

## 초등학생들의 공간감각 이해능력 실태조사

이 성 미 (대구성곡초등학교)

방 정 숙 (한국교원대학교)

### I. 서론

우리는 2차원이나 3차원의 모양이나 물체에 둘러싸여 있는 공간 속에서 살아가고 있다. 그 공간 속에서 원활한 활동을 하며 살아가기 위해서는 사물들 사이의 공간 관계에 관한 직관력이 필요하다(Baroody & Coslick, 1998). 예를 들어, 여행을 할 때 지도를 읽고 길을 찾아가거나, 운동을 할 때 공을 던지고 받거나, 그림을 그리거나, 옷을 디자인하거나, 건물을 설계하는 경우 등 대부분의 생활에서 사물과 공간 사이의 관계에 대한 직관력은 우리가 잘 느끼지 못하지만 항상 사용하고 있다.

사물과 그 주변 공간에 대한 직관적인 느낌이 공간감각이다(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989). 공간감각은 공간지각력 또는 공간시각화라 불리며 3차원 세계에서 학생들이 사물과 사물의 위치 사이의 관계를 이해하도록 도와준다(Kennedy & Tipps, 2000). 대부분의 연구에서는 공간감각이라는 용어 대신 공간능력이라는 말을 많이 사용하고 있으며(한기완, 2001), 오래전부터 여러 연구자들이 공간능력에 대해 정의하고 분류하기도 하였다.

우리는 공간에서 살아가기에 공간능력은 삶에서 중요한 요소이다. 하지만 공간감각은 일상생활에서 뿐만 아니라 수학 교과를 학습하는 데에도 도움을 준다(Bassarear, 2001). 분수, 측정, 어림, 수직선에서 정수, 지도 읽기와 과학에서의 개념과 사회적 연구는 공간적 특성을 가지며, 대수, 삼각법, 미적분, 고등수학의 주제 또한 공간 사고를 필요로 하기 때문이다(Kennedy &

Tipps, 2000). 또한 기하에 대한 개념과 언어를 알고 있으면서 공간감각이 발달한 학생들은 수와 측정의 아이디어뿐만 아니라 높은 수준의 다른 수학 주제를 더 잘 학습할 수 있다고 한다(NCTM, 1989). 공간감각은 수학 추론에서 중요한 역할을 하고 계산에도 유용하다(Wheatley, 1990).

학생들의 공간감각을 발달시키기 위해서는 학교수학의 역할이 크다. NCTM(1989)의 『학교수학을 위한 교육과정 및 평가 기준(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)』에서 학교수학 교육과정에 포함되어야 하는 기본적인 내용으로 기하영역에서 공간감각의 발달을 강조하고 있으며, NCTM(2000)의 『학교 수학을 위한 원리와 기준(Principle and Standards for School Mathematics)』에서도 유아·유치원부터 12학년까지의 전 학년의 기하영역에서 공간관계를 묘사하고, 변환과 대칭, 공간추론을 사용하도록 하고 있다.

우리나라 교육과정에서 공간감각은 제7차 교육과정의 초등학교 도형영역에서 소영역으로 처음 도입되었다. 이전까지의 교육과정에서는 평면도형이나 입체도형의 개념이나 성질을 학습하는 내용을 다루었는데 비해, 제7차 교육과정에서는 공간감각을 길러주기 위해 활동하는 학습내용이 더 추가되었다.

공간감각에 대한 선행연구를 살펴보면, 제7차 수학과 교육과정의 단계별 내용에 공간감각이라는 용어를 사용한 단계는 초등학교까지여서 초등학생을 대상으로 한 연구가 대부분이었다. 그런데 공간감각이 학습에 어떤 영향을 주고, 공간감각을 기르려면 어떤 지도 방법이나 자료가 필요한지에 대한 연구는 많지만 정작 학생들이 현재 공간감각을 어느 정도 가지고 있는지 특히, 학교에서 학습한 공간감각 학습내용에 대해 어느 정도 이해하고 있는지에 대한 연구는 부족하였다.

\* 2007년 6월 투고, 2007년 8월 심사 완료  
\* ZDM분류 : G52  
\* MSC2000분류 : 97C30  
\* 주제어 : 공간감각, 합동변환, 거울대칭, 합동, 대칭.

따라서 본 연구는 학생들이 학교에서 배우는 공간감각 학습내용을 어떻게 이해하고 있는지를 학습내용별, 학년별로 구체적으로 파악하여 앞으로의 공간감각 학습 지도에 도움을 주고자 한다. 이를 위하여 초등수학의 도형영역 중에서 공간감각과 관련된 학습내용을 선정하고, 각 내용별로 초등학생들의 학습내용 이해능력을 알아보고자 한다. 본 연구에서 '공간감각과 관련된 학습내용'이란 교육과정에서 '공간감각'이라는 소영역에 포함된 내용뿐만 아니라 입체도형과 평면도형 영역에서도 공간감각과 밀접하게 관련된 내용도 포함시켰다. 이는 문헌 검토를 통해 분석한 공간감각의 전반적인 의미를 포괄적으로 반영하기 위함이었다(이론적 배경 참조). 또한 본 연구에서 '학생들의 이해능력'은 연구자가 교과서와 전문가의 조언을 바탕으로 개발한 검사지의 정답률에 따라 판단을 하였다. 왜냐하면 정답률은 각 문제마다 그 문제를 맞힌 학생들을 전체 학생에 대한 백분율로 나타낸 것인데, 연구자가 개발한 검사지는 학습내용의 개념에 초점을 두어 개발한 것이므로, 정답률을 통해 전체 학생들의 학습내용에 대한 이해정도를 파악할 수 있기 때문이다. 이러한 연구 목적을 위해 설정한 연구 문제는 다음과 같다.

첫째, 2, 4, 6학년 학생들의 합동변환(밀기, 뒤집기, 돌리기)에 대한 학습내용 이해능력은 어떠한가?

둘째, 4, 6학년 학생들의 거울대칭과 쌓기나무 활동에 대한 학습내용 이해능력은 어떠한가?

셋째, 6학년 학생들의 도형의 합동과 대칭에 대한 학습내용 이해능력은 어떠한가?

## II. 이론적 배경

### 1. 공간감각

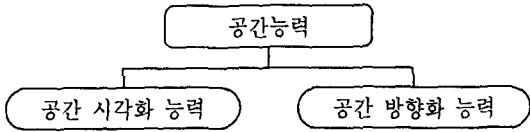
자신의 주위 공간 안에 있는 여러 가지 물체들과 관련된 인지를 나타내는 용어는 조금씩 개념의 차이를 보이면서 다양하게 사용되고 있다. NCTM에서는 공간 시각화, 공간 추론, 공간 지각, 회전의 시각적 심상과 같은 여러 가지 용어들을 공간감각(spatial sense)이라는 하나의 용어를 사용해 언급하고 있다(Wheatley, 1990). 우리나라 제7차 교육과정에서도 공간감각이라는 용어를 사용한다. 하지만 대부분의 연구에서는 공간능력(spatial

ability)이라는 용어를 많이 사용하고 있다(한기완, 2001). 이 글에서는 각 용어들을 포괄하는 의미로 공간감각이라는 용어를 사용하면서 인용하는 문헌에서 사용하고 있는 용어는 그대로 사용하였다.

제7차 교육과정에서는 공간감각에 대한 분명한 정의 없이 용어를 사용하고 있다. 하지만 NCTM에서는 공간감각을 주변과 주변 안의 사물들에 대한 직관적 느낌이라고 정의하고(NCTM, 1989), 공간 시각화는 다른 관점에서 물체를 인지하고 2차원과 3차원 물체들을 정신적으로 조작하고 만드는 것이라고 정의한다(NCTM, 2000). 또한 공간능력은 상징적이고 언어에 의하지 않은 정보를 표현하고, 변환하고, 산출하고, 회상하는 기술이라고 정의하기도 한다(Linn & Peterson, 1985). 공간감각은 공간 지각력 또는 공간 시각화라고도 불리는데 3차원 세계에서 학생들이 사물과 사물의 위치 사이의 관계를 이해하도록 도와준다(Kennedy & Tipps, 2000). 이렇듯 공간감각에 대한 표현은 조금씩 다르지만 공간에서 자신과 사물의 관계나 사물들 사이의 관계를 다룬다는 면에서는 같은 맥락을 가진다.

공간감각을 좀 더 명확하게 인지하기 위해 연구자들은 공간감각의 하위요소를 다양하게 분류하고 있다. 여러 연구자들 중에서 대표적인 McGee(1979), Linn과 Peterson(1985), Del Grande(1990)의 공간능력 분류를 살펴보고자 한다.

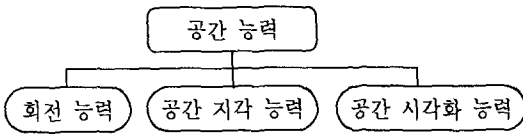
McGee(1979)는 인간의 공간능력에 대한 정신심리학적 연구를 요약하면서, 공간능력의 하위 요인을 공간 시각화(spatial visualization) 능력과 공간 방향화(spatial orientation) 능력으로 정리하였다. 1920년대 중반부터 공간 요인 분석 연구가 시작되면서, 반박하는 연구자들도 있었지만 일부 연구자들은 공간 요인에 대한 증거를 찾았다. 1930년대 초기에는 공간 요인이 존재하느냐 존재하지 않느냐에 대한 토론이 있으면서 많은 연구들이 공간 능력인 시각화와 방향화의 존재를 지지하였다. McGee(1979)는 그 중 Guilford와 Lacey, Thurstone, French, Ekstrom과 French와 Harman의 4가지 연구에서 인정한 요인들을 공간 시각화 능력과 공간 방향화 능력으로 묶고 이를 정리하였다. McGee(1979)가 정리한 공간능력 분류를 도식화하면 <그림 1>과 같다.



<그림 1> McGee(1979)가 정리한 공간능력 분류

공간 시각화 능력은 그림으로 제시된 물체를 머릿속으로 조작하거나, 돌리거나, 비틀거나, 뒤집는 능력이다. 배치된 내부 부분들 사이의 이동과 치환이 있는 배치를 인지하여 시각화하거나, 편평한 도안을 접거나 펼치거나, 3차원 공간에서 상상속의 물체를 조작하는 능력도 포함된다. 공간 방향화 능력은 공간 패턴 안에 있는 요소의 배열을 이해하고, 주어진 물체의 방향을 변화시켜도 혼동되지 않는 능력이다.

Linn과 Peterson(1985)은 공간능력에 대해 성별 차이의 특징을 찾아내기 위해 공간능력을 회전(mental rotation) 능력, 공간 지각(spatial perception) 능력, 공간 시각화(spatial visualization) 능력으로 분류했다(Black [2005]에서 재인용). Linn과 Peterson(1985)의 공간능력 분류를 도식화하면 <그림 2>와 같다.

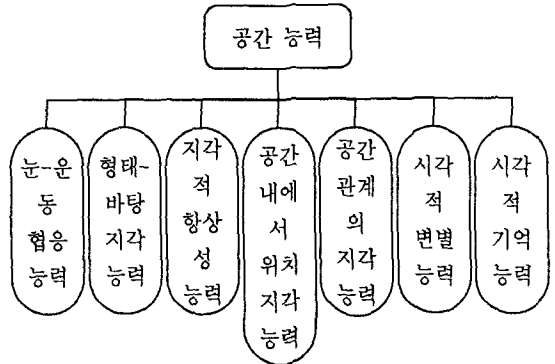


<그림 2> Linn과 Peterson(1985)의 공간능력 분류

회전 능력은 2차원이나 3차원의 도형을 빠르고 정확하게 회전할 수 있는 능력이다. 공간 지각 능력은 주의를 흐뜨리는 다른 정보에도 불구하고 중력 운동과 감각의 단서에 의해 자신의 방향에 대한 공간 사이의 관계를 결정할 수 있는 능력이다. 공간 시각화 능력은 공간적으로 제공된 정보를 가지고 머릿속으로 복잡하며 다단계의 조작을 할 수 있는 능력이다. 이는 McGee가 정리한 공간 시각화 능력과 비슷하나, McGee는 공간 시각화 능력 안에 회전 능력을 포함하는데 반해 Linn과 Peterson은 회전 능력을 따로 분리하여 생각한 것으로 보인다.

Del Grande(1990)은 공간감각을 구성하는 능력으로 1977년에 Hoffer가 제안하여 그 후 기하학의 연구와 관련하여 선택된 7개의 능력을 자세히 정리하였다. 이 7가

지 능력은 눈-운동 협응 능력, 형태-바탕 지각 능력, 지각적 항상성 능력, 공간 내에서 위치 지각 능력, 공간 관계의 지각 능력, 시각적 변별 능력, 시각적 기억 능력이다. Del Grande(1990)가 정리한 공간능력 분류를 도식화하면 <그림 3>과 같다.



<그림 3> Del Grande(1990)가 정리한 공간능력 분류

눈-운동 협응(eye-motor coordination) 능력은 몸의 이동과 시각을 조화시키는 능력이다. 즉, 눈을 통해 시각적으로 관찰한 것을 신체의 움직임에 연결시키는 능력으로 옷을 입고, 탁자에 앉고, 자르고, 지나가는 일상의 활동과 관련된다. 눈-운동 협응 능력과 관련된 기하학적 활동으로는 좁거나 굽어진 미로와 같은 길을 따라 선을 그리기, 도형을 따라 그리거나 구역을 색칠하기, 끈거나 비스듬하거나 구부러진 선을 이용하여 점을 연결하기 활동이 있다.

형태-바탕 지각(figure-ground perception) 능력은 어떤 상황에서 특정 구성요소를 확인하는 시각적 활동이며, 복잡한 바탕 안에서 형태의 모양을 인지하는 시각적 능력이다. 이 능력은 때때로 “그림과 배경 구별하기”로 기술된다. 형태-바탕 지각 능력은 어린 학생들이 체육관에서 공놀이를 할 때, 공에만 주의를 기울여 다른 학생이나 마루와 같은 그 밖의 체육관의 모습들이 희미하게 지각되는 바탕을 이룬다는 설명으로 쉽게 이해할 수 있다. 동물이 자신을 보호하기 위해 배경과 비슷하게 몸을 보이지 않도록 하는 위장도 하나의 또 다른 예이다. 형태-바탕 지각 능력과 관련된 기하학적 활동으로는 겹쳐져있는 도형들 사이에서 하나의 도형 구별해내기, 도형 완성하기, 칠교판 같이 부분을 사용해 도형 조립하기 활

동이 있다.

지각적 항상성(perceptual constancy) 능력은 공간에서 여러 가지의 크기, 명암, 질감, 위치들이 제공된 어떤 기하학적 도형들을 인지하고 비슷한 기하학적 도형들로부터 구별해내는 것이다. 즉, 사물이 보는 위치에 따라서 다르게 보일지라도 그 사물의 크기와 모양의 불변성을 인식하는 능력이다. 지각적 항상성과 관련된 기하학적 활동으로는 모양은 같고 크기가 다른 도형 구별하기, 크기에 따라 물체 배열하기, 같은 크기와 모양을 가지는 도형 구별하기 활동이 있다.

공간 내에서 위치 지각(position-in-space perception) 능력은 자신과 공간 내에서의 물체와의 관계를 인식하는 능력이다. 공간 내에서 위치 지각과 관련되는 활동은 도형들의 회전과 대칭을 구별하는 것이다. 학생들은 거울을 사용해서 상과 도형을 구별하는 경험을 한다. 상을 밀고 뒤집고 돌려 확인해내면서 합동인 도형을 찾아내는 능력과 관련된다.

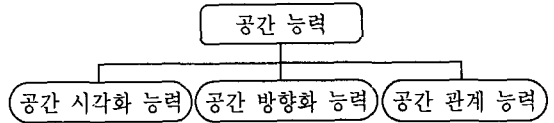
공간 관계의 지각(perception of spatial relationships) 능력은 자신과 관련해서 또는 물체들 서로서로 관련해서 두 개 또는 그 이상의 대상들 사이의 관계를 인식하는 능력이다. 공간에서 거리, 깊이, 위치 등의 관계를 인식하는 능력을 포함한다. 이 능력은 야구나 자전거를 타는 것과 같은 실생활에 필요한 능력이다.

시각적 변별(visual discrimination) 능력은 물체들 사이에서 유사점과 차이점을 찾아낼 수 있는 능력이다. 공간 내에서 위치 지각과 공간 관계의 지각이 공간에서 물체의 위치와 매우 관계가 있는 것에 반하여, 시각적 변별 능력은 위치와는 독립적이다. 시각적 변별 능력과 관련된 기하 활동으로는 속성 블록과 같은 기하 모양들과 물체들을 정렬하고 분류하며 설명하는 활동이다.

시각적 기억(visual memory) 능력은 더 이상 보이지 않는 물체들을 정확하게 회상하고, 보이거나 보이지 않거나 대상의 특성을 다른 대상과 관련시킬 수 있는 능력이다. 시각적 기억 능력과 관련된 기하학적 활동으로는 하나의 모양을 보여준 후 그 모양을 기억해서 그려보기 활동이 있다.

위에서 제시한 여러 연구자들의 공간능력 분류를 크게 공간 시각화 능력, 공간 방향화 능력, 공간 관계 능력으로 종합해 볼 수 있다. 종합한 공간능력 분류를 도식

화하면 <그림 4>와 같다.



<그림 4> 종합한 공간능력 분류

공간 시각화 능력은 직접 보거나 그림으로 제시된 물체를 머릿속으로 조작하거나, 회전하거나, 기억하여 그려 볼 수 있는 능력이다. 또한 시각적으로 관찰한 것을 신체의 움직임과 연결시키고, 복잡한 바탕 안에서 형태의 모양을 인지하는 시각적 능력도 포함한다. 공간 방향화 능력은 공간 패턴 안에 있는 요소의 배열을 이해하고, 사물의 위치, 방향이 바뀌어도 혼동되지 않고 원래의 도형이나 합동인 도형을 찾아내는 능력이다. 공간 관계 능력은 물체와 자신 사이의 관계를 파악하는 능력과 두 개 이상의 물체들 사이의 관계를 인식하는 능력이다. 인식한 물체와 자신 사이의 관계를 파악하여 물건을 나르거나, 공을 차거나, 거울을 볼 수 있고, 두 개 이상의 물체들 사이의 거리, 위치, 방향 등의 관계를 파악할 수 있다. 따라서 물체들 사이의 비슷한 점과 차이점을 찾아내는 능력도 포함한다.

앞서 살펴본 연구들을 간단히 정리하면, 공간감각의 하위능력들은 모두 자신의 신체를 이용해서 공간에 있는 물체를 어떻게 느끼고 인식하는가와 관계된다. 따라서 공간감각은 자신이 인지한 공간 안에서 물체를 정신적으로나 육체적으로 다루거나 바르게 인식하는 능력이라고 다시 말할 수 있다.

## 2. 공간감각에 대한 교육과정 내용 분석

학교수학 교육과정에 공간감각에 대한 내용이 어떻게 제시되어 있는지 미국과 우리나라의 교육과정을 통해 살펴본다. 먼저 미국의 NCTM에서 발간한 1989년과 2000년의 기준(Standards)은 모두 기하영역에서 공간감각을 중요하게 생각하고 있다. 다만 1989년도에서는 학교수학 교육과정에 포함되어야 하는 기본적인 내용으로 기하영역에서 공간감각의 발달을 강조하고 있지만, 2000년도에서는 더 구체적으로 각 학년의 기하영역에서 문제

를 해결하기 위해 공간감각을 사용하는 방향으로 나아가고 있다.

구체적으로, NCTM(2000)은 유아·유치원부터 12학년까지의 전 학년에서 다루어야 할 기하영역의 기준으로 다음과 같은 4가지를 들고 있다. 첫째, 2차원, 3차원 도형의 특징과 성질을 분석하고 기하 관계에 대해 수학적 논쟁을 발전시킬 수 있다. 둘째, 좌표 기하와 다른 표현적 체계를 사용하여 공간 관계를 묘사하고 위치를 설명할 수 있다. 셋째, 수학적 상황을 분석하기 위해 대칭을 사용하고 변환을 적용할 수 있다. 넷째, 문제를 해결하기 위해 시각화, 공간추론, 기하 모델링을 사용할 수 있다.

이 4가지 기준에서 첫째 기준은 유클리드 기하, 둘째 기준은 해석 기하, 셋째 기준은 변환 기하적 관점, 넷째 기준은 공간감각과 관련된다(김남희, 나귀수, 박경미, 이경화, 정영옥, 홍진근, 2006). 각 기준 아래 유아·유치원~2학년, 3~5학년, 6~8학년, 9~12학년으로 나누어 더 구체적으로 세부기준을 제시하고 있는데, 그 중에서 우리나라 교육과정의 공간감각 내용과 비슷한 기준은 변환 기하적 관점과 공간감각과 관련된 셋째와 넷째 기준이다.

우리나라 수학과 교육과정에서 도형영역 안에 공간감각이라는 소영역이 명시적으로 나타난 것은 제7차 교육과정부터이다. 이전까지의 교육과정에서는 평면도형이나 입체도형의 개념이나 성질을 학습하는 내용을 다루었는데 비해, 제7차 교육과정에서는 공간감각을 길러주기 위해 활동하는 학습내용이 더 추가되었다.

교육과정에서 제시하고 있는 공간감각 관련 내용을 살펴보면, 1-나 단계에서는 점판에서 여러 가지 삼각형과 사각형을 만들어 보는 활동을 통해 기본적인 평면도형의 모양에 대한 감각을 기르고, 2-가 단계와 3-가 단계에서는 구체물이나 그림, 도형을 옮기고, 돌리고, 뒤집는 활동을 해보면서 변환에 대한 감각을 익힌다. 3-나 단계에서는 거울을 사용하여 거울에 비치는 상을 다양하게 만들어 관찰하는 활동을 통해 공간 지각 능력을 길러주고, 도형의 대칭에 대한 기초적인 경험을 제공한다. 4-나 단계에서는 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만드는 활동을 하고, 5-가 단계에서는 주어진 도형을 일정

한 모양으로 덮는 활동을 통해 넓이의 단위를 학습하기 위한 기초 활동으로의 감각을 길러 준다. 6-가 단계에서는 쌓기나무로 조건에 맞는 입체도형을 만들어 보는 활동을 하면서 입체도형에 대한 공간감각을 기를 수 있도록 한다. 이렇듯 공간감각 관련 내용은 전 학년에서 골고루 다루어주고 있다.

그런데 여기서 생각해 볼 수 있는 한 가지는 공간감각 영역에서 제외되어 있는 2-나 단계의 쌓기나무로 여러 가지 입체 구성하기와 5-나 단계의 도형의 합동과 대칭에 대한 내용을 공간감각 영역으로도 볼 수 있다는 것이다. 왜냐하면 2-나 단계의 쌓기나무로 여러 가지 입체 구성하기는 6-가 단계와 연계되고, 5-나 단계의 합동과 대칭은 도형의 변환을 통해 공간에 대한 감각적 경험을 갖게 해주기 때문이다(최경숙, 2004). 2-나 단계의 쌓기나무로 여러 가지 입체 구성하기에 대한 목표와 내용이 6-가 단계의 쌓기나무에 대한 목표와 내용과 비슷하다. 또한 2-가와 3-가 단계에서 다루는 옮기기, 뒤집기, 돌리기 활동은 평행이동, 대칭이동, 회전이동이라는 변환의 구체적인 유추이고(Baroody & Coslick, 1998), 3-나 단계의 거울을 사용하여 상을 관찰하는 것은 도형의 대칭에 대한 기초적인 경험을 제공하는 것이기에(교육부, 1998), 5-나 단계에서 다루는 합동과 대칭으로 확장되어 학습될 수 있다.

물론 도형영역에서 공간감각과 평면도형이나 입체도형의 학습은 구분되어 학습되는 것이 아니라 도형 학습을 하는 가운데 공간감각이 관련되어 학습되는 것이다. 따라서 공간감각이라는 영역을 평면도형, 입체도형과 함께 명확히 구분하는 것은 다소 무리가 있다. 하지만 본 논문에서는 위와 같은 이유로 2-나 단계의 쌓기나무에 대한 학습내용과 5-나 단계의 합동과 대칭에 대한 학습내용도 기존 교육과정에서 제시하는 공간감각 영역과 더불어 도형영역 안의 공간감각 영역으로 보고 연구하였다.

또한 7차 교육과정에서 사용하는 '옮기기'라는 용어는 차기 교육과정에서는 '밀기'로 대체된다(교육인적자원부, 2006). 따라서 본 논문에서는 현 교육과정 내용을 직접적으로 언급할 때를 제외하고는 '밀기'라는 용어를 사용하였다.

### 3. 선행연구 고찰

우리나라에서는 제7차 수학과 교육과정에 공간감각이라는 소영역이 도입된 이후부터 공간감각과 관련된 연구들이 많이 나타나기 시작했다. 특히 교육과정에 공간감각의 영역은 초등학교 교육과정에만 명시되어 있어 초등학생들을 대상으로 하는 연구가 주를 이루었다. 이들 연구를 살펴보면 첫째, 공간감각을 신장시키기 위한 지도 방안이나 학습 자료 개발에 대한 연구(예, 강혜경, 2006; 김창일, 김신좌, 2002; 신준식, 2002; 이주영, 2003; 전평국, 정부용, 2003; 주영, 2003; 최정남, 2002; 한기완, 2001), 둘째, 공간시각화 학습이 수학적 학습 능력에 미치는 효과에 대한 연구(예, 김혜정, 2003; 신준식, 1992), 셋째, 공간감각 지도내용 분석에 대한 연구(예, 최경숙, 2004), 넷째, 공간감각에 관한 학생 실태에 대한 연구(예, 김영선, 2005; 신국환, 1998; 최미연, 2004)로 분류할 수 있다. 각 연구들을 고찰하면서 이로부터 연구의 시사점을 얻고자 한다.

첫째, 공간감각을 신장시키기 위한 지도 방안이나 학습 자료 개발에 대한 연구가 가장 많았다. 이 연구들은 주로 7차 교육과정이나 교과서를 분석하여 문제점을 해결할 수 있는 대안이나 보충 자료를 제시하는 연구의 형태를 지녔다.

지도 방안에 관한 연구로는 한기완(2001)이 Mckim의 공간시각화 학습을 위한 3단계 교수-학습 방안, Bruner의 EIS이론에 근거한 공간감각 지도 방안, 문제해결의 측면에서 공간감각의 지도 방안, 교구를 활용한 공간감각 지도 방안을 제시하였다. 또한 도형의 탐구 학습이 공간 추론 능력에 효과적임을 밝히는 연구가 있었다(최정남, 2002).

학습 자료 개발에 대한 연구로는 전평국과 정부용(2003)이 공간시각화 과정에서 교구의 사용이 수학적 사고를 시작하고 아동의 사고에 반성과 구체화를 촉진시키는데 도움이 됨을 밝힌 연구와 김창일과 김신좌(2002)가 아동을 관찰하면서 교구의 활용이 공간감각 학습에 도움이 되므로 적절하고 다양한 교구가 제공되어야함을 주장한 연구가 있었다. 또한 공간감각 배양을 위한 교수-학습 자료를 사용한 활동을 단계적으로 제시하고(신준식, 2002), 지오보드, 패턴블록 등과 같은 자료 학습이 공간

감각을 신장할 수 있음을 연구하였다(예, 강혜경, 2006; 이주영, 2003; 주영, 2003).

둘째, 앞의 연구 방법과는 반대로 공간시각화 학습이 다양한 수학적 능력에 어떤 영향을 주는지를 밝힌 연구이다. 공간시각화 활동을 통한 기하 학습이 공간감각 능력과 의사소통 능력을 향상 시킬 수 있으며(김혜정, 2003), 공간시각화 학습이 수학적 문제해결력 신장에 효과적이라는 것을 보여주는 연구였다(신준식, 1992).

셋째, 공간감각 지도내용 분석에 대한 연구는 공간감각 지도 내용의 계열을 평가하는 연구이다. 최경숙(2004)은 현 교육과정의 공간감각 부분은 지도 내용의 계열을 구체적으로 파악하기 어렵다고 느끼고, 교사의 효율적인 교수 설계와 평가 활동, 단계별 성취기준 및 평가기준의 수립에 도움을 주고자 Gagné와 Briggs(1979)의 수준별 계열화 이론에 따라 제7차 교육과정의 공간감각 소영역 지도 내용의 계열을 구성하였다.

세 번째까지 분류한 연구를 종합해보면, 공간감각의 소영역에서 무엇을 지도해야하며, 공간감각을 어떻게, 어떤 자료를 가지고 지도하고, 그 효과는 어떤지에 대한 연구라고 볼 수 있다. 이에 더불어 네 번째로 분류한 연구와 같이 학생들이 공간감각을 어느 정도 가지고 있는지에 대한 실태 연구도 필요하다. 그 예로, 신국환(1998)은 입체도형(원기둥, 직육면체, 직사각뿔)을 평면에 그리고 언어로 표현해보는 검사지를 이용하여, 초등학생들이 생활하는 지역에 따라 공간 지각의 발달에 차이가 나타남을 연구하였다. 또한 최미연(2004)은 초등학생의 공간 능력에서 남녀의 차이는 없으며, 회전 능력에서 여학생이 남학생보다 떨어진다는 결과를 보였다.

하지만 현 교육과정의 공간감각 소영역에서 배우는 학습내용을 학생들이 어느 정도 이해하고 있는지에 대한 연구는 거의 없었다. 예외적으로, 한국교육과정평가원(2004)에서는 『수학과 교육내용 적정성 분석 및 평가』에서 많은 협의회와 문헌검토, 외국의 교육과정과 교과서 분석, 교사와 학생 및 교육관련 전문가들에게 설문조사 등을 통해 연구하면서 학생들이 공간감각 영역의 학습내용에 대해 어려워하는지 쉬워하는지를 보여주고 있다. 하지만 이는 교사들에게 단원명만을 제시해 주고 내용 수준 및 학생들의 흥미도를 묻은 설문 결과이기에 구체적인 학습내용에 대한 학생들의 이해정도를 자세하게

알 수는 없었다. 또한 김영선(2005)은 공간감각 학습과정에서 초등학생이 보이는 오류 유형 및 원인 분석에 대해 1학년부터 6학년까지의 학생을 대상으로 연구하였다. 하지만 이 연구는 학년별로 평가하는 내용이 달라 학년 간 이해능력을 비교할 수 없었으며, 학생들의 오답의 원인을 일반적인 수학 학습에서 발생하는 오류 유형을 가지고 분류하고 원인을 분석하고 있어 공간감각 학습내용에서 무엇을 잘 이해하지 못하는지가 명확히 드러나 있지 않았다.

이상에서 검토한 바와 같이, 공간감각에 대한 연구 중 학생들의 공간감각을 신장하는 지도 방안이나 학습 자료에 대한 연구나 공간감각이 수학 학습에 미치는 영향에 대한 연구는 많으나, 학생들이 공간감각 능력을 어느 정도 가지고 있는지에 대한 연구는 부족하다. 특히, 현 교육과정에서 배우고 있는 공간감각 학습내용에 대해 학생들이 어느 정도로 이해하고 있는지를 구체적으로 알아보는 연구는 거의 없다. 따라서 본 연구에서는 초등수학의 도형영역 중에서 공간감각과 관련된 학습내용을 선정하고, 각 내용별로 초등학생들의 학습내용 이해능력을 알아보고자 한다.

### III. 연구방법 및 절차

#### 1. 연구 대상 및 연구 방법

본 연구에서는 대구광역시 달서구에 소재하고 있는 초등학교 46개교를 표집 대상으로 하였다. 표집 대상학교의 약 10%에 해당하는 5개교를 임의로 선정하고, 임의로 선정된 5개교 각각에서 2, 4, 6학년 각 1개 반을 연구 대상으로 하여 학년별 161명, 전체 483명을 연구하였다. 연구 대상으로 선정된 학교는 학력 수준과 가정의 사회경제적 수준이 중간정도에 속하는 학생들이 있는 곳으로 하였다.

연구 방법은 검사 도구를 통한 조사 연구 방법을 사용하였다. 개발한 검사지를 예비 검사를 통해 수정·보완하여 2, 4, 6학년 학생들을 대상으로 본 검사를 실시하고, 초등학생들의 공간감각에 대한 학습내용별 이해능력과 학년별 이해능력을 분석하였다.

#### 2. 검사 도구

본 검사는 제7차 수학과 교육과정 교과서를 바탕으로 연구자가 전문가의 조언을 얻어 작성하였다. 검사의 목적은 초등학생들의 공간감각 이해능력을 분석해 보는 것이었다. 검사도구의 타당도를 높이기 위해 검사지와 분석틀에 대해 전문가 1인과 교사 5인의 검토를 받았으며, 검사도구의 제반사항을 검토하기 위해 예비검사를 실시하였다. 또한 검사지의 신뢰도는 Cronbach의  $\alpha$ 값을 구하였는데 그 결과는 <표 1>과 같고, 검사지는 신뢰할 수 있는 것으로 밝혀졌다.

<표 1> 공간감각 이해능력 검사지의 신뢰도

검사 문항	학년	N of Cases	N of Items	Alpha
2학년 문항	2	161	19	0.733
	4	161	19	0.651
	6	161	19	0.640
	2, 4, 6	483	19	0.701
4학년 문항	4	161	21	0.740
	6	161	21	0.777
	4, 6	322	21	0.769
6학년 문항	6	161	33	0.851

본 검사지에서 측정하는 공간감각은 합동변환, 거울대칭, 쌓기나무 활동, 도형의 합동, 도형의 대칭인 다섯 가지로 교과서에서 학습한 내용이며, 각 내용의 기본적인 개념을 묻는 것에 초점을 두고 있다. 합동변환은 2-가 단계와 3-가 단계에서 학습하는 내용이므로 2-가 단계의 내용은 2, 4, 6학년 학생들, 3-가 단계의 내용은 4, 6학년 학생들에게 검사를 실시하였다. 거울대칭은 3-나 단계, 쌓기나무 활동은 2-나 단계와 6-가 단계에서 학습하는 내용이므로 거울대칭은 4, 6학년 학생들, 쌓기나무 활동은 수준을 나누어 4, 6학년 학생들과 6학년 학생들에게 검사를 실시하였다. 도형의 합동과 대칭은 5-나 단계에서 학습하는 내용이므로 6학년 학생들에게 검사를 실시하였다. 공간감각 이해능력 검사지의 자세한 문항구성은 <표 2>와 같다.

<표 2> 공간감각 이해능력 검사지 문항 구성

학습 내용	검사 학년	검사 항목	문항 수	계
합동 변환	2,4,6	밀기	2	26
		뒤집기	13	
		돌리기	4	
	4,6	밀기	1	
		뒤집기	1	
		돌리기	1	
		복합 변환	1	
	6	밀기	1	
		뒤집기	1	
		돌리기	1	
거울 대칭	4,6	거울에 비친 모양	4	4
쌓기 나무 활동	4,6	쌓기나무 개수	1	8
		쌓기나무 위, 앞, 옆에서 본 모양	2	
	6	쌓기나무 개수	2	
		쌓기나무 위, 앞, 옆에서 본 모양	2	
도형 합동	6	합동인 도형	2	2
		도형 대칭	6	선대칭도형
선대칭의 위치에 있는 도형	5			
점대칭도형	5			
점대칭의 위치에 있는 도형	5			
계			60	60

<표 2>에서 2, 4, 6학년 공통 문항에서 뒤집기 항목에 해당하는 문항수가 다른 합동변환의 검사 항목의 문항수보다 더 많음을 알 수 있다. 그 이유는 학생들이 글자 '꿈'을 위쪽으로 뒤집었을 때 글자를 뒤집으면 글자가 될 것이라는 선입견으로 '문'이 나올 것이라는 오답을 많이 선택했다는 선행연구(김영선, 2005)를 좀 더 자세히 분석해보고자 했기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 뒤집기에 대해 학생들의 이해를 더 자세히 알고자, 글자와 숫자, 객관식과 주관식, 오른쪽 뒤집기와 위쪽 뒤집기를 골고루 혼합하여 문항을 제시했고, 또한 학생들의 변환 후의 모양 설명 능력을 뒤집기 문항을 통해 알아보려고 했기 때문에 문항수가 많아진 것이다.

또한 2, 4, 6학년 공통 문항에서 돌리기 문항이 밀기 문항보다 더 많은 이유도 오른쪽 돌리기에 상응해서 왼쪽 돌리기가 비교 문제로 추가되었고, 돌리는 양에 대한

학생들의 이해정도를 알기 위해서 돌리는 양을 설명하는 문제가 추가되었기 때문이다.

3. 검사 실시 및 자료 수집

가. 예비 검사 실시

연구자가 개발한 검사지의 문제 수와 검사 시간, 진술방식, 검사 실시상의 유의점 등의 제반사항을 검토하고 보완하기 위해 예비 검사를 실시하였다. 예비 검사의 대상은 대구광역시의 A 초등학교의 6학년 1개 반과 본 연구의 대상 학교 중 하나인 나 초등학교에서 본 검사의 연구 대상 학급을 제외하고 2, 4, 6학년 각 1개 반씩을 선정하였다. A 초등학교의 6학년 1개 반에는 6학년에만 해당하는 공간감각 검사지를 실시하였고, 나 초등학교의 2, 4, 6학년 각 1개 반에는 2, 4, 6학년과 4, 6학년에 공통된 공간감각 검사지를 실시하였다.

나. 본 검사 실시 및 자료 수집

예비 검사를 실시하여 나온 문제점을 수정한 뒤, 2학년과 4학년의 본 검사는 40분씩 1차시 분량으로 각 학교 별로 적당한 시간에 실시하였고, 6학년의 본 검사는 40분씩 2차시 분량으로 이틀에 걸쳐 실시하였다.

검사를 시작하기 전에 학급 담임교사가 학생들에게 주의사항을 각인시켰고, 학생들이 자신의 생각을 최대한 잘 표현하고 진지하게 답을 할 수 있도록 편안한 분위기에서 공정하게 검사를 받도록 하였으며, 학생들이 문제에 더 잘 집중하도록 오전시간을 할애하여 실시하였다. 답안 작성은 검사지에 직접 하도록 하였으며, 이 검사는 시간의 영향을 받지 않으므로 제한된 시간이 문제를 빠짐없이 풀기에 부족한 학생이 있다면 시간을 더 제공하였다.

4. 자료 분석

학습내용별로 정답률에서 학년별 차이를 나타내는지를 알아보았다. n이 충분히 크기 때문에 정규분포를 가정할 수 있으므로 독립표본 t-검정과 분산분석을 통계 프로그램인 SPSS를 통해 유의 수준 0.05에서 양측검정으로 실시하였다. 먼저 같은 개념에 해당하는 문항들을 묶고, 학습내용별로 각 학생들의 정답률을 내어 2, 4, 6



학년은 분산분석을 통해, 4, 6학년은 독립표본 t-검정을 통해 학년별 정답률의 차이를 비교하였다.

자세한 빈도 분석을 통하여 각 문항 당 학생들의 정답률과 오답률을 백분율을 사용하여 나타내고, 정답률을 기준으로 분석하였다. 오답에 대해서는 오답의 유형을 상세하게 분석하였으나 본 논문에서는 대표적인 오답 유형이나 의미 있는 오답을 중심으로 기술한다.

#### IV. 연구 결과

##### 1. 합동변환에 대한 이해능력

가. 2, 4, 6학년 학생들의 밀기에 대한 학습내용 이해 능력

밀기에 대한 학습내용 이해능력을 알아보기 위해 각 학년에 실시한 밀기의 검사 내용은 <표 3>과 같다.

<표 3> 밀기의 검사 내용

검사 항목	검사 학년	검사 내용	문항 번호
밀기	2,4,6	삼각형을 오른쪽으로 밀기하여 그리기	1
		밀기 후의 모양 변화 설명하기	2
	4,6	도형을 오른쪽으로 밀기하여 그리기	22
		도형을 오른쪽으로 8칸 밀기하여 그리기	31

밀기 개념 문제에서 학년별 정답률은 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다(F=1.83, 유의확률=0.162). 각 문항에서 학년별로 정답자와 오답자의 빈도를 분석한 결과는 <표 4>와 같다.

<표 4> 밀기 개념 검사지 문항 분석

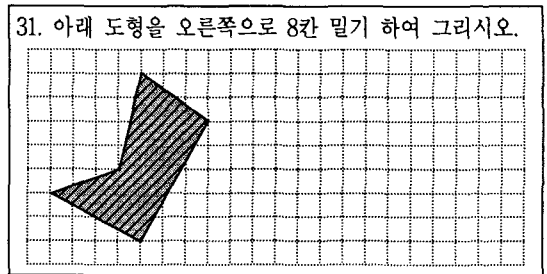
문항 번호	2학년*	4학년	6학년	합계
1	정답 151(93.8)**	149(92.6)	153(95.1)	453(93.8)
	오답 10(6.2)	12(7.4)	8(4.9)	30(6.2)
2	정답 98(60.8)	100(62.1)	114(70.8)	312(64.6)
	오답 63(39.2)	61(37.9)	47(29.2)	171(35.4)
22	정답	144(89.4)	152(94.4)	296(91.9)
	오답	17(10.6)	9(5.6)	26(8.1)
31	정답		77(47.8)	77(47.8)
	오답		84(52.2)	84(52.2)

\* 각 학년별 N=161.

\*\* %는 ( )안에 나타내었으며, 소수 둘째 자리에서 반올림한 수이다.

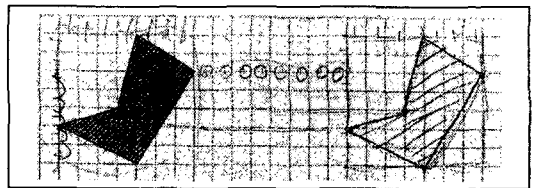
2번 문제는 모양 변화를 설명하는 문제이기 때문에 그림은 바르게 그려도 설명에 서툰 학생들이 있어서 전체 약 60% 정도의 정답률을 보였다. 하지만 1번과 22번 문제의 정답률이 학년별로 모두 약 90%로 높은 것으로 보아, 학생들은 모양 변화를 설명하는 것은 어려워하나 밀기를 잘 하고 있음을 알 수 있다.

다만, 6학년에게만 실시한 31번 문제는 정답률이 47.8%로 상대적으로 매우 낮음을 알 수 있다. <그림 5>와 같이 31번 문제는 다른 문제와는 달리 8칸을 밀라는 조건이 추가되었기 때문이었다.



<그림 5> 도형을 오른쪽으로 8칸 밀기 31번 문제

오답을 살펴보면 가장 많은 비중인 35.4%를 차지하는 경우가 도형의 각 꼭지점을 8칸 옮기지 않고, 도형과 도형 사이를 8칸 띄워서 그리는 <그림 6>과 같은 경우였다. 오답의 대부분이 도형의 모양을 잘못 그린 것이 아니라 칸 이동을 잘못된 것이기 때문에, 도형을 밀었을 때 모양의 변화가 없다는 점은 잘 알고 있지만, 도형의 각 점과 점 사이를 같은 간격으로 이동해야 하는 밀기에 대한 정확한 방법의 이해는 부족함을 알 수 있다.



<그림 6> 도형과 도형 사이를 8칸 띄워서 그리는 경우

나. 2, 4, 6학년 학생들의 뒤집기에 대한 학습내용 이해능력

뒤집기에 대한 학습내용 이해능력을 알아보기 위해 각 학년에 실시한 뒤집기의 검사 내용은 <표 5>와 같다.

<표 5> 뒤집기의 검사 내용

검사 항목	검사 학년	검사 내용	문항 번호	
뒤집기	2,4,6	숫자 '4'를 오른쪽으로 뒤집기 한 모양 찾기	3	
		숫자 '5'를 오른쪽으로 뒤집기하여 그리기	5	
		뒤집은 후의 모양 변화 설명하기	6	
		글자 '돈'을 오른쪽으로 뒤집기하여 그리기	11	
		글자 '꼭'을 오른쪽으로 뒤집기 한 모양 찾기	13	
		사각형을 오른쪽으로 뒤집기하여 그리기	16	
		숫자 '6'을 위쪽으로 뒤집기하여 그리기	10	
		숫자 '2'를 위쪽으로 뒤집기 한 모양 찾기	14	
		글자 '곰'을 위쪽으로 뒤집기 한 모양 찾기	9	
		글자 '운'을 위쪽으로 뒤집기하여 그리기	12	
		인형을 오른쪽으로 뒤집은 모양 설명하기	17	
		도형을 오른쪽으로 뒤집은 모양 설명하기	18	
		글자 '강'을 오른쪽으로 뒤집은 모양 설명하기	19	
		4,6	도형을 왼쪽으로 뒤집기하여 그리기	23
		6	도형을 옆으로 뒤집기하여 그리기	33

뒤집기 개념 문제에서 2, 4, 6학년별 차이가 있는지를 알아보기 위해 오른쪽으로 뒤집기 개념 문제와 위쪽으로 뒤집기 개념 문제, 뒤집은 모양 설명하기 문제로 나누어 분산분석을 실시하였다(<표 6>, <표 7>, <표 8> 참조). 여기서 6번 문항의 경우 “뒤집은 모양 설명하기” 문제로 범주화할 수 있으나, 문항 구성 자체가 5번과 연계된 것으로서 오른쪽으로 뒤집었을 때의 모양을 그려보고 그 모양이 어떻게 변했는지 설명해 보게 함으로써 뒤집기 개념을 보고자 했다는 측면에서 오른쪽으로 뒤집기 개념 문제로 범주화하였다. 이는 또한 밀기(예를 들어, 문항번호 1번과 2번)와 돌리기 개념(예를 들어, 7번과 8번)의 검사 내용과도 일관되게 처리하기 위함이었다.

<표 6> 오른쪽으로 뒤집기 개념 2, 4, 6학년의 차이

구분	제곱합	자유도	평균 제곱	F	유의 확률
집단간	1.18	2	0.59	23.77	0.000*
집단내	11.90	480	0.02		
합계	13.08	482			

\*  $p < .05$

<표 7> 위쪽으로 뒤집기 개념 2, 4, 6학년의 차이

구분	제곱합	자유도	평균 제곱	F	유의 확률
집단간	2.44	2	1.22	9.57	0.000*
집단내	61.18	480	0.13		
합계	63.62	482			

\*  $p < .05$

<표 8> 뒤집은 모양 설명하기에서 2, 4, 6학년의 차이

구분	제곱합	자유도	평균 제곱	F	유의 확률
집단간	2.11	2	1.06	9.17	0.000*
집단내	55.26	480	0.12		
합계	57.37	482			

\*  $p < .05$

근사 유의확률이 각각 0.000으로 유의수준 0.05보다 작게 나타났으므로 오른쪽으로 뒤집기 개념과 위쪽으로 뒤집기 개념, 뒤집은 모양 설명하기에서 유의미한 학년별 차이가 있는 것으로 나타났다. 이를 좀 더 자세히 살펴보기 위해 각 문항에서 학년별로 정답자와 오답자의 빈도를 분석한 결과는 <표 9>, <표 10>, <표 11>과 같다.

<표 9> 오른쪽으로 뒤집기 개념 검사지 문항 분석

문항 번호	2학년	4학년	6학년	합계
3	정답 149(92.5)	157(97.5)	147(91.3)	453(93.8)
	오답 12(7.5)	4(2.5)	14(8.7)	30(6.2)
5	정답 151(93.9)	159(98.8)	156(96.9)	466(96.5)
	오답 10(6.1)	2(1.2)	5(3.1)	17(3.5)
6	정답 37(23.0)	57(35.4)	60(37.4)	154(31.9)
	오답 124(77.0)	104(64.6)	101(62.6)	329(68.1)
11	정답 139(86.4)	155(96.3)	149(92.5)	443(91.7)
	오답 22(13.6)	6(3.7)	12(7.5)	40(8.3)
13	정답 129(80.1)	153(95.0)	154(95.7)	436(90.3)
	오답 32(19.9)	8(5.0)	7(4.3)	47(9.7)
16	정답 120(74.5)	149(92.6)	156(96.9)	425(88.0)
	오답 41(25.5)	12(7.4)	5(3.1)	58(12.0)

<표 10> 위쪽으로 뒤집기 개념 검사지 문항 분석

문항 번호		2학년	4학년	6학년	합계
10	정답	72(44.8)	82(50.9)	92(57.2)	246(50.9)
	오답	89(55.2)	79(49.1)	69(42.8)	237(49.1)
14	정답	84(52.2)	114(70.8)	117(72.7)	315(65.2)
	오답	77(47.8)	47(29.2)	44(27.3)	168(34.8)
9	정답	69(42.9)	90(55.9)	91(56.5)	250(51.8)
	오답	92(57.1)	71(44.1)	70(43.5)	233(48.2)
12	정답	68(42.3)	87(54.0)	101(62.8)	256(53.0)
	오답	93(57.7)	74(46.0)	60(37.2)	227(47.0)

숫자를 오른쪽으로 뒤집는 3번과 5번 문제와 글자를 오른쪽으로 뒤집는 11번과 13번 문제는 전체 정답률에서 큰 차이 없이 90%대로 매우 높았다. 다만, 11번과 13번, 16번 문제에서 2학년의 정답률이 다른 학년에 비해 상대적으로 낮아 학년 간 차이가 드러났다. 2학년은 숫자보다는 글자와 사각형 뒤집기를 더 어려워하나 전체적으로 학생들은 오른쪽 뒤집기는 잘 하고 있음을 알 수 있다.

위쪽으로 뒤집기 문제는 오른쪽으로 뒤집기 문제보다 정답률이 많이 떨어졌다. 각 문제마다 2학년과 4, 6학년 간의 학년별 차이가 나타남을 볼 수 있다.

오답을 살펴보면, 오답을 쓴 학생 중 절반이상의 학생들이 오른쪽으로 반바퀴 돌리기를 하고 있었다. <그림 7>과 같이, 14번 문제를 제외하고 각 문제는 숫자나 글자를 오른쪽으로 반바퀴 돌리면 위와 아래가 바뀌면서 새로운 바른 숫자나 글자가 만들어진다. 이로써 학생들은 위로 뒤집기에서 위와 아래가 바뀌면서 바른 글자가 나올 것이라고 쉽게 생각하고 답을 한다고 예측할 수 있는데, 이는 좀 더 심층적인 연구로 그 이유를 밝힐 필요가 있겠다.

10번	9번	12번
6 → 9	곰 → 문	운 → 공

<그림 7> 각 문제당 오른쪽으로 반바퀴 돌린 모양

<표 11> 뒤집은 모양 설명하기 검사지 문항 분석

문항 번호		2학년	4학년	6학년	합계
17	정답	94(58.4)	111(69.0)	131(81.4)	336(69.6)
	오답	67(41.6)	50(31.0)	30(18.6)	147(30.4)
18	정답	65(40.4)	84(52.2)	90(55.9)	239(49.5)
	오답	96(59.6)	77(47.8)	71(44.1)	244(50.5)
19	정답	37(23.0)	45(28.0)	53(32.9)	135(27.9)
	오답	124(77.0)	116(72.0)	108(67.1)	348(72.1)

뒤집은 모양 설명하기 문항에서는 뒤집은 모양의 전체적인 모습을 설명하거나, 요소별 모습을 설명하거나, 변화를 비교 설명하는 것을 정답으로 인정했다. <표 11>에서 보듯이, 정답률은 인형, 도형, 글자 순으로 높게 나타났다. 오답을 살펴보면, '뒤집었다' 또는 '뒤집혔다'와 같은 움직임의 방법만을 단순히 설명하는 경우가 가장 많은 오답을 차지했다. 학생들은 변환이 일어난 후의 모양을 설명하는 능력이 부족함을 알 수 있다. 이와 같은 경향은 <표 4>의 문항 2에 대한 분석(밀기), <표 9>의 문항 6에 대한 분석(뒤집기), <표 13>의 문항 8과 25에 대한 분석(돌리기)에서 일관성 있게 드러났다.

다. 2, 4, 6학년 학생들의 돌리기에 대한 학습내용 이해능력

돌리기에 대한 학습내용 이해능력을 알아보기 위해 각 학년에 실시한 돌리기의 검사 내용은 <표 12>와 같다.

<표 12> 돌리기의 검사 내용

검사 항목	검사 학년	검사 내용	문항 번호
돌리기	2,4,6	삼각형 그림보고 돌린 정도 설명하기	4
		사각형 오른쪽으로 반바퀴 돌리기하여 그리기	7
		돌린 후의 모양 변화 설명하기	8
	4,6	사각형 왼쪽으로 반바퀴 돌리기하여 그리기	15
		도형 오른쪽으로 반바퀴 돌리기하여 그리기	24
		도형이 어떻게 움직였는지 설명하기	25
6	도형을 왼쪽으로 90° 돌리기하여 그리기	32	

돌리기 개념 문제에서 학년별 정답률은 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다( $F=2.48$ , 유의확률 $=0.085$ ). 각 문항에서 학년별로 정답자와 오답자의 빈도를 분석한 결과는 <표 13>과 같다.

<표 13> 돌리기 개념 검사지 문항 분석

문항 번호		2학년	4학년	6학년	합계
4	정답	64(39.8)	41(25.5)	69(42.9)	174(36.0)
	오답	97(60.2)	120(74.5)	92(57.1)	309(64.0)
7	정답	47(29.2)	47(29.2)	55(34.1)	149(30.8)
	오답	114(70.8)	114(70.8)	106(65.9)	334(69.2)
8	정답	15(9.3)	10(6.2)	12(7.5)	37(7.6)
	오답	146(90.7)	151(93.8)	149(92.5)	446(92.4)
15	정답	38(23.6)	43(26.7)	50(31.1)	131(27.1)
	오답	123(76.4)	118(73.3)	111(68.9)	352(72.9)
24	정답		52(32.3)	50(31.1)	102(31.7)
	오답		109(67.7)	111(68.9)	381(68.3)
25	정답		34(21.1)	27(16.8)	61(18.9)
	오답		127(78.9)	134(83.2)	422(81.1)
32	정답			67(41.7)	67(41.7)
	오답			94(58.3)	94(58.3)

<표 13>에서 보듯이, 학년별 큰 차이 없이 정답률이 모두 낮았다. 7번, 15번, 24번의 정답률이 비슷한 것으로 보아 학생들은 돌리기를 할 때 돌리는 도형과 방향에는 크게 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 가장 많이 나온 오답이 반의반바퀴만을 돌리거나 옆으로 뒤집기를 한 경우인 것으로 보아 학생들은 돌리는 양에 대한 이해가 부족한 것으로 보인다. 4번 문제의 오답을 통해 자세히 살펴보면, 학생들은 돌리는 양을 어떻게 표현할지 모르거나 표현하지 않았고 반바퀴와 반의반바퀴라는 두 용어를 혼동하고 있었다.

2. 거울대칭과 쌓기나무 활동에 대한 이해능력

가. 4, 6학년 학생들의 거울 대칭에 대한 학습내용 이해능력

거울 대칭에 대한 학습내용 이해능력을 알아보기 위해 4, 6학년에 실시한 거울 대칭의 검사 내용은 <표 14>와 같다.

<표 14> 거울 대칭의 검사 내용

검사 항목	검사 학년	검사 내용	문항 번호
거울에 비친 모양	4, 6	숫자 '5'가 거울에 비친 모양 그리기	26(1)
		숫자 '12'가 거울에 비친 모양 그리기	26(2)
		거울의 방향에 따라 사각형이 비친 모양 그리기	27
		만들어진 모양 보고 거울의 위치 찾기	28
		일반적인 거울의 성질 설명하기	29

거울 대칭 개념에 대한 학년별 정답률의 차이가 있는지를 알아보기 위해 독립표본 t-검정을 실시한 결과는 <표 15>와 같다.

<표 15> 거울대칭 개념에서 4, 6학년의 차이

학년	N	평균	표준 편차	t	자유도	유의 확률
4	161	0.57	0.25	-3.30	320.00	0.001*
6	161	0.66	0.24			

\*  $p < .05$

근사 유의확률이 0.001로 유의수준인 0.05보다 작게 나타났다으므로, 거울 대칭 개념에서는 유의미한 학년별 차이가 있는 것으로 나타났다. 각 문항에서 학년별로 정답자와 오답자의 빈도를 분석한 결과는 <표 16>과 같다.

<표 16> 거울 대칭 개념 검사지 문항 분석

문항 번호		4학년	6학년	합계
26	정답	142(88.2)	151(93.9)	293(91.0)
	오답	19(11.8)	10(6.1)	29(9.0)
26	정답	130(80.7)	144(89.4)	274(85.1)
	오답	31(19.3)	17(10.6)	48(14.9)
27	정답	68(42.2)	86(53.4)	154(47.8)
	오답	93(57.8)	75(46.6)	168(52.2)
28	정답	31(19.3)	32(19.9)	63(19.6)
	오답	130(80.7)	129(80.1)	259(80.4)
29	정답	48(29.8)	94(58.4)	142(44.1)
	오답	113(70.2)	67(41.6)	19(55.9)

거울에 비친 숫자를 그리는 26번의 정답률은 높았지만 거울이 비추는 방향을 바꾸거나 문제를 응용한 27번과 28번의 정답률은 낮았다. 따라서 학생들은 거울에 비친 모양은 좌우가 바뀐다는 성질은 잘 이해하고 있으나

문제에 따라 이를 잘 표현하지 못하거나 응용하여 답을 찾아내지 못하는 것을 알 수 있다. 또한 일반적인 거울의 성질을 설명하는 29번 문제의 정답률이 낮은 것으로 보아 학생들은 설명하는 데 어려움을 겪고 있음이 드러났다.

나. 4, 6학년 학생들의 쌓기나무 활동에 대한 학습내용 이해능력

쌓기나무 활동에 대한 학습내용 이해능력을 알아보기 위해 4, 6학년에 실시한 쌓기나무 활동에 대한 검사 내용은 <표 17>과 같다.

쌓기나무 활동의 개념에 대한 학년별 정답률의 차이가 있는지를 알아보기 위해 독립표본 t-검정을 실시한 결과는 <표 18>과 같다.

근사 유의확률이 0.000으로 유의수준인 0.05보다 작게 나타났으므로, 쌓기나무 활동의 개념에서는 유의미한 학년별 차이가 있는 것으로 나타났다. 각 문항에서 학년별로 정답자와 오답자의 빈도를 분석한 결과는 <표 19>와 같다.

<표 17> 쌓기나무 활동의 검사 내용

검사 항목	검사 학년	검사 내용	문항 번호
개수	4, 6	모양 보고 쌓기나무 개수 알기	21
	6	모양 보고 쌓기나무 개수 알기	56
		위, 앞, 옆에서 본 그림 보고 쌓기나무 개수 알기	57
위, 앞, 옆에서 본 모양	4, 6	모양 보고 위, 앞, 옆에서 본 모양 그리기	20(1)(2), 30(1)(2)
	6	모양 보고 위, 앞, 옆에서 본 모양 그리기	59
		위에서 내려다 본 숫자 그림 보고 앞, 옆에서 본 모양 그리기	58
부분 빼냈을 때 모양	6	모양에서 색칠한 부분의 쌓기나무 빼냈을 때의 모양 그리기	60

<표 18> 쌓기나무 활동의 개념에서 4, 6학년의 차이

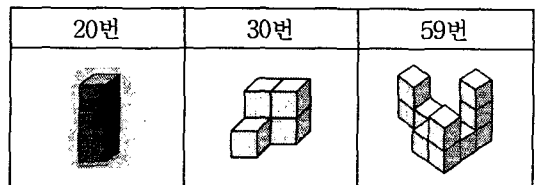
학년	N	평균	표준 편차	t	자유도	유의 확률
4	161	0.83	0.20	-5.96	266.61	0.000*
6	161	0.94	0.12			

\* p < .05

<표 19> 쌓기나무 활동 개념 검사지 문항 분석

문항 번호		4학년	6학년	합계
21	정답	119(73.9)	147(91.3)	266(82.6)
	오답	42(26.1)	14(8.7)	56(17.4)
56	정답	/	77(47.8)	77(47.8)
	오답	/	84(52.2)	84(52.2)
57	정답	/	109(67.7)	109(67.7)
	오답	/	52(32.3)	52(32.3)
20	정답	153(95.0)	154(95.7)	307(95.3)
	(1) 오답	8(5.0)	7(4.3)	15(4.7)
20	정답	122(75.8)	147(91.3)	269(83.5)
	(2) 오답	39(24.2)	14(8.7)	53(16.5)
30	정답	104(64.6)	140(87.0)	244(75.8)
	(1) 오답	57(35.4)	21(13.0)	78(24.2)
30	정답	94(58.4)	137(85.1)	231(71.7)
	(2) 오답	67(41.6)	24(14.9)	91(28.3)
59	정답	/	80(49.7)	80(49.7)
	오답	/	81(50.3)	81(50.3)
58	정답	/	118(73.3)	118(73.3)
	오답	/	43(26.7)	43(26.7)
60	정답	/	66(41.0)	66(41.0)
	오답	/	95(59.0)	95(59.0)

4, 6학년에 함께 실시한 문제의 정답률에서 차이가 드러남을 볼 수 있다. 또한 같은 검사 내용이지만 문항 번호가 높아질수록 <그림 8>처럼 쌓기나무의 모양이 더 복잡해지는 20, 30, 59번을 비교해보면, 쌓기나무의 모양이 복잡해질수록 정답률이 낮아짐을 볼 수 있다. 57, 58, 60번의 문제를 보면 문제의 유형에 따라라도 정답률이 다양해지고 낮아지는 것을 볼 수 있다. 이는 기존에 쉽게만 여겨지던 쌓기나무 활동을 쌓기나무의 모양을 복잡하게 하거나, 문제의 유형을 바꾸는 등의 활동을 통해 수준을 높일 수 있다는 가능성을 보여준다.



<그림 8> 문항에서 복잡해지는 쌓기나무 모양의 예

3. 도형의 합동과 대칭에 대한 이해능력

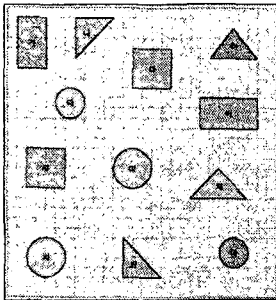
가. 6학년 학생들의 도형의 합동에 대한 학습내용 이해능력

도형의 합동에 대한 학습내용 이해능력을 알아보기 위해 6학년에 실시한 도형의 합동에 대한 검사 내용을 <표 20>과 같다.

<표 20> 도형의 합동의 검사 내용

검사 항목	검사 학년	검사 내용	문항 번호
합동인 도형	6	합동인 도형의 성질 알기	44
		서로 합동인 도형 찾기	51

44번 문항은 합동인 도형의 성질에 대한 5가지 O, x 문제이고, 51번 문항은 <그림 9>와 같이 12개의 여러 가지 평면도형을 제시하고 그 중에서 서로 합동인 도형을 모두 찾는 문제였다. 각 문항에서 정답자와 오답자의 빈도를 분석한 결과는 <표 21>과 같다.



<그림 9> 51번 문항에서 제시한 평면도형

<표 21> 도형의 합동 개념 검사지 문항 분석

문항 번호	6학년	합계
44	정답	137(85.1)
	오답	24(14.9)
51	정답	36(22.4)
	오답	125(77.6)

44번의 정답률은 5가지 세부 문항의 정답률을 평균한 것이다. 44번의 평균 정답률이 높은 것으로 보아 학생들은 합동인 도형의 전반적인 성질과 개념에 대해 잘 이해하고 있다고 볼 수 있다. 하지만 합동인 도형을 찾는 51

번 문제의 정답률이 상대적으로 매우 낮았다. 정답 4쌍 외에 더 찾은 학생들이 54%로 오답의 대부분을 차지했다. 이로 보아, 학생들은 도형의 합동에 대해서 잘 이해하고는 있으나, 합동인 도형을 찾을 때에는 대응변이나 대응각이 같다는 생각을 하지 않고 모양만 보고 똑같다고 성급히 판단을 내리는 경향이 있다고 볼 수 있다.

나. 6학년 학생들의 도형의 대칭에 대한 학습내용 이해능력

도형의 대칭에 대한 학습내용 이해능력을 알아보기 위해 6학년에 실시한 도형의 대칭에 대한 검사 내용은 <표 22>와 같다.

<표 22> 도형의 대칭의 검사 내용

검사 항목	검사 학년	검사 내용	문항 번호
선대칭도형	6	선대칭도형 그리고 뜻 적기	34
		선대칭도형 찾아 대칭축 모두 그리기	36
		선대칭도형이 되도록 나머지 부분 그리기	38
		선대칭도형의 성질 알기	40
선대칭의 위치에 있는 도형	6	대칭도형에서 대칭축, 대응점, 대응변 찾기	42
		선대칭의 위치에 있는 도형 그리고 설명하기	45
		선대칭의 위치에 있는 도형이 되도록 그리기	47
		선대칭의 위치에 있는 도형의 성질 알기	52
점대칭도형	6	선대칭의 위치에 있는 도형에서 대칭축, 대응점, 대응변 찾기	54
		선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형의 차이점 적기	49
		점대칭도형 그리고 뜻 적기	35
		점대칭도형 찾아 대칭의 중심 그리기	37
점대칭의 위치에 있는 도형	6	점대칭도형이 되도록 나머지 부분 그리기	39
		대칭도형의 성질 알기	41
		점대칭도형에서 대응점, 대응변, 대응각 찾기	43
		점대칭의 위치에 있는 도형 그리고 설명하기	46
점대칭의 위치에 있는 도형	6	점대칭의 위치에 있는 도형이 되도록 그리기	48
		점대칭의 위치에 있는 도형의 성질 알기	53
		점대칭의 위치에 있는 도형에서 대칭의 중심, 대응점, 대응변, 대응각 찾기	55
		점대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형의 차이점 적기	50

이 검사 문항 중 4가지 검사 항목인 선대칭도형, 선대칭의 위치에 있는 도형, 점대칭도형, 점대칭의 위치에 있는 도형에 대해 학생들이 가지고 있는 개념을 살펴볼 수 있는 문항을 위주로 결과를 정리하였다. 각 문항에서 정답자와 오답자의 빈도를 분석한 결과는 <표 23>과 같다.

〈표 23〉 도형의 대칭 개념 검사지 문항 분석

문항 번호	6학년		합계
34	정답	107(66.4)	161(100)
	오답	54(33.6)	
38	정답	151(93.8)	161(100)
	오답	10(6.2)	
45	정답	49(30.4)	161(100)
	오답	112(69.6)	
47	정답	136(84.5)	161(100)
	오답	25(15.5)	
49	정답	27(16.8)	161(100)
	오답	134(83.2)	
35	정답	83(51.5)	161(100)
	오답	78(48.5)	
39	정답	93(57.8)	161(100)
	오답	68(42.2)	
46	정답	42(26.1)	161(100)
	오답	119(73.9)	
48	정답	101(62.7)	161(100)
	오답	60(37.3)	
50	정답	26(16.1)	161(100)
	오답	135(83.9)	

선대칭도형을 직접 그리라는 문항인 34번의 정답률은 66.4%였다. 하지만 선대칭도형의 반을 그려놓고 선대칭도형이 되도록 나머지 부분을 완성하여 그리는 문항인 38번의 정답률은 93.8%로 매우 높았다.

선대칭의 위치에 있는 도형을 직접 그리라는 45번 문항의 정답률은 30.4%였다. 32.3%의 학생들은 선대칭도형을 그려놓았다. 하지만 선대칭의 위치에 있는 도형이 되도록 나머지 부분을 완성하여 그리는 47번 문항의 정답률은 84.5%로 상당히 높았다. 또한 선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형의 차이점을 비교하여 설명하는 49번 문항의 정답률은 16.8%로 매우 낮았다.

위의 결과들로 보아서, 학생들은 선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형을 눈으로 인지하고 완성할 수는 있지만 명확한 의미를 이해하고 설명하지는 못하는 것으로 볼 수 있다.

점대칭도형을 직접 그리라는 35번 문항의 정답률은 51.5%로 선대칭도형을 그리는 34번 문항의 정답률보다는 낮았다. 선대칭도형을 그려 놓은 학생이 12.4%, 점대칭의 위치에 있는 도형을 그려 놓은 학생이 10.5%를 차

지했다. 점대칭도형이 되도록 나머지 부분을 완성하여 그리는 39번 문항의 정답률은 57.8%로 35번 문항의 정답률과 비슷했는데, 34.8%의 학생들이 선대칭도형이 되도록 나머지 부분을 완성하고 있었다.

점대칭의 위치에 있는 도형을 직접 그리라는 46번 문항의 정답률은 26.1%로 매우 낮았다. 오답 중에는 무응답이 33.5%로 가장 많았고 점대칭도형을 26.8%의 학생들이 그려 놓았다. 점대칭의 위치에 있는 도형이 되도록 나머지 부분을 완성하여 그리는 48번 문항의 정답률은 62.7%이고 23.6%의 학생들이 선대칭의 위치에 있는 도형을 그렸다. 또한 점대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형을 비교하여 차이점을 적는 50번 문항의 정답률은 16.1%로 매우 낮았다.

이 결과로 보아, 학생들은 점대칭도형도 선대칭도형과 마찬가지로 명확한 개념을 이해하고 설명하지는 못하고 눈으로 모양을 인지하고 있다고 볼 수 있다. 게다가 학생들은 선대칭보다 점대칭에 대한 이해가 많이 부족하고 선대칭과 점대칭을 혼동하고 있음도 알 수 있다.

## V. 결론 및 논의

본 연구의 분석 결과를 바탕으로 얻은 결론 및 공간감각 교수·학습 방향에 대한 시사점을 논의해 보면 다음과 같다.

### 1. 합동변환에 대한 학습내용 이해능력

첫째, 세 가지 합동변환 중에서 학생들의 정답률이 가장 높은 것은 밀기였다. 이는 밀기가 뒤집기와 돌리기보다 쉽다는 선행연구와도 일치한다(예, Kidder, 1976; Schultz & Austin, 1983). 다만, 6학년에게 도형을 8칸 밀기하라는 31번 문제에서 47.8%라는 낮은 정답률이 나왔다. 학생들은 각 점을 8칸 이동시키지 않고 도형과 도형 사이를 8칸 띄우려고 했기 때문에, 결국 10칸에서 15칸 정도를 밀기했거나 대응점이 아닌 서로 다른 끝점 사이만 8칸이 띄워진 것이다.

이 결과로 보아, 학생들은 밀기 후에 모양 변화가 없다는 것은 잘 알아도 밀기에 대한 정확한 개념은 잘 알지 못하는 것으로 보인다. 현 교육과정에서도 밀기에 대한 정확한 개념을 다루기보다는 밀기에 대한 정의 없이

활동을 통해 모양의 변화만을 인식시키고 있어서 이러한 결과는 당연한 것으로 보인다. 하지만 학생들이 밀기에 대한 모양 변화를 잘 알고 있으므로 고학년 수준에서는 밀기에 대한 정확한 개념을 심어주는 활동을 학습한다면 좀 더 발전적인 공간감각을 키울 수 있는 가능성을 높여 줄 수 있으리라 여겨진다.

둘째, 뒤집기는 뒤집는 대상과는 관계없이 오른쪽으로 뒤집기보다 위쪽으로 뒤집기 하는 능력이 낮았고, 정답률에서 2학년과 4, 6학년의 차이가 나타났다. 위쪽으로 뒤집기 문제의 오답으로 가장 많은 유형이 오른쪽으로 반바퀴 돌리는 경우였다. 공교롭게도, 본 연구에서 제시한 4개의 문제에서 숫자와 글자 중 3개가 오른쪽으로 반바퀴 돌렸을 때에도 바른 글자가 나온다. 따라서 학생들은 위로 뒤집는 과정에서 위, 아래가 바뀌면서 또 다른 바른 글자가 나올 것이라는 생각에만 집중하여 오답을 보인 것 같다. 이는 오른쪽으로 반바퀴 돌려도 바른 숫자가 나오지 않는 14번 문제의 정답률이 다른 문제들의 정답률보다 높은 결과로 더 뒷받침이 될 수 있다.

한편 14번 문제에서도 바른 숫자가 되지 않는 오른쪽으로 반바퀴 돌리는 경우의 오답률이 가장 높다는 결과를 고려하면, 위쪽으로 뒤집는 것과 오른쪽으로 반바퀴 돌리는 것은 모두 위, 아래가 바뀌는 것이니만큼 위, 아래만 바꾸는 것에만 집중을 하여 오답을 보인 것 같다. 이 원인에 대해서는 좀 더 깊이 있는 연구를 하여 학생들의 오류를 교정할 방안을 찾는 것이 필요하다. 더불어 뒤집기에 대한 명확한 개념을 바탕으로 뒤집기와 돌리기의 차이를 비교하면서 지도할 필요가 있다.

4, 6학년과는 달리 2학년은 숫자 오른쪽으로 뒤집기 93.9%, 글자 오른쪽으로 뒤집기 86.4%, 사각형 오른쪽으로 뒤집기 74.5%로 숫자, 글자, 사각형 순으로 오른쪽 뒤집기를 잘 하는 것으로 나타났다. 이것은 현 2학년 교과서에서 숫자와 글자를 가지고 뒤집기를 하는 것과 연관이 있는 것으로 보이며, 2학년 학생들은 도형보다는 숫자와 글자에 더 익숙하기 때문으로 생각된다.

셋째, 세 가지 합동변환 중에서 학생들의 정답률이 가장 낮은 것은 돌리기였으며, 학생들은 돌리는 양에 대한 이해능력이 부족하였다. 오답을 살펴보면, 오른쪽으로 반바퀴 돌리기를 하지 않고 오른쪽으로 반의반바퀴 돌리기를 한 경우와 오른쪽으로 뒤집기를 한 경우가 가장 많

았다. 2학년은 오른쪽으로 반의반바퀴를 돌리는 오답보다 오른쪽으로 뒤집기를 하는 오답이 많았다. 즉, 2학년은 반바퀴라는 용어는 잘 알고 있으며 돌리는 방법에서 오류를 보였음을 알 수 있다. 하지만 4학년과 6학년은 오른쪽으로 반의반바퀴를 돌리는 오답이 많은 것으로 보아 반바퀴와 반의반바퀴라는 두 용어를 혼동하는 것으로 보인다.

학생들은 돌리는 방향보다는 돌리는 양에 대한 이해와 표현 능력이 부족했다. 2학년은 반바퀴라는 용어를 사용하고 6학년은 주로 각도를 사용하여 돌리는 양을 표현하였는데 4학년은 반바퀴라는 용어를 사용하였지만 정답률이 낮았다. 이는 2학년에서만 반바퀴라는 용어를 사용하기 때문에 배운지 오래되었고 각도 사용에는 익숙하지 않기 때문으로 보인다.

오답을 살펴보면, 돌리는 양은 맞으나 방향을 적지 않은 경우는 매우 적고 대부분이 돌리는 양을 적지 않거나 적더라도 돌리는 양이 틀린 경우였다. 돌리기를 학습하는 2학년 교과서를 보면 반바퀴라는 용어를 학생들이 당연히 안다고 생각하고 용어에 대한 정의나 예시 없이 사용하고 있어 반바퀴에 대한 명확한 양을 학생들이 이해하지 못하고 있는 것으로 보인다. 또한 3학년 교과서에서는 돌리는 양을 그림으로만 설명하고 있어 학생들이 돌리는 양에 대해 표현하는 기회도 줄어드는 것 같다.

돌리기는 돌리는 방향과 돌리는 양을 함께 생각해야 하는 움직임이므로 단순히 활동만으로 끝날 것이 아니라 돌리기에 대한 명확한 개념을 이해시켜 주어야 한다. 돌리기에 사용되는 방향과 양에 대한 용어를 정의해 주거나, 그림을 함께 제시하거나, 예시를 들어 혼동하지 않도록 명확히 제시하는 것이 필요하다고 본다.

넷째, 전체적으로 학생들은 모양 변화를 설명하는 능력이 부족했다. 밀기 한 후의 모양이 어떻게 변했는지를 쓰는 문제에서는 모양이 변하지 않았다고 대부분의 학생들이 잘 설명했다. 하지만 밀기 문제에서 20% 이상의 학생들이 무응답을 했고, 뒤집기와 돌리기를 한 후의 모양 변화에 대해 설명하는 문제에서는 정답률이 낮을 뿐만 아니라 뒤집었다거나 돌렸다거나 하는 방법을 되풀이해서 설명하는 경우가 많았다. 인형, 도형, 글자의 뒤집기 전과 후의 모양을 제시하고 모양 변화를 설명하는 문제에서도 뒤집기 전과 후의 모양 변화를 설명하는 경우는



최소 5.0%에서 최대 47.8%까지로 비율이 낮았다. 오답을 살펴보면, '뒤집었다' 또는 '뒤집혔다'와 같은 움직임의 방법을 설명하는 경우가 가장 많은 오답을 차지했다.

합동변환을 다루는 현재의 교과서에서 모양 변화를 설명해보게 하는 부분을 비중 있게 다루고 있지 않다(방정숙, 김상화, 박금란, 2006). 대부분이 모양을 움직이는 활동을 하게하고 활동 후에 그림을 그려보게만 하고 있었다. 2-가 단계의 교사용지도서에서는 밀기와 뒤집기 하는 부분에서 모양이 어떻게 변했는지를 설명해보게 하고 있지만 교과서에는 그런 부분이 잘 나타나지 않았다. 따라서 학생들은 그림은 바르게 그릴 수 있는 데에 비해 모양 변화를 설명하는 능력이 떨어진다고 본다. 합동변환을 일으킨 후에 모양 변화를 잘 설명할 수 있도록 활동하고 지도하는 것이 합동변환을 이해하고 공간감각을 향상시키는 데에 필요한 하나의 요소가 되리라고 본다.

다섯째, 학년이 올라갈수록 잘 하리라는 예측과는 달리 합동변환에서 2, 4, 6학년 사이에 큰 차이가 나타나지 않았다. 밀기는 학년의 차이 없이 모두가 잘 하였고, 뒤집기는 2학년과 4, 6학년이 차이가 나타났으나 4학년과 6학년은 별 차이가 없었으며, 돌리기는 학년의 차이 없이 모두가 못하였다. 합동변환에 관한 학습은 2-가와 3-가 단계에서 이루어지므로 학습한지 오래된 것이 학년간 차이를 내지 않는 것의 한 원인이 될 수도 있고, 학생들이 합동변환에 대해 확실한 개념이 정립되지 않은 것이 다른 원인이 될 것이라고 볼 수도 있을 것이다. 공간감각 학습에 도움이 되도록 이 원인에 대해 좀 더 심층적인 연구가 필요하다고 본다.

## 2. 거울 대칭과 쌓기나무 활동에 대한 학습내용 이해 능력

첫째, 4, 6학년 학생들은 거울에 비치는 상을 관찰하는 거울대칭에서 기본적인 거울의 성질을 잘 이해하고 있으나, 여러 방향에서 거울에 비친 모양을 그리거나 만들어진 모양을 보고 거울의 위치를 정하는 문제는 정답률이 낮았다. 본 검사지에서 제시한 이러한 문제의 활동들은 현 교과서의 3-나 단계에서 학습하는 내용이다. 4학년과 6학년 학생들도 어려워하는 활동을 3학년 학생들이 학습하기에는 무리가 있다고 본다. 이는 거울에 비치

는 상 관찰하기가 3학년에서 학습하기에는 어렵다는 한국교육과정평가원(2004)의 연구와도 일치한다. 3학년에서는 여러 가지 물체를 거울에 비추보는 경험만을 제공하고, 고학년에서 그 경험을 토대로 여러 방향에서 거울에 비치는 모양을 그려보는 활동을 한 다음, 만들어진 모양을 보고 거울의 위치를 찾는 활동을 하는 등 학생들의 이해 수준에 맞추어 적절히 활동을 안내할 필요가 있다고 본다. 차기 교육과정에 따르면(교육인적자원부, 2006), 초등학교 3학년에서 지도하는 '거울에 비치는 상'이 5학년의 '대칭'과 통합되어 5학년에서 학습된다.

둘째, 쌓기나무 활동에 대한 학습내용 이해능력은 4학년과 6학년 사이에 차이가 나타났고, 6학년은 쌓기나무의 모양에 따라 정답률이 달라졌다. 쌓기나무의 개수를 세거나 쌓여진 쌓기나무의 모양을 보고 위, 앞, 옆에서 보이는 모양을 그리는 문제에서 4학년의 정답률이 6학년의 정답률보다 20% 정도가 낮게 나왔다. 쌓기나무 단원은 2학년에서 학습한 후 6학년에서 학습하기 때문에 4학년에서 정답률이 낮은 것으로 보인다. 이 결과로 보아 학습과정에서 연계성을 고려할 필요를 느낄 수 있다.

또한 6학년에서 복잡한 모양의 쌓기나무가 있는 56번과 59번의 문제를 제시했을 때 정답률이 50%대 이하로 떨어지고, 색칠한 부분의 쌓기나무를 빼냈을 때의 모양을 그리는 60번 문제에서는 입체를 사실적으로 그리는 학생의 비율이 50%대 이하로 낮았다. 이로써 같은 유형의 문제라도 쌓기나무의 모양이 복잡해지거나 다른 조건이 들어가거나 문제 형식이 바뀌게 되면 학생들이 어려워한다는 것을 알 수 있다. 한국교육과정평가원(2004)에서는 쌓기나무 단원을 쉬워하므로 4학년이나 5학년에서 다루거나, 2학년과 6학년 사이에 연계성을 강화하기 위해 새로운 쌓기나무 단원을 추가해야 한다는 두 가지 의견을 제시하는데, 본 연구 결과는 후자를 지지한다. 쌓기나무를 탐구하는 활동은 수준에 따라 다양하게 나올 수 있으므로 4학년에 새로운 단원을 추가하여 연계성을 강화하고 6학년은 난이도를 조금 높이고 깊은 탐구가 이루어지도록 할 수 있다.

## 3. 도형의 합동과 대칭에 대한 학습내용 이해능력

첫째, 도형의 합동에 대해서는 잘 이해하고 있었지만

서로 합동인 도형을 찾는 문제에서는 정답률이 떨어졌다. 학생들은 합동인 두 도형은 대응각, 대응변, 크기, 모양이 모두 같고, 서로 완전히 포개어진다는 합동의 성질과 개념에 대해 각각 80% 이상의 정답률을 보였다. 그러나 여러 가지 도형들 중에서 서로 합동인 두 도형을 찾는 51번 문제에서는 정답인 4쌍만을 찾은 경우는 22.4%에 지나지 않았다. 정답에 정답이 아닌 경우가 한 두 가지 섞여 있었다. 이 결과로 보아 학생들은 도형의 합동에 대해서는 잘 알고 있으나 합동인 도형을 찾을 때에는 합동의 성질을 사용하여 변의 길이 등을 비교하지 않고 눈에 보이는 모양과 크기만을 가지고 성급히 판단을 내린다고 추측해 볼 수 있다. 이와 같은 연구 결과를 고려할 때, 학생들이 합동의 개념과 성질 자체를 아는 것 외에 여러 가지 비슷한 도형을 가지고 합동의 예인 것과 예가 되지 않는 것을 명확히 구분해 보는 경험이 필요하다고 본다.

둘째, 학생들은 선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형을 명확하게 구분하지 못했다. 반만 그려진 선대칭도형이나 선대칭의 위치에 있는 도형의 그림을 주고 도형을 완성하는 문제나 그림에서 대칭축, 대응점, 대응변을 찾는 문제나 성질에 대해서는 잘 이해하고 있었다. 하지만 직접 선대칭도형이나 선대칭의 위치에 있는 도형을 그리고 의미를 설명하는 것은 잘 하지 못하였다.

학생들은 선대칭의 위치에 있는 도형에 비해 선대칭도형에 대한 개념을 더 잘 알고 있었다. 이에 선대칭의 위치에 있는 도형에서 의미를 더 잘 알고 있는 선대칭도형과 혼동을 일으키는 것으로 보인다. 또한 현 교과서에서는 선대칭도형을 학습한 후에 선대칭의 위치에 있는 도형을 학습하는데 이 두 도형을 비교하여 차이점을 확실히 학습하는 내용은 없다. 학생들이 어렵다고 인식하는 이 단원에서(한국교육과정평가원, 2004) 선대칭도형에 대한 개념이 확실히 자리 잡기도 전에 이와 비슷한 선대칭의 위치에 있는 도형을 비교 없이 학습함으로써 혼동을 더 가져올 수 있다고 본다. 따라서 이 두 도형을 비교·대조하는 활동이 필요하겠다.

셋째, 학생들은 점대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형에 대해 잘 이해하고 있지 않으며, 점대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형도 명확하게 구분하지 못했다. 점대칭도형을 선대칭도형과 혼동하기도 하고 점대칭도형

의 정의도 확실히 알고 있지 않았다. 또한 점대칭의 위치에 있는 도형은 선대칭의 위치에 있는 도형과 혼동을 보였다.

점대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형도 서로 명확히 구분하지 못하므로 선대칭도형과 마찬가지로 이 두 도형을 비교·대조하는 활동이 필요하다. 하지만 그 전에 점대칭과 점대칭의 위치에 있는 도형은 각자의 개념을 명확히 하는 많은 활동들이 더 필요하겠다. 현재의 교과서는 5학년 한 단원에서 선대칭과 점대칭을 모두 다루고 있는데, 학생들의 이해능력이 많이 떨어지는 단원이므로 선대칭과 점대칭을 각 단원으로 나누어 많은 활동과 함께 비교하면서 다루어주는 것이 필요하다고 본다.

본 연구는 현재 학생들이 교과서에서 학습하고 있는 공간감각 내용에 대한 이해정도를 알아보았다. 따라서 지금 학생들의 수준과 교과서의 난이도 수준을 짐작해 볼 수 있어 차기 교육과정, 교과서 연구 및 공간감각 지도 연구에 시사점을 제공해 줄 수 있다.

예를 들어, 각 학습내용에서 나타나는 정답률, 오답의 유형이나 예측한 원인들은 학생들을 지도하는데 유용한 자료가 되리라고 본다. 정답률에 따라 학생들이 어려워하고 쉬워하는 내용을 파악할 수 있고, 학생들이 쉽게 일으키는 오답과 그 원인을 교사들이 인지할 수 있다. 이를 교수·학습 계획 시에 활용할 수 있도록 교사용 지도서에 제시해준다면, 학생들의 공간감각 이해능력 향상에 많은 도움을 줄 것이다.

이에 더불어 본 연구를 더 확장하여 각 학습내용과 관련하여 부족한 이해능력에 대한 원인을 좀 더 심층적으로 파악하고, 그 원인에 따라 교수법 및 교수·학습 자료를 고안하여 학생들의 이해능력을 보다 향상시킬 수 있는 방안을 연구하는 것이 필요하다.

## 참고 문헌

- 강혜경 (2006). 지오보드 활용학습이 학습부진아의 공간감각 능력에 미치는 효과. 대구교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 교육부 (1998). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학. 실과. 서울: 대한 교과서 주식회사.

- 교육인적자원부 (2006). 초·중등 학교 교육과정 부분 수정·고시.  
[http://cutis.moe.go.kr/edu/edu\\_pro/read.asp?idx=97](http://cutis.moe.go.kr/edu/edu_pro/read.asp?idx=97)
- 김남희·나귀수·박경미·이경화·정영옥·홍진곤 (2006). 예비교사와 현직교사를 위한 수학 교육과정과 교재 연구, 서울: 경문사.
- 김영선 (2005). 공간감각 학습과정에서 초등학생이 보이는 오류 유형 및 원인 분석, 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김창일·김신좌 (2002). 조작활동을 통한 공간감각 형성의 지도 방안, 교과교육연구, 4, pp.79-10.
- 김혜정 (2003). 공간시각화 활동을 통한 기하학습이 공간감각능력과 의사소통능력에 미치는 효과, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 방정숙·김상화·박금란 (2006). 초등교사의 수학과 교수법적 내용 지식 정립을 위한 교수-학습 자료 개발, 2005년도 교과공동연구결과보고서 (KRF-2005-030-B00045).
- 신국환 (1998). 초등학생의 공간 지각 발달에 관한 연구 -입체도형에 대한 평면표현을 중심으로, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 신준식 (1992). 공간시각화 학습이 수학적 문제해결력에 미치는 효과, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 신준식 (2002). 공간감각 배양을 위한 교수-학습 방법 및 자료 개발, 과학교육연구, 26, pp.39-68.
- 이주영 (2003). 공간감각 신장을 위한 학습 활동 자료 개발 연구, 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 전평국·정부용 (2003). 공간시각화 과정에서의 교구의 역할, 수학교육논문집, 15, pp.87-92.
- 주영 (2003). 패턴블록 활용 학습이 공간감각 신장에 미치는 효과, 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 최경숙 (2004). 공간감각의 지도 내용 계열 분석, 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 최미연 (2004). 초등학생의 공간능력에서 남녀차에 관한 연구, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 최정남 (2002). 도형에 관한 탐구학습이 공간추론 능력에 미치는 효과, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 한국교육과정평가원 (2004). 수학과 교육내용 적정성 분석 및 평가(연구보고 RRC 2004-1-5).
- 한기완 (2001). 공간감각의 개념 분석 및 교수-학습 방안 탐색, 초등수학교육, 5(1), pp.57-69.
- Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to k-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 권성룡 외 11인 공역(2005). 수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게? 서울: 경문사.
- Bassarear, T. (2001). *Mathematics for elementary school teachers* (2nd ed.). Boston, MA: Houghton Mifflin Company.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *The Arithmetic Teacher*, 37(6), pp.14-20.
- Gagné, R. M. & Briggs, L. J. (1979). *Principle of instructional design* (2nd ed.). NY: Holt, Rinehart and Winston.
- Kennedy, L. M. & Tipps, S. (2000). *Guiding children's learning of mathematics* (9th ed.). Belmont, CA: Wadsworth/Thomson Learning.
- Kidder, F. R. (1976). Elementary and middle school children's comprehension of euclidean transformations, *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(1), pp.40-52.
- Linn, M. C. & Peterson, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis, *Child Development*, 56(6), pp. 1479-1498.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influence. *Psychological Bulletin*, 86(5), pp.889-918.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- \_\_\_\_\_ (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author. 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남곤, 방정숙 공역(2007). 학교수학을 위한 원리와 기준. 서울: 경문사.
- Schultz, K. A. & Austin, J. D. (1983). *Directional*

effects in transformation tasks, *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), pp.95-101.

Wheatley, G. H. (1990). Spatial sense and mathematics learning. *The Arithmetic Teacher*, 37(6), pp.10-11.

## An Investigation on the Understanding of Spatial Sense of Elementary School Students

**SungMi Lee**

Daegu Sunggok Elementary School, Daegu, Korea

E-mail: rice59@hanmail.net

**JeongSuk Pang**

Korea National University of Education, Chung-buk 363-791, Korea

E-mail: jeongsuk@knue.ac.kr

The purpose of this study was to find out how second, fourth and sixth graders understood the main contents related to spatial sense in the Seventh National Mathematics Curriculum. For this purpose, this study examined students' understanding of the main contents of congruence transformation (slide, flip, turn), mirror symmetry, cubes, congruence and symmetry. An investigation was conducted and the subjects included 483 students.

The main results are as follows. First, with regards to congruence transformation, whereas students had high percentages of correct answers on questions concerning slide, they had lower percentages on questions concerning turn. Percentages of correct answers on flip questions had significant differences among the three grades. In addition, most students experienced difficulties in describing the changes of shapes. Second, students understood the fact that the right and the left of an image in a mirror are exchanged, but they had poor overall understanding of mirror symmetry. The more complicated the cubes, the lower percentages of correct answers. Third, students had a good understanding of congruences, but they had difficulties in finding out congruent figures. Lastly, they had a poor understanding of symmetry and, in particular, didn't distinguish a symmetric figure of a line from a symmetric figure of a point.

---

\* ZDM Classification : G52

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

\* Key Words : spatial sense, congruence transformation, mirror symmetry, congruence, symmetry