오일러가 수학사에 미친 영향에 대한 소고

오일러의 탄생 300주년을 기념하며

수원대학교 수학과 **고영미**
ymkoh@suwon.ac.kr
수원대학교 수학과 **이상욱**
swree@suwon.ac.kr

오일러의 탄생 300주년을 기념하여 2007년에 세계 각국에서는 각종 학술행사가 계획되고, 미국에는 오일러의 업적을 온라인상에 모아놓은 Euler Archive가 생겼다. 본 글에서는 Euler Archive의 활용을 제안하는 한편, 현재에 이르기까지 수학사상 가장 많은 업적을 일궈낸 오일러의 삶을 간단히 돌아보고, 그가 증명한 수학 정리들 중에서 가장 대표적인 10개의 정리들에 대한 배경과 수학 지식세계에 미친 영향을 살펴봄으로써 오일러의 탄생 300주년을 축하하고자 한다.

주제어 : Euler Archive, Euler Society

1. 오일러 탄생 300주년, 2007년

2007년은 인류 역사상 가장 업적이 많은 수학자이면서 가장 훌륭한 학자 중 한 사람으로 손꼽히는 오일러(Leonhard Euler)의 탄생 300주년이 되는 해로, 세계 각국은 이를 기념하기 위한 각종 행사를 준비하고 있다([7]). 특히, 오일러가 졸업한 스위스의 바젤(Basel) 대학교는 The Leonhard Euler Tercentenary - Basel 2007 이라는 제목으로 3월부터 9월에 이르기까지 오일러의 삶과 업적, 그리고 그가 현대 수학과 과학 등 지식세계에 미친 영향에 관한 강의, 국제 심포지엄, 전시회, 다큐멘터리 영화 상영, 각종 학술행사 등을 포함한 다양한 행사들을 진행하고 있다([4]). 오일러가 수십 년간 활동을 했던 독일의 베를린과 러시아의 성 페테르스부르그(St. Petersburg)에서도 오일러의 탄생 300주년을 기념하는 학술회의 등을 포함한 다양한 행사가 진행되고 있다. 미국에서도 Euler Society의 주관 하에 8월에 The Euler Tercentenary Conference를 개최할 예정이고([3]), 미국수학협회(Mathematical Association of America, MAA)도 6월에 워크샵을 개최하고 7월에는 오일러의 탄생 도시 바젤과 그의 활동 무대였던 베를린과 성 페테르스부르그를 둘러보는 프로그램인 Euler Tour (7월 1~14일)를 마련하고 있을 뿐만 아니라, 오일러 탄생 300주년에 맞춰 이미 오일러

에 관한 책 3권을 출간하였고 2권이 곧 출간될 예정이다 ([5]). 학술관련 행사와 별도로 스위스 우체국은 오일러의 초상화가 담긴 특별우표를 발행하고 있다([8]).

오일러 탄생 300주년 기념 우표

MAA의 소식지 Focus (2007년도 첫 호)에는 최근에 인터넷 상에 구축된 Euler Archive에 관한 소개 기사가 실렸다 ([6]). 오일러의 탄생 300주년인 2007년에 때를 맞추어 완성된 Euler Archive를 둘러보며 오일러의 업적을 간략히 정리해보는 한편, 오일러가 수학사에 미친 영향을 살펴보는 것도 수학사를 연구하는 한국수학사학회의 입장을 고려해볼 때 좋은 시도로 여겨진다.

본 글은 오일러의 탄생 300주년을 기념하여, 오일러의 업적을 정리해놓은 인터넷 사이트 Euler Archive의 구조와 내용을 간략히 소개하고, 오일러의 삶과 수학에서의 중요 업적, 그리고 그의 수학사에 미친 영향을 간략히 소개함으로써 오일러 300주년을 축하하고자 한다. 이로써 국내 수학자 또는 학생들의 오일러에 대한 관심도를 높이는 한편, 수학사학회의 오일러에 대한 연구와 관련된 활용방안을 제안하고자 한다.

2. Euler Archive 둘러보기

이 장에서는 오일러의 삶과 업적을 살펴보기에 앞서 그의 업적을 누구나 쉽게 찾아볼 수 있도록 자료를 모아 놓은 온라인 archive인 Euler Archive를 간략하게 살펴본다.

2.1. Euler Archive의 발생 배경

2002년 가을, 미국 Dartmouth 대학교의 대학원생[1)]이었던 Dominic Klyve와 Lee Stemkoski는 전세계의 모든 학자들이 온라인을 통하여 오일러의 모든 업적을 공유할 수 있도록 하기 위하여 Euler Archive를 구축하기 시작하였다.

오일러는 인류 역사상 가장 많은 수학 연구업적을 일궈낸 수학자 및 과학자로 알려져 있긴 하지만, 실제로 오일러의 업적 중 상당량이 일반인이나 수학자들에게까지도 알려지지 않은 채 묻혀있다. 오일러의 모든 업적이 전부 드러나지 않은 이유는 오일러가 수십 년간 러시아의 성 페테르스부르그에서 활동했기에 러시아에서는 유명한 수학자였으나 냉전시대의 서방국가에서는 제대로 평가받지 못했던 정치 역사적 이유도 있었지만, 한 명의 연구자가 그의 업적을 연구하기에는 그 양의 방대함으로 인하여

1) Stemkoski는 2006년 봄에 박사학위를 받고 현재 Adelphi 대학교의 조교수로 있고, Klyve는 2007년 봄에 박사과정을 마칠 예정이다.

일생에 걸친 노력이 요구되었기 때문이었다. 더욱이 그의 업적의 연구에 요구되는 시간과 에너지의 부족보다도 더 심각한 문제는 오일러의 원작물을 구하기가 매우 어려웠던 점도 한 몫을 한다. 사실, 오일러의 거의 모든 업적물을 포함하는 책 *Opera Omnia*가 1911년부터 출판되기 시작하여 현재까지 82권의 4개 시리즈로 구분된 책으로 출판되었지만([2]), 그 값이 너무 비싸 소수의 규모가 매우 큰 도서관에만 소장되어 있을 뿐이다.

2002년, 미국에서 오일러의 업적에 관한 연구를 하기 위한 그룹으로 Euler Society가 생겨난 이후, 공동 연구를 통하여 오일러에 관한 연구에 가속도가 붙고 많은 진전이 있었다. Klyve와 Stemkoski는 2002년에 처음 개최된 Euler Society의 모임에 참석했다가 오일러 연구 프로젝트에 크게 고무된 한편, 오일러의 업적을 구할 방법을 지니지 못한 많은 회원들로부터 Dartmouth 대학교 도서관에 소장되어 있는 Opera Omnia의 부분을 복사해달라는 부탁을 받게 되었다. 그들은 개별적으로 부탁받은 부분의 복사본을 제공하는 대신 Opera Omnia의 내용 전부를 스캔하여 온라인상에 제공할 계획을 세우게 되었다.

초기에는 많은 어려움이 있었지만, 그들은 결국 몇몇 대학원생들과 학부생들의 도움과 약간의 재정 지원을 받아 Opera Omnia에 견줄만한 완벽한 자료집을 체계적으로 분류해서 온라인 archive로 출판하게 되었다. 그들은 실제 박사학위 과정의 공부를 제외한 거의 모든 시간을 archive를 만드는 작업에 소요했으며 오일러에 관한 자료를 수집하기 위하여 굉장히 많은 사람들을 접촉하는 노력을 감행하였다. 이제 그들은 수년간에 걸친 희생적 노력으로 인해서 오일러의 탄생 300주년인 2007년 현재, 누구나 손쉽게 무료로 오일러의 업적을 살펴보고 연구할 수 있는 자료를 제공하는 Euler Archive의 구축을 완성시키기에 이르렀다([6], [28]).

2.2 Euler Archive의 구조

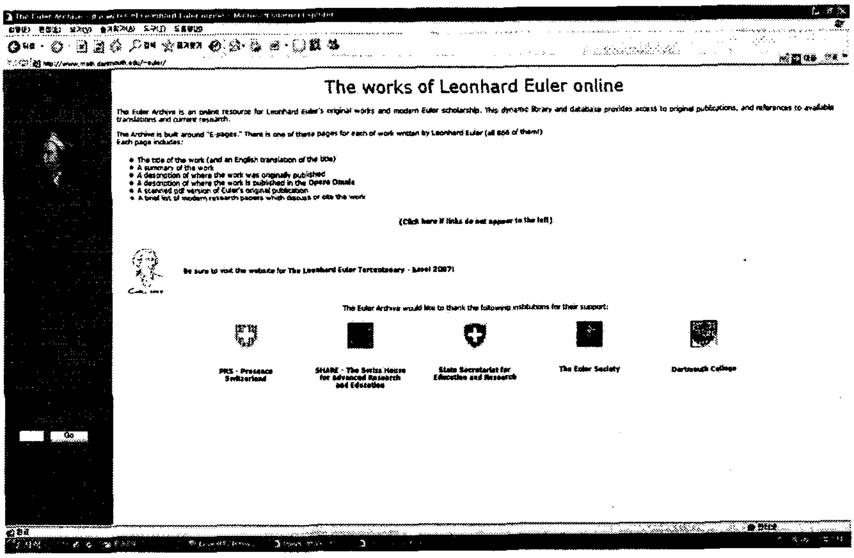
Euler Archive는 매우 간단한 구조로 구성되어 있다. 허브 기능을 갖는 포털 사이트와는 달리 Euler Archive는 오일러의 업적을 제공하기 위한 실질적인 자료집의 기능만을 갖기에, 기본적으로 매우 간단한 트리 구조를 갖는다. 그러나 간단한 구조에도 불구하고 이 archive는 오일러의 논문과 그의 삶을 조명하는 거의 모든 자료를 제공할 뿐만 아니라, 오일러의 삶과 업적의 배경이 되는 18세기의 유럽 사회, 오일러와 동시대를 살았던 유명인들, 오일러와 관련이 있는 역사적 장소들에 관한 소개 등의 방대한 양의 자료를 품고 있다([1]).

스웨덴 수학자 Eneström은 1910년부터 1913년까지의 4년 동안, 오일러의 업적물을 전부 조사하여 원고가 쓰여진 시대 순으로 E1부터 E866까지 번호를 붙여 오일러의 업적물을 분류하였다. (이를 Eneström 번호라고 하는데, archive에는 숫자로만 표기되어 있다.) Euler Archive는 오일러의 866개의 업적물에 대한 각각의 웹페이지를 갖고 있고, 각 페이지는 Eneström 번호와 업적물의 제목, 영문제목, 요약문, 출판사와

출판시기에 관련된 정보들을 포함한다. 또한 출판된 최초의 모습 그대로의 업적물 834개와 영문번역본 74개, 기타 업적물과 관련된 자료들이 이 웹페이지에 연결되어 있다. 현재 Euler Archive는 오일러의 모든 출판 업적물을 포함하고 있고, 오일러의 업적물을 주제, 쓰여진 날짜, 출판된 날짜, Eneström 번호, 출판물 종류, 키워드 등에 따라 검색할 수 있다.

예를 들어, 오일러가 다루었던 정수론 문제 중 하나를 검색하고자 한다면, Euler Archive의 홈페이지 왼쪽 칼럼의 주제버튼을 누르고, 그에 따라 나타나는 페이지에서 정수론을 선택하면 된다. 정수론 페이지는 해당 업적물의 Eneström 번호와 함께 원제목과 영문제목을 제공한다. 그 중에서 한 예로, E100 On Amicable Numbers를 둘러보기 위하여 100를 누르면, 논문의 요약문, 출판사, 출판년도, Opera Omnia에 E100가 수록된 권과 면을 볼 수 있고, 오일러의 원작문과 영문 번역본이 연결되어 있어, 원하는 논문을 손쉽게 구할 수 있다. 또, E100와 관련된 자료들도 소개 또는 연결되어 있다.

오일러의 모든 업적물마다 영문 번역본을 만들고 디지털 사진(jpg file 등)으로 된 오일러의 업적물들을 서류(html 또는 pdf file)로 변환하는 작업 등이 이 archive에서 진행 되고 있는 프로젝트이다. 모든 업적물에 대한 영문 번역이 완성되면 오일러를 연구하기에 매우 좋은 여건이 마련될 것임에 틀림없다. Euler Archive 프로젝트를 통하여 오일러가 수학과 과학에 공헌한 업적들을 간직하고 그의 업적을 모든 사람들과 공유하여 그에 관한 연구가 훨씬 용이해질 것이라는 점에서, Euler Archive가 자체적으로 역사적 의미를 지니며 또한 수학을 포함한 지식세계의 발전에도 매우 큰 공헌을 할 수 있을 것이라는 의미를 가늠해볼 수 있다.



Euler Archive 홈페이지

3. 간략하게 살펴본 오일러의 일대기

오일러의 삶(1707-1783)은 오일러가 거주했던 장소별로 크게 4개의 시기로 구분된다. 오일러는 처음 20년(1707-1726) 동안 유년 시절을 뺀 거의 대부분의 시간을 바젤에서 지내며 교육을 받았고, 이후의 14년(1727 ~1740)간은 러시아의 성 페테르스부르그에서 활동하였으며, 다음 25년(1741-1765) 동안에는 독일 베를린에서, 그 이후 18년간(1766-1783)은 다시 성 페테르스부르그로 돌아와 연구 활동을 하다가 생을 마감하였다([11], [14], [16], [29], [30], [34]). 이와 같이 4개의 시기로 구분된 오일러의 삶을 간략히 살펴보자.

레온하드 오일러는 1707년 4월 15일에 스위스 바젤에서 개신교 목사였던 폴 오일러의 아들로 태어났다. 오일러가 14세이던 1720년에 바젤 대학교에 입학하여 1723년에 데카르트와 뉴톤의 철학의 비교에 관한 논문을 써서 석사학위를 받는다. 곧이어, 아버지의 권유로 신학과 그리스어, 히브리어를 공부하기 시작하였으나, 아버지와 친분이 있고 당시 가장 유명한 수학자였던 요한 베르누이(Johann Bernoulli)에게 개인적으로 수학 교육을 받으면서 수학적 재능을 인정받는다. 그리하여 오일러는 신학 대신 수학으로 전공을 바꿀 수 있게 되고, 1726년에 소리의 전파에 관한 논문으로 박사학위를 받는다.

1727년에 요한 베르누이의 아들인 다니엘 베르누이(Daniel Bernoulli)의 도움으로 성 페테르스부르그에 있는 왕립 러시아 과학 학술원의 조교수가 된다. 1730년에 물리학과 교수에 이어 1733년에 수학과장이 된다. 1734년에 스위스 화가의 딸인 카타리나 그젤(Katharina Gsell)과 결혼하여 13명의 자녀를 출산하나, 그 중 5명만이 어른이 되기까지 살아남고, 그 중 한 명만이 오일러와 같은 수학자가 되고 학술원의 회원이 된다. 1738년에 지도 제작의 고된 업무와 심각한 농양으로 인하여 오일러는 오른쪽 눈을 실명한다.

1741년에 오일러는 정치적으로 혼란했던 러시아를 떠나 프러시아 황제 프레데릭 2세의 제안으로 베를린 아카데미로 자리를 옮긴다. 오일러는 이 당시 베를린 아카데미의 수학과장과 학술원 위원으로서의 활동, 정부의 자문활동 등 믿을 수 없을 만큼의 과중한 업무를 부여받지만, 그럼에도 불구하고 베를린에서의 25년 동안의 시기에 대략 380여편의 저술을 하고 그 중에 오일러의 저서 중 가장 유명한 두 권의 저서

*Introductio in analysin infinitorum*과 *Institutiones calculi differentialis*

를 출판한다. 또한 그는 프레데릭 황제의 조카였던 안할트-데쏘(Anhalt-Dessau) 공주의 가정교사로서 그녀에게 보낸 200통이 넘는 편지를 남겼는데, 이 편지들은 나중에

Letters of Euler on Different Subjects in Natural Philosophy Addressed to a German Princess

라는 제목의 책으로 유럽과 미국에서 출판되어 베스트셀러가 된다. 이 편지들에는 하

늘이 왜 파란지, 왜 달은 떠오를 때 더 크게 보이는지 등에 관한 일반적인 과학 내용이 포함되어 있다.

프레데릭 황제와 갈등이 있었던 오일러는 1766년에 러시아의 캐서린 황제의 제안을 수락하여 성 페테르스부르그로 되돌아오게 되고 이곳에서 죽을 때까지 여생을 보낸다. 1771년에 그의 집이 불타고 같은 해에 백내장 수술에 실패하여 나머지 한 쪽 눈의 시력마저 완전히 잃는 불운을 겪는다. 그러나 그가 가진 놀라운 기억력과 학술원 회원들의 도움 덕분에 그의 업적의 절반 정도를 두 번째 성 페테르스부르그 시기에 일구어낸다. 1773년에 그의 부인이 죽고 1776년에 전부인의 자매와 재혼한다. 1783년 9월 7일, 드디어 오일러는 뇌출혈로 인하여 생을 마감한다.

오일러는 개방적이고 사교적이며 밝은 성품의 소유자였다고 한다. 역사적으로 유명한 다른 학자들과는 달리 오일러는 저작권 문제에 휘말린 적이 한 번도 없었다. 그는 그가 진행하고 있는 연구에 대하여 감추는 일이 없고, 다른 사람들이 이룩한 발견에 대해서도 항상 기뻐하였다. 오일러는 듣거나 본 것, 생각했던 것이나 글로 썼던 것은 무엇이든지 일생 동안 기억하는 놀라운 능력을 소유했었다고 한다. 그는 어린 아이들을 무릎에 안은 채 수학문제를 풀 정도로 시끄럽거나 소란스러운 환경에서도 생각에 방해받지 않는 놀라운 집중력을 가지고 있었고, 침착함과 꾸준함으로 항상 연구에 진력했다고도 한다. 오일러의 수학적 천재성과 더불어 이런 좋은 성품과 성질이 그가 역사상 가장 많은 업적을 일구어낸 수학자가 될 수 있었던 요인이었음을 짐작케 한다. 또한, 오일러가 독일 공주에게 보냈던 편지의 내용을 보아 오일러가 과학 문제들도 일반인이 이해할 수 있는 수준으로 쉽고 간명하게 설명할 수 있는 남다른 언어능력을 가지고 있었음도 알 수 있다.

4. 오일러의 업적 관찰

오일러는 수학 역사상 가장 많은 업적을 이룩한 수학자이면서 또한 다양한 과학 분야에 중요한 업적을 남긴 과학자이기도 하다([1], [3], [4]). 오일러가 연구했던 분야를 살펴보면, 정수론, 대수학, 기하학, 조합론, 확률론과 무한급수, 미분방정식, 적분을 포함한 해석학 등 수학분야가 40%를 차지하고, 역학과 광학을 포함한 물리학과 천문학, 그리고 건축, 조선, 무기, 농업, 신학, 철학, 음악 등이 나머지 60%를 구성하고 있다. 오일러가 연구했던 분야가 매우 다양했다는 사실만으로도 어느 한 분야에 속한 학자가 오일러의 모든 업적을 다루며 설명하기는 거의 불가능할 것임을 알 수 있다.

오일러는 이론적 업적 외에도 수학의 기술에 편이를 제공하는 기호의 사용도 제시하였다. 실제로 현재 사용되고 있는 수학기호들 중에 오일러가 처음으로 사용한 기호들이 많다. 예를 들면, 함수 $f(x)$, 자연수 e, -1의 제곱근 i, Σ, ∇x, $\nabla^2 x$ 등과

삼각형의 변의 길이를 영어 알파벳 소문자로, 변의 마주보는 각을 대문자로 표현하기, 그리고 벤 다이어그램으로 불리는 집합의 관계를 원으로 나타내는 방법 등을 들 수 있다. 또한 π의 사용을 대중적으로 만든 사람도 오일러이다.

오일러가 만들어낸 기호들과 연구 결과들이 오늘날의 교육과정과 다양한 수학 분야의 연구 방법을 조직적으로 만드는데 커다란 영향을 미쳤다. 이 절에서는 오일러의 업적들 중 수학에 관련된 업적, 그 중에서도 대표적인 열 개의 업적만을 소개하기로 한다.

4.1 오일러의 아름다운 정리

2007년 1월, 미국 New Orleans에서 개최되었던 Joint Mathematics Meetings의 Short Course에 참석했던 사람들은 수학 분야에서 오일러의 정리 중에 가장 훌륭하다고 여겨지는 10개의 정리를 선정하였다. 그러한 정리들을 표를 많이 얻은 순서대로 나열하면 다음과 같다 ([27]).

1. 바젤 문제: $\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$
2. 다면체 공식: $V-E+F=2$
3. 오일러 등식: $e^{\pi i}=-1$
4. Königsberg 다리 문제와 Knight's tour
5. 오일러의 곱 공식: $\prod_{\text{소수 } p} \frac{1}{1-p^{-k}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k}$
6. 오일러-라그랑쥐 필요조건: 함수 y가 $J=\int_a^b f(t,y,y')\,dt$를 최대값이나 최소값이 되게 하면, $\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right)=0$을 만족한다.
7. 소수의 밀도: $\sum_{\text{소수 } p} \frac{1}{p}$ 는 발산한다.
8. 생성함수와 정수의 분할수(partition number)
9. 오일러-페르마 정리: a와 n이 서로소인 양의 정수이면 $a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$
10. 감마 함수: $\Gamma(z) = \lim_{n\to\infty} \frac{n!\,n^z}{z(z+1)\cdots(z+n)}$

이상의 정리들은 대부분 수학을 전공하는 학부과정 학생들이 이해할 수 있는 간단한 내용들이지만, 오일러의 수학적 천재성을 보여줄 뿐만 아니라 수학분야의 발전에 커다란 영향을 미쳤던 내용들이다. 이들 정리들에 대한 유래와 더불어 그 내용을 간단히 살펴보기로 한다.

4.2 오일러 정리들의 내용

바젤문제, 오일러의 곱 공식, 소수의 밀도. 바젤문제는 1644년에 P. Mengoli가 제안한 문제로서 양의 정수의 제곱의 역수들의 합을 구하는 문제로, 오일러는 이 문제를 해결함으로써 젊은 나이에 이미 유명해진다. 이 문제가 바로 오일러의 중요한 첫 작품이었다. 오일러가 바젤문제의 답으로 1735년에 처음으로 발표한 값은 $\frac{\pi^2}{6}$ 이었는데, 이 문제가 원주율 π와 연관이 있다는 사실이 당시에는 매우 커다란 충격이었다. 1741년에 비로소 오일러가 엄밀한 증명을 제시한다. 바젤문제로부터 리만가설(Riemann hypothesis)[2]과 밀접한 관련이 있는 제타함수 ζ가 정의되고, 오일러는 부수적으로 $\zeta(4)$, $\zeta(6)$, ..., $\zeta(26)$ 을 계산하였고, 1739년에 $\zeta(2k) = C\pi^{2k}$ (C 는 베르누이 수와 관련된 상수)로 표현됨을 밝혔다.

1737년의 논문 E72에서 제타함수와 소수를 관련짓는 오일러의 유명한 곱 공식

$$\prod_{\text{소수 } p} \frac{1}{1-p^{-k}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k}, \quad k \in N$$

을 발표하고, $k=1$일 때 이 공식을 이용하여 소수가 무한히 많음도 보였다.

같은 논문에서 오일러는 $\sum_{\text{소수 } p} \frac{1}{p}$ 이 발산함을 보임으로써 소수가 단지 무한히 많을 뿐만 아니라 소수는 자신의 역수들의 합이 발산할 만큼 '조밀하게' 분포되어 있음을 보였다. 실제로, 소수들은 제곱수들보다 훨씬 더 많다. 이 논문에서 오일러는

$$\sum_{\text{소수 } p < n} \frac{1}{p} \approx \ln(\ln n)$$

을 주장하였는데, 이는 n이 소수일 확률이 대략 $\frac{1}{\ln n}$ 임을 말해준다. 소수의 분포에 관한 이 내용은 1793년에 가우스(Gauss)와 1796년에 르장드르(Legendre)에 의해서 추측된 내용으로 1896년에 소수 정리(Prime Number Theorem)라는 이름으로 하다마드(Hadamard)와 푸생(Pousssin)에 의하여 증명된다.

1859년에 리만(Riemann)은 오일러의 아이디어를 이용하여 '주어진 정수보다 작은 소수의 개수'에 관한 논문에서 리만제타함수

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \quad (s \in C)$$

와 오일러의 곱 공식을 이용하여 x보다 작은 소수의 개수를 뜻하는 함수 $\pi(x)$가 리만제타함수의 음의 짝수가 아닌 해(non-trivial solution)와 밀접한 관련이 있음을 보였다. 더비셔(Derbyshire)는 그의 저서 *Prime Obsession* 에서 소수와 제타함수의 연관성을 표현하는 오일러의 곱 공식을 리만가설을 증명하는데 매우 중요한 역할을 하는 황금열쇠(golden key)로 규정하였다.

2) 리만제타함수의 음의 짝수가 아닌 복소수 해는 그의 실수부가 1/2 이라는 것이 리만가설이다.

오일러는 정수론 문제를 해결하는데 해석적인 방법을 이용하였고, 이로써 해석학과 정수론의 두 개의 분야가 합쳐진 해석 정수론이라는 새로운 분야가 생겼다. 이상의 내용에 관한 보다 자세한 내용은 참고문헌 [9], [10], [12], [20], [21], [25], [32], [37]을 참조한다.

(1) 다면체 공식

1750 년에 골드바흐(Goldbach)에게 보낸 편지와 발표된 논문 E230 에서 오일러는 "평면들에 의해 둘러싸인 다면체의 변의 개수와 면의 개수의 합은 선분의 개수보다 2 만큼 크다"고 주장하였고, 이에 대한 증명은 1 년 뒤에 논문 E231 에서 발표했지만 증명이 불완전한 것으로 드러났다. 이 논문은 위상수학 분야에 관한 오일러의 처음 몇 개의 논문 중 하나로서 오일러가 다면체에 관한 이론의 선구자적 위치에 있음을 평가하는 한 근거이기도 하다.

일반적으로 오일러의 다면체 공식을 최초로 완벽하게 증명한 사람은 르장드르(1794 년)로 인정되고 있다. 볼록 다면체는 평면 그래프로 이해할 수 있으며, 이 공식은 모든 평면 그래프에 대하여 성립하는 공식으로 확장된다.

다면체 공식이 진화하여 19 세기에는 유향곡면을 분류하는데 오일러 특성수라고 불리는 $V-E+F$의 값이 이용되었다. 이는 대수 위상수학의 가장 기초적인 개념으로 자리잡는다. 뿐만 아니라, 다면체 공식은 4 색 문제를 포함해 유향곡면 위의 그래프의 면을 색칠하는 문제와도 관련이 있다([13], [17], [22], [23]).

(2) 오일러 등식

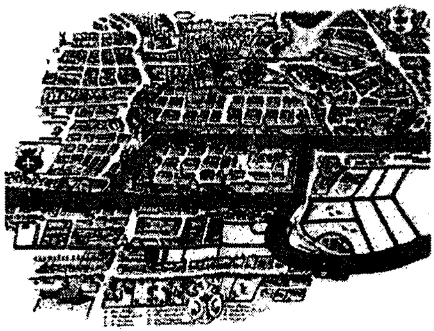
1748 년의 오일러의 저서 *Introductio in analysin infinitorum*에 오일러 공식 $e^{ix}=\cos x+i\sin x$가 포함되고 양의 실수만을 취하는 로그함수가 다루어진다. $\ln(\cos x+i\sin x)=ix$ 의 형태로 된 오일러 공식을 1714 년에 처음 증명한 사람은 오일러가 아닌 코우츠(Cotes)였다.

오일러 공식에서 $x=\pi$일 때가 바로 오일러 등식이 되지만, 실제로는 1729 년에 22 세의 오일러가 골드바흐에게 보낸 편지에서 $\sqrt{\sqrt{-1}\ln(-1)}=\sqrt{\pi}$를 의미하는 내용이 발견된다. 이 등식은 $\ln(-1)=-\pi i$ 으로 쓰여지고, 이는 다시 $e^{\pi i}=-1$ 로 표현된다.

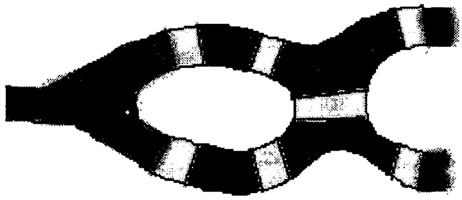
오일러 등식 $e^{\pi i}+1=0$ 은 중요한 기본 상수들 $0, 1, e, i, \pi$를 포함할 뿐만 아니라 덧셈, 곱셈, 멱승, 등호 등의 다양한 수학적 개념들이 간단한 형태의 식으로 연결된다는 이유로 파인만(R. Feynman)은 이를 가장 놀라운 공식으로 평가하였다([15], [27], [33]).

Königsberg 다리 문제와 Knight's tour. 쾨니그스버그 다리 문제란 프러시아의 쾨니그스버그 시의 프레겔 강에 그림과 같이 다리가 놓여있는데, 각 다리를 한 번씩만

지나가되 모든 다리를 전부 건너서 처음 위치로 돌아올 수 있겠는가를 묻는 문제이다. 오일러는 1736년에 그러한 경로가 있을 수 없음을 알아내었고, 이 해법이 그래프 이론의 첫 정리로 간주되어, 오일러가 그래프 이론의 아버지로 불린다. 특히, 이러한 경로는 그래프 이론에서 오일러 회로(Eulerian circuit)로 불린다.

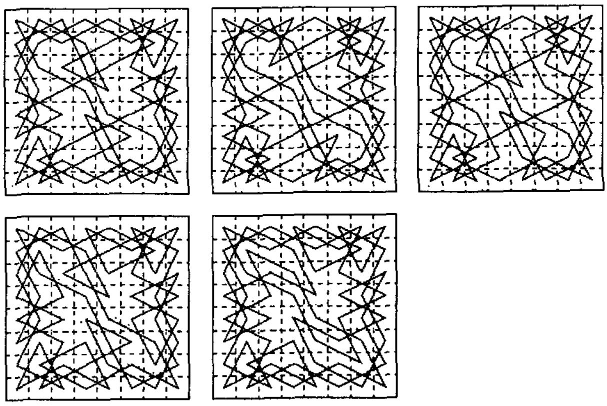


오일러 당시의 Königsberg 시의 모습



도식화한 프레겔 강과 다리

체스(chess, 서양장기)를 둘 때 나이트(knight, 동양장기의 말(馬)에 해당함)가 체스판 위의 모든 사각형을 지나가되 오직 한 번씩만 지나가는 경로가 있는지, 있다면 몇 개가 있는지를 묻는 문제가 나이트 투어 문제이다. 이 문제는 이미 1700년대 초에 제안되어 여러 수학자들에 의해 연구되었다. 하지만, 처음으로 수학적 분석을 통하여 이에 대한 답을 44개의 절로 이루어진 매우 긴 논문(1759년)으로 발표한 사람은 오일러였다. 이 논문은 이 문제와 관련된 연구들의 시작점이 될 정도로 커다란 영향을 미쳤다. 한 예로, 조합론에서 다루어지는 룩(rook) 다항식에 관한 연구를 들 수 있다. 또한 나이트 투어는 그래프 이론에서 다루어지는 해밀톤 경로(Hamiltonian path)의 특별한 경우이다 ([26], [31]).



5개의 오일러의 나이트 투어

(3) 오일러-라그랑쥐 필요조건

오일러 라그랑쥐 방정식은 함수의 함수, 즉 functional의 극값을 결정하는 함수를 구하는 방법으로서, tautochrone[3] 문제와 관련되어 개발되었다. Tautochrone 문제란 물체가 곡선을 따라 중력만의 영향 하에서 아무런 마찰없이 미끄러졌을 때, 물체가 곡선의 어느 위치에서 출발하든지 상관없이 바닥에 도달하기까지 동일한 운동시간을 갖게 하는 곡선을 구하는 문제이다. 1659년에 호이겐스(Huygens)에 의해서 처음으로 구해진 답은 싸이클로이드(cycloid)이다.

1755년에 라그랑쥐가 tautochrone 문제를 풀어 그 결과를 오일러에게 편지로 알렸고, 두 사람은 라그랑쥐의 방법을 더욱 발전시켜 역학에 응용하였다. 이들이 주고받은 편지로부터 1696년에 요한 베르누이로부터 시작되었다고 할 수 있는 variational calculus 관련 분야가 1766년에 오일러에 의해서 새롭게 이름이 붙여져 변분법(Calculus of Variations)이라는 분야로 탄생되었다([18], [36]).

(4) 생성함수와 정수의 분할수

오일러의 많은 생각들은 그가 주고받았던 편지에서 자주 발견된다. 오일러가 정수의 분할에 관한 문제에 처음으로 흥미를 느끼게 된 것도 1740년, 50을 서로 다른 7개의 양의 정수의 합으로 표현하는 방법의 수를 묻는 Philip Naude의 편지에서 비롯되었다.

오일러의 저서 E101 *Introductio in analysin infinitorum* 에는 정수의 분할에 관한 문제의 생성함수를 이용한 해결방법이 설명되어 있다. 오일러는 생성함수

$$(1+xz)(1+x^2z)(1+x^3z)\cdots$$

에서 z^kx^n의 계수가 n을 k개의 서로 다른 양의 정수의 합으로 표현하는 방법의 수임을 설명하였다. 특히, $z=1$이면 생성함수

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\cdots$$

의 x^n의 계수는 n을 서로 다른 양의 정수의 합으로 표현하는 모든 방법의 수가 된다. 계속해서, 오일러는 생성함수

$$\frac{1}{(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\cdots}$$

의 x^n의 계수는 n을 양의 정수들의 합으로 표현하는 모든 방법의 수인 n의 분할수가 됨을 설명하였다. 또한, n을 서로 다른 양의 정수의 합으로 표현하는 모든 방법의 수는 n을 홀수들만의 합으로 표현하는 방법의 수와 같다는 놀라운 사실도 보였다([24]). 생성함수는 형식멱급수(formal power series)에 관한 연구의 시초이며, 현재 매년 개최되는 FPSAC (Formal Power Series and Algebraic Combinatorics) 라는 국제학술회의의 주요 연구분야 중 하나이다.

---

3) tauto는 the same을, chrone은 time을 뜻하는 그리스어에서 온 말.

(5) 오일러-페르마 정리

정수론에 있어서 오일러가 처음으로 연구했던 많은 내용들은 페르마의 연구에 기반을 둔다. 오일러는 양의 정수 n보다 작으면서 n과 서로소인 양의 정수의 개수를 뜻하는 totient 함수 $\phi(n)$을 고안하여 페르마 정리를 일반화한 정리의 증명을 1736년에 발표한다. 오일러-페르마 정리는 n이 소수인 경우, 페르마 정리가 된다. 오일러-페르마 정리는 공개키 암호 체계인 RSA 암호에 이용되는 기본 정리이다([19]).

(6) 감마함수

감마함수는 1729년에 처음으로 오일러에 의해서 소개되었다. 오일러가 복소수 집합 위에 정의한 함수

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n!\,n^z}{z(z+1)\cdots(z+n)}$$

를 나중에 르장드르가 제 2 종의 오일러 적분, 또는 감마함수 $\Gamma(z)$라는 이름으로 불렀다. 감마함수는 양의 정수 m에 대하여 $\Gamma(m+1)=m!$ 을 만족하는 함수로 누승(factorial) 함수를 복소수 집합으로 확장한 것이고, 양의 실수 x에 대하여

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}dt$$

로 정의된다. 감마함수는 여러 가지 확률변수의 분포에 이용되는 등 확률론과 통계학에서 중요하게 사용되는 함수이며, 과학과 공학에서도 다양하게 응용된다. 또한, 오일러의 아이디어에 따라 리만이 유도한 공식

$$\zeta(1-s) = 2^{1-s}\pi^{-s}\sin\left(\frac{1-s}{2}\pi\right)\Gamma(s-1)\,\zeta(s)$$

는 감마함수가 리만제타함수와 밀접한 관련이 있음을 보여주며, 모든 음의 짝수가 리만제타함수의 해이고, $\left(\frac{1}{2}+a\right)+it$ 가 해라면 $\left(\frac{1}{2}-a\right)-it$ 도 해임을 말해준다([12], [34]).

5. 오일러가 수학사에 미친 영향

간략히 살펴본 오일러의 삶과 업적이지만, 그에게 주어진 시간과 수학자로서 겪은 실명의 난관에 비하여 그가 이룬 방대한 업적은 그의 쉼 없었던 삶을 상상케 한다. 13명의 자식을 낳고 과중한 업무의 일과 속에서 아이들을 돌보면서도 학문 연구에 몰두했던 그의 집중력과 참을성, 성실성과 근면함 등 학자로서 뿐만 아니라 인간으로서 오일러가 지녔던 인간적 아름다움도 여실히 엿볼 수 있었다.

오일러는 해석 정수론, 그래프 이론, 대수 위상수학, 변분법 등 매우 많은 수학분야

의 탄생에 선구적 역할을 하였고, 수학적 사고를 열어주는 많은 새로운 용어와 기호의 사용을 제공하였다. 그 외에도, 그는 리만가설이나 페르마의 마지막 정리 등과 같은 중요한 수학 문제들과도 밀접한 관련이 있는 결과(업적)들을 이루어냈다. 수학자로서의 그의 업적이 경이롭기 그지없지만, 그가 수학사에 미친 영향은 실로 지식의 확장보다는 체계적인 인식 및 사고방법의 제시에 있다고 여겨진다.

예를 들면, 오일러가 쾨니그스버그 다리 문제를 해결하였음이 중요한 것이 아니라 그 문제를 해결하기 위해 사용한 체계적 인식 및 사고방법이 중요한 사실로 여겨진다. 그러한 그의 인식과 사고로부터 그래프라는 개념이 유도되었고, 그래프 이론이 태어나는 계기가 되었다. 자연수의 분할 문제를 다룸에 있어서도 중요한 연구결과의 도출보다는 그러한 문제들을 다룸에 있어서의 새로운 대수체계의 바탕 위에서의 계산방법, 즉, 새로운 체계적 사고방법을 채용하였음이 오일러가 수학사에 미친 영향으로 이해된다. 많은 문제들의 해결을 위해 오일러가 사용한 대부분의 수단은 후세의 사람들에게는 새로운 사고체계를 정립할 수 있는 계기가 되었다. 오일러는 수학사에 있어서 사람들이 새로이 갖게 된 인식 및 사고방법의 분기점으로 간주되며, 이로 인하여 수학을 포함한 서양지식의 발전이 고조될 수 있었던 발판이 되었다고 보여진다.

2007년은 오일러의 탄생 300주년이 되는 해이며, Euler Archive가 탄생된 해이기도 한다. 이제, 두 명의 미국 대학원생의 노력에 의하여 구축된 Euler Archive를 통하여 오일러에 관한 자료가 동서양에 공히 제공되는 기회가 마련되었다. 이와 같은 사실은 한국수학사학회에도 하나의 의미를 던진다.

수학의 역사는 서양 지식의 역사에 속하며, 실질적으로 매우 많은 부분을 차지한다. 그러나 한국인으로서 서양수학사의 접근은 역사적 사료에 대한 접근이 어려워 자체적 연구가 거의 불가능했었다. 실제로, 한국인의 서양 수학사에 관한 이해는 서양인들의 해석을 그대로 수용한 정도에 지나지 않는다고 말할 수 있다. 하지만, Euler Archive의 구축에 의하여 동양인, 특히 한국인의 눈(관점과 시각)으로 오일러의 업적과 수학사적 영향을 직접 분석 정리해볼 수 있게 되었다. 하나의 사실(fact)도 보는 사람에 따라 그리고 보는 관점에 따라 시각차가 있고 결과가 달리 나타날 수 있다. 서양인의 분석 결과를 단순히 수용하기보다는 우리 나름의 시각으로 관찰해보는 시도도 바람직하다고 사료된다. 또, 서양인의 결과와 우리의 결과를 비교하는 것도 동서양의 수학사적 인식론을 비교 연구하기 위한 좋은 기회가 될 수 있을 것이다. 이제 동서양의 수학사학자는 최소한 오일러에 관한 한 대등한 위치에서 수학사적 의미를 논할 수 있게 되었다고 사료된다.

Euler Archive의 완성에 즈음하여 한 가지 제안을 덧붙여보자. 오일러의 업적은 학문적 수준이 복잡해지기 이전 시대의 산물이기에, 업적의 중요성에도 불구하고 그다지 어렵지 않은 내용의 업적이 상당량 포함되어 있다. 단적인 예가 바로 본고에서 설명한 그의 10대 업적이다. 실로, 그 내용들은 학부과정에 포함될만한 수준의 내용이

다. 오일러는 라틴어를 사용하였지만, 영어권에서 영어로 번역을 하는 노력은 그의 업적을 영어를 사용하는 많은 사람들에게 소개하기 위함이다. 한국어를 사용하는 사람들에게도 오일러의 업적이 쉽게 소개될 수 있도록 자료를 만들어 제공하는 노력이 필요하다고 생각된다. 바로 이 작업은 수학사학회가 감당해야 할 과제가 아닐까하는 생각을 해본다. 그리하여 영어에 익숙해지기 이전의 학생들에게도 수학과 수학사에 관심을 갖는 기회를 제공하고, 더 나아가 국가의 수학 및 수학사의 발전과 수학의 대중화에 기여할 수 있을 것이라는 기대와 희망을 가져본다.

감사의 글 익명의 논문심사자의 세세한 지적으로 인하여 논문의 구성과 문맥을 가다듬을 수 있었습니다. 친절한 지적을 해주신 심사자께 심심한 감사를 드립니다.

참고 문헌

1. Euler Archive, (www.eulerarchive.org).
2. Euler Committee of the Swiss Academy of Sciences, (www.leonhard-euler.ch).
3. The Euler Society, (www.eulersociety.org).
4. The Euler Tercentenary 2007, (www.euler-2007.ch) .
5. MAA, (www.maa.org).
6. MAA Focus, Vol.27, No.1. (Jan. 2007)
7. SIAM news, *The Leonhard Euler Tercentenary in Europe*, SIAM News, Vol. 39, No. 10. (Dec. 2006)
8. Special Stamp, 300th anniversary of Leonhard Euler. (www.euler-2007.ch/doc/LupeE.pdf).
9. M. Aigner, and G. Ziegler, *Proofs from the Book*, 3rd. ed., Springer- Verlag. 한글 번역판(2007), 하늘책의 증명, 교우사 출간 예정.
10. R. Chapman, *Fourteen proofs of evaluation of* $\zeta(2)$, (www.maths.ex.ac.uk/~rjc/etc/zeta2.pdf)
11. M. Condorcet, *Eulogy of Euler*, 1783, English Translation by J. Glaus, 2005. (www.math.dartmaouth.edu/~euler)
12. J. Derbyshire, *Prime Obsession, Bernard Riemann and the Greatest Unsolved Problem in Mathematics*, PLUME. 한글 번역판 (2006), 존 더비셔 지음, 박병철 역, 리만가설, 승산.
13. D. Epstein, *Nineteen Proofs of Euler's Formula:* $V-E+F=2$, (http://www.ics.uci.edu/~eppstein/junkyard/euler)

14. E. A. Fellmann, *Leonhard Euler*, Birkhäuser Basel. (2006)
15. R. Feynman, *Chapter 22: Algebra*, The Feynman Lectures on Physics: Vol.I, P.10. 한글 번역판 (2004), 리처드 파인만 저, 박병철 역, 파인만의 물리학 강의 1-1, 2, 승산.
16. N. Fuss, Eulogy of Euler by Fuss, English Translation by J. Glaus, 2005. (www.math.dartmaouth.edu/~euler)
17. J. Malkevitch, Euler's Polyhedral Formula, Feature Column, AMS, Dec. 2004. (www.ams.org/featurecolumn/archive/eulers-formula.html)
18. C. Padra, *The beginnings of variational calculus and its early relation with numerical methods*, Variational Formulations in Mechanics: Theory and Applications, E. Taroco, E. de Souza Neto and A. Novotny (Eds.) CIMNE, Barcelona, Spain 2006.
19. E. Sandifer, *Fermat's Little Theorem*, How Euler Did It, MAA online. (Nov. 2003)
20. E. Sandifer, *Estimating the Basel Problem*, How Euler Did It, MAA online. (Dec. 2003)
21. E. Sandifer, *Euler's Solution of the Basel Problem* - The Longer Story. (April 2003) (http://www.southernct.edu/~sandifer/Ed/History/Preprints/Talks/NYU%20Basel%20Problem%20Paper.PDF)
22. E. Sandifer, *V, E, and F, Part I*, How Euler Did It, MAA online. (June 2004)
23. E. Sandifer, *V, E, and F, Part II*, How Euler Did It, MAA online. (July 2004)
24. E. Sandifer, *Philip Naude's Problem*, How Euler Did It, MAA online. (Oct. 2005)
25. E. Sandifer, *Infinitely many primes*, How Euler Did It, MAA online. (Mar. 2006)
26. E. Sandifer, Knight's Tour, How Euler Did It, MAA online. (Apr. 2006)
27. E. Sandifer, *Euler's Greatest Hits*, How Euler Did It, MAA online. (Feb. 2007). (www.maa.org/news/howeulerdidit.html)
28. A. Weber, *The Archive of Leonhard Euler: Brilliance Shared with the World*, Dartmouth Undergraduate Journal of Science. (Fall 2006).
29. R. Wilson, *Read Euler, read Euler, he is the master of us all.* Plus magazine, Issue 42. (March 2007).
30. History of Math, (www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euler.html).
31. Knight's Tour Note, compiled by George Jelliss, (http://www.ktn.freeuk.com/1b).
32. Wikipedia (http://en.wikipedia.org/wiki/Basel_problem).
33. Wikipedia (http://en.wikipedia.org/wiki/Euler's_formula).

34. Wikipedia (http://en.wikipedia.org/wiki/Gamma-function).
35. Wikipedia, (http://en.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler).
36. Wikipedia, (http://en.wikipedia.org/wiki/Euler-Lagrange_equation).
37. Wikipedia, (http://en.wikipedia.org/wiki/Proof_that_the_sum_of_the_reciprocals_of_the_primes_diverges).

On Euler : His Life and Mathematics, and Euler Archive

Department of Mathematics, Suwon University **Young mee Koh**
Department of Mathematics, Suwon University **Sang wook Ree**

Many countries in the world are celebrating the tercentenary of the birth of L. Euler. One of them to notice is the construction of the Euler Archive, which is an online archive, made by two Ph.D. graduates from Dartmouth College. On the appearance of the archive, the authors remind of the life and works of mathematician L. Euler, who is considered as the most prolific, prominent, and versatile mathematician with the huge volume of his works as well as their importances, in the history of mathematics.

Celebrating the 300th birthyear of L. Euler and the appearance of Euler Archive, authors suggest The Korean Society for History of Mathematics of investigating on Euler by ourselves as Koreans, and furthermore translating some works of his. Such works may stimulate interests in mathematics and its history to students as well as scholars.

Key words: Euler Archive, Euler Society

2000 Mathematics Subject Classification: 01A05, 01A50, 01A84.

ZDM Subject Classification: A30, A50.

논문 접수: 2007년 4월 심사 완료: 2007년 6월