

해저 지형을 이용한 연직 구조물의 처오름 감소 Reduction of Run-up Height of Vertical Structure using Bottom Topography

정태화* · 강규영 · 조용식
Tae-Hwa Jung*, Gyu-Young Kang and Yong-Sik Cho

요 **지** : 연속방정식 및 운동방정식을 사용하여 임의의 수심에 적용이 가능한 장파의 해를 해석적인 방법을 사용하여 유도하였다. 수심이 선형적으로 변화할 경우 자배 방정식의 해가 Bessel 함수로 표현된다는 사실을 응용하여 임의의 수심을 선형적으로 변화하는 구간의 연속으로 가정하여 해를 유도하였다. 기존에 유도된 해석 해와 비교를 하여 본 논문에서 유도된 해석 해의 타당성을 검증하였으며, 직립 구조물에 적용하여 해저 지형이 직립 구조물의 처오름에 끼치는 영향을 조사하였다.

핵심용어 : 해저 지형, 해석 해, 직립 구조물, 처오름, 장파

Abstract : An analytical solution which can be applied to an arbitrarily varying topography is derived by using the continuity and momentum equations. Applying the fact that the solution of the governing equation is expressed as Bessel function in such case that the water depth varies linearly, the present solution is obtained by assuming the water depth as series of constant slope. The present solution is verified by comparing with analytical solution derived previously and investigates the effects of bottom topography to run-up height of vertical structure.

Keywords : bottom topography, analytical solution, vertical structure, run-up, long waves

1. 서 론

최근 기상이변으로 인해 폭풍 및 지진 해일의 발생빈도가 잦아지고 심해파 제원이 상향조정되어 방파제에 입사하는 파랑의 주기 및 파고가 커지면서 연안 구조물의 안정성이 위협받고 있다. 해결책으로 방파제의 천단고를 높일 수 있으나, 이 방안은 기존 구조물의 보수공사를 수행함에 있어 많은 어려움이 있고, 공사비용이 많이 소요되는 문제점이 있다.

이에 대한 대안으로 잠재 등의 해저 구조물을 활용하여 구조물에 입사하는 파랑의 영향을 최소화하는 연구가 활발히 진행 중이며 본 논문에서는 이와 관련하여 해석적인 접근법을 사용하여 연구를 수행하였다.

해석적인 방법은 크게 고유함수 전개법을 이용하는 방

법과 Bessel 함수를 이용하는 방법이 있다. 고유함수 전개법(Takano, 1960; Kirby and Dalrymple, 1983; Liu et al., 1992; Cho and Lee, 2000; Bender 2003)은 수심이 변화하는 영역을 일정 수심을 갖는 구간의 연속이라고 가정하여 해를 구하는 방법이다. 이 방법은 상대수심 및 지형에 관계없이 사용할 수 있다는 장점이 있으나 복잡한 지형의 경우 지형구간을 많이 나누어야 하는 번거로움이 있다.

해석적인 연구에 사용되는 또 다른 방법은 Bessel 함수를 사용하는 방법이다. Dean(1964)은 장파의 영역에서 수심이 선형적으로 변화할 경우 선형파의 해석 해가 Bessel 함수로 표현될 수 있음을 발견하였다. Dean(1964)이 제시한 이 방법은 Bender and Dean(2003), Lin and Liu(2005) 및 Chang and Liou(2007)등에 의해 사다리형 trench 및

*한양대학교 토폭공학과(Corresponding author: Tae-Hwa Jung, Dept. of Civil Engineering, Hanyang University, Seoul, 133-791, Korea, togye176@paran.com)

잠재에 의한 장파의 변형을 연구하는데 사용되었다. Dean (1964)의 방법은 해석 해를 지배방정식으로부터 수학적으로 직접 구한 결과이기 때문에 수치 해석에 의한 오차는 발생하지 않으나 제한된 단면에만 적용할 수 있다는 단점이 있다.

본 연구에서는 Takano(1960) 및 Dean(1964)의 접근법을 혼합하여 장파의 영역에서 임의의 지형 위를 통과하는 파랑의 해석 해를 유도하였다. 임의의 지형을 선형적으로 변화하는 구간의 연속이라 가정하여 고유함수 전개법보다 구간의 수를 줄이고, 다양한 지형에 적용이 가능한 해석 해를 유도하였다. 유도된 해석 해는 기존의 수치 모의 및 실험을 통해서만 연구가 되었던 직립 구조물이 있는 경우에 적용하여 해저 지형의 변화에 따른 직립 구조물 전면에서의 쳐오름 영향을 조사하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2장에서는 해석 해의 유도 과정에 대해 설명을 하였으며, 제 3장에서는 유도된 해석 해의 타당성을 검토하였다. 제 4장에서는 타당성이 검토된 해를 활용하여 다양한 분석을 하였고 마지막으로 결론을 제시하였다.

2. 해의 유도

연속 및 운동방정식은 미소 진폭 및 장파의 조건을 사용하여 다음과 같은 지배 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(hu) = \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} \quad (1)$$

$$-g \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2)$$

여기서, 식 (1)은 연속방정식, 식 (2)는 운동방정식을 의미하며, h 는 수심, u 는 수평 유속, 그리고 $\bar{\eta}$ 는 자유 수면을 의미한다. 식 (1), (2) 및 $\bar{\eta} = \eta(x)e^{i\alpha t}$ 의 식을 사용하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$g \frac{d}{dx} \left[h \frac{d\eta}{dx} \right] + \sigma^2 \eta = 0 \quad (3)$$

여기서, σ 는 각 주파수, g 는 중력 가속도를 의미한다.

Fig. 1처럼 수심이 선형적으로 변화하는 영역에서 $X=h=h_1-(x-x_1)m$ 의 관계식을 사용하면 식 (3)은 다음과 같은 형태로 변환된다.

$$X \frac{d^2 \eta_2}{dX^2} + \frac{d\eta_2}{dX} + s \eta_2 = 0 \quad (4)$$

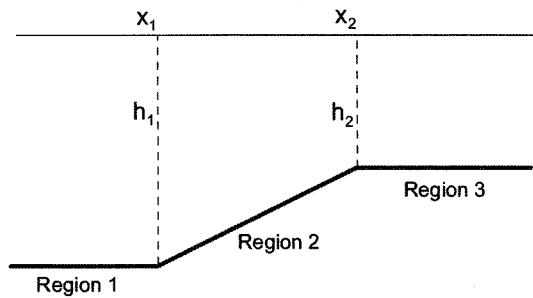


Fig. 1. Definition sketch of sloped transition.

여기서, 아래첨자는 각 구간의 영역을 의미하며 s 는 다음과 같이 정의된다.

$$s = \frac{\sigma^2}{gm^2} \quad (5)$$

$$m = \frac{h_1 - h_2}{x_2 - x_1} \quad (6)$$

$t^2 = 4Xs$ 으로 변수치환을 하면 식 (4)는 다음과 같은 Bessel 방정식이 되며

$$t^2 \frac{d^2 \eta_2}{dt^2} + t \frac{d\eta_2}{dt} + t^2 \eta_2 = 0 \quad (7)$$

따라서 식 (7)의 해는 다음과 같이 Bessel 함수로 표현할 수 있다.

$$\eta_2 = AJ_0(t) + BY_0(t) = AJ_0(2\sqrt{X(x)s}) + BY_0(2\sqrt{X(x)s}) \quad (8)$$

여기서, J_0 는 제 1종 0차 Bessel 함수, Y_0 는 제 2종 0차 Bessel 함수를 의미한다.

일정 수심 영역에서의 해는 일반적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\eta = Ce^{ikx} + De^{-ikx} \quad (9)$$

여기서, C 와 D 는 미지 복소수 상수, k 는 파수를 의미한다. 식 (9)는 입사파 영역(Region 1) 및 투파파 영역(Region 3)에서 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\eta_1 = e^{ik_1(x-x_1)} + Re^{-ik_1(x-x_1)} \quad (10)$$

$$\eta_2 = Te^{ik_2(x-x_2)} \quad (11)$$

여기서, R 과 T 는 각각 반사율 및 투과율을 의미하며 k_1

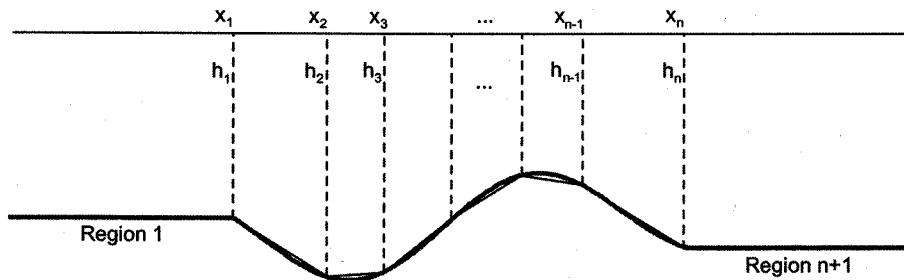


Fig. 2. Definition sketch of bottom topography with sloped transitions.

과 k_2 는 각각 수심 h_1 과 h_2 에 해당하는 파수이다.

$x = x_1, x_2$ 인 지점에서 운동학적 및 동역학적 경계 조건을 사용하면 식 (8), (10) 및 (11)의 미지수 값은 계산할 수 있다.

$$\eta_i = \eta_{i+1} \quad (i = 1, 2) \quad (12)$$

$$\frac{d\eta_i}{dx} = \frac{d\eta_{i+1}}{dx} \quad (i = 1, 2) \quad (13)$$

Fig. 2와 같이 임의의 수심을 선형적으로 변화하는 구간의 연속이라고 가정하면, 각 구간에서의 해석 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta_i = A_p J_0(2\sqrt{X_i(x)s_i}) + B_p Y_0(2\sqrt{X_i(x)s_i}) \quad (i = 2 \sim n) \quad (14)$$

여기서, A_p, B_p 는 미지 복소수 상수이며, $X_i(x)$ 와 s_i 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$X_i(x) = h_{i-1} - (x - x_{i-1})m_i \quad (15)$$

$$m_i = \frac{h_{i-1} - h_i}{x_i - x_{i-1}} \quad (16)$$

$$s_i = \frac{\sigma^2}{gm_i^2} \quad (17)$$

경계지점($x = x_1, x_2, \dots, x_n$)에서의 적합 조건을 사용하면 $2n$ 의 방정식을 얻을 수 있으며, 이 방정식을 풀어 미지수의 값을 구할 수 있다.

3. 해의 검증

본 연구에서 구한 해의 타당성을 검증하기 위해 Jung(2007)이 유도한 기존의 해와 비교를 하였다. Jung은 완경사 방정식의 해를 유도하기 위하여 완경사 방정식의 형태를 변수 계수를 가지는 이차 상미분 방정식으로 치환한 후 해의 형태를 멱급수로 가정하여 해

석 해를 유도하였다. 또한 고유함수 전개법의 결과를 Jung의 결과와 비교하여 본 연구에서 유도한 해석 해와 고유함수 전개법으로 구한 해의 수렴성 및 정확성을 비교해 보았다. 장파의 영역에서는 소멸파 성분이 해에 미치는 영향이 적으므로 고유함수 전개법에서의 소멸파 성분을 고려하지 않았다. Jung의 결과는 특정단면에서만 적용이 가능한 모델이므로 본 연구의 검증을 위해 사용한 지형단면은 Jung이 사용한 지형단면과 동일하며, 이에 대하여 해를 구하여 비교하였다. 바닥 지형에 관한 식은 다음과 같이 나타내었다.

$$h = \begin{cases} h_1 & x < -b_1 \\ h = h_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) & -b_1 \leq x < b_2 \\ h_2 & b_2 \leq x \end{cases} \quad (18)$$

여기서, h_1 및 h_2 는 일정 수심 영역에서의 수심을 나타내며, h_0 는 trench 내부에서의 최대 수심값을 의미한다. b_1 및 b_2 는 trench의 폭, a 는 다음과 같이 정의된다(자세한 내용은 참고문헌을 참조; Jung, 2007).

$$a = \frac{b_1}{\sqrt{1 - \frac{h_1}{h_0}}} \quad (19)$$

Fig. 3은 $h_1 = h_2 = 3.2$ m, $h_0 = 6.4$ m, $b_1 = b_2 = 0.5 L_1$ 및 $k_1 h_1 = 0.167$ 인 조건에서 해를 구하여 비교한 것이다. 여기서, k_1 및 L_1 은 각각 입사파 영역(h_1)에서의 파수 및 파장을 의미한다. 그림에서 보여지듯이 고유함수 전개법을 사용하였을 경우에는 구간의 수를 20개 이상으로 나누어야 해가 수렴하였으나 본 연구에서 유도한 방법을 적용하였을 경우에는 구간을 8개 정도로만 나누어도 수렴하는 것을 알 수 있었다. 수렴해 자체도 고유함수 전개법을 사용하여 구한 결과는 Jung의 결과와 어느 정도 차이

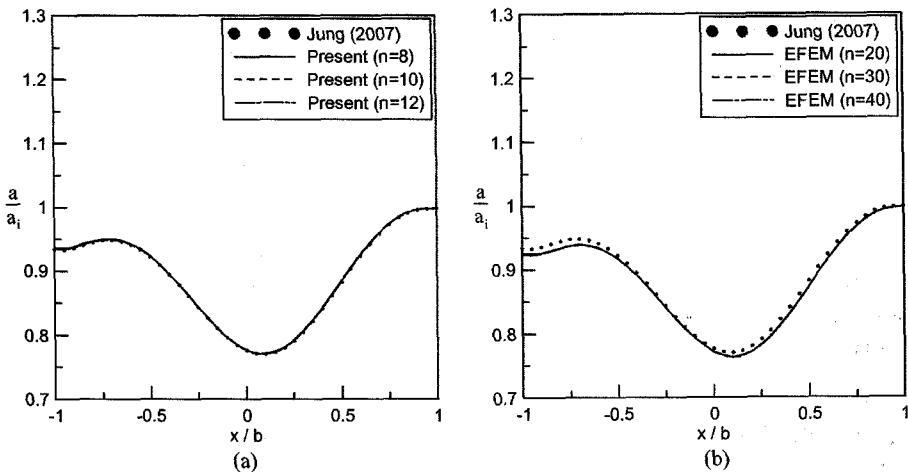


Fig. 3. Comparison of dimensionless wave amplitude between Jung's solution and: (a) present solution; b) eigenfunction expansion method ($k_1 h_1 = 0.167$, $h_1 = 3.2$ m, $h_0 = 6.4$ m, $\alpha = 2$ and $b_1 = 0.5 L_1$).

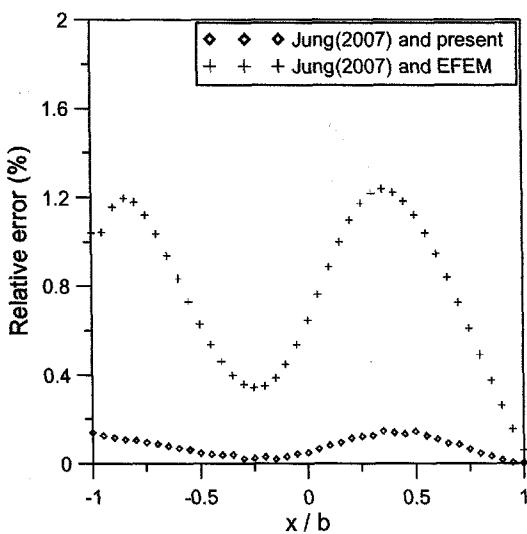


Fig. 4. Relative errors between Jung (2007) and present solution, and Jung (2007) and EFEM ($k_1 h_1 = 0.167$, $h_1 = 3.2$ m, $h_0 = 6.4$ m, $\alpha = 2$ and $b_1 = 0.5 L_1$).

를 보였으나 본 논문에서 유도한 방법을 적용하여 구한 결과는 Jung의 결과와 매우 잘 일치하였다. Fig. 4는 정량적인 분석을 위하여 본 논문에서 구한 해와 고유함수 전개법을 이용하여 구한 해를 Jung의 결과와 비교하여 상대 오차값을 계산한 그림이다. 두 결과 모두 trench 후면 ($x=b$), 즉 파가 투과하는 영역에서는 Jung의 결과와 매우 잘 일치하는 반면 입사파 영역에서는 상대적으로 큰 오차를 보였다. 고유함수 전개법을 이용하여 구한 해의 경우에는 $x=-b$ 에서 1.04%의 상대 오차를 보이는 반면 본

논문에서 유도한 해의 경우 0.14%의 매우 작은 상대 오차를 보였다. 그럼에서 보여 지듯이 전체적으로 본 논문에서 유도한 방법이 고유함수 전개법을 이용하는 방법보다 더 정확한 해를 제시한다는 것을 알 수 있다.

4. 해의 적용

해저 지형에 의한 파의 변형을 알아보기 위하여 본 연구에서는 식 (20)을 사용하여 함몰(trench) 및 돌출(ridge)된 해저 지형을 표현하였다.

$$h = \begin{cases} h_1 & x < x_1 \\ h = h_1 \pm \frac{H}{2} \{ \cos(c\pi x') - 1 \} & x_1 \leq x < x_2 \\ h_1 & x_2 \leq x \end{cases} \quad (20)$$

여기서, h_1 은 일정 수심 영역에서의 수심, H 는 바닥 지형의 높이이며, c , x 는 각각 다음과 같이 정의되는 상수 및 변수이다.

$$c = \frac{2}{x_2 - x_1} \cdot n \quad (21)$$

$$x' = x - x_1 \quad (22)$$

여기서, n 은 해저 지형의 폭이 일정하게 유지된 상태에서 해저 지형의 반복회수를 나타내며 $n=3$ 일 경우 Fig. 5 와 같이 나타낼 수 있다.

먼저, 해저 지형만 존재하는 경우에 해저 지형에 의한 입사파량의 반사율을 계산해보았다. Fig. 6은 $k_1 h_1 = 0.167$,

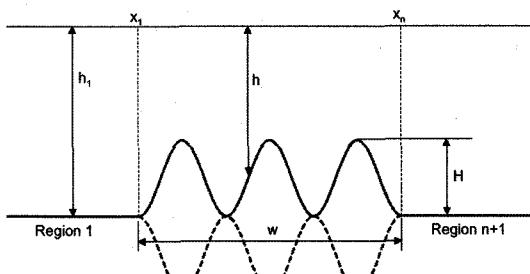


Fig. 5. Definition sketch of bottom topography (solid line – ridge, dash line – trench).

$h_1 = 5.0 \text{ m}$ 및 $n = 1$ 인 조건에서 해저 지형의 폭(w)을 0부터 $2L_1$ 까지 증가시키면서 반사율을 계산한 것이다. 돌출(ridge)된 경우 폭이 증가함에 따라 반사율은 꾸준히 증가 및 감소를 하였다. 전체 영역에서의 반사율의 최대값은 첫 번째 극대값에서 발생하였으며, 폭이 증가할수록 극대값의 크기는 감소하여 $w = 2L_1$ 부근에서는 반사가 거의 일어나지 않았다. 높이(H)가 증가함에 따라 변동폭은 증가하는 반면에 변동주기는 감소하는 것을 알 수 있다. 함몰(trench)된 지형의 경우도 돌출된 지형의 경우와 비슷한 결과가 나타났다. 폭이 증가함에 따라 반사율은 주기적으로 증가 및 감소하는 모습을 보였으며 크기는 점차적으로 감소하였다. H 가 증가하는 경우에는 돌출된 경우와는 다르게 변동폭 및 변동주기가 모두 증가하였다.

Fig. 7 및 8은 Fig. 6과 동일한 조건에서 각각 $n=2, 3$ 의 값을 사용하여 반사율을 계산한 그림이다. Fig. 6과 비슷하게 폭이 증가함에 따라 반사율은 주기적으로 변화하였

으며, 높이가 증가함에 따라 변동폭은 증가하였고 변동주기는 돌출된 경우에는 감소, 함몰된 경우에는 증가하였다. 그러나 최대 반사율은 Fig. 6과 다르게 $n=2$ 인 경우에는 두 번째 극대값에서, $n=3$ 인 경우에는 세 번째 극대값에서 발생하면서 최대 반사율의 발생 위치가 n 의 값에 크게 영향을 받음을 보여주었다.

다음으로 구조물이 설치되어 있는 경우 해저 지형에 의한 구조물의 처오름 높이 변화를 살펴보았다. 여기서 처오름 높이는 구조물 전면에서의 파고값을 입사파의 파고값으로 나눈 무차원 값을 사용하였다. 구조물은 Fig. 9와 같이 직립 구조물을 사용하였으며, 이 경우 해석 해는 해저 지형 후면(영역 $n+1$)에서 식 (11) 대신 식 (9)을 사용하고 다음과 같은 완전반사 경계 조건을 추가하여 모의할 수 있다.

$$\frac{\partial \eta_{n+1}}{\partial x} = 0 \quad (23)$$

Figs. 10~12는 Fig. 6~8과 동일한 조건에서 방파제와 해저 지형 사이의 거리(d)를 $0.5 L_1$ 으로 고정하고, 해저 지형의 폭(w)을 0부터 $2L_1$ 까지 변화시키면서 처오름 높이를 계산한 그림이다. $w \approx 0$ 부근에서는 해저 지형의 영향을 받지 않아 완전 반사가 일어났으며, 돌출지형의 경우 폭이 증가함에 따라 처오름 높이는 주기적으로 증가 및 감소를 하였다. Fig. 6~8과 비슷하게 $n=1$ 인 경우에는 첫 번째 극대값 및 극소값이 전체 영역에서의 최대 및 최소값이 되었으며 $n=2$ 및 3 인 경우에는 각각 두 번째 및 세 번째 극대값 및 극소값이 전체 영역에서의 최대 및

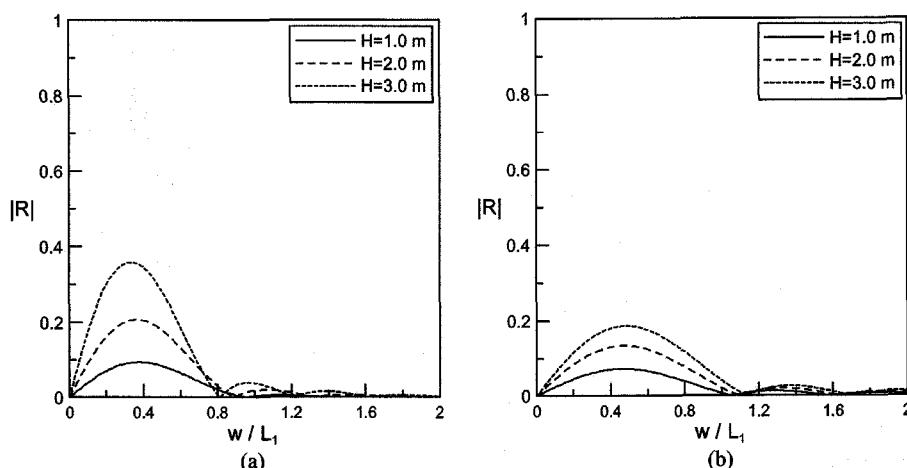


Fig. 6. Variation of reflection coefficients with width of bottom topography: (a) ridge; (b) trench ($k_1 h_1 = 0.167$, $h_1 = 5.0 \text{ m}$ and $n = 1$).

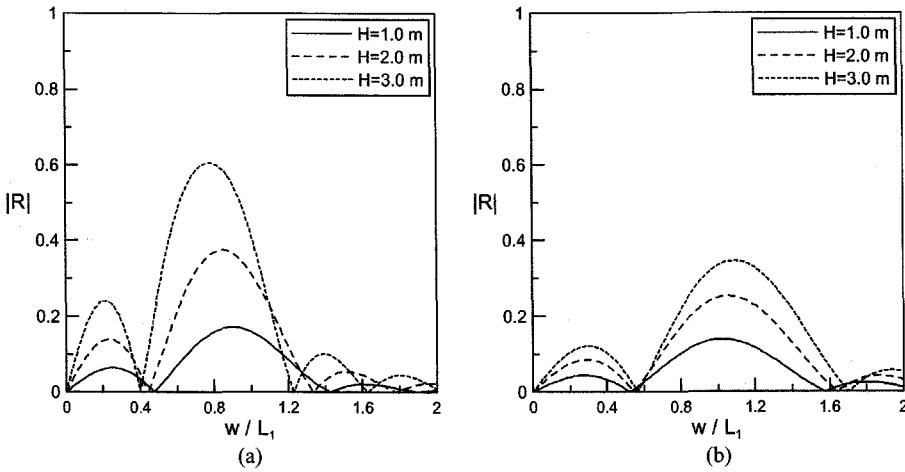
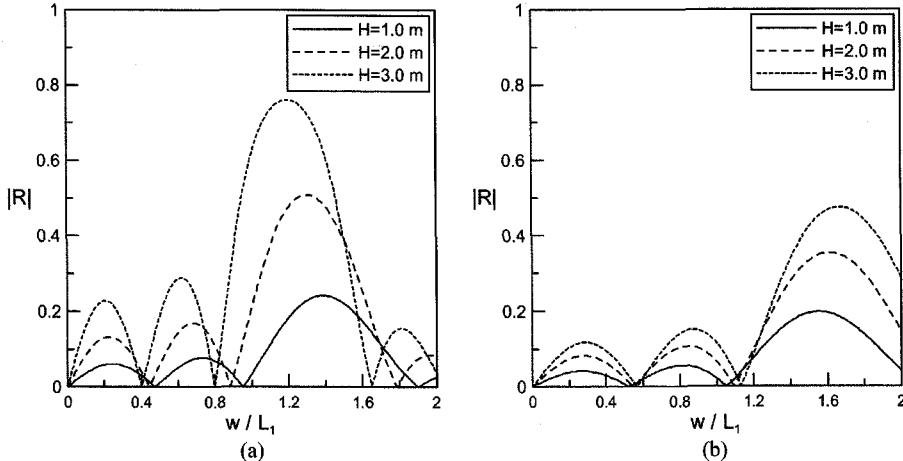
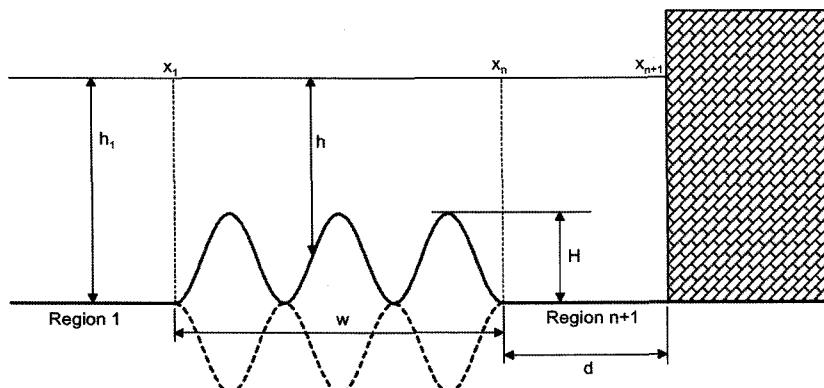
Fig. 7. Same as Fig. 6 except for $n = 2$.Fig. 8. Same as Fig. 6 except for $n = 3$.

Fig. 9. Definition sketch of bottom topography and vertical structure (solid line – ridge, dash line – trench).

최소값이 되었다. 함몰 지형의 경우에는 돌출 지형과는 달리 폭이 증가함에 따라 처오름 높이가 감소하다 증가하

는 경향을 주기적으로 보였다. 돌출 지형과 마찬가지로 $n = 2$ 및 3 인 경우 전체영역에서 최대값 및 최소값은 두

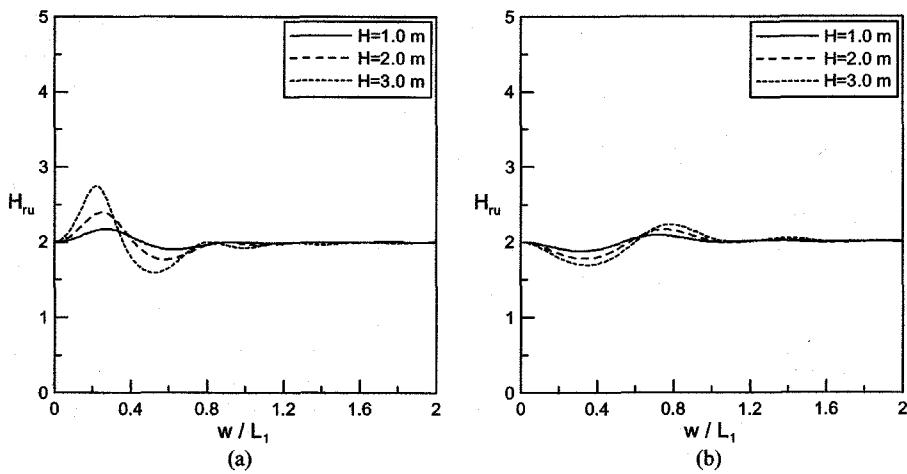


Fig. 10. Variation of dimensionless run-up height with width of bottom topography: (a) ridge ;(b) trench ($k_1 h_1 = 0.167$, $h_1 = 5.0$ m, $d = 0.5 L_1$ and $n = 1$).

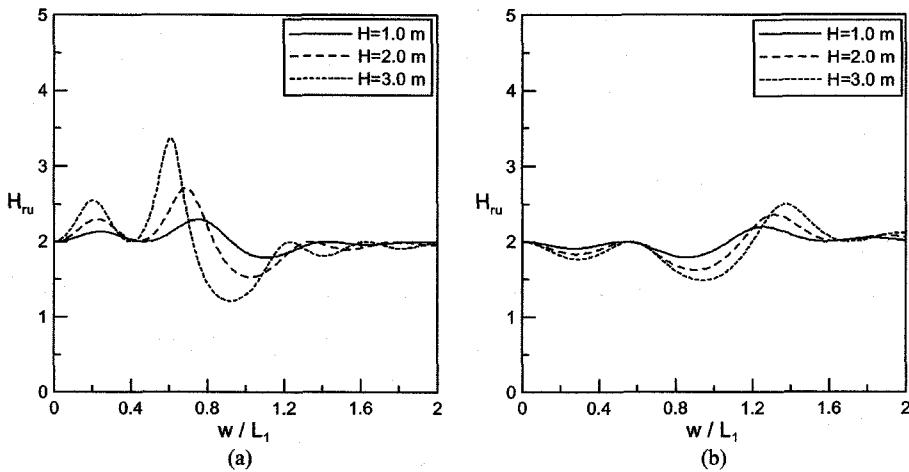


Fig. 11. Same as Fig. 10 except for $n = 2$.

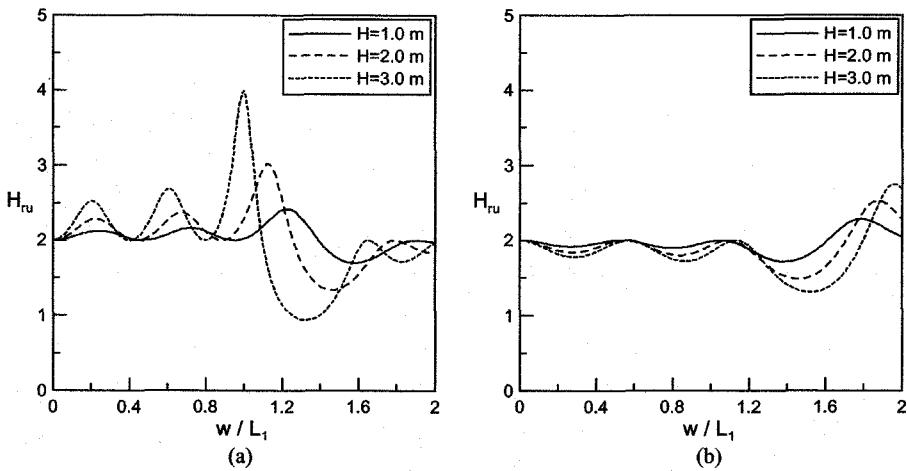


Fig. 12. Same as Fig. 10 except for $n = 3$.

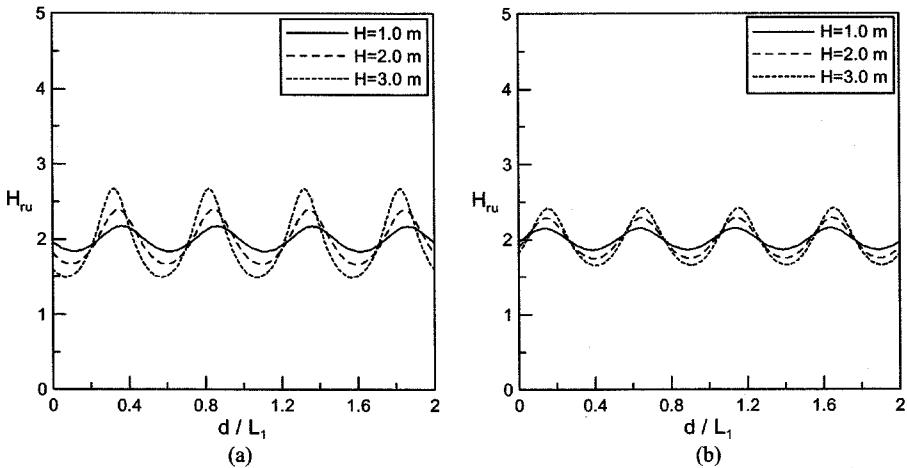


Fig. 13. Variation of dimensionless run-up height with distance between bottom topography and vertical structure: (a) ridge; (b) trench ($k_1 h_1 = 0.167$, $h_1 = 5.0\text{ m}$, $w = 0.5 L_1$ and $n = 1$).

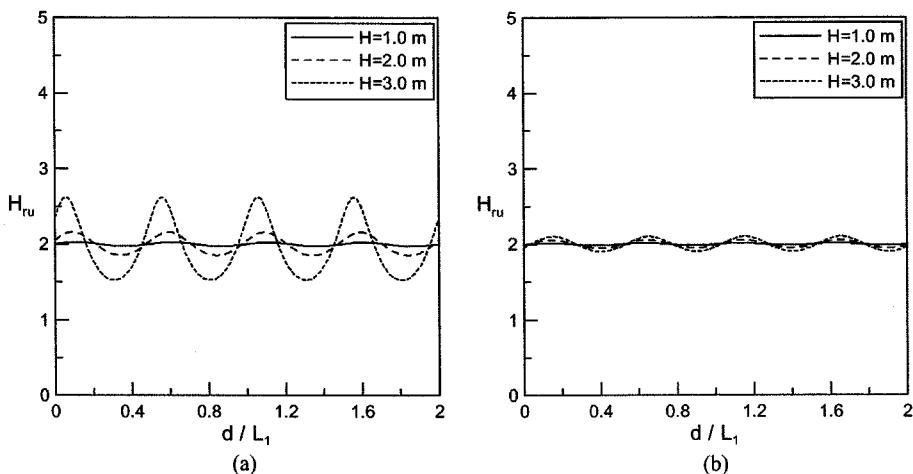
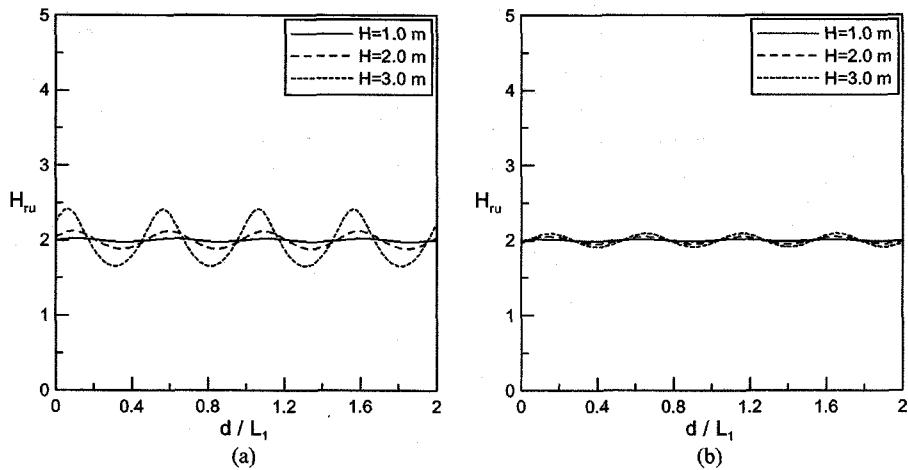


Fig. 14. Same as Fig. 13 except for $n = 2$.

번째 및 세 번째 극대값 및 극소값에서 발생하였다. n 값이 증가함에 따라 최대값은 더욱 커지며 최소값은 더욱 작아지기 때문에 동일한 형태의 해저 지형에 대해서도 폭의 크기에 따라 해저 지형이 직립 구조물의 전면에서의 쳐오름 높이에 끼치는 영향은 매우 달라질 수 있음을 알 수 있다.

마지막으로 직립 구조물과 해저 지형 사이의 거리변화에 의한 쳐오름 높이의 변화를 살펴보았다. Fig. 13~15는 Fig. 6~8과 동일한 조건에서 $w = 0.5 L_1$ 로 고정한 후 해저 지형과 구조물 사이의 간격(d)를 0부터 $2L_1$ 까지 변화시

키면서 쳐오름 높이를 계산한 결과이다. $n = 1$ 인 경우에는 돌출 지형의 경우 간격이 증가함에 따라 감소하다가 증가하는 경향을 주기적으로 나타내는 반면 함몰 지형의 경우에는 간격이 증가함에 따라 증가하다가 감소하는 경향이 주기적으로 나타났다. 그러나 $n = 2$ 및 3인 경우에는 돌출 및 함몰 지형 모두 증가하다 감소하는 경향을 주기적으로 보였다. 파고가 증가함에 따라 변동폭은 증가하였으며 n 이 증가하는 경우에는 변동폭이 감소하였다. 그러나 변동주기는 파고 및 n 의 값에 상관없이 $0.5 L_1$ 의 값을 가졌다.

Fig. 15. Same as Fig. 13 except for $n = 3$.

5. 결 론

Takano(1960)와 Dean(1964)의 방법을 혼합하여 임의의 지형 위를 통과하는 장파의 해를 해석적인 방법을 사용하여 유도하였다. 유도된 해는 기존의 해석적인 방법을 사용하여 구한 해와 비교한 결과, 장파의 영역에서 Takano가 제안한 고유함수 전개법보다 적은 구간을 사용하여 정확하게 해를 계산하였으며 다양한 형상의 지형에 대해 적용이 가능하다는 것이 확인되었다. 본 논문에서 유도된 해를 사용하여 해저 지형에 적용한 결과, 해저 지형의 형태, 폭 및 높이 등에 따라 반사율은 크게 차이를 보였다. 폭을 증가시키면서 반사율을 계산하였을 때, 함몰이나 돌출 지형이 하나만 존재하는 경우에는 첫 번째 극대점에서 가장 큰 반사율을 보인 반면 지형의 개수가 증가함에 따라 최대 반사율은 지형의 개수에 해당하는 극대점에서 발생하였다. 반사율의 변동폭은 해저 지형의 폭이 증가함에 따라 증가하였으나 변동주기는 돌출 지형인 경우에는 감소하는 반면 함몰 지형인 경우에는 증가하였다.

다음으로, 해저 지형 후면에 직립 구조물이 설치되어 있는 경우에 대하여 해를 적용하여 결과를 분석하였다. 해저 지형과 구조물 사이의 거리, 해저 지형의 폭 및 해저 지형의 개수에 변화를 주면서 쳐오름 높이를 계산한 결과, 해저 지형의 폭을 변화시켰을 경우에는 투과율 및 공명 현상에 의해 크게 변동하는 모습을 보였으며 해저 지형과 방파제 사이의 거리에 변화를 주었을 경우에도 비슷하게 나타났다. 따라서 해저 지형을 이용하여 구조물을

보호하는 경우, 해저 지형의 형태에 따라 해저 지형과 구조물 사이의 거리를 적절히 조절해야 파랑의 차단 효과를 증가 시킬 수 있음을 알 수 있다.

본 논문에서 사용한 해는 간단한 지형에 대하여 선형과 이론을 사용하였기 때문에 실제 현장에 적용하기에는 무리가 있다. 따라서 실제 현장에 적용하기 위해서는 불규칙파 등을 고려할 수 있는 정교한 수치모의 및 실험이 보충되어야 한다.

참고문현

- Bender, C.J. and Dean, R.G. (2003). Wave transformation by two-dimensional bathymetric anomalies with sloped transitions. Coastal Eng., No. 50, pp. 61-84.
- Chang, H.-K. and Liou, J.-C. (2007). Long wave reflection from submerged trapezoidal breakwaters. Ocean Eng., No. 34, pp. 185-191.
- Cho, Y.-S. and Lee, C. (2000). Resonant reflection of waves over sinusoidally varying topographies. J. Coastal Res., No. 16, pp. 870-879.
- Dean, R.G. (1964). Long wave modification by linear transitions. Rev. Mat. Hisp.-Am., Vol. 1, No. 90, pp. 1-29.
- Jung, T.H. (2007). Analytical solutions for waves propagating over depression of seabed. Ph. D. Thesis, Seoul National University.
- Kirby, J. and Dalrymple, R.A. (1983). Propagation on oblique incident water waves over a trench. J. Fluid Mech., No. 133, pp. 47-63.
- Lin, P. and Liu, H.-W. (2005). Analytical study of linear long-

wave reflection by a two-dimensional obstacle of general trapezoidal shape. *J. of Eng. Mech.*, No. 133, pp. 822-830.
Lin, P.L.-F., Cho, Y.S., Kostense, J.K., and Dingemans, M.W. (1992). Propagation and trapping of obliquely incident wave groups over a trench with current. *Applied Ocean Research*, No. 14, pp. 201-212.

Takano, K. (1960). Effects d'un obstacle parallélépipédique sur propagation de la houle. *Houille Blanche*, No. 15, pp. 247-267.

Received June 15, 2007

Accepted September 6, 2007