿐 아니라 변형의 자연스러움 및 세부형상의 재현성 등 기존의 우수한 장점들을 그대로 유지하는 것이 가능해 진다. 한 절점의 라플라시안 좌표는 식 (6)과 같이 한 절점의 위치벡터와 그 절점에 연결되어 있는 절점들의 평균위치벡터와의 차이로 표현된다.<sup>8</sup>

$$\delta(\mathbf{p}_i) = \mathbf{p}_i - \frac{1}{N_i} \sum_{j \in N_i} \mathbf{P}_j \quad (6)$$

구속조건을 주고 형상을 변형하는 문제를 식 (6)으로 정의되는 라플라시안 좌표의 변화를 최소화 시키는 최적화 문제로 생각하면 식 (7)과 같은 목적함수를 구성할 수 있다.

$$E(\mathbf{P}^\circ) = \sum_{i=1}^N \|\delta(\mathbf{p}_i) - \delta(\mathbf{p}_i^\circ)\|^2 + \sum_{j=1}^{n_\varepsilon} \|\mathbf{p}_{i(j)}^\circ - \mathbf{u}_j\|^2 \quad (7)$$

본 논문에서는 식 (7)로 표현되는 목적함수의 최소화 문제의 해를 구하기 위하여 일반적인 최소자승법의 수치해법을 이용하였다. 초기의 라플라시안 좌표에 관한 행렬을 [D] 라고 하고 주위의 절점들과의 연결관계를 나타내는 행렬을 [A]라 하면 식 (7)의 최소화 문제를 식 (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$\min_{P_1 \cdots P_N} E(\mathbf{P}^\circ) = \min_{P_1 \cdots P_N} \left\{ \|\{D\} - [A]\{P^\circ\}\|^2 + \sum_{j=1}^{n_\varepsilon} \|\mathbf{p}_{i(j)}^\circ - \mathbf{u}_j\|^2 \right\} \quad (8)$$

식 (8)의 해인 변형후의 절점들의 좌표  $\{P^\circ\}$ 는 식 (9)와 같은 선형 연립방정식에 관한 LU 분해법 또는 conjugate gradient method 등의 수치해법을 이용하여 구할 수 있다.

$$[A]^T [A] \{P^\circ\} = [A]^T \{D\} \quad (9)$$

식 (8)의 두번째 항은 식 (9)의 연립방정식의 해를 구할 때 패널티법(penalty method)에 의하여 구속조건과 관련된 절점의 자유도에 해당하는 [A], {D}행렬의 요소들을 적절히 수정함으로써 고려될 수 있다.

### 3. 적용 및 결과

Fig. 3 은 254,392 개의 삼각형으로 구성되어 있는 dragon 모델의 입 부분을 변형시킨 결과를 보여주고 있다. Fig. 3 상단부의 형상 변형을 위한 제어메쉬는 44 개의 삼각형으로 구성하였는데 다른 부분은 그대로 두고 입 부분만을 변형시키기 위하여 입의 상부와 하부를 벌어지게 할 수 있도록 제어 메쉬를 배치하였다. Fig. 3 하단부의 결과에서 볼 수 있는 바와 같이 세부 형상은 그대로 유지되면서 입이 자연스럽게 벌어지는 모습들을 얻을 수 있었다.

Fig. 4 는 스캔된 인체모델을 간단한 제어메쉬를 이용하여 변형시켜 본 결과들을 보여 주고 있다. 제어메쉬의 중간을 중심으로 상부메쉬를 앞으로 구부리고 하부메쉬를 뒤로 젖힘으로 해서 인사하고 도약하는 등의 다양한 형상을 얻을 수 있었다. 인체모델을 610,848 개의 삼각형으로 구성하였으며 제어메쉬는 20 개의 삼각형으로 구성하였다. 인체모델의 조금 더 섬세한 형상 변형을 위하여 제어메쉬를 인체형상과 유사하게 구성한 후 변형을 시도해 보았다. 총 88 개의 삼각형으로 제어메쉬를 구성하여 계산해 본 결과 Fig. 5 에서 보는 바와 같이 견고, 양팔을 펴는 등의 실제 인체 동작과 흡사한 형상을 제어메쉬의 간단한 변형에 의하여 쉽게 얻을 수 있었다. 제어메쉬를 조금 더 인체 모델에 가깝게 구성한다면 어떤 동작의 형상이든 실제 형상과 흡사하게 변형시킬 수 있을 것이다.

본 연구의 장점중의 하나는 Fig. 6 에서 보는 바와 같이 한 모델의 변형이 완성되면 별도의 복잡한 과정 없이 바로 다른 모델에 그 변형결과를 복제할 수 있다는 것이다. 전체적인 기하학적 특성이 유사하다면 같은 변형 전후의 제어메쉬로 같은 변형 형상들을 직접 재생성해 낼 수 있다. Fig. 6 에서 보는 바와 같이 네 동작에 대한 변형 결과를 남성의 모델에서 여성의 모델로 복제하는 것이 남성모델에 대한 제어메쉬를 여성모델에 재사용함

으로써 간단히 이루어진다.

Fig. 7 은 426,846 개의 삼각형으로 구성되어 있는 Igea 모델에 대한 형상 변형 결과를 보여 주고 있는데 제어메쉬를 11,264 개의 삼각형으로 구성하여 계산하였다. 제어메쉬의 좌측 절점들을 고정시키고 우측의 특정 절점들에 수평방향의 변위를 주어 변형시킨 결과 Fig. 7 의 상단 그림에서 보는 바와 같이 제어메쉬를 이루고 있는 삼각형들 전체가 자연스럽게 부드럽게 변형된 것을 관찰할 수 있었으며 최종적으로 변형된 모델도 Fig. 7 의 하

단 그림에서 보는 바와 같이 원래의 세부형상은 그대로 유지되면서 전체적으로 우측으로 부드럽게 늘려진 형상으로 변형되었음을 확인할 수 있었다. Table 1 은 본 연구에서 다루었던 주요 적용예제에 대한 계산시간을 정리해 놓은 것이다. 본 연구에서 다루었던 대부분의 모델들이 수십 만개의 삼각형으로 이루어져 있는 대형모델들인 것을 감안한다면 본 논문에서 제안한 형상 변형 방법이 계산 시간 측면에 있어서도 많은 장점이 있음을 알 수 있다.

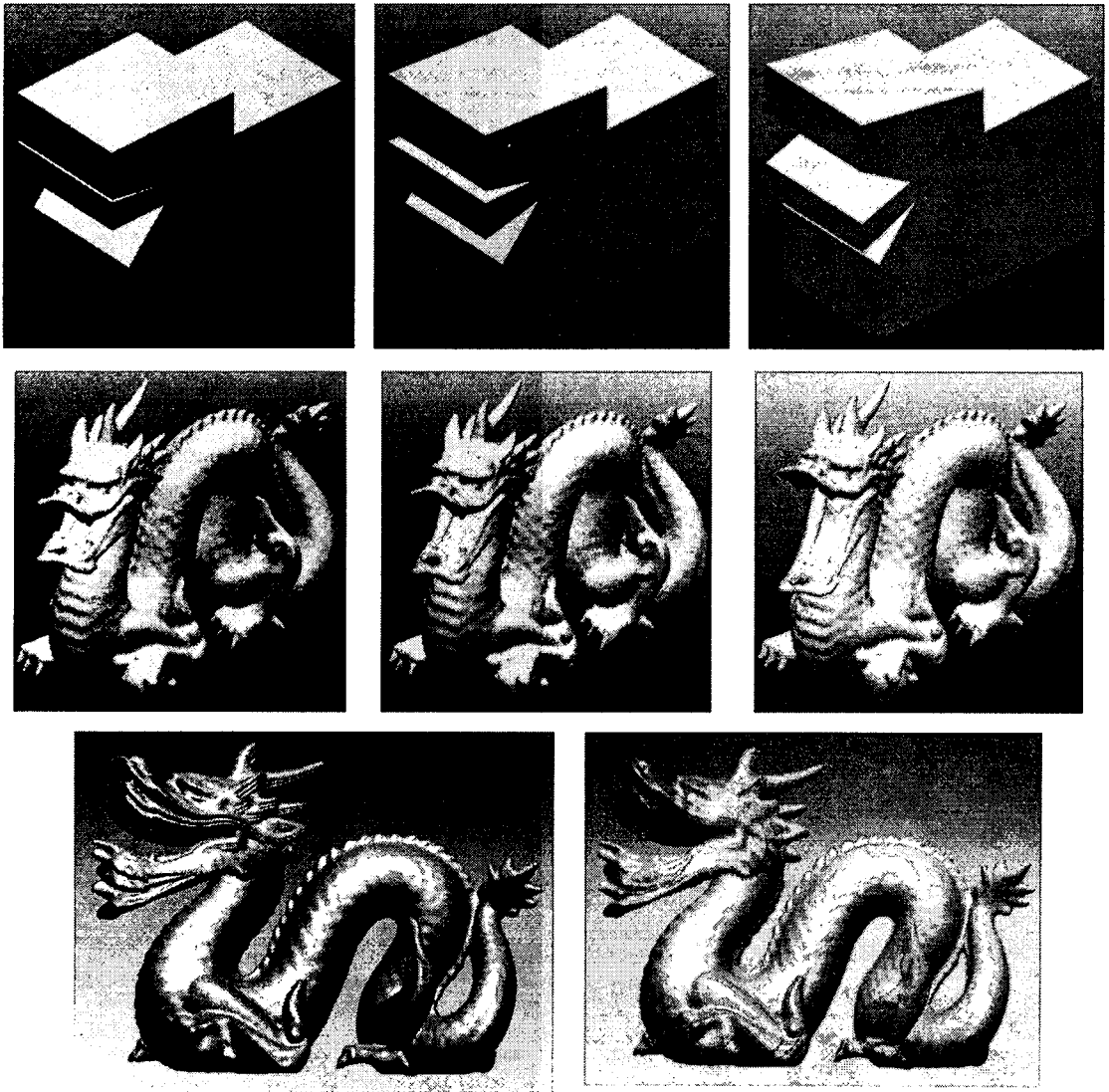
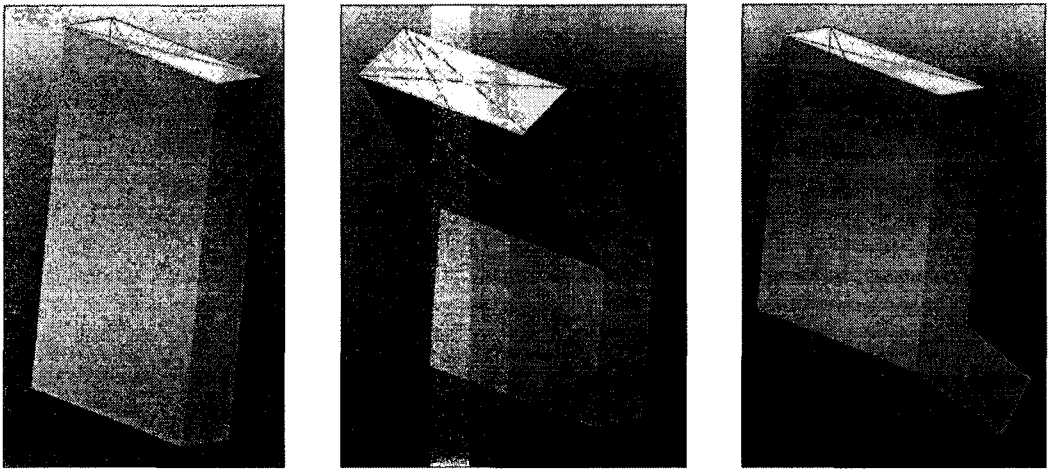
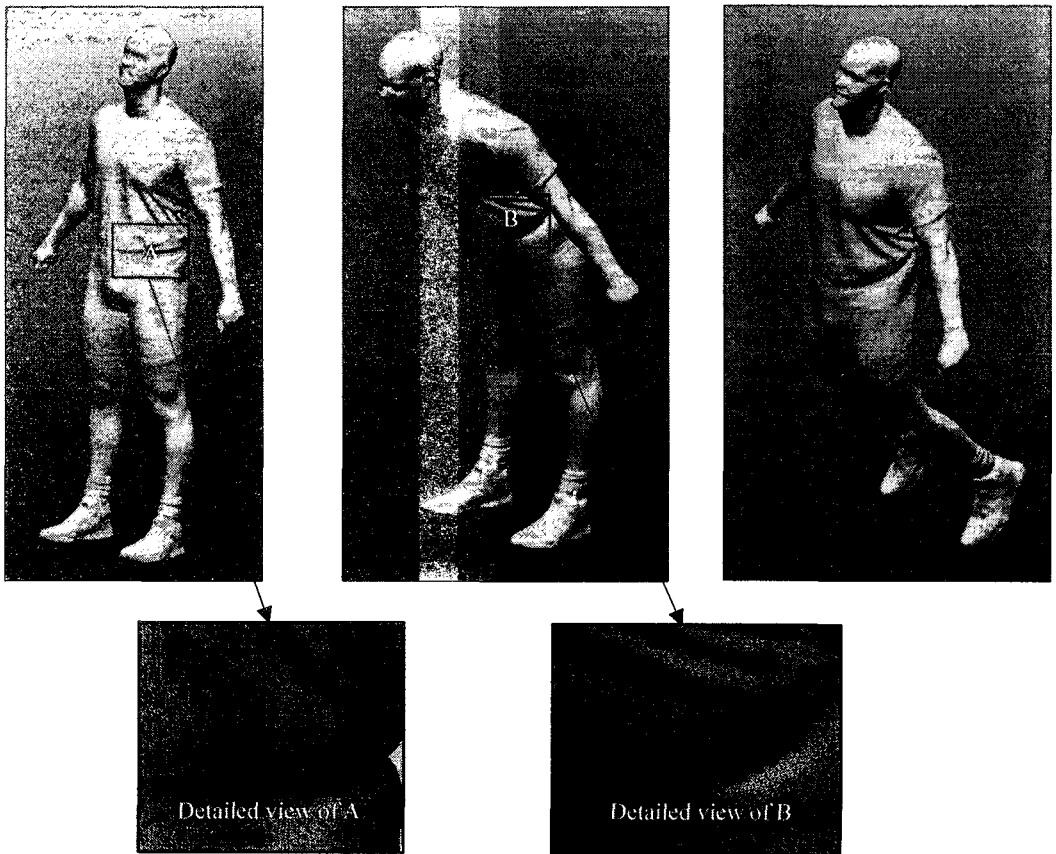


Fig. 3 Shape deformation of dragon model

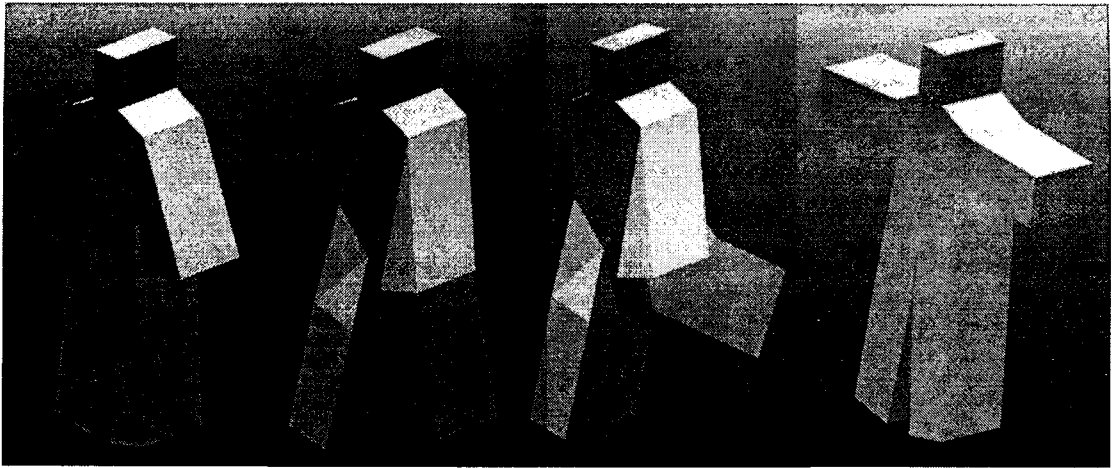


(a) Control meshes for shape deformation

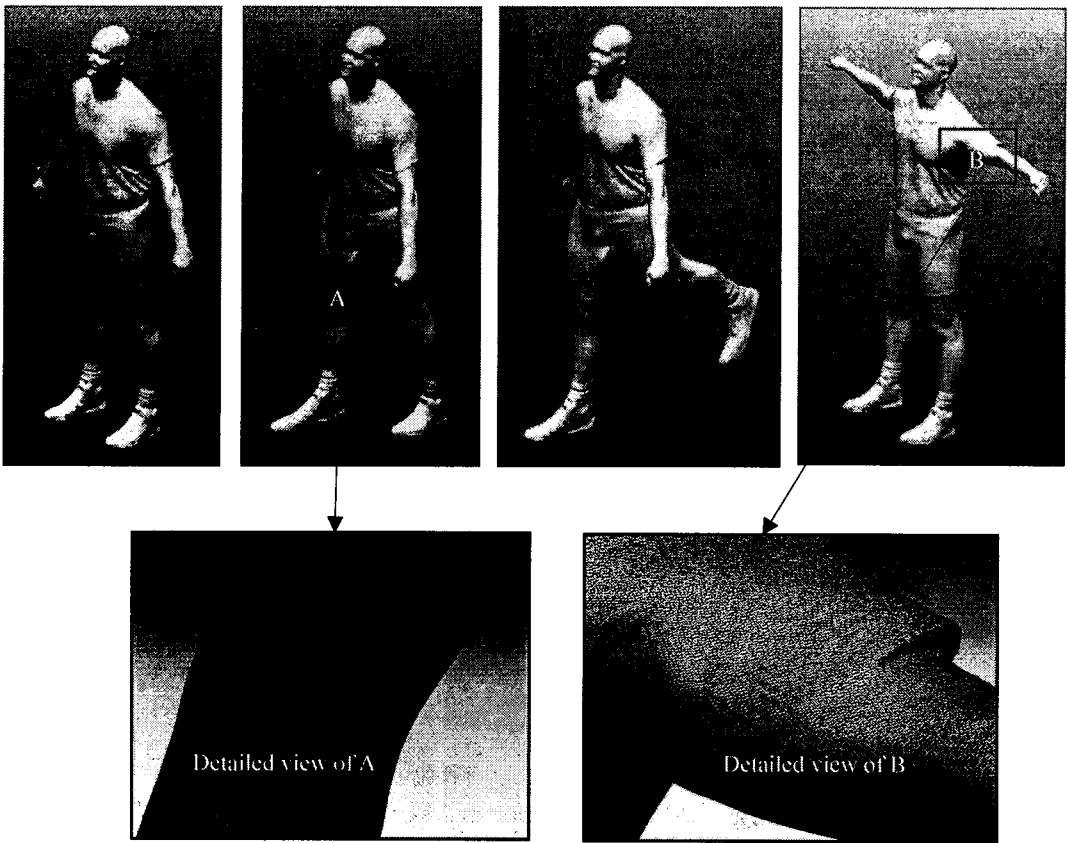


(b) Deformed shapes

Fig. 4 Shape deformation of human model using simple control mesh



(a) Control meshes for shape deformation



(b) Deformed shapes

Fig. 5 Shape deformation of human model using more complex control mesh



(a) Source meshes for deformation transfer



(b) Target meshes for deformation transfer

Fig. 6 Deformation transfer between models



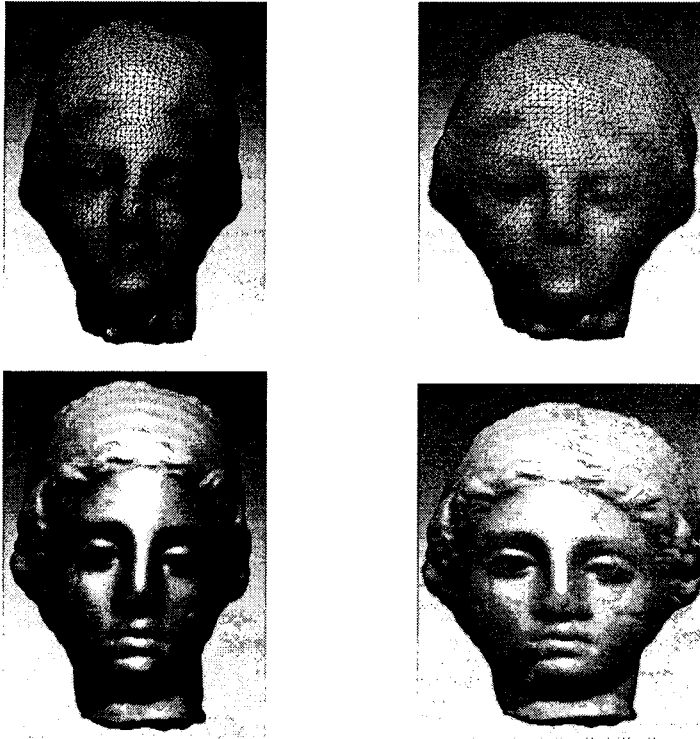


Fig. 7 Shape deformation of Igea model

Table 1 Computational results

Model	Number of triangles of deformed model	Time(sec) per one frame		
		Control mesh design	Control mesh deformation	Model deformation
Dragon	254,392	600	0.1	2
Male body (Fig. 5)	610,848	1,120	0.5	8
Igea	426,846	1,730	12.5	40

( H/W : Pentium IV, 3 GHz CPU, 512MB RAM)

#### 4. 결론 및 추후과제

대형 삼각망 모델의 형상 변형을 위하여 평균값좌표와 라플라시안 좌표를 동시에 이용하는 방법을 제안하였다. 삼각망 모델의 각 절점들을 모델을 에워싸고 있는 제어메쉬의 절점들에 대한 평균값 좌표로 표현하여 제어메쉬가 변형되면 형상 모델도 같이 변형되도록 하였다. 아울

러 제어메쉬의 변형의 자연스러움을 위하여 변형 전후의 라플라시안 좌표 변화량의 최소화 개념에 기초를 둔 구속조건을 고려한 최소자승법을 도입하였으며 다양한 대형 삼각망 모델에 적용하여 본 연구에서 제안한 형상 변형방법의 효율성 및 타당성을 검증하였다.

본 연구에서는 상용 CAD 소프트웨어를 이용하여 제어메쉬를 수작업으로 생성하였지만 향

후에는 모델의 동작특성 및 형상을 고려한 제어 메쉬의 자동생성 알고리즘의 개발이 필요할 것으로 판단된다.

### 참고문헌

1. Sederberg, T. and Parry, S., "Free-form deformation of solid geometric models," Computer Graphics (SIGGRAPH' 86), Vol. 20, No. 4, pp. 151-160, 1986.
2. Forsey, D. and Bartels, R., "Hierarchical b-spline refinement," In proceedings of ACM SIGGRAPH 88, pp. 205-212, 1988.
3. Kobbelt, L., Vorsatz, J. and Seidel, H. P., "Multiresolution hierarchies on unstructured triangle meshes," Computational Geometry: Theory and Applications, Vol. 14, No. 1-3, pp. 5-24, 1999.
4. Zorin, D., Schrder, P. and Sweldens, W., "Interactive multiresolution mesh editing," In Proceedings of ACM SIGGRAPH 97, pp. 259-268, 1997.
5. Lipman, Y., Sorkine, O., Cohen-Or, D., Livin, D., Ross, C. and Seidel, H. P., "Differential coordinates for interactive mesh editing," In Proceedings of Shape Modeling International, pp. 181-190, 2004.
6. Yu, Y., Zhou, K., Xu, D., Shi, X., Bao, H., Guo, B. and Shum, H. Y., "Mesh editing with poisson-based gradient field manipulation," ACM Trans. Graph., Vol. 23, No. 3, pp. 644-651, 2004.
7. Alexa, M., "Differential coordinates for local mesh morphing and deformation," The Visual Computer, Vol. 19, No. 2, pp. 105-114, 2003.
8. Sorkine, O., Cohen-Or, D., Lipman, Y., Alexa, M., Ross, C. and Seidel, H. P., "Laplacian surface editing," In Proceedings of the symposium on Geometry processing, pp. 175-184, 2004.
9. Mortara, M. and Patane, G., "Affine-invariant skeleton of 3D shapes," In Shape Modeling International, pp. 245-252, 2002.
10. Kavan, L. and Zara, J., "Spherical blend skinning: a real-time deformation of articulated model," In Proceedings of the symposium on Interactive 3D graphics and games, pp. 9-16, 2005.
11. Sumner, R. W., Zwicker, M., Gotsman, C. and Popovic, J., "Mesh based inverse Kinematics," ACM Trans. Graph., Vol. 24, No. 3, pp. 488-495, 2005.
12. Wu, F. C., Ma, W. C., Liang, R. H., Chen, B. Y. and Ouhyoung, M., "Domain connected graph : the skeleton of a closed 3D shape for animation," The Visual Computer, Vol. 22, No. 2, pp. 117-135, 2006.
13. Ju, T., Schaeffer, S. and Warren, J., "Mean value coordinates for closed triangular meshes," ACM Trans. Graph., Vol. 24, No. 3, pp. 561-566, 2005.