

Boussinesq 파랑전파모델에서 스펀지층을 이용한 반사경계의 모의 Simulation of Reflective Boundaries Using the Sponge Layer in Boussinesq Wave Propagation Model

전인식*
Insik Chun*

요 지 : 비선형 Boussinesq 파랑전파 모델에서 방파제, 호안 등의 반사 경계면에 스펀지층을 설치하여 반사율을 모의하는 방법을 제안하였다. 스펀지층의 반사특성을 도출하기 위하여 상대 스펀지폭(스펀지층 폭/입사파장)을 변화시키는 일차원 수치실험을 수행하였다. 실험결과, 상대 스펀지폭을 조정함으로써 무반사에서 완전반사까지 반사율을 효과적으로 구현할 수 있음을 보였으며, 실험결과에 근거하여 반사율과 관련 무차원 변수들간의 다중회귀분석식을 제시하였다. 마지막으로, 본 스펀지층을 이차원 방파제에 적용하였으며, 스펀지층이 반사경계로서 평면 이차원 조건에서도 충분히 효과적으로 사용될 수 있음을 예시하였다.

핵심용어 : Boussinesq 모델, 스펀지층, 반사경계, 상대 스펀지폭, 반사율, 반무한 방파제

Abstract : The present study proposed a method for simulating reflective boundary conditions in Boussinesq wave propagation model by lining lateral boundaries like breakwaters and seawalls with artificial sponge layers. In order to find out the reflective characteristics of sponge layers, 1D numerical experiments were performed varying the relative sponge width (sponge width/wave length). The results showed that the reflection coefficient can be effectively realized from no reflection to full reflection simply by adjusting the relative sponge width. Based on the results, a multiple regression formula was proposed to delineate the relationship among the reflection coefficient and other dimensionless variables. Finally, the reflective sponge layer was applied to a semi-infinite breakwater, demonstrating that it can also be successfully employed in 2D applications.

Keywords : Boussinesq model, sponge layer, reflective boundary, relative sponge width, reflection coefficient, semi-infinite breakwater

1. 서 론

항만구조물에 대한 천해설계파를 결정하거나 항만정온도를 평가하기 위하여 파랑전파 수치모델을 이용하는 경우, 정확한 계산결과를 획득하기 위해서는 방파제 및 호안 등을 포함한 측방경계에서의 반사율을 정확히 반영하여야 한다. 설계 실무에 많이 사용되고 있는 시간의존 환경사방정식 모델은 경계에서의 반사경계조건에 반사율을 직접 입력한다. 그러나, 비선형 전파모델인 Boussinesq 방정식 모델에서는 모델의 특성 상 반사경계조건을 설정하기 위한 이론적 식이 가용하지 않다. 이와 같은 난점을 우회하기 위하여 Madsen 등(1997)은 측방경계에 사측층을

가상적으로 설정하여 공극매체에 의하여 파 에너지가 소멸되는 방식으로 반사율을 간접 구현하는 기법을 제시하였다. 한편, 平山·平石(2002)은 Cruz 등(1993)이 제안한 스펀지층의 두께 및 특성을 변화시켜 반사율을 구현하는 기법을 제시한 바 있다.

본 연구에서는 Nwogu(1993)의 약비선형 Boussinesq 모델에 Israeli와 Orszag(1981)가 제시하였으며 Wei 등(1999)과 전 등(2005, 2006)이 사용한 바 있는 Newtonian cooling 스펀지층을 적용하여 반사율과 입사파랑 그리고 스펀지 파라미터들과의 관계를 도출하기로 한다. 단면 일차원 Boussinesq 모델을 사용하여 반사율 관계를 구한 후 평면 이차원 모델을 사용하여 Penny와 price(1952)의 반

*Department of Civil Engineering, Konkuk University, 1 Hwayang-dong, Kwangjin-ku, Seoul 143-701, Korea. ischun@konkuk.ac.kr

무한 방파제에 적용해보기로 한다.

2. 지배방정식 및 측방경계조건

본 연구에서는 수면변위 η 와 유속성분(u, v)를 구하기 위하여 Nwogu(1993)가 제안한 다음과 같은 약비선형 형태의 Boussinesq 방정식을 사용하였다. 유속성분은 수심에서의 연직위치 $z_\alpha = -0.531 h$ 에서의 수평방향 유속을 의미한다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = E(\eta, u, v) + f(x, y, t) + E_{sp} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = F(\eta, u, v) + \frac{\partial F_1(v)}{\partial t} + F_b + F_{br} + F_{sp} \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = G(\eta, u, v) + \frac{\partial G_1(u)}{\partial t} + G_b + G_{br} + G_{sp} \tag{3}$$

식 (1)에서 f 는 조파항이며, 식 (2), (3)에서의 U, V, E, F, G, F_1 와 G_1 는 고차미분항들의 조합으로 구성된 변수이다(전인식 등, 2003). 그리고, (F_b, G_b)는 바닥찰항, (F_{br}, G_{br})는 쇄파감쇠항, (E_{sp}, F_{sp}, G_{sp})는 스펀지 감쇠항을 의미한다.

식 (1)~식 (3)을 풀기 위한 기존의 수치해석에서는 임의의 반사경계에서 매 시간스텝 별 직각 유속성분을 구하기가 사실 상 불가능하기 때문에 편의상 반사경계를 완전반사로 처리하는 경우가 일반적이다. 스펀지층의 설정은 이와 같은 난점을 극복하기 위한 것이며 입사파가 스펀지층을 거치면서 파 에너지가 점진적으로 감쇠되는 특징이 있다. 본 연구에서는 다음과 같은 Israeli와 Orszag (1981)의 Newtonian cooling 스펀지층을 사용하였다.

$$E_{sp} = -w_s \eta \tag{4}$$

$$F_{sp} = -w_s u \tag{5}$$

$$G_{sp} = -w_s v \tag{6}$$

여기서, w_s 는 일종의 소멸계수로서 다음과 같다.

$$w_s(x, y) = w_o \omega f(x) \tag{7}$$

$$f(x) = \frac{\exp[(x-x_b)/S]^2 - 1}{\exp(1) + 1} \tag{8}$$

여기서, w_o 는 스펀지의 강도(strength), ω 는 입사파 각주파수, S 는 스펀지층의 두께, x 는 S 내 임의점에서의 좌표, x_b 는 입사파 방향에서의 S 의 시점 좌표를 각각 의미한다.

3. 스펀지층의 반사특성

반사율 K_r 에 영향을 미치는 요소를 열거하고 이들을 무차원 관계식으로 표현하면 다음과 같다.

$$K_r = f\left(\frac{H_s}{L}, \frac{d}{L}, \frac{S}{L}, \frac{S}{\Delta x}\right) \tag{9}$$

여기서, H_s 는 입사파 유의파고, L 는 입사파장, d 는 수심, Δx 는 계산격자간격을 의미한다. 우변의 무차원수들은 차례대로 파형경사, 상대수심, 상대스펀지 폭, 그리고 스펀지층에 존재하는 절점수이다.

스펀지층의 반사특성을 파악하기 위하여 다음과 같은 일차원 수치실험을 수행하였다. 실험에 사용된 수치수조는 Fig. 1과 같다. 반사율은 3개의 수치파고계 시그널에 대하여 박 등(1992)의 삼점법을 이용하여 계산하였다. 총 실험시간은 수치조파기에서 수조 우단까지의 거리에 대한 군파의 통달시간 t_g 을 이용하여 $4t_g$ 와 같이 취하였으며, 파고계 독취는 $2t_g$ 이후로 하였다. 스펀지층의 강도는 $w_o = 1.0$ 과 $w_o = 10.0$ 을 각각 시도하였다. 수치조파는 Wei 등(1999)이 제안한 source function 기법을 사용하였다.

실험에 사용된 파랑조건과 식 (9)에 열거된 무차원 변수들의 범위는 Table 1과 같다. 절점간격 Δx 는 0.02 m, 0.05 m, 0.1 m 그리고 0.2 m의 네 가지로 변화시켜 수

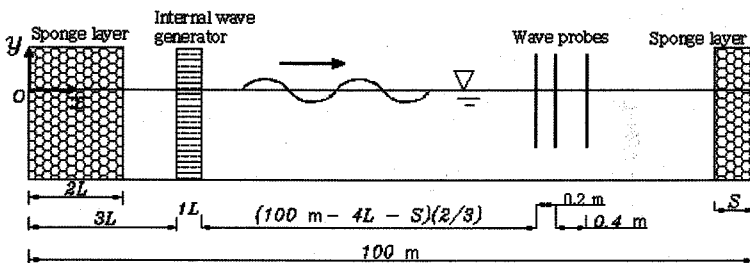


Fig. 1. Numerical wave flume (1D).

Table 1. Experimental conditions and the ranges of dimensionless numbers

H_s (m)	주기 T (s)	d (m)	H_s/L	d/L	S/L
0.05	0.5~2.5	0.6	0.009~0.060	0.143~1.036	0.1~1.0
		0.8	0.008~0.056	0.125~0.890	0.1~1.0
		1.0	0.007~0.052	0.106~0.721	0.1~1.0

Table 2. Range of the number of nodes inside sponge layers

Δx (m)	$\Delta x/L$	S/L	$I_s = \text{Int}(S/\Delta x)$
0.02	0.003~0.024	0.1~1.0	5~349
0.05	0.007~0.060	0.1~1.0	2~140
0.1	0.014~0.120	0.1~1.0	1~70
0.2	0.029~0.240	0.1~1.0	1~35

치해석을 수행하였다. 각 Δx 에 대한 $\Delta x/L$ 및 우측 스펀지층내의 절점수 I_s 의 범위는 Table 2와 같다. 계산시간 간격 Δt 는 각 절점간격에 따라 CFL 조건에 따라서 수치 해석 내에서 자동 계산될 수 있도록 하였다.

대표적으로 주기 1.02초, 수심 0.6 m에 대한 반사율을 계산하여 그 결과를 Fig. 2에 도시하였다. 상대 스펀지폭이 증가함에 따라 반사율이 감소한다. 반사경계의 절점간격이 0.1 m까지는 대체적으로 유사한 변화를 보이나 0.2 m에서는 상당정도의 차이가 발생하며 반사율이 증가할수록 (스펀지층이 얇아질수록) 그 차이가 증가한다. 또한, 스펀지 강도 w_o 가 작을수록 S/L 에 대한 반사율의 변화가 완만해짐을 볼 수 있다.

상기와 같이 절점간격이 클수록 스펀지층 내에 위치하는 절점수가 감소하며 결과적으로 반사율의 왜곡을 초래한다. $w_o = 1.0$ 의 경우, $\Delta x = 0.1$ m에서는 반사율이 0.65 이상에서, $\Delta x = 0.2$ m에서는 반사율이 0.15 이상에서 각각 스펀지 내 절점수가 4 미만으로 감소한다. 전반적으로 절점수가 5 이상일 때 반사율이 제대로 구현되는 것으로

나타났다.

선행과 가정에 의하여 H_s/L 의 영향을 무시하고 격자간격 $\Delta x = 0.02$ 에 대한 반사율 결과를 d/L 와 S/L 에 대하여 다중회귀분석하면 다음과 같다.

$$K_r = a_0 + a_1(d/L) + a_2(d/L)^2 + a_3(d/L)^3 + a_4(d/L)^4 + b_1(S/L) + b_2(S/L)^2 + b_3(S/L)^3 + b_4(S/L)^4 \quad (10)$$

와 같다. 여기서, 스펀지 강도에 따른 계수 값 a , b 는 Table 3과 같다.

식 (10)의 우변, 좌변을 각각 X 축과 Y 축으로 하여 각 계산격자에 대한 회귀분석 예측치와 수치실험치들을 Fig. 3

Table 3. Coefficients in the regressive formula of reflection coefficient

계수	w_o	
	1.0	10.0
a_0	0.88	0.82
a_1	0.22	3.18
a_2	0.62	-9.28
a_3	-1.33	12.13
a_4	0.81	-5.46
b_1	-0.47	-7.30
b_2	-5.25	18.16
b_3	8.92	-19.63
b_4	-4.16	7.60

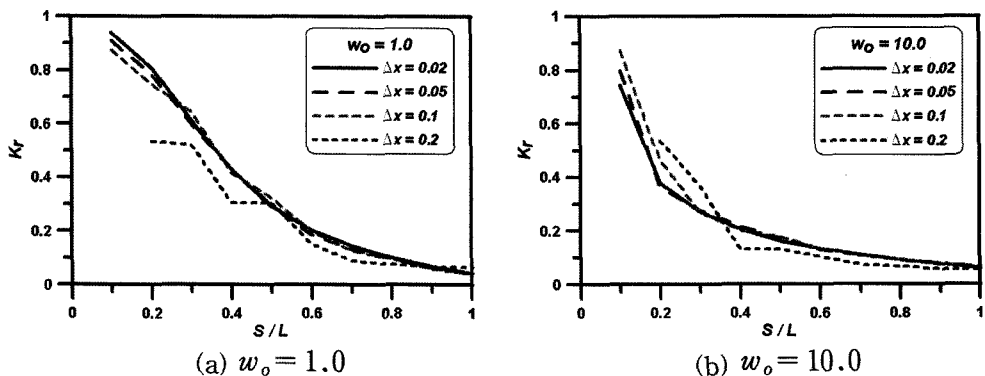


Fig. 2. Variation of reflection coefficients with the change of Δx ($H_s/L = 0.032$, $d/L = 0.379$).

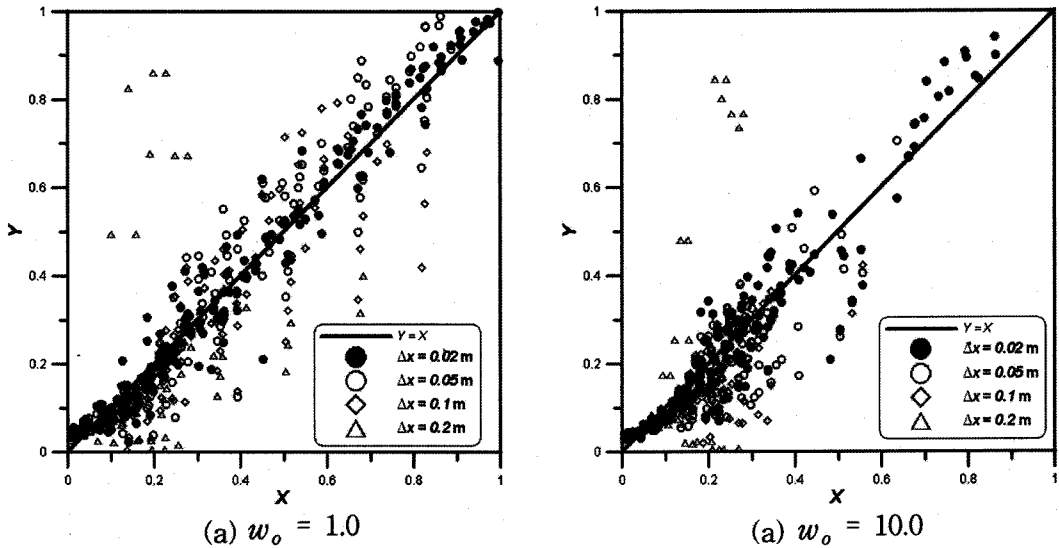


Fig. 3. Comparison of regressive formula and experimental values.

에 도시하였다. 여기서, 실험치들은 스펜지층내 절점수가 5 이상인 경우의 결과만 포함하였다.

Fig. 3(a)에서 $\Delta x = 0.02$ 의 경우 회귀식은 다소의 분산을 보이거나(무시된 H/L 의 영향으로 보임) 평균적으로 실험치를 잘 대변하고 있다. 이와 같은 성향은 비록 절점간격이 증가할수록 이탈정도는 심해지나 $\Delta x = 0.1$ m까지는 회귀분석식이 대체적으로 유효한 것으로 볼 수 있다. 그러나, $\Delta x = 0.2$ m에서는 대체적으로 0.2 이상의 반사율에서 상당정도의 이탈이 발생하며 $\Delta x = 0.02$ m의 회귀식이 더 이상 유효하지 않게 된다. 이와 같은 현상은 Fig. 3(b)에서도 나타나 있다.

상기 결과에서 알 수 있듯이 반사율은 스펜지층 내 절점수가 5개 이상인 조건에서도 Δx 에 따라서 달라짐을 알 수 있다. 따라서, 모든 파랑조건과 절점간격을 포괄하는

정확한 $K_r - S/L$ 의 관계식을 제시하는 것은 현실적으로 타당하지 않은 것으로 판단된다. 회귀식 (10)은 Table 2에 나타나 있듯이 $\Delta x \leq 0.1$ 에 해당하는 $\Delta x/L \leq 0.1$ 의 범위에서 사용하는 것이 권장된다. 특정 파랑조건(주기, 파고, 수심)과 절점간격에 대한 정확한 관계식을 구하기 위해서는 직접 본 일차원 수치해석을 수행하는 것이 바람직하다. 단, 격자간격이 작을수록 반사율의 재현성은 좋아지나 과도한 절점 수에 따른 계산시간의 현격한 증가가 발생함수 있음에 유의하여야 한다.

일단, 식 (10)의 유효성을 검토하기 위하여 두개의 서로 다른 파랑조건에 대하여 수치실험을 수행하였다. 먼저 목적 반사율을 설정하고 식 (10)을 이용하여 스펜지층의 두께를 결정한 다음 수치해석을 수행하여 반사율을 계산하였다. 절점간격은 $\Delta x = L/50$ 로 취하였으며 불규칙파

Table 4. Results of the verification of the regressive formula ($w_o = 1.0$)

case	wave	d (m)	T_s (s)	H_s (m)	Δx (m)	Target K_r	S (m)	I_s	Realized K_r
1	Regular	0.5	1.2	0.04	0.041	0.9	0.0700	4	0.8647
2	"	"	"	"	"	0.7	0.2101	11	0.6804
3	"	"	"	"	"	0.5	0.3301	17	0.4579
4	"	"	"	"	"	0.3	0.4684	24	0.2631
5	"	"	"	"	"	0.1	0.7391	37	0.1003
6	"	1.2	2.0	0.06	0.149	0.9	0.0620	4	0.8423
7	"	"	"	"	"	0.7	0.2048	11	0.6558
8	"	"	"	"	"	0.5	0.3247	17	0.4385
9	"	"	"	"	"	0.3	0.4613	24	0.2529
10	"	"	"	"	"	0.1	0.7144	36	0.1037
11	Irregular	0.5	1.2	0.04	0.041	0.3	0.4684	24	0.3032
12	"	1.2	2.0	0.06	0.149	0.7	0.2048	11	0.6636

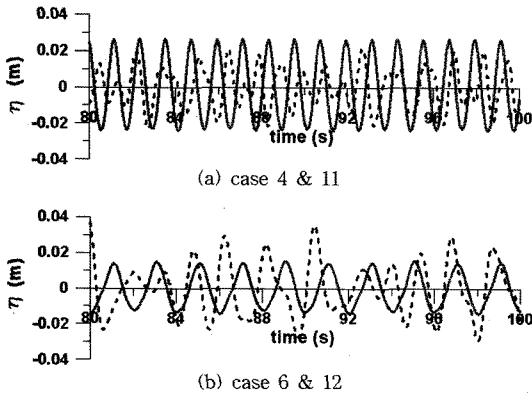


Fig. 4. Time series of wave signals (solid lines : regular wave, dashed lines : irregular wave).

(Bretschneider-mitsuyasu 스펙트럼)의 경우는 시그널 독립구간을 $4t_g \sim 10t_g$ 로 정하였다. Table 4는 입사파 조건 및 계산결과를 보여준다. 목적반사율과 계산반사율을 비교하여 보면 대략적으로 0.05의 범위 내에서 이들 값들이 서로 유사함을 알 수 있다. 동일 유의파 조건에서의 규칙파와 불규칙파의 시계열들을 Fig. 4에 예시하였다.

4. 이차원 적용 예시

평면 2D에서 임의 배치형상을 갖는 반사경계면에 대하여 해당 반사율에 상응하는 스펀지층을 피복하여 반사율을 구현할 수 있다. 스펀지층의 평면 이차원 적용성을 고찰하기 위하여 수심 20 m의 영역($2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$)에서 주기 10 초, 파고 2 m인 규칙파를 직각으로 입사하여 반무한 방파제 주변의 파랑변형을 검토하였다. 계산영역의 4변에는 각각 폭 $2L$ 인 스펀지층(강도 10)을 설치하였다.

Fig. 5는 주어진 반사율에 해당하는 스펀지층의 두께를 식 (10)을 이용하여 구한 후 이를 폭 8 m의 방파제에 피복하여 구한 주변 수면변위이다. 각 그림에 방파제의 제간부 및 제두부에 피복된 스펀지층이 도시되어 있다. 그림 (a)는 완전반사조건이며 방파제 전면에서 중복파의 형성을 볼 수 있다. 반면, 그림 (c)는 무반사조건으로서 방파제 전면에서 진행파 형상을 보여준다. 반사율이 0.5인 (b)에서는 방파제 전면에서 약간의 부분중복파가 형성되어 있음을 볼 수 있다.

사전 설정된 계측선 상(Fig. 5(a)에서의 AA'과 BB')의 파고변화를 Fig. 6과 Fig. 7에 각각 도시하였다. 완전반사

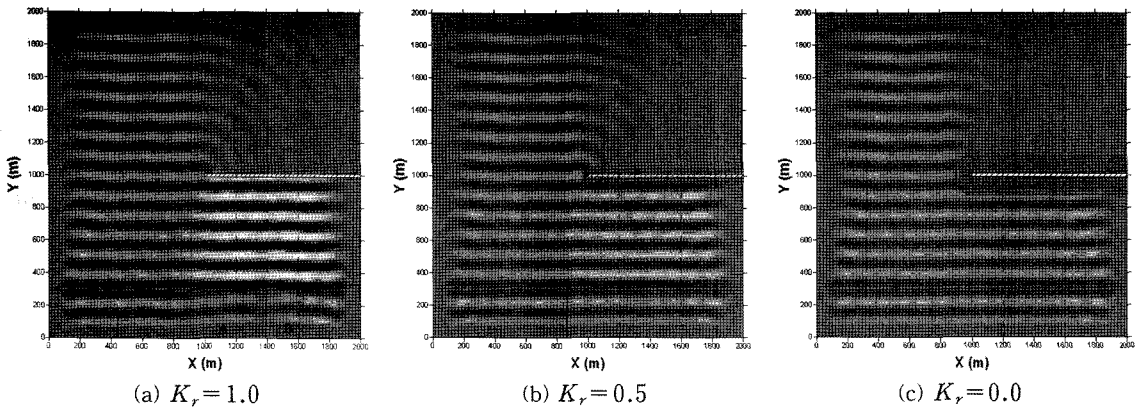


Fig. 5. Wave patterns with the different sponge layers coated on a semi-infinite breakwater.

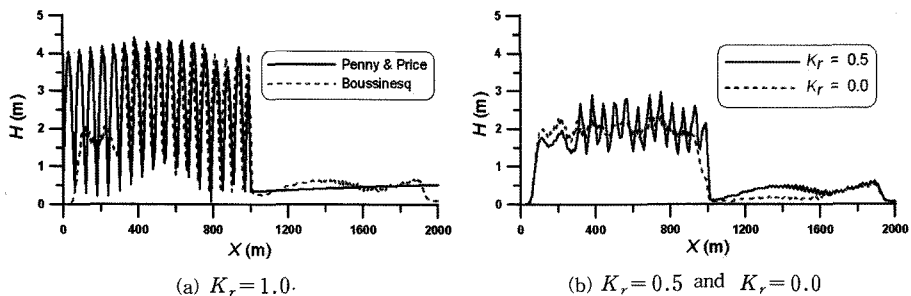


Fig. 6. Wave height variations along the line A-A' ($X=1,200 \text{ m}$).

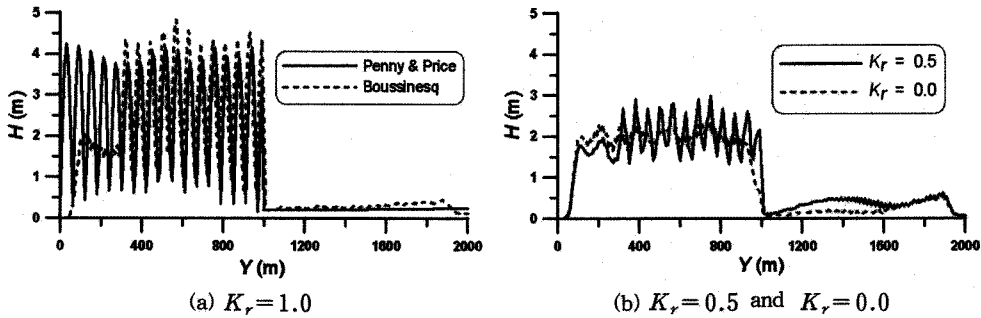


Fig. 7. Wave height variations along the line B-B' ($X=1,600$ m).

조건($K_r = 0.0$)에서는 Penny와 Price(1952)의 이론해의 결과를 함께 도시하였다. 계산치(Boussinesq로 표시)의 시작부분과 끝부분에서의 파고 저하는 하·상변 투과경계의 스펜지층에 의한 것이다. 측선 AA'에서는 이론치와 계산치가 잘 일치하고 있으나 측선 BB'에서는 계산치가 이론치를 상회함을 볼 수 있다. 이에 대한 원인은 Boussinesq 모델에서의 파의 비선형성에 기인된 것으로 보인다. 반사율이 감소할수록 방파제 전면에서의 파고는 감소하며 무반사에서는 파고가 거의 입사파 파고에 근접한다. 아울러, 방파제 후면에서도 반사율이 작을수록 회절파의 반사가 감소하며 파고가 작게 형성됨을 볼 수 있다.

5. 결 론

Boussinesq 파랑전파 모델의 적용에서 방파제 및 호안 등을 포함하여 계산영역 내에 존재하는 반사경계를 적절히 모의하기 위하여 경계면에 스펜지층을 가상적으로 설치함으로써 요구 반사율을 간접적으로 구현하는 방법을 제시하였다. 일차원 단면 수치해석을 통하여 스펜지층의 반사특성을 고찰하였으며 반사율과 관련 무차원 변수들간의 다중회귀분석식을 제시하였다. 본 스펜지층의 효과를 반무한 방파제를 이용한 이차원 수치실험을 통하여 검토한 결과, 임의 이차원 배열 형상을 갖는 반사경계에 대하여 본 스펜지층을 이용하여 반사율을 적절히 구현할 수 있음을 보였다.

본 스펜지층을 이용한 부분반사 재현기법은 Nwogu(1993)의 약비선형 Boussinesq 모델과 Israeli과 Orszag(1981)의 스펜지층에 기반을 둔 것으로서 임의 반사경계에 적정 두께의 스펜지층을 피복함으로써 부분 반사율 구조물 주변에서의 파랑변형을 적절히 모의할 수 있을 것으로 판단된다.

사 사

본 연구는 해양수산부가 지원하는 2006년도 “항만리모델링 공학기반 구축 연구” 사업의 결과중 일부를 발췌한 것임.

참고문헌

- 박우선, 오영민, 전인식 (1992). 최소자승법에 의한 입·반사파의 분리기법, 한국해양·해양공학학회지, 4(3), 139-145.
- 전인식 (2003). 항만시설개선을 통한 가동율 제고방안 연구용역(1), 해양수산부, 425 p.
- 전인식, 성상봉, 김귀동, 심재설 (2005). Boussinesq 방정식을 이용한 수중천퇴에서의 파랑변형 및 파랑류 계산, 17(3), 202-212.
- 전인식, 김귀동, 심재설 (2006). 수중천퇴에서의 쇄파거동 예측을 위한 Boussinesq 방정식 모델의 적용, 18(2), 154-165.
- Cruz, E., Yokoki, H., Isobe, M. and Watanabe, A (1993). Non-reflecting boundary conditions for nonlinear wave, Proc. of Coastal Eng., JSCE, 40, 46-50 (in Japanese).
- Israeli, M and Orszag, S.A. (1981). Approximation of radiation boundary conditions, J. Computational Physics, 41, 115-135.
- Madsen, P.A., Sorensen, O.R. and Schaffer, H.A. (1997). Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves, Coastal Engineering, 32, 255-287.
- Nwogu, O. (1993). An alternative form of the Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Waterway, Port, Coast, Ocean Engrg, 119(6), 618-638.
- Penny, W.G and Price, A.T. (1952). The diffraction theory of sea waves and shelter afforded by breakwaters, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Physical Science and Engineering, 244(882), 236-253.
- Wei, G, Kirby, J.T. Grilli, S.T. and Subramanya, R. (1995). A

fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves, *J. Fluid Mech.*, 294, 71-92.
Wei, G, Kirby, J.T. and Sinha, A. (1999). Generation of waves in Boussinesq models using a source function method, *Coastal Engineering*, 36, 271-299.
平山克也 · 平山哲也 (2001). ブシネスクモデルにおける透水層

内の波浪減衰を考慮した任意反射境界處理法の開發, 海岸工学論文集, 48, 26-30.

Received February 25, 2007

Accepted September 3, 2007