韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2007. 8. 제 46권, 제 3호, 293-302

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
August. 2007, Vol. 46, No. 3, 293-302

수학적 창의성에 대한 관점 연구

김 부 윤 (부산대학교)
이 지 성 (온천중학교)

Ⅰ. 서 론

일반심리학이나 교육심리학에서 연구되는 일반적 창의성에 대하여 합의된 정의는 없지만, 많은 학자들이 공통적으로 언급하는 특성이나 양상들을 지적할 수는 있다. 이런 특성들에 따라 Sternberg와 Lubart(1999)는 창의성 연구에 대한 관점으로 여섯 가지 기본 접근을 분류하여 다루고 있다.

창의성은 신으로부터 받은 선물이라는 미신적 접근(mystical approach), Osborn의 브레인스토밍으로 대표되는 실용주의적 접근(pragmatic approach), 의식적 실재와 무의식적 충동 사이의 긴장에서 창의성이 발휘된다고 보는 심리역동학적 접근(psychodynamic approach), 1950년대 이후 많은 지지를 받았던 Torrance와 Guilford에 의한 심리측정학적 접근(psychometric approach), 정신적 표상과 과정에 중점을 둔 인지적 접근(cognitive approach), 성격·동기적 변수나 사회문화적 환경에 중점을 두는 사회성격적 접근(socioalpersonality approach)들이 Sternberg와 Lubart의 기본 접근들에 포함된다.

한편, 수학적 창의성에 대한 관심과 연구가 증가하고 있기는 하지만, 일반적 창의성과 마찬가지로 수학적 창의성에 대해서도 일치된 하나의 정의가 존재하는 것은 아니다. 대부분의 연구는 주로 기존 연구자들의 관점으로부터 공통된 특징을 찾아 해당 연구와 일관성 있게 조작적으로 정의하여 활용하거나, 일반적 창의성에서의 정의를 수학이라는 특정 영역으로 가져 와서 활용하고 있다. 이렇게 활용된 정의를 기반으로 수학적 창의성의 육성 방법, 수학적 창의성의 평가 등에 관한 연구가 이루어져, 일관성을 획득하고 있는 것이다.

따라서 수학적 창의성에서도 일반적 창의성에서와 마찬가지로 Sternberg와 Lubart(1999)의 여섯 가지 기본 접근과 관련하여 관점을 고찰해 볼 수 있다. 정수(整數)는 신이 내린 선물이라고 언급한 Kronecker의 관점(Barrow, 1992)은 미신적 접근으로, open-ended 문제와 같이 가능한 많은 해답을 찾게 하는 문제 해결은 실용주의적 접근으로, 무의식과 발견에 대해 논의한 Hadamard의 관점(Hadamard, 1975)은 심리역동학적 접근으로, 영재성 판별검사에 포함되어 있는 창의성 검사는 심리측정학적 접근으로 대응시킬 수 있다. 이러한 대응은 학생의 학습이라는 측면에서 고려된 것이라기보다는 수학의 측면, 수학자들의 발견적 측면이 더 고려된 것이라고 할 수 있다.

그러나 학생의 학습 측면을 강조하는 수학교육의 맥락에서는 일반적 창의성에서의 관점이나 수학의 측면보다는 독자적인 관점이 필요하다고 할 수 있다. 따라서 본 연구의 목적은 수학적 창의성에 대한 이론적인 접근에 바탕을 두고 그 개념을 기술하여, 이들에서 발견되는 공통된 부분으로서 준거를 수립한 후 수학적 창의성에 대한 관점을 보다 자세하게 분석하여 논의하는 것이다.

이러한 목적을 위해, 첫째, 문헌 고찰을 통하여 수학적 창의성의 개념을 살펴보고 그 대표적인 것들을 기술한다. 둘째, 수학적 창의성에 대한 관점에 대하여 공통된 양상으로서 두 가지 준거를 추출하고, 이를 바탕으로 분류 기준을 수립한다. 셋째, 수학적 창의성에 대한 관점을 추출된 준거에 의해 크게 네 가지로 분류하고 학교수학에서의 활용가능성을 살펴본다.

일반적 창의성은 주로 심리학, 교육심리학에서 그 연구가 시작되었으며, 수학적 창의성은 심리학에 관심을 가지고 있는 Poincare나 Hadamard와 같은 수학자들

* 2007년 8월 투고, 2007년 8월 심사 완료
* ZDM분류 : C43
* MSC2000분류 : 97C50
* 주제어 : 창의성, 수학적 창의성, 사고 과정, 발산적 산출물.

(Hadamard, 1975)에서 그 연구의 시초를 찾을 수 있다. 본 연구에서 논의되는 일반적 창의성은 Sternberg와 Lubart(1999)가 분류한 접근들 중에서 실용주의적 접근과 심리측정학적 접근을 따른 것으로, 되도록 많은 해를 찾는 문제해결과 Guilford나 Torrance의 견해에 기반을 두고 있다. 한편, 본 연구에서 논의되는 수학적 창의성은 심리학에서의 이러한 분류에 기반을 두기 보다는 교육심리학에 기초하고 있으며, 학습자에게 있어서의 수학적 창의성을 바탕으로 하고 있다. 즉, 본 연구에서 특정 영역에 대한 관점은 수학에 한정되고, 수학은 학교수학 즉, 학습과 관련하여 고찰된다.

Ⅱ. 수학적 창의성의 개념

일반적 창의성에 관한 연구는 Guilford, Osborn 등에 의해 1950년대부터 유행하기 시작하여 현재까지 많이 이루어지고 있으며, 창의성을 특정영역과는 무관한 일반적인 능력이라고 보는 영역 보편적인 관점에 기초하여 왔다(도종훈, 2006). 따라서 일반적 창의성에서는 확산적 산출물을 많이 내거나 독창성이 강조되어 왔다고 할 수 있다. 이와 함께 창의성을 영역 의존적인 관점에서 학생들의 수학 학습활동과 관련짓기 위한 연구들이 많은 수학교육자들에 의해 수행되어 왔다. 이러한 연구들은 일반적 창의성에 대한 연구와 관련이 있으며, 따라서 융통성, 유창성, 새로운 연결의 형성, 발산적 산출과 같은 개념들을 포함하고 있다. 그러나 심리학에서의 연구를 있는 그대로 수학적 창의성으로 가져오는 것은 연구를 혼란스럽게 할 우려가 있다. 왜냐하면 학생들이 학습하는 학교수학에서는 인류나 사회에 이바지할 수학적 개념을 생성해내는 것이 아니며, 사회·문화적 입장에서의 창의성보다는 주어진 환경에서의 개인적 입장이 강조되어야 하기 때문이다. 또한 수학적 창의성에서는 일반적 창의성과 관련이 다소 없다(윤종건, 1998)고 생각되는 수학교과 자체의 학문적 특성인 논리성과 엄밀성, 비판적 사고, 추론 등을 중요하게 고려해야 하기 때문에, 심리학에서의 일반적 창의성에 관한 연구를 수학적 창의성의 연구에 도입할 때는 상당한 주의가 필요하다.

일반적 창의성의 연구를 수학에 도입하기 위해, 많은 연구자들이 우선 수학적 창의성에 대하여 일치되고 합의된 정의를 내리고자 노력하여 왔으나, 하나의 정의가 도출되기 보다는 연구자들의 견해나 관점에 따라 다각적이고 다양한 접근들이 언급되어 왔다.

수학적 창의성의 정의에 대하여 언급하고 있는 대부분의 연구는 Haylock, Krutetskii, Ervynck의 견해를 인용하고 있다. Haylock(1985, 1987)은 수학적 창의성을 "사고의 고착화를 극복하고 정신적 틀을 벗어나는 능력, 즉 개방된 수학적 상황에서 다양하고 독창적인 반응을 할 수 있는 능력"으로 정의한다. 또한, Haylock(1987)은 Aiken, Wood, Vallée, Laycock, Tammadge 등의 많은 연구들을 고찰하면서 수학적 창의성의 정의를 살펴보고 있는데, 주로 학교수학과 관련하여 수학적 창의성을 논의하고 있다.

한편, Krutetskii(1976)은 학교 아동들의 수학적 능력에 관한 연구에서, 수학 교재에 대한 숙달이 수학적 영재성의 충분조건일 뿐만 아니라, "학교 교수의 조건 하에서의 수학의 독립적인 창의적 숙달"로 확장할 필요가 있다고 주장한다.

고등수학적 사고로서 창의성을 연구한 Ervynck(1991)은 수학적 창의성을 "수학의 특별한 논리-연역적인 성격과, 생성된 개념들이 수학의 중요한 핵심에 통합되는 데 적절한 지를 고려하면서, 문제를 풀고 구조적으로 사고하는 능력"이라고 정의한다.

Haylock, Krutetskii, Ervynck 이외에도 인용되는 수학적 창의성에 대한 정의를 찾을 수 있는데, 이대현·박배훈(1998)은 수학적 창의성을 "수학적인 문제 상황에서 학습자가 기지의 사실이나 스스로 창안한 전략 혹은 방법을 이용하여 새롭고 가치 있는 결과(문제해결)를 산출해내는 능력"이라고 정의하고 있다. 이와 유사하게, 김부윤·이지성(2005)은 수학적 창의성을 "수학적 문제 상황에서 기존의 지식과 경험 등을 바탕으로 정형화된 틀을 벗어나, 주어진 문제를 다양한 방식으로 분석하여, 문제의 요소들이나 수학적 아이디어 등을 새로운 방식으로 결합하여 결과를 얻는 것"이라고 함으로써 결과 산출에 대해 언급하고 있다.

이제까지 수학적 창의성의 개념에 대한 대표적인 예를 살펴보았는데, 그 속에서 수학적 상황이라는 말로 특정 영역의 의미를 고려하고 있으며, 수학의 특징인 고등수학적 사고나 문제 해결에 대한 언급도 찾을 수 있다.

또한, 일반적 창의성의 개념에서 주로 찾을 수 있는 새로움, 독창적인 반응에 대한 언급도 찾을 수 있으며, 새로운 결합이나 변형, 그리고 산출이라는 개념도 포함되어 있다.

수학적 창의성에 포함된 이러한 다양한 개념들은 수학적 창의성의 육성과 그것을 확인하고자 하는 평가에서 그에 상응하는 다양한 방법을 창출한다고 할 수 있다. 더 나아가 수학적 창의성을 어떻게 보는가에 대하여 여러 연구자들의 관점을 살펴본다면, 그 다양함 속에서 몇 가지 공통적 준거를 찾을 수 있을 것이다.

Ⅲ. 관점에 대한 두 가지 준거

1. 특정 영역과 일반 영역(수학과 창의성)

수학적 창의성을 언급할 때에는 일반적 창의성을 먼저 다루고, 특정 영역으로서 수학에서의 창의성을 다루는 견해들이 있음은 앞에서 언급하였다. 즉, 수학적 창의성을 명확한 정의에서 시작하는 것이 아니라, 일반적 창의성과의 연관 속에서, 학교에서 수학을 학습하는 학생들의 능력과 관련된 것을 선택하여 시작하는 것이다. 따라서 학교에서의 수학 학습에서 수학적 창의성에 대한 논의는 수학과 창의성 양쪽에 관련된다. 따라서 수학적 창의성을 연구하려면 수학이라는 특정 영역에 중점을 둔 창의성과 일반 영역으로서의 일반적 창의성을 고려해야 할 것이다.

그러므로 연구자들의 견해에 따라 수학과 창의성 중에서 자연스럽게 어느 한 쪽을 다른 한 쪽보다 더 강조하게 됨은 당연하다고 하겠다.

일반적 창의성의 연구에서 Amabile(1996)은 창의성이 특정 영역에서의 지식과 능력, 창의성 관련 기능, 동기로 구성되어 있다고 하였으며, 도종훈(2006)은 창의성의 논의를 크게 영역 보편적 관점과 영역 의존적 관점으로 구분하여 언급하고 있다. Han에 의하면, 영역 보편적 관점은 Guilford로부터 시작하여 Torrance에 이르기까지 창의성에 관한 많은 연구들이 창의성을 특정 영역과는 무관한 일반적인 능력이라고 보는 것이다. 영역 의존적 관점은 Csikszentmihalyi의 의견에 기반을 둔 것으로, 어떠한 사람도 자신이 접해 보지 않은 영역에서 창의적이 될 수는 없으므로 특정 영역에서 창의성을 발휘하고자 하는 사람은 그 영역의 내용과 규칙을 자신의 것으로 만들어야 한다는 것이다(도종훈, 2006 재인용). 따라서 영역 의존적인 관점에서 수학적 창의성을 본다면, 당연히 수학 영역의 특징을 중심으로 창의성을 논해야 할 것이다.

Krutetskii와 같은 학자들은 수학적 사고와 수학적 과정의 본질에 더 큰 관심을 보이며, 수학적 창의성에 관한 논의에서도 창의성보다 수학을 더 강조한다고 볼 수 있다. Krutetskii(1976)에 따르면, 수학적 창의성은 "복잡하지 않은 수학 문제의 독자적인 공식화, 이러한 문제들을 해결하는 방법과 수단 찾기, 증명과 정리의 발명, 공식에 대한 독자적인 연역, 비표준 문제를 해결하는 독창적인 방법 찾기"에서 나타난다고 한다. 따라서 수학적 창의성에 명백히 수학이라는 특정 영역과 관련된 능력을 포함하고 있음을 알 수 있다.

같은 맥락으로, Krutetskii(1976)는 학교 아동들의 수학적 창의성과 수학적 영재성이라는 두 개념을 동의어로 사용하여 수학적 창의성에서 수학적인 요소를 강조하고 있다. 즉, 그의 수학적 창의성에 대한 개념은 수학적 능력에 대한 문제해결의 틀에서 세워진다고 할 수 있다.

Krutetskii와 같이 수학이라는 특정 영역을 일반 영역보다 더 강조하는 Wood는 수학의 지도 목표에 대한 틀에서 행동의 가장 높은 범주인 'inventiveness'를 논하고 있으며, 이전에 접하지 않은 패턴이나 구조를 형성하는 것과 관련하여 요소들과 부분들을 정리하는 것으로서 수학적 창의성을 정의한다. Vallée도 수학적 창의성에서 수학적 직관과 추론이 중요하다고 주장한다(Haylock, 1987 재인용). 따라서 이들은 수학적 창의성에 수학적인 사고, 즉 구조, 직관, 추론 등을 분명하게 포함하고 있다.

마찬가지로 Meissner(2000)도 수학교육에서 창의성이란 단절된 항목들의 나열만은 아니라고 주장하며, 수학교육에서의 창의성을 발전·증진시키기 위해, 교사와 학생은 옳고 견고한 수학적 지식을 더욱 더 필요로 한다고 주장함으로써, 수학의 측면을 강조하였다.

또한, Balka(1974)는 저명한 수학 교육자와 수학자들로 선정된 집단에서 수학적 창의성에 대한 여섯 가지 준거를 도출하였는데, 모두 수학적인 특성을 포함하고 있다. 그 준거에는 수학적 상황에서 원인과 결과에 관여하는 수학적 가정들을 공식화하는 능력, 패턴을 결정하는

능력, 해결을 얻기 위해 수립된 정신적 태세(mental set)를 깨뜨리는 능력, 특이한 수학적 아이디어를 고려하고 평가하여 수학적 상황에 대한 가능한 결론을 다각도로 생각하는 능력, 주어진 상황에서 놓친 것이 무엇인지 알고 놓친 수학적 정보를 채울 수 있는 질문을 하는 능력, 일반적인 수학 문제들을 구체적인 하위 문제들로 분할하는 능력이 포함된다.

Balka가 언급한 수학적 창의성의 특징은 후속 연구자들의 연구에서도 도출되고 있다. 가정들을 공식화하고 패턴을 결정한다는 것은 Krutetskii(1976)의 견해로, 수립된 정신적 태세를 깨뜨린다는 것은 Haylock(1987)과 Krutetskii(1976)가 언급한 고착화의 극복으로, 가능한 결론을 다양한 방법으로 생각한다는 것은 Becker와 Shimada(1997)의 open-ended 문제로, 그리고 질문을 하는 능력과 하위 문제로 분할하는 것은 Silver(1997)가 강조하는 문제설정으로 연결된다고 할 수 있다.

수학이라는 특정 영역적인 부분을 강조한 연구자로서 Ervynck(1991)은 이해, 직관, 통찰력, 일반화와 같은 요소의 상호작용에 의해 수학적 창의성이 생성된다고 하였다. 이해는 이론의 일부인 정리를 만든 사람이 생각해 낸 수학적 창의성의 각 단계를 재생산하는 능력이며, 직관이란 개연적인 추측을 개념화할 수 있도록 형식적 개념과 아주 유사한 개념 이미지를 만드는 것이다. 또한, 통찰력은 새로운 지식을 형성하는 데 필요한 추진력이며, 일반화란 수학적 창조의 한 형태이지만 창조라고 하기엔 미흡할 때도 있다고 한다.

齋藤昇(1998)은 학교수학에서의 창의성 창출과정을 하나의 모델로 제시하면서 수학적 지식의 획득과 정리 및 조직화의 중요성을 강조하였다. 이 모델에 따르면, 수학적 창의성의 출현에는 지식의 획득이 가장 기본적인 단계이므로 수학적 지식의 습득을 결코 소홀히 해서는 안 된다고 한다.

이러한 견해들은 수학적 창의성에 대하여 창의성의 개념보다는 수학에 있어서의 고유한 특성이나 수학의 본질적 사고에 더 강조점을 두고 있다고 할 수 있다. 이 견해들은 수학적 창의성의 구성요소로서 지식과 개념의 습득, 통찰, 엄밀성 등의 수학적 특성을 중요하게 고려하고 있는 것이다. 다시 말해, 수학적 창의성에서 수학적 부분이 창의성보다 더 우위를 차지하고 있다. 수학적 창의성에 대한 관점이 수학에 무게를 두게 되면, 수학적 창의성 육성의 주된 방법은 자연스럽게 수학적 문제해결이 될 것이다. 수학적 창의성에서 문제해결을 강조한 연구자로는 Pehkonen(1997)이 있으며, 그는 대표적인 문제해결로서 'open-ended approach'를 들고 있다. 이와 같이 수학적 창의성의 관점에 따라 그 육성 방법이 일관성을 가지면서 생성될 수 있으므로, 수학적 창의성에 대한 관점이 중요한 가치를 지니는 것이다.

한편, Haylock(1987)은 수학적 창의성에 대하여 수학보다는 창의성의 측면에 우위를 두고 있는 연구자들이 있다고 하고, 이들은 새로움과 독창성을 강조하고 다양한 결과들을 통해 수학적 창의성을 확인해 내려고 한다고 언급한다.

齋藤昇(1998)는 수학적 창의성의 평가를 위한 구성요소를 언급하면서, 논리성 이외에 확산성, 유창성, 유연성, 독창성 등을 포함하였는데, 이와 같이 아이디어의 질보다는 양에 집중하는 확산성, 아이디어의 범주의 다양성을 강조하는 유창성, 기존의 사고방식을 탈피한 새로운 것을 내놓는 독창성 등은 일반적 창의성의 구성 요소에서 가져온 것이라고 할 수 있다.

권오남 · 김정효(2000)도 창의적 문제해결력 중심의 수학 교육과정을 개발하면서 서술형 문항을 구성하고 그에 대한 채점 기준표를 작성하여 활용하였는데, 그 척도 중에 비판적 사고력 이외에 유창성, 융통성, 독창성에 해당하는 확산적 사고력이 포함되어 있다. 이 또한 일반적 창의성의 구성 요소를 수학적 창의성의 평가에 가져 온 것이다.

이와 같이, 수학적 창의성의 하위 요소를 유창성, 융통성, 독창성으로 규정하고, 평가 시에 해답의 개수로 유창성 점수를, 해답에 대한 아이디어의 범주로 융통성의 점수를, 해답의 상대적 빈도에 기반하여 독창성의 점수를 주는 연구들이 많이 있다(김홍원 외, 1997; 송상헌, 1998; 권오남 외, 2002; 이강섭 · 황동주, 2003; 이강섭 · 심상길, 2007). 물론 이들 연구에서 해답의 내용은 다양한 수준과 정도로 수학과 관련이 있으며, 평가 항목에서 비판적 사고에 대한 점수를 고려한 경우가 있다. 그러나 신뢰성 있고 타당한 평가를 위해서는 일반적 창의성에서의 하위 요소인 유창성, 융통성, 독창성 등을 가져 와서 활용하는 관점이 필요한 것이다.

특정 영역의 입장에서 보는 수학적인 특징과 일반 영역의 입장에서 보는 창의성의 특징인 유창성, 융통성, 독창성의 관계는 인지·학습의 연구에서 구분하는 영역 특정 지식(domain-specific knowledge)과 일반 인지 기술(general cognitive skills)의 관계(Perkins & Salomon, 1989)와 유사하다. 즉, 창의성의 특정 영역으로서의 수학에 관한 부분을 정의하는 입장이 있고, 다른 한편에서는 수학적 창의성을 일반적 창의성에서의 기술(skills)이라고 할 수 있는 유창성, 융통성, 독창성으로 평가하려는 입장이 있는 것이다. 물론 영역 특정 지식과 일반 인지 기술의 상호작용을 밝혀내는 연구와 마찬가지로 수학적 창의성과 일반적 창의성의 관계를 밝히려는 연구(이강섭·황동주, 2003)도 있어 왔다.

일반적 창의성의 구성요소를 수학적 창의성에 가져온 것 이외에 창의성 육성 기법을 가져 온 경우도 있다. Sheffield(2005)는 학생들이 문제를 탐구할 때, 그들의 창의성을 증진하고 수학 개념에 대한 이해를 심화시키는 데에 활용될 수 있는 몇 가지 전략을 소개한다. 이러한 전략에는 인식(appreciation), 활동(animation), 연합(association), 변경(alteration), 보류(abdication)가 포함되고, 이것들은 대부분 일반적 창의성의 증진 기법으로 잘 알려져 있다. Sheffield(2005)는 이러한 기법들을 수학에서 어떻게 활용하는지를 설명하고 있는데, 이러한 견해는 일반적 창의성에서의 사고 기법으로 잘 알려진 브레인스토밍, 속성열거법, 강제 결합법, 시네틱스(Synectics), 스캠퍼(SCAMPER) 등을 수학이라는 특정한 영역에서의 창의성 증진에 활용한다는 점에서 그 자체가 새로운 도전이라고 여겨진다.

이와 같이 새로움과 독창성, 다양함을 확인하는 것에서 수학적 창의성을 인지해 내고자 한 연구들과 창의성 증진 기법을 가져 와서 수학에 접목시킨 연구들은 일반적 창의성의 관점을 수용한 것이다. 그러나 이들의 연구에서 부족한 것은 얻어진 결과들이 수학적으로 타당한가에 대해서이다. 齋藤昇(1998)와 권오남·김정효(2000) 모두 논리성이나 비판적 사고라는 척도를 포함시키고 있는 것도 이러한 이유에서라고 여겨진다.

Pehkonen(1997)에 의하면, 창의적 사고는 논리적 사고와 직관에 바탕을 두지만, 의도적인 목적을 가진 발산적 사고의 결합으로 정의될 수도 있다. 따라서 Pehkonen (1997)은 논리성과 창의성 사이의 균형이 매우 중요하다고 한다. 즉, 논리적 추론을 지나치게 강조하면 창의성은 줄어들 것이며, 논리에서 무엇인가를 획득하면 창의성에서는 잃어버릴 것이고, 그 역도 성립할 것이라고 한다.

그러므로 수학적 창의성을 논할 때에는 수학과 창의성 모두 명백하게 나타나야 할 것이며, 논리성으로 대표되는 수학과 창의성의 균형을 고려해야 한다. 그러나 대부분의 연구들은 이들 사이의 균형을 유지하기 보다는 위에서 살펴보았듯이, 연구자의 관점이나 연구의 목적에 따라 어느 한 쪽으로 집중하는 경향이 있다.

2. 과정과 결과(사고 과정과 발산적 산출물)

수학적 창의성에 대해 논의할 때, 특정 영역 대 일반 영역을 하나의 접근 준거로 보는 것 이외에, 정신적 사고 과정과 결과로 생성되는 산출물에 하나의 준거를 둘 수 있다.

Aiken과 같은 연구자는 수학적 창의성의 정의가 항상 저변의 과정이나 일목요연한 산출물 중 하나에 기반을 두고 있다고 지적한다. 즉, 수학적 창의성을 정신적 작용으로써의 특별한 수준의 사고로 정의하는 설명과 산출물에 집중하는 설명으로 나누어 본 것이다(Haylock, 1987 재인용).

먼저, 수학적 창의성을 정신적 사고의 과정으로 설명하는 견해로는, Krutetskii와 Laycock을 들 수 있다. Krutetskii는 하나의 정신적 작용에서 다른 것으로 쉽고 자유로운 변형에 대해 이야기하며, Laycock은 많은 방법으로 문제를 분석하고 패턴을 관찰하고 유사함과 상이함을 알아보는 능력에 대해 말한다(Haylock, 1987 재인용).

다음으로 사고 과정의 결과로서 생성되는 산출물에 집중하는 관점을 생각할 수 있다. 이것은 사고 과정 자체가 아니라 타인이 관찰 대상으로 삼을 수 있는 결과물인 것이다. 이러한 결과물을 통해 학습자가 창의성을 어느 정도 소유하고 있는지를 판단하는 기준이 여러 연구자들에 의해 제안되고 있다. 더구나 결과물들은 사고 과정보다 쉽게 관찰 가능하므로, 창의성 평가에 활용될 가능성이 높다.

수학에서 문제에 대하여 창의성을 독창적이거나 흔하지 않은 혹은 적절한 해결 방법을 생산하는 능력으로서

수학적 창의성을 정의하는 Spraker나 지필, 그림, 그래프 형태로 수학적 상황이 제시되었을 때, 수많은, 다양한 그리고 적절한 질문을 만들어 내는 능력을 이야기한 Jensen의 경우가 산출물에 집중하는 경우에 해당한다(Haylock, 1987 재인용).

齋藤昇・秋田美代(2000)는 창의성을 본인에게 있어 새롭게 가치가 있고, 그 학습 집단의 구성원에게 있어 평가되어지는 것을 발상한다든지, 만들어 내든지 하는 능력 및 인격 특성이라고 하여 역시 산출에 의미를 두고 있다.

사고 과정의 결과로서 산출물에 집중하는 것은 대부분의 경우 발산적 산출물로 나타난다. 여기에서 '발산적'의 의미는 아이디어의 양(量)도 아이디어의 질(質)만큼 중요성을 가지고 있기 때문에 되도록 많은 해답을 내놓도록 하는 일반적 창의성의 평가 방법과도 맥락을 같이 한다고 할 수 있다.

발산적 산출물에 대한 견해들은 보통의 문제에서 하나의 옳은 해답만을 찾는 전통적인 과제나 평가에서는 인지해 낼 수 없는 수학적 능력에 대해 이야기하기 시작하였다. 그리고 발산적 산출물은 관찰이 용이하기 때문에 이를 통해 측정되는 수학적 창의성이 수학 성취도와 같은 다른 변인들과 어떤 관계가 있는가에 대한 연구들도 이루어져 왔다(Haylock, 1987). 또한 수학적 창의성을 인지해 내기 위해 발산적 산출물을 평가하는 준거나 방법에 관한 연구들도 이루어져 왔다(齋藤昇・秋田美代, 2000; Haylock, 1987; 권오남 외, 2002; 송상헌, 1998, 유윤재, 2003).

그러나 학생이 학교수학에서 해결해야 하는 많은 문제들은 하나의 옳은 해답만을 찾도록 하고 있다. 근래에 수학적 창의성의 육성을 위해 발산적 산출물과 관련하여 수학적 탐구학습이나 open-ended 문제, 상황을 기반으로 하여 한 가지 이상의 수용 가능한 해답을 찾는 과제에 학생을 참여하게 해야 한다는 주장이 있다(Haylock, 1997; Becker & Shimada, 1997; Pehkonen, 1997; 권오남 외 2002). 발산적 산출물과 관련된 이러한 입장은 학교수학에서 창의성 관련 교육을 할 수 있는 배경을 조성하여 준다고 할 수 있다.

Haylock(1997)은 학교수학에서 사용되는 발산적 산출물의 유형으로 문제해결형, 문제설정형, 재정의형을 설명하고 있다. 문제해결형은 이전의 연구자들에 의해 활용된 많은 검사들로 단순히 많은 해답을 가지는 수학적 문제들이다. 문제설정형은 학생들에게 산술적 정보를 포함하는 단락을 제시하여 그 상황에 대해 가능한 많은 문제를 기록하도록 하는 것이다. 재정의형은 상황의 요소를 계속적으로 그들의 수학적 속성과 관련하여 재정의하여 학생들에게 다양하며 독창적인 방법으로 답변할 수 있는 상황을 주는 것이다.

이와 같이 과정보다 결과에 무게를 두는 관점은 수학적 창의성의 평가도구 제작에 기반을 제공할 수 있으며, 평가도구의 제작을 통하여 관련 연구들에서 관계성을 밝힐 수 있게 해 준다. 즉, 발산적 산출물에 집중하는 관점은 수학적 창의성의 평가는 물론 실제적으로 활용할 수 있는 정보나, 구체적인 자료를 제공해 줄 수 있다. 뿐만 아니라, 학교수학의 맥락에서 학습자들에게 수학적 창의성을 보다 쉽게 접근할 수 있도록 해 준다.

이에 비해, 사고 과정에 중점을 두는 관점은 주로 수학자들의 작업이나 연구에 관련된 것으로 고려되어야 하며, 실제로 학교현장에서 활용하기가 다소 어렵다. 학생들의 인지적 사고 과정 속에서 수학적 창의성을 인지해 내고, 이를 통해 수학적 창의성을 육성하고자 한다면, 주도면밀한 설문조사나 면담이 이루어져야 할 것이며, 생각을 큰 소리로 말하기(thinking aloud) 방법을 통한 프로토콜의 활용 등이 이루어져야 할 것이다.

Ⅳ. 수학적 창의성에 대한 관점

위에서 언급한 연구자들의 견해를 종합해 본다면, 수학적 창의성을 보는 관점에서 크게 두 가지의 준거를 고려할 수 있다. 첫 번째는 특정 영역과 일반 영역 즉, 수학과 일반적 창의성 중에 어느 쪽에 무게를 두는가에 관한 준거이며, 두 번째는 과정과 결과 즉, 사고 과정과 발산적 산출물 중 어느 쪽에 무게를 두는가를 고려하는 것이다.

첫 번째 준거인 특정 영역/일반 영역과 두 번째 준거인 과정/결과를 행과 열로 각각 배열하면 <표 1>과 같은 행렬을 얻을 수 있다. 수학을 M, (일반적) 창의성을 C, 사고 과정을 T, 발산적 산출물을 D로 표현하고, 각 행과 열이 만나는 셀(cell)에는 해당 준거를 대문자로, 나머지 다른 준거를 소문자로 나타내기로 한다.

이러한 배열에 의하면 두 가지 준거의 요소들에 의해

모두 네 가지의 셀이 생성되고, 따라서 이 네 개의 셀들은 특정한 두 요소들에 무게를 두고 있는 네 가지의 관점을 나타내게 된다.

특정/일반의 준거에서 수학에 무게를 두고, 과정/결과의 준거에서 사고 과정에 무게를 두고 있다면 1행 1열의 수학-사고 과정 접근(McTd-approach)으로 분류될 수 있다. 마찬가지 방법으로 첫 번째 준거에서 수학에, 두 번째 준거에서 발산적 산출물에 무게를 두고 있다면 1행 2열의 수학-발산적 산출물 접근(MctD-approach)으로 분류된다. 창의성과 사고 과정에 중점을 두고 있는 관점은 창의성-사고 과정 접근(mCTd-approach)으로, 창의성과 발산적 산출물에 중점을 두고 있는 관점은 창의성-발산적 산출물 접근(mCtD-approach)으로 나타낼 수 있다.

이러한 네 가지의 관점을 나타낸 <표 1>과 같은 배열은 특정 관점에 해당하는 셀에 연결된 행과 열의 내용이 무엇인가에 따라 그 관점에 대한 준거를 쉽게 알 수 있도록 하고 두 가지 준거들의 어느 요소가 서로 연결되어 있는가를 쉽게 나타내 준다고 할 수 있다.

<표 1> 수학적 창의성에 대한 관점

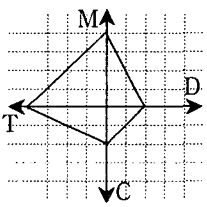
과정/결과 ╲ 특정/일반	사고 과정 thinking process	발산적 산출물 divergent production
수학 mathematics	McTd	MctD
창의성 creativity	mCTd	mCtD

수학적 창의성에 대한 여러 연구자들의 관점에서 추출된 공통된 준거에 의해 구분된 이러한 네 가지 접근은 수학적 창의성에 대한 연구에 이론적 기반을 제공해 줄 수 있을 것이다.

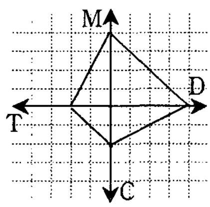
한편, 두 가지 준거에 따른 네 가지 요소 중에서 각 관점이 주로 집중하는 것을 도식화한다면, 수학적 창의성을 보는 관점에 대하여 어디에 무게를 두고 있는지 개략적으로 알아볼 수 있다. 특정 영역과 일반 영역의 준거를 세로축으로 하고, 과정과 결과의 준거를 가로축으로 하면 좌표축을 생성할 수 있다. 세로축의 끝을 각각 M과 C로, 가로축의 끝을 각각 T와 D로 설정하면, <표 1>의 관점들은 이 좌표평면에 사각형으로 나타내어진다.

McTd 접근은 <그림 1>과 같이 M과 T에 집중하고 C와 D를 상대적으로 덜 중요하게 다루는 사각형으로 나타낼 수 있다. 따라서 <표 1>에서의 1행 1열이 제 2사분면의 가장 넓은 영역으로 표시됨을 알 수 있다. 마찬가지 방법으로 MctD, mCTd, mCtD 접근에 대한 사각형도 나타낼 수 있고, 각각 제 1사분면, 제 3사분면, 제 4사분면의 가장 넓은 영역으로 표시된다.

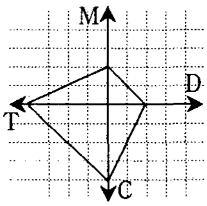
첫 번째 준거에 대한 세로축에서 수학과 창의성 중 어느 쪽에 더 집중하느냐 하는 것은 어느 한 쪽에 상대적으로 덜 집중하느냐와 같은 의미이므로 그림에 나타난 사각형의 대각선의 길이는 일정해야 하고, 대각선의 한 쪽 끝, 예를 들어, M쪽으로 대각선이 더 길다고 하면, 다른 쪽인 C쪽은 상대적으로 짧게 된다. 따라서 <그림 1>, <그림 2>, <그림 3>, <그림 4>의 사각형에서 모든 대각선의 길이는 동일하고 어느 쪽으로 더 치우쳤는가가 고려되어야 할 것이다.



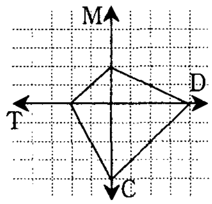
<그림 1> McTd 접근



<그림 2> MctD 접근



<그림 3> mCTd 접근



<그림 4> mCtD 접근

이러한 분류가 모든 연구자들의 관점을 분명하게 구분하지는 못하겠지만, 수학적 창의성에 대한 관점에 대하여 대체적인 양상을 보여 줄 수는 있다. 예를 들어, 수학 영재성과 수학적 창의성을 동일하게 보고, 하나의 정신적 작용에서 다른 것으로의 변형에 대해 논의한 Krutetskii(1969, 1976)는 수학-사고 과정 접근의 연구자로 볼 수 있다. 한편, Becker와 Shimada(1997)의 open-ended 문제를 통한 수학적 창의성의 증진과 평가를 논

의한다면, 수학-발산적 산출물 접근으로 고려될 수 있다. 일반적 창의성의 증진 기법을 수학적 창의성에 적용하여 되도록 많은 해결방법을 도모하는 Sheffield(2005)의 관점은 창의성-발산적 산출물 접근으로 볼 수 있다.

이와 같이 연구자의 관점에 따라서, 또는 진행되는 연구의 맥락에 따라서 수학적 창의성에 대한 네 가지 접근 중에 한 가지를 취할 수 있다.

수학자의 발견술 과정에 대한 연구나 학습자의 개별적인 수학적 창의성 발현 과정에 집중하고자 한다면, 수학-사고 과정 접근을 기반으로 해야 할 것이며, 수학적 창의성에 대해 현재의 학교 현장에 보다 쉽게 적용 가능하도록 하고자 한다면, 또는 수학적 창의성의 평가와 이를 통한 관련 연구를 하고자 한다면, 수학-발산적 산출물 접근이 유용할 것이다.

수학이라는 특정 영역의 내용 지식보다는 창의적으로 사고하고, 창의적으로 문제를 다루는 기술 등에 집중하고자 한다면, 창의성-사고 과정 접근이나 창의성-발산적 산출물 접근을 선택할 수 있다.

특히, 학교수학의 맥락에서는 수학-발산적 산출물 접근이 수학이라는 특정 영역에서 다루는 개념과 지식을 중요하게 여기므로 학습자의 현재 수학학습과 다소 상이한 내용을 가져 올 위험성이 적다. 또한, 학습자의 창의성의 수준을 인지해 내거나, 학교현장에서의 특수한 창의성 프로그램의 활용 이후에 평가 단계에서도 수학-발산적 산출물 접근을 기반으로 할 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 수학적 창의성에 대한 이론적인 접근에 바탕을 두고 그 개념을 기술하여, 이들에서 발견되는 공통된 부분으로서 준거를 수립한 후, 수학적 창의성에 대한 관점을 논의하고자 하였다.

따라서 먼저 문헌 고찰을 통하여 수학적 창의성의 개념을 살펴보았고, 수학적 창의성에 대한 관점들을 기술하면서 그 중에 공통된 부분으로서 특정 영역/일반 영역과 과정/결과라는 두 가지 준거를 추출하였다. 이 두 가지 준거에 의해 다음의 네 가지로 수학적 창의성에 대한 관점을 분류하였다.

수학-사고 과정 접근(McTd-approach)
수학-발산적 산출물 접근(MctD-approach)
창의성-사고 과정 접근(mCTd-approach)
창의성-발산적 산출물 접근(mCtD-approach)

이러한 분류가 수학적 창의성에 관한 연구에서 나타난 관점을 분명하고 확실하게 구분 짓는 것은 아니며, 그러한 구분 자체를 목적으로 하는 것은 더욱 더 아니다. 수학적 창의성에 대한 관점의 분류는 교육현장 또는 관련 연구에 일정한 시각을 제공함으로써 창의성 교육과 관련 연구의 기반을 더 굳건히 하며, 일관성 있게 창의성 교육과 연구를 진행할 수 있도록 해 준다.

학교 현장에서 수학-사고 과정 접근(McTd-approach)을 기반으로 창의성 교육을 실시한다면, 수학이라는 특정 영역에서의 수학적 사고를 강조하게 된다. 따라서 새로운 문제해결방법이나 새로운 수학적 개념의 생성을 추구하게 되어 수학자의 연구에서 발휘되는 것과 유사한 창의성을 중시하게 될 수 있다. 한편, 창의성 교육에서 창의성-발산적 산출물 접근(mCtD-approach)을 기반으로 한다면, 새로운 아이디어에 따른 다양하고 독창적인 산출물을 강조하게 됨으로써, 학생들의 흥미와 성취감을 자극할 가능성이 높다.

수학-발산적 산출물 접근(MctD-approach)을 기반으로 한 창의성 교육은 학교에서의 수학학습 범위 내에서 다양한 문제해결을 추구할 수 있고, 산출물에 의한 학생의 창의성 평가 등이 용이할 수 있어 네 가지 관점 중에 학교 수학과 가장 쉽게 관련지을 수 있다.

그러므로 수학적 창의성에 있어서 창의성 교육의 목표나 연구의 목적에 따라 교육자와 연구자는 하나의 관점을 기반으로 교육과 연구의 맥락을 정할 수 있다. 목표 수립에서 선택된 관점이 계속 일관성을 유지하는가에 대해서는 <표 1>에 제시된 행과 열의 요소를 검증하는 방법이 사용될 수도 있다.

마지막으로 본 논문에서는 학교수학의 맥락에서 수학적 창의성을 교육하고 학습하도록 하거나 학생을 평가하고자 한다면, 수학-발산적 산출물 접근(MctD-approach)의 가능성을 높이 고려하고 있다.

참 고 문 헌

권오남 · 김정효 (2000). 창의성 문제 해결력 중심의 수학

교육과정 적용 및 효과 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 39(2), pp.81-100.

권오남·박정숙·조영미·박지현·김영실 (2002). 개방형 문제 중심의 수학적 창의력 신장을 위한 프로그램 개발 연구, 한국학술진흥재단 지원 교과교육공동연구.

김부윤·이지성 (2005). 수학적 창의성의 평가방안에 대한 모색, 한국학교수학회논문집 8(3), pp.327-341.

김홍원·김명숙·방승진·황동주 (1997). 수학 영재 판별 도구 개발 연구(II)-검사 제작편. 한국교육개발원 연구보고 CR 97-50. 한국교육개발원.

도종훈 (2006). 중학교 기하 영역에서의 수학적 창의성 교육 연구, 서울대학교 박사학위논문.

송상헌 (1998). 수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구, 서울대학교 박사학위논문.

유윤재 (2003). 창의적 수학문제해결력 검사 도구의 요소, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 17, pp.159-168.

윤종건 (1998). 창의력의 이론과 실제, 서울 : 원미사.

이대현·박배훈 (1998). 수학적 창의력에 대한 소고, 대한수학교육학회 논문집 8(2), pp.679-690.

이강섭·심상길 (2007). 교구를 활용한 활동에서 창의성 평가를 위한 학생들의 반응 유형 분석, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 46(2), pp.227-237.

이강섭·황동주 (2003). 일반 창의성(도형)과 수학 창의성과의 관련 연구 : TTCT; Figural A와 MCPSAT; A를 바탕으로, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 42(1), pp.1-9.

齋藤昇 (1998). 創造性創出過程のモデルの構築とその実践. 日本教科教育学会誌 21(2), pp.19-27.

齋藤昇·秋田美代 (2000). 数学における創造性テストと創造性態度との関係. 全国数学教育学会誌 数学教育学研究 6, pp.35-48.

Amabile, T. M. (1996). *Creativity in Context : Update to The Social Psychology of Creativity*. Boulder, CO : Westview Press.

Balka, D. S. (1974). Creative Ability in Mathematics. *Arithmetic Teacher* 21, pp.633-636.

Barrow, J. D. (1992). *Pi in the Sky: Counting, Thinking, and Being*. 박병철 역 (2004). 수학, 천상의 학문, 서울 : 경문사.

Becker, J. P. & Shimada, S. (Eds.) (1997). *The Open-Ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematics*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In Tall, D. (Ed.), pp.42-53, *Advanced Mathematical Thinking*. Netherlands : Kluwer Academic Publishers.

Hadamard, J. (1975). *Essai sur la Psychologie de l'Invention dans le Domaine Mathématique*. 정계섭 역 (1990). 수학 분야에서의 발명의 심리학, 서울 : 범양사.

Haylock, D. W. (1997). Recognising Mathematical Creativity in Schoolchildren. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 27(3), pp.68-74.

__________ (1985). Conflicts in the Assessment and Encouragement of Mathematical Creativity in Schoolchildren. *International Journal of Mathematical Education and Technology* 16(4), pp.547-553.

__________ (1987). A Framework for Assessing Mathematical Creativity in Schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics* 18, pp.59-74.

Krutetskii, V. A.(1969). Mathematical Aptitudes. In Kilpatrick, J. & Wirszup, I. (Eds.), (pp.113-128). *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics II*. Chicago : The Univ. of Chicago Press.

__________ (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. Chicago : The Univ. of Chicago Press.

Meissner, H. (2000). Creativity in Mathematics Education. *Paper presented at the web site of Mathematics Education Study Group* (August 7-8, 2000 in Tokyo, Japan), http://wwwmath1.uni-muenster.de/didaktik/u/meissne/WWW/creativity.htm

Pehkonen, E. (1997). The State-of-Art in Mathematical Creativity. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 29(3), pp.63-67.

Perkins, D. N. & Salomon, G. (1989). Are Cognitive

Skills Context-bound? *Educational Research* **18(1)**, pp.16-25.

Sheffield, L. J. (2005). *Using Creativity Techniques to Add Depth and Complexity to the Mathematics Curricula.* Paper presented at the web site of EARCOME 3 Symposium 1 : Creativity(August 7-12, 2005 in Shanghai, China). http://euler.math.ecnu. edu.cn/earcome3/Symposiums.htm

Silver, E. A. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **29(3)**, pp.75-80.

Sternberg, R. J. & Lubart, T. I. (1999). The Concept of Creativity: Prospects and Paradigms. In Sternberg (Ed.), pp.3-15, *Handbook of Creativity*, New York : Cambridge University Press.

On Perspectives in Mathematical Creativity

Boo Yoon Kim
Department of Mathematics Education, Pusan National University, Busan 609-735, Korea
E-mail : kimby@pusan.ac.kr

Ji Sung Lee
Onchun Middle School, Busan 607-060, Korea
E-mail : dongms@hanmail.net

In this paper, we review definition and concept of mathematical creativity. A couple of criteria have established for perspectives in mathematical creativity. The first is specific domain(mathematics) vs general domain(creativity) and the second is process(thinking process) vs outcome(divergent production). By these criteria, four perspectives have constructed : mathematics-thinking process approach(McTd), mathematics -divergent production approach(MctD), creativity-thinking process approach(mCTd), creativity-divergent production approach(mCtD).

When mathematical creativity is researched by the specific reason and particular focus, an appropriate approach can be chosen in four perspectives.

* ZDM Classification : C43
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C50
* Key Words : creativity, mathematical creativity, thinking process, divergent production