

도형 개념의 이해에 영향을 미치는 언어적 측면에 대한 연구 - 용어의 어원과 조어 방식을 중심으로 -

박 경 미 (홍익대학교)

I. 서론

수학 용어에 대한 이해는 수학 학습의 출발점이며, 이해한 내용을 머릿속에서 정리할 때에도 용어를 동원하기 때문에 수학 학습의 종착점이 되기도 한다. 기하학은 다른 내용 영역에 비해 새로운 용어가 빈번하게 출현하는데, 그 중에서 주류를 이루는 것은 도형과 관련된 용어이다. van Hiele(1986)의 기하학습 수준이론에 비추어 볼 때 기본 도형에 대한 용어를 알고 그 성질을 이해하는 '시각적 수준'과 '분석적 수준'은 그보다 상위 수준인 '추상적/관계적 수준', '형식적 연역의 수준', '엄밀성의 수준'으로 나아가는 토대가 된다. 그런 측면에서 볼 때, 도형에 대한 용어를 익히고 그 개념을 이해하는 것은 기하 학습의 토대를 이룬다.

수학 지식의 형성이나 수학 학습에 있어 언어가 중요하다는 점은 많은 연구자에 의해 지적되어 왔다. Ernest(1991, p. 42)는 "사회적 구성주의 관점에서 볼 때 수학은 사회적 구성물이다. ... 인간의 언어, 규칙, 약속은 수학의 진리를 구축하고 정당화하는데 있어 핵심적인 역할을 한다. ... 수학적 지식의 토대를 이루는 것은 언어적 지식, 관습, 규칙이며, 언어는 사회적 구성물이다"라고 언급함으로써 수학적 진리를 정립하는데 있어서 언어가 지니는 중요성과 언어가 사회적 산물임을 강조하였다. Vygotsky(1986)는 '사고'와 '언어'는 함께 발전하며 개념의 습득은 언어적 경험에 달려있다고 보았으며,

* 이 논문은 2007학년도 홍익대학교 학술연구진흥비에 의하여 지원되었음.

* 2007년 5월 투고, 2007년 6월 심사 완료

* ZDM분류 : G13

* MSC2000분류 : 97C30

* 주제어 : 도형의 용어, 언어적 측면, 용어의 조어, 사다리꼴, 부채꼴, 마름모, 직사각형, 삼각형, 등변사다리꼴.

Laborde(1990, p. 61)는 "학습자의 정신적 표상과 수식의 언어적 특징에 의해 구성되는 의미론적 측면에서 볼 때 언어의 역할을 중요하다"고 강조하고 있다.


도형 개념의 이해에 영향을 미치는 요인은 교육과정과 교과서의 내용 배열과 조직 및 설명 방식, 교수-학습 자료, 교사의 수업 등 여러 가지이지만 그 중에서 본 연구는 언어적 측면에 초점을 맞추었다. 사실 '언어적 측면'이란 상당히 광의로 해석될 수 있는 개념으로, 본 연구에서는 도형 용어의 어원과 조어 방식에 주안점을 두었다.

II. 선행연구 분석

본 연구의 주제와 직·간접적으로 관련된 국내외의 다양한 선행 연구들을 찾아볼 수 있다. Triadafilidis(1995)는 그리스, 스코틀랜드, 미국의 중학생을 대상으로 도형의 의미 형성에 대한 비교 연구를 수행하였다. 학생들은 사다리꼴 모양을 '집의 지붕', '화분', '서커스에서 코끼리들이 딛고 서는 단' 등 주변에서 찾아볼 수 있는 사물에 근거하여 다양하게 기술하였다. 도형을 지칭하는 용어의 어원은 상당수가 그리스어나 라틴어에 뿌리를 두고 있기 때문에, 세 국가의 학생들 중 그리스 학생들은 일상적인 단어나 은유를 적게 사용하고 그 대신 보다 수학적 표현을 동원하여 도형을 설명하는 차이점을 보였다 (Triadafilidis, 1995).

Monaghan(2000)은 런던에 거주하는 11세에서 16세 사이의 학생 2000명을 대상으로 사각형의 포함 관계에 대해 조사하였다. 정사각형과 직사각형의 관계, 직사각형과 평행사변형의 관계, 정사각형과 마름모의 관계, 평행사변형과 연(kite)의 관계, 사다리꼴과 평행사변형 관계

1) 인접한 두 변의 길이가 각각 같은 연 모양의 사각형을 말함. 우리나라의 교육과정과 교과서에서는 다루지 않으나, 대부분의 외국 기하 교과서에서는 취급하고 있음.

를 묻는 다섯 개의 질문을 제시하고 학생들의 답변을 분석하였다. 조사 결과에 따르면 학생들은 사각형의 포함 관계를 충분히 이해하고 있지 못하고, 각 도형의 전형적인 모양에 의존하여 판단하는 경향이 있었다. 예를 들어 직사각형(rectangle)은 정사각형과 한 변이 다른 변에 비해 긴 oblong을 모두 포함하지만, 직사각형과 oblong을 동일시하는 하는 학생이 많았다. 뿐만 아니라 학생들은 교과서에 빈번하게 제시되는 모양인, 수평 방향의 변이 수직 방향의 변보다 길면서 그 비가 2:1 정도인 경우를 직사각형의 일반형으로 고착화하여 받아들이는 경향이 있었다. 평행사변형의 경우는 교과서가  모양의 평행사변형을 주로 제시하기 때문에 학생들은 평행사변형이 기울어진 방향에 대한 고정 관념을 가지고 있었다. Monaghan은 학생들이 도형에 대한 시각적 표현에 지나치게 의존하여 경향은 도형의 포함 관계를 정확하게 이해하지 못하는 현상을 유발시키는 원인이 된다고 보았다.

Mariotti와 Fischbein(1997)은 수업 활동에서 이루어지는 기하의 여러 가지 '정의'에 초점을 맞추고, 형상적 측면과 개념적 측면에서 기하 용어의 정의를 다루었다. Hasegawa(1997)는 초등학교 2학년 학생들이 삼각형과 사각형의 개념을 어떻게 형성하는지를 연구한 후 이를 일반화하여, n각형을 정의할 때 변의 개수나 꼭지점의 개수를 이용하는 방법 뿐 아니라 합동변환군이나 일반변환군을 이용할 수 있다고 주장했다. 박경미와 임재훈(1998)은 기하 용어에 대한 연구를 수행하면서 포함의 관점과 분할의 관점, 기하 용어와 그 정의 사이에 피리, 사물의 이름을 차용한 기하 용어, 기하 용어의 한글화의 네 가지 관점에서 논의를 하였다.

지금까지 열거한 선행연구들을 살펴보면, 도형 개념의 형성, 도형 개념을 이해하는데 있어 전형적인 모양을 포함한 시각적 모델이 갖는 제한점, 기하 관련 용어와 정의에 대해서 다양한 연구들이 수행되어 왔지만, 도형 개념의 이해와 언어를 직접적으로 연관시킨 연구는 이루어지지 않았음을 알 수 있다. 이에 본 연구는 도형 개념의 습득과 관련된 언어적 측면에 주목하고, 이를 보다 심층적으로 탐색하고자 한다. 이를 위해 한국어, 중국어, 영어를 모국어로 하는 중학교 2학년 학생들을 대상으로 설문조사를 실시하여, 학생들이 각 도형의 다양한 예를 선별해낼 수 있는지, 도형의 정의를 얼마나 정확하게 제

시할 수 있는지를 조사하였다. 그리고 그 결과를 개념 정의와 개념 이미지의 상호작용에 비추어 해석하고, 기하 교육의 개선을 위한 몇 가지 시사점을 도출하였다.

III. 도형 개념의 이해도를 알아보기 위한 설문조사

1. 설문조사 대상

도형 개념의 이해와 관련된 언어적 측면을 탐색하기 위해 한국어, 중국어, 영어를 모국어로 사용하는 학생들을 대상으로 소규모의 설문조사를 실시하였다. 설문조사 대상은 한국어 집단 100명, 중국어 집단 143명, 영어 집단 102명으로, 세 집단 모두 중학교 2학년 학생들이다. 한국어 집단은 학업 성취도가 전국적인 수준에서 볼 때 중상위권인 서울 소재 중학교의 3개 학급 학생들이다. 홍콩의 경우 모든 학생들이 중국어를 모국어로 하지만 대부분의 상위권 학교는 수업에서 영어를 공식어로 사용하며, 중하위권의 학교들은 중국어로 수업을 진행한다. 따라서 본 연구의 설문조사를 한 가지 유형의 학교에서만 실시하는 것이 불합리하다고 판단하여 두 가지 유형의 학교에서 각각 두 학급씩 선정하여 설문조사를 실시하였다. 결과적으로 중국어 집단은 중국어를 모국어를 하면서 영어 상용 학교에 다니는 학생 82명과 중국어 상용 학교에 다니는 학생 61명을 포함하여 총 143명으로 구성된다. 영어 집단은 홍콩에 소재하는 국제중학교에 재학하는, 영어를 모국어로 하는 외국 학생들로 구성된다.

2. 설문지의 구성

모국어를 달리하는 세 집단에게 설문조사를 실시하기 위하여, 영어 설문지를 작성한 후 각각 한국어와 중국어로 번역하였다. 여섯 개의 문항으로 이루어진 설문지는 도형의 용어가 조어된 두 가지 방식을 고려하여 구성되었다. 첫 번째는 '사다리꼴', '부채꼴', '마름모'와 같이 사물의 이름을 차용하여 만들어진 도형에 대한 질문이다. 설문지의 2번과 3번은 사다리꼴과 부채꼴의 예를 정확하게 선별할 수 있는지 알아보기 위한 문항이며, 6번은 마름모의 유래를 알고 있는지 묻는 문항이다. 두 번째는

모든 각이 직각인 '직사각형', 두 변의 길이가 같은 삼각형인 '이등변삼각형'과 같이 도형을 지칭하는 용어가 도형의 정의를 함의(含意)하는 경우이다. 설문지의 1번은 직사각형의 예가 되는 도형을 모두 선택할 수 있는지 확인하는 문항이며, 4번과 5번은 각각 삼각형과 등변사다리꼴의 정의를 묻는 문항이다 (<부록 1>과 <부록 2>참고).

IV. 연구 결과

1. 사물의 형태에서 비롯된 용어를 갖는 도형

사물의 형태에서 유래한 용어를 갖는 도형인 사다리꼴, 부채꼴, 마름모에 대한 설문조사 결과는 다음과 같다.

(1) 사다리꼴

한국어의 '사다리꼴'에 대응되는 영어 용어는 영국식 영어에서는 'trapezium'이고 미국식 영어에서는 'trapezoid'이다.²⁾ Trapezium의 어원은 그리스어 trapeza로 (tra는 4를 나타내고 peza는 다리를 나타냄) 그 의미는 '네 개의 다리를 갖는 탁자'이다 (Schwartzman, 1994). 중국어에서 사다리꼴에 해당하는 용어는 '梯形'으로, '梯'는 사다리를 나타내며 '形'은 형태를 나타내므로 梯形은 한국어의 '사다리+꼴'과 동일한 방식으로 만들어진 용어이다. 실제 우리나라의 교수요목기에는 한자 용어인 '梯形'을 사용하였으나, 제1차 교육과정 개정에서 한글 용어인 '사다리꼴'로 바꾸었다.

기존의 목제 사다리는 안정감을 확보하기 위해 사다리의 하단부가 상단부에 넓은 경우가 대부분이다. 그러므로 목제 사다리의 모양에 의존하여 사다리꼴의 개념을 습득한 학생은 아랫변이 윗변보다 긴 경우만 사다리꼴로 인식할 가능성이 높다. 학생들은 사다리꼴이라는 용어로부터 '한 쌍의 대변이 평행한 사각형'이라는 사다리꼴의

정의를 이끌어내기보다는 목제 사다리의 전형적인 모양을 연상할 수 있기 때문이다. 그에 반해 trapezium은 네 개의 다리를 갖는 탁자에서 유래하였지만 현재 영어를 상용하는 학생은 그리스어 어원인 trapeza를 모르는 경우가 대부분이기 때문에, 용어가 조어된 배경이 영어 집단에 미치는 영향은 미미할 수 있다.

이런 점들을 고려할 때, 주어진 도형 중에서 사다리꼴을 선택하는 2번 문항에 대한 학생들의 응답 결과는 한국어와 중국어 집단에 불리하게 나타날 가능성이 높은 것으로 예측되었다. 즉 한국어와 중국어 집단은 사다리의 모양과 비슷한 도형은 사다리꼴로 선택하지만, 아랫변이 윗변보다 짧거나 좌우가 비대칭인 모양은 사다리꼴로 인식하는 비율이 낮을 것으로 예상되었다. 그러나 설문조사 결과는 이러한 예상과 일치하지 않았다. <표 1>에서 보듯이 학생들이 주어진 네 개의 다양한 사다리꼴을 사다리꼴로 간주한 비율은 세 집단 모두에서 $B \geq A > D > C$ 의 순서로 나타났지만, 한국어와 중국어 집단에서는 A, B, D를 선택한 학생들의 비율이 크게 다르지 않은 반면 영어 집단에서는 A, B, D를 선택한 학생들의 비율의 차이가 상대적으로 큰 것으로 나타났다.

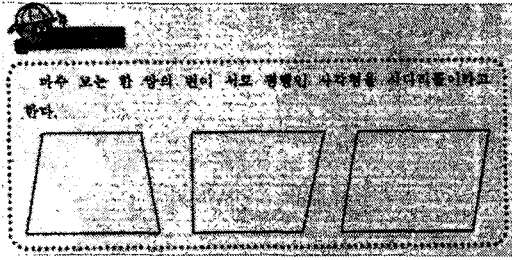
<표 1> 사다리꼴에 대한 설문조사 결과

| | 한국어 | 중국어 | 영어 |
|---------------------------|-------|-------|-------|
| A (아랫변이 윗변보다 짧은 비대칭 사다리꼴) | 89.0% | 91.6% | 75.5% |
| B (아랫변이 윗변보다 긴 등변사다리꼴) | 89.0% | 95.8% | 95.1% |
| C (평행사변형) | 47.0% | 6.3% | 7.8% |
| D (아랫변이 윗변보다 긴 비대칭 사다리꼴) | 85.0% | 90.2% | 64.7% |

한국어 집단이 아랫변이 윗변보다 짧은 비대칭 사다리꼴이나 아랫변이 윗변보다 긴 비대칭 사다리꼴을 모두 사다리꼴이라고 정확하게 분류한 원인 중의 하나는 교과서가 도형에 대한 전형적인 예뿐만 아니라 다양한 형태의 예들을 제시하는 점과 관련될 수 있다. Dienes(1960)의 '수학적 다양성의 원리'에 따르면, 학습자가 어떤 개념을 충분히 이해하기 위해서는 그 개념의 본질적인 것은 불변으로 하되 비본질적인 것을 가능하면 다양하게 변화시켜 제시하는 것이 바람직하다. 사다리꼴의 경우, 본질적인 것은 한 쌍이 대변이 평행하다는 성질이며, 비본

2) 우리나라 교육과정과 교과서는 다루고 있지 않지만 사각형의 어떤 두 변도 평행하지 않은 경우를 영국식 영어에서는 trapezoid, 미국식 영어에서는 trapezium으로 지칭한다. 다시 말하면, 영국식 영어와 미국식 영어에서는 trapezium과 trapezoid를 완전히 상반되게 사용하고 있다. 본 논문에서는 영국식 영어를 사용하는 홍콩의 국제학교에서 영어 집단을 선정하였으므로, 영국식 용어인 trapezium을 사용하였다.

질적인 것은 아랫변과 윗변의 길이의 대소 관계, 좌우 대칭성 등이다. 사다리꼴을 처음 도입하는 한국의 초등학교 4학년 교과서는 <그림 1>에서 보듯이 이 원리를 염두에 두고 사다리꼴에 대한 다양한 예들을 포함시키고 있다.



<그림 1> 초등학교 4-나 수학 교과서에 제시된 사다리꼴의 예 (교육인적자원부, 2000, p. 60)

초등학교 4학년에서 사다리꼴을 처음 배우는 시점에서는 '사다리 모양'이라는 관념이 강하게 영향을 미칠 수 있지만, 학생들은 중학교 2학년에 이르는 동안 사다리꼴의 넓이를 구하는 다양한 문제들을 연습하고 사각형의 포함 관계를 배우는 과정을 통해 사다리꼴에 대한 일반적인 모양을 익혔기 때문에, 사다리꼴에 대한 이해도가 높게 나타난 것으로 해석할 수 있다.

한편 <표 1>에서 주목할 만한 점 중의 하나는 한국어 집단에서는 C의 평행사변형을 사다리꼴로 간주한 학생이 47%이지만, 중국어와 영어 집단에서는 10% 이하의 극소수 학생들만 평행사변형을 사다리꼴로 포함시켰다는 점이다. 이런 차이는 사다리꼴을 '적어도 한 쌍의 대변이 평행한 사각형'으로 정의한 한국의 교과서와 달리 중국어권과 영어권의 교과서는 '오직 한 쌍의 대변이 평행한 사각형'으로 정의하는 데서 기인한다.

도형 개념을 비롯하여 수학 개념을 정의하는 방식은 '포함'과 '배타'의 두 가지가 있다. 포함적 정의(inclusive definition)는 변환군의 관점에서 여러 가지 기하학의 위계와 포함 관계를 설정한 Klein의 Erlangen 프로그램과 같이 여러 관련 개념들 사이에 위계적인 분류(hierarchical classification)가 성립되도록 정의하는 방식이다. 이에 반해 배타적 정의(exclusive definition)는 각 개념이 서로소(disjoint)가 되도록 하는 분할적 분류(partition classification)를 말한다 (박경미, 임재훈, 1998;

De Viller, 1994). 이 구분을 따른다면, 한국의 교과서는 사다리꼴을 포함적으로 정의하고 있고, 영어권과 중국어권의 교과서는 배타적으로 정의를 하고 있다. 물론 모든 영어권 교과서가 사다리꼴에 대해 배타적 정의를 취하는 것은 아니다. 대부분의 교과서는 사다리꼴을 'a quadrilateral with exactly one pair of parallel sides'로 보아 배타적으로 정의하고 있지만 (예를 들어 Bailey et al, 2006, p. 434; Cummins et al, 2005, p. 333), 소수이기는 하지만 포함적 정의인 'a quadrilateral with at least one pair of parallel sides'를 택한 교과서도 존재하며 (예를 들어 Usiskin et al, 1997), 두 가지 정의를 모두 소개하는 교과서도 있다 (예를 들어 Rubenstein et al, 1998). 이런 점을 고려할 때 사다리꼴에 대한 배타적 정의를 배운 중국어와 영어 집단 학생들이 평행사변형인 C를 사다리꼴로 간주하지 않는 것은 일면 당연한 결과라고 할 수 있다 (보다 자세한 논의는 V장 참고).

(2) 부채꼴

한국어의 '부채꼴'에 대응되는 영어 용어는 'sector'로, '잘라내다(cut out)'라는 라틴어 어원을 갖는다. 이처럼 sector는 원으로부터 잘라냈다는 의미에서 붙여진 용어이지만 앞에서 논의한 사다리꼴과 마찬가지로 현재 영어를 상용하는 학생들은 그 어원을 알지 못하므로 sector의 개념을 습득하는데 있어 언어의 영향력은 크지 않을 가능성이 높다. 중국어로 부채꼴은 '扇形'인데 부채를 의미하는 '扇'과 모양을 의미하는 '形'을 결합시킨 용어이므로, 한국어의 '부채+꼴'과 정확하게 일치한다. 우리나라의 학교수학 용어의 변천사를 보면, 교수요목기에는 '扇形'이라는 한자 용어를 사용하다가 제1차 교육과정부터 '부채꼴'로 한글화하였다.

주어진 도형 중에서 부채꼴을 선택하는 3번 문항에 대한 세 집단의 응답 비율은 <표 2>와 같다. 부채 모양이라는 용어에 기초하여 부채꼴을 개념을 익힌 한국어와 중국어 집단에서는 부채의 전형적인 모양인 B를 부채꼴로 선택한 비율이 98.0%를 상회하지만, 영어 집단은 86.3%에 그치고 있다. 이에 반해 한국어와 중국어 집단에서는 반원(半圓)인 A를 부채꼴로 인식한 비율은 각각 58.0%, 57.3%로, 영어 집단의 비율인 85.3%에 비해 낮다. 또한 중심각이 180° 보다 큰 D를 부채꼴로 인식한 중

국어 집단의 비율은 49.4%로 영어 집단의 비율인 63.7%에 비해 낮고, 한국어 집단의 비율인 67.0%는 영어 집단의 비율에 비해 약간 높기는 하지만 B와 D를 선택한 한국어 집단의 비율 차이는 영어 집단의 비율 차이에 비해 크다.

<표 2> 부채꼴에 대한 설문조사 결과

| | 한국어 | 중국어 | 영어 |
|------------------------|-------|-------|-------|
| A (중심각이 180°인 반원) | 58.0% | 57.3% | 85.3% |
| B (중심각이 180°보다 작은 부채꼴) | 98.0% | 98.6% | 86.3% |
| C (활꼴) | 17.0% | 21.0% | 29.4% |
| D (중심각이 180°보다 큰 부채꼴) | 67.0% | 49.4% | 63.7% |

한국어와 중국어 집단은 부채꼴을 선별할 때 부채 모양이라는 사실을 염두에 두기 때문에 다수의 학생들이 부채의 전형적인 모양을 벗어난 도형을 부채꼴의 범주에 포함시키지 않는 경향이 있다. 그에 반해 영어 집단에게는 sector라는 용어가 특정 사물을 연상시키지 않기 때문에 sector의 정의, 즉 '원의 두 개의 반지름과 그 호(弧)로 둘러싸인 부분'이라는 점에 입각하여 부채꼴을 판정할 가능성이 높다. 그런 면에서 볼 때 영어 집단의 학생들이 A와 D를 부채꼴로 인식하는 것은 한국어와 중국어 집단의 학생들에 비해 자연스럽다고 할 수 있다.

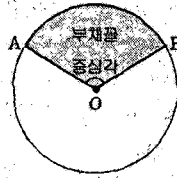
이와 유사한 결과를 장해원(1997)의 연구에서 찾아볼 수 있다. 한국의 중학교 2학년 학생들을 대상으로 부채꼴에 대한 이해 정도를 조사한 이 연구에 따르면 97%의 학생들이 중심각이 180°보다 작은 부채꼴을 부채꼴로 인식하였지만, 중심각이 180°인 반원이나 그보다 큰 부채꼴을 부채꼴이라고 인식한 학생은 50%에 미치지 못하는 것으로 나타났다. 뿐만 아니라 부채꼴의 정의를 묻는 질문에 대해 '부채 모양'이라고 적은 학생이 45%에 이르러, 학생들이 부채꼴의 개념을 습득할 때 부채 모양이라는 용어의 영향을 지대하게 받는 것으로 드러났다.

중심각이 180°보다 크거나 같은 경우를 부채꼴로 인식하는 학생들이 적었다는 점은 부채꼴의 다양한 예가 교과서와 수업에서 다루어지지 못한다는 점을 반증한다. 실험 대상인 한국어 집단 학생들이 부채꼴을 처음으로 접하는 7-나 교과서는 <그림 2>와 같이 보조단에 부채 사진과 더불어 부채꼴의 전형적인 모양을 제시하고 있으며,

이는 본 연구의 설문조사 결과와 무관하지 않을 것이다.

다음 그림과 같이 한 원 O의 원 AB와 호 AB로 이루어진 도형을 활꼴이라고 한다.

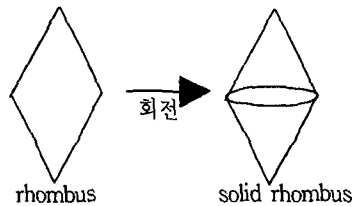
또, 두 반지름 OA, OB와 호 AB로 이루어진 도형을 부채꼴이라고 한다.



<그림 2> 중학교 7-나 수학 교과서에 제시된 부채꼴의 설명 (강육기 외, 2000, pp. 86-87)

(3) 마름모

한국어의 '마름모'는 '마름'이라는 풀에서 유래한 용어이다. 마름모에 해당하는 중국어 용어는 '菱形'으로, 마름모와 마찬가지로 '특정한 풀의 모양'을 일컫는다. 사다리꼴이나 부채꼴의 경우와 마찬가지로 우리나라의 교수요목기에는 '菱形'으로 표기하다가 제1차 교육과정의 개정과 더불어 한글 용어인 '마름모'로 명칭을 변경한 바 있다. 영어에서 마름모에 해당하는 용어 'rhombus'이다. Heath(1956)에 따르면 rhombus는 그리스어로 '돌린다(turn around and around, spinning-top)'는 의미를 갖는다. Archimedes는 두 개의 직원뿔을 밑면끼리 맞닿도록 이은 입체도형을 solid rhombus라고 했는데, 마름모 모양을 회전시키면 그 모양을 얻을 수 있다는 점에서 '돌린다'는 rhombus의 어원을 연관시킬 수 있다.



<그림 3> rhombus와 solid rhombus

설문지의 6번은 학생들이 마름모의 어원을 이해하고 있는 비율이 어느 정도인지 알아보기 위한 문항으로, 이 문항에 대해 정확한 답을 제시한 학생은 세 집단을 통틀

어 전무(全無)하다. 실제 수학 교사들도 마름모, 菱形, rhombus의 어원을 모르는 경우가 대부분이기 때문에 학생들이 그 어원을 알 가능성은 낮으며, 설문조사 결과는 이런 예측을 뒷받침한다.

2. 정의에 입각한 용어를 갖는 도형

도형을 나타내는 용어가 그 정의를 포함하도록 조여진 직사각형, 삼각형, 등변사다리꼴에 대한 설문조사 결과는 다음과 같다.

(1) 직사각형

한국어의 '직사각형'은 '네 각이 직각인 사각형'이라는 의미를 담고 있다. 직사각형은 직각이라는 조건만 만족하면 되므로 직사각형이라는 용어는 네 각이 직각이면서 네 변의 길이가 같은 정사각형을 포괄한다. 그런데 직사각형의 전형적인 모양은 한 방향의 변이 다른 방향의 변에 비해 긴, 특히 수평 방향이 수직 방향에 비해 긴 사각형이다. 직사각형에 대응되는 중국어 용어 '長方形'은 한 방향(方)의 변이 더 길다(長)는 점에 주목한 용어로, 직사각형의 정의와 무관한 전형적인 모양을 기술한다. 한편 영어에서 직사각형에 대응되는 용어는 rectangle로 rect는 라틴어로 right(직각)을 의미하지만 (Schwartzman, 1994), 다른 어원들과 마찬가지로 현재 영어를 상용하는 학생들 중 이 어원을 아는 경우는 극히 드물다.

직사각형에 포함되는 네 가지 도형을 제시하고 직사각형을 모두 선택하도록 한 1번 문항에 대한 설문조사 결과는 <표 3>과 같다.

<표 3> 직사각형에 대한 설문조사 결과

| | 한국어 | 중국어 | 영어 |
|---|--------|-------|--------|
| A (수직 방향의 변이 수평 방향의 변보다 긴 직사각형) | 99.0% | 98.6% | 100.0% |
| B (정사각형) | 64.0% | 3.3% | 10.8% |
| C (수평 방향의 변이 수직 방향의 변보다 긴 직사각형) | 100.0% | 98.6% | 100.0% |
| D (수평 방향의 변이 수직 방향의 변보다 긴 직사각형을 반시계 방향으로 45° 회전시킨 도형) | 93.0% | 93.7% | 94.1% |

한 방향의 변이 다른 방향의 변에 비해 긴 A와 C, 그리고 이를 회전시킨 D를 직사각형이라고 답한 학생들은 세 집단 모두에서 93% 이상을 차지한다. 그에 반해 정사각형을 직사각형이라고 답한 학생의 비율은 한국어 집단이 64.0%이지만, 중국어 집단은 3.3%, 영어 집단은 10.8%에 불과하다. 한국어 집단 학생들은 네 각이 직각이라는 정의에 초점을 맞춘 용어 직사각형을 사용하기 때문에 정사각형을 직사각형으로 해석하기가 용이한데 반해, 한 방향의 변이 다른 방향의 변에 비해 길다는 長方形이라는 용어를 통해 직사각형의 개념을 익힌 중국어 집단은 정사각형을 직사각형으로 간주하기 쉽지 않다. 그리고 중립적인 용어 rectangle을 사용하는 영어 집단의 응답 비율은 한국어 집단과 중국어 집단의 중간에 위치한다.

한국과 일본의 중학교 2학년 학생을 대상으로 수행된 Matsuo와 Yim의 비교 연구에 따르면, 정사각형을 직사각형이라고 분류한 한국 학생의 비율은 82%인데 반해 일본 학생들은 30%에 불과하며, 그 차이는 1% 유의수준에서 통계적으로 의미있는 차이이다 (Matsuo & Yim, 1998). 일본어에서 직사각형에 해당하는 용어는 중국어와 마찬가지로 長方形이기 때문에 정사각형과 같이 어느 한 변이 다른 변보다 길지 않은 도형을 직사각형으로 간주하기 쉽지 않다. 직사각형과 같이 용어가 그 정의를 함의(含意)하도록 만들어진 경우 학습자는 정의에 기초하여 도형을 이해하고 그 예들을 정확하게 선별할 수 있는 반면, 長方形에서 보듯이 용어가 함의하는 바(한 방향의 변이 다른 방향의 변에 비해 긴 사각형)와 그 용어의 정의(네 각이 직각인 사각형) 사이에 괴리가 있는 경우는 오개념을 촉발시키는 원인을 제공할 수 있다.

(2) 삼각형

한국어의 '삼각형', 중국어의 '三角形', 영어의 'triangle'은 모두 '세 개의 각을 갖는 도형'이라는 의미에서 동일한 용어이다. 그에 반해 삼각형에 대한 정의는 세 언어 모두에서 '세 개의 선분(변)으로 둘러싸인 도형'으로, 용어는 '각'의 관점인데 반해 정의는 '변'의 관점이다. 설문지의 4번은 삼각형에 대한 각에 입각한 정의와 변에 입각한 정의 중에서 어떤 것이 더 정확한 지 선택하는 문항이다. 설문조사 결과에 따르면 삼각형에 대한

정의로 '세 각을 가진 도형'이 더 정확하다고 답한 한국어, 중국어, 영어 집단의 비율은 각각 43.9%, 66.4%, 48.0%이다. 학생들은 초등학교에서 삼각형은 세 개의 선분(변)으로 둘러싸인 도형이라고 배웠고, 세 개의 각은 하나의 삼각형을 결정하지 않기 때문에 삼각형에 대한 적절한 정의가 아님에도 불구하고 상당수의 학생들은 용어로부터 추출한 정의를 선택했다.

(3) 등변사다리꼴

한국어의 '등변사다리꼴'은 '변의 길이가 같은 사다리꼴'을 의미한다. 이에 대응되는 중국어 용어 '等腰梯形'으로, 자구(字句) 그대로 해석하면 '두 허리의 길이가 같은 사다리꼴'이다. 등변사다리꼴의 영어 용어 'isosceles trapezium'에서 iso는 같다는 의미이고 sceles는 변을 의미하므로, isosceles trapezium은 한국어나 중국어와 마찬가지로 '변의 길이가 같은 사다리꼴'이 된다. 다시 말해 한국어와 중국어와 영어에서 등변사다리꼴을 지칭하는 용어는 모두 '변'의 관점을 취하고 있다.

그에 반해 등변사다리꼴에 대한 정의는 다양하다. 제7차 교육과정에 따른 우리나라의 대부분 교과서들은 등변사다리꼴을 명시적으로 정의하지 않거나, 정의하는 경우는 '두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴'로 각의 관점에서 정의하고 있다 (예를 들어 강행고 외, 2000). 영어권의 교과서 중에는 'a trapezium with a pair of legs or (opposite) sides equal'과 같이 변의 관점에 기초하여 정의하는 경우도 있고 (예를 들어 Larson, Boswell & Stiff, 1998), 'a trapezium in which the base angles are congruent'와 같이 각의 관점에 따라 정의하는 경우도

있다 (예를 들어 Usiskin, 1997). 뿐만 아니라 등변사다리꼴을 'a trapezium with a line of symmetry bisecting one pair of opposite sides'로 정의하여, 등변사다리꼴의 대칭축이 평행한 한 쌍의 변의 중점을 지난다는 성질을 정의로 내세우는 경우도 있다 (예를 들어 Keenan & Dressler, 1999).

본 연구의 한국어 집단의 학생들이 배우는 교과서는 등변사다리꼴을 명시적으로 정의하지 않고, 그 대신 '등변사다리꼴에서는 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같고 두 대각선의 길이가 같다는 성질이 성립한다'고 명시되어 있다 (강육기 외, 2000). 중국어와 영어 집단의 학생들이 배우는 교과서 역시 등변사다리꼴을 공식적으로 정의하지 않고 있다.

등변사다리꼴의 정의를 묻는 설문지의 5번 문항에 대해 상당수의 학생들이 오답을 하거나 무응답을 했다. 한 쌍의 대변의 길이가 같은, 혹은 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같은 사다리꼴과 같이 '변'의 관점에 따른 정의, 두 밑각이 같은 사다리꼴이라는 '각'의 관점에 따른 정의, 변과 각을 모두 명시한 정의, 대칭축을 이용한 정의 등 등변사다리꼴의 정의가 다양한 만큼 학생들의 반응 역시 다양했다. 그 중에서 '변'의 관점에 해당하는 정의를 제시한 비율은 한국어 집단이 37.0%, 중국어 집단이 54.6%, 영어 집단이 47.1%로 나타났다. 세 집단 학생들 모두 변이 같다는 '등변', '等腰', 'isoscele'의 영향을 받아 변의 관점에서의 정의를 적은 것으로 보인다.

<표 4> 등변사다리꼴에 대한 설문조사 결과

| | 한국어 | 중국어 | 영어 |
|-----------------------------------|-------|-------|-------|
| 한 쌍의 대변의 길이가 같은 사다리꼴 | 28.0% | 45.5% | 39.2% |
| 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같은 사다리꼴 | 3.0% | 3.5% | 5.9% |
| 한 쌍의 대변의 길이가 같고 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 | 6.0% | 5.6% | 2.0% |
| 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 | 11.0% | 3.5% | 3.0% |
| 대칭축이 대변의 중점을 지나는 사다리꼴 | 5.0% | 2.0% | 5.9% |
| 오답 (등변사다리꼴을 그림으로 나타낸 경우 포함) | 23.0% | 23.0% | 29.4% |
| 무응답 | 24.0% | 17.0% | 14.7% |

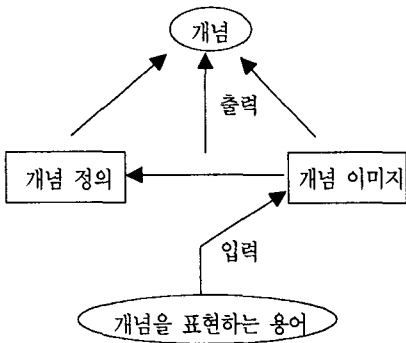
3) 등변사다리꼴의 정의는 전술한 포함적 정의 및 배타적 정의와 관련되어 복잡한 논의를 유발시킨다 (박경미, 임재훈, 1998). 사다리꼴을 배타적으로 정의하여 '오직' 한 쌍의 대변이 평행한 사각형으로 볼 때에는 등변사다리꼴을 어떤 방식으로 정의해도 혼란을 일으키지 않는다. 두 변의 길이가 같은 사다리꼴이라는 등변사다리꼴의 정의에서 두 변은 자동적으로 평행하지 않은 두 변을 지칭하기 때문이다. 그러나 사다리꼴을 포함적으로 정의하여 '적어도' 한 쌍의 대변이 평행한 사각형으로 볼 때에는 등변사다리꼴에서 길이가 같은 한 쌍의 대변은 어떤 대변도 될 수 있기 때문에 평행사변형을 포함하게 된다. 실제 이런 혼란을 방지하기 위하여 변의 관점으로 등변사다리꼴을 정의한 제6차 교육과정에 따른 중학교 수학 교과서 중에는 '평행하지 않은 두 변의 길이가 같은'이라는 단서를 포함시키는 경우도 있었다.

V. 연구 결과에 대한 논의

1. 개념 정의와 개념 이미지

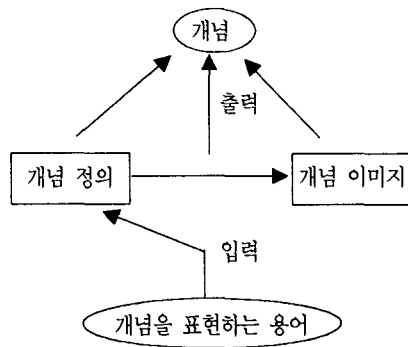
Vinner를 중심으로 한 연구자들을 수학 개념을 ‘정의’와 ‘이미지’의 두 가지로 구분하고, 함수, 극한 등의 수학 개념에 대해 양 측면을 연구하였다 (Tall & Vinner, 1981; Vinner & Dreyfus, 1989; Vinner, 1991). ‘개념 정의(concept definition)’는 개념을 정확히 설명하는 언어적 정의를 말하며, ‘개념 이미지(concept image)’란 개념의 이름과 관련하여, 혹은 그 개념의 성질과 관련하여 연상되는 다양한 정신적 이미지들을 말한다. Vinner (1991, pp. 70-72)는 개념 정의와 개념 이미지 사이의 상호관계가 어떻게 이루어지는지에 따라 ‘정의와 이미지의 상호작용’, ‘완전 형식적 연역’, ‘직관적 사고를 따른 연역’, ‘직관적 반응’의 네 가지로 유형화한 바 있다.

본 연구에서 조사한 두 가지의 기하 용어 조어 방식은 개념 정의와 개념 이미지 사이의 상호 관계에 영향을 미칠 수 있다. 사물의 이름을 차용한 용어의 경우 학생들은 일차적으로 그 모양을 연상하기 때문에 <그림 4>와 같이 개념 이미지를 통해서 개념에 접근하게 된다. 물론 개념 이미지가 개념 정의로 연결되고, 이를 통해 궁극적으로 개념에 도달하는 경우도 있지만, 중요한 것은 이런 과정에서 개념 이미지가 일차적인 역할을 한다는 점이다. 예를 들어 학생들은 사다리와 부채의 모양을 떠올리고, 이런 개념 이미지를 통해 사다리꼴이나 부채꼴의 개념에 이르게 되는 식이다.



<그림 4> 사물의 이름을 차용한 용어에서 개념 정의와 개념 이미지의 상호 관계

그에 반해 도형의 정의를 반영하여 만들어진 용어의 경우는 <그림 5>와 같이 그 용어로부터 개념 정의를 바로 이끌어내게 된다. 혹은 개념 정의로부터 개념 이미지를 떠올린 후 개념으로 연결되기도 하는데, 개념에 대한 이해가 개념 정의로부터 시작된다는 점에서 앞의 경우와 차별화된다. 예를 들어 학생들은 등변사다리꼴이라는 용어로부터 ‘두 변의 길이가 같은 사다리꼴’이라는 정의를 생각해 내게 된다.



<그림 5> 도형의 정의를 반영한 용어에서 개념 정의와 개념 이미지의 상호 관계

이 두 가지 경우는 나름대로의 장점과 단점을 갖는다. 첫째, 사물의 이름을 차용한 용어는 사다리나 부채와 같이 일상적인 사물을 동원하기 때문에 학습자가 친숙하게 개념을 습득할 수 있다는 장점이 있다. 그렇지만 용어를 통해 사물의 전형적인 모양을 떠올림으로써 도형에 대한 잘못된 이미지를 형성하고 강화시켜 도형의 개념을 국소화시키는 현상을 가져올 수 있다. 본 연구에서 부채꼴에 대한 한국어와 중국어 집단의 반응은 이런 현상을 뒷받침한다.

둘째, 도형의 정의를 반영한 용어는 수학적 측면을 보다 강조한다는 점에서 바람직하다. 하지만 중국어의 長方形이나 한국어의 등변사다리꼴과 같이 용어와 그 정의 사이에 괴리가 존재하는 경우는 도형에 대한 또 다른 오개념을 유발할 수 있다. 또한 직사각형에 대한 중국어 집단의 반응이나 등변사다리꼴에 대한 학생들의 정의에서도 그런 경향을 찾아볼 수 있다.

2. 포괄적 정의와 배타적 정의⁴⁾

사각형에 대한 정의에서 특이한 점은 대부분의 사각형(정사각형, 마름모, 직사각형, 평행사변형)은 어느 나라 교과서를 막론하고 모두 포괄적 정의를 따르지만, 사다리꼴에 대한 정의는 일치하지 않는다는 점이다. 우리나라의 경우는 사다리꼴을 포함하는 모든 사각형에서 일관되게 위계적 분류를 하지만, 사다리꼴을 배타적으로 정의하는 영어권과 중국어권의 교과서는 사다리꼴과 나머지 사각형 전체를 구분할 때에는 분할적 분류를 하고 정사각형, 마름모, 직사각형, 평행사변형 사이의 관계에 대해서는 위계적 분류를 하여 사각형에 내에서도 두 가지 분류를 혼용하고 있다.

기하학 전반으로 볼 때에는 분할적 분류를 적용하는 경우를 어렵지 않게 찾아볼 수 있다. 예를 들어 [부록 3]에 제시한 바와 같이 사각형을 단순폐곡사각형과 교차사각형으로, 또 단순폐곡사각형을 볼록인 경우와 오목인 경우로 분할할 때에는 배타적인 정의를 따른다. (이 분류표에서 볼 때 학교수학에 다루는 사각형은 모두 볼록 단순폐곡사각형에 포함된다.) Euclid의 <Elements>에서는 사각형을 [부록 4]와 같이 분류하고 있는데, 위계적 분류와 분할적 분류를 동시에 적용하고 있다 (Heath, 1956). 예를 들어 정사각형과 장방형은 분할적으로 분류하지만, 평행사변형에 정사각형, 마름모가 모두 포함되도록 한 것은 위계적 분류이다.

포괄적 정의를 따르면 정사각형은 마름모이자 직사각형이자 평행사변형이 되므로 도형 개념을 처음 습득하는 학생들에게는 하나의 도형이 여러 가지 명칭을 갖는다는 사실이 혼란스럽게 받아들여질 수 있다. 이에 반해 하나의 도형이 한 가지 명칭만을 갖도록 정의하는 배타적인 정의는 인간의 자연스러운 사고에 보다 잘 부합된다는 면에서 강점을 지닌다. 그렇지만 수학적 측면에서 볼 때에는 포괄적 정의가 더 많은 장점을 가지며, 수학자들이 선호하는 방식 역시 포괄적 정의이다. 예를 들어 포괄적 정의를 따를 때, 정사각형과 직사각형과 마름모는

모두 평행사변형에 포함되므로, 평행사변형의 대각선이 서로를 이등분한다는 성질을 증명하였을 때 이는 정사각형과 직사각형과 마름모에서도 성립하므로 재차 증명할 필요가 없다. 이처럼 포괄적 정의는 경제적으로 기하학 체계를 구축할 수 있게 하며, 수학에서 추구하는 간결성을 더욱 잘 만족시킨다. 이와 관련하여 Craine과 Rubenstein(1993, pp. 33-35)은 사각형들을 포괄적으로 정의하여 위계적으로 배열하면 [부록 5]와 같이 대칭축의 개수를 따라, [부록 6]과 같이 두 대각선이 만나는 방식에 따라 사각형을 분류할 수 있으며, [부록 7]과 같이 사각형을 좌표평면 위에 표현하여 기하와 대수를 결합시킨 해석기하학으로 확장하는 데에도 도움이 된다고 보았다.

VI. 연구의 시사점 및 제한점

1. 연구의 시사점

본 연구는 도형 개념을 이해하는데 있어 언어적 측면이 어떤 영향을 미치는지 조사하기 위하여 한국어, 중국어, 영어를 모국어를 하는 중학교 2학년 학생들을 대상으로 설문조사를 실시한 후, 학생들의 반응을 분석하였다. 설문조사 결과, 사물의 이름을 차용한 용어 뿐 아니라 도형의 정의를 반영한 용어를 습득할 때에도 학생들은 언어의 영향을 지대하게 받는 것으로 나타났으며, 이를 감안할 때 기하 교수-학습에서 언어의 측면을 보다 적극적으로 고려할 필요가 있다.

수학은 어느 한 순간에 연역적으로 만들어진 것이 아니라 수천 년에 걸쳐 서서히 진화하고 발전해왔기 때문에 수학 용어를 조어한 방식이나 정의를 함에 있어 일관성이 결여된 경우가 있다. 예를 들어 사각형에 대한 포괄적 정의와 배타적 정의에서 보듯이 두 가지 정의를 혼용하여 적용하고 있다. 다각형에 대한 용어 역시 불규칙적임을 알 수 있다. 한국어에서 다각형은 삼각형, 사각형, 오각형, ... 으로 각의 관점을 유지하지만, 유독 평행사변형에 대해서는 '사변형'으로 변의 관점을 반영한다. 영어에서 다각형은 각의 관점에서 triangle은 세 개(tri)의 각(angle), pentagon은 다섯 개(penta)의 각(gon), hexagon, ... 으로 명명하지만 quadrilateral은 네 개(quadri)의 변(lateral)이라는 변의 관점을 취한다. 또한

4) 포괄적 정의와 배타적 정의는 본 연구에서 주목하는 있는 언어적 측면과 직접적으로 연관되지는 않으나, 설문조사에서 평행사변형을 사다리꼴로 해석하는 문제와 관련되며, 기하의 정의와 관련된 교수학적 쟁점을 수반하므로 연구 결과에 대한 논의에 포함시켰다.

사물의 이름을 차용한 사다리꼴과 부채꼴과 같이 오개념을 유발시킬 가능성이 있는 용어도 있으며, 등변사다리꼴과 같이 용어와 그 정의 사이에 괴리가 존재하는 경우도 있다. 그렇다면 일관적이지 않은 용어나 오개념 유발 가능성이 있는 용어들을 정련하여 체계적인 용어로 재정비하는 것이 필요할까? 그렇다고 보기는 어렵다. 수학 수업은 오류가능성이 없고 절대적이고 완벽한 수학을 전달하는 경로가 아니라 오랜 시간에 걸쳐 발전해 온 하나의 정신적인 문화로서의 수학을 학생들이 경험할 수 있는 장(場)이 되어야 하기 때문이다. 불완전한 용어나 정의를 포함하기도 하는 수학의 인간적인 측면들을 학생들에게 그대로 이해시키는 것은 수학 수업을 통해 달성해야 할 중요한 목표 중의 하나이다.

수학 용어에는 규약성과 의미성의 두 가지 측면이 있다 (김연식, 박교식 1994; 임재훈 외 2002). '규약성'은 용어를 하나의 약속, 규약으로 받아들이는 경우를 말하며, '의미성'은 용어 자체로부터 그 의미를 추출해 낼 수 있는 경우를 말한다. 수학적 측면을 강조하여 연역적으로 이름이 붙여진 추상적인 용어는 규약성이 강하므로 하나의 약속으로 가르쳐야 한다. 그러나 용어로부터 의미를 이끌어 내거나 용어가 부여된 배경을 설명할 수 있는 의미성이 강한 용어는 그 이면에 깔린 사고를 함께 가르치는 것이 바람직하다. 사다리꼴이나 부채꼴의 경우 사다리나 부채에 어원을 두고 있지만 그 모양을 벗어난 경우도 사다리꼴과 부채꼴에 포괄되며, 등변사다리꼴은 정의와 용어 사이에 괴리가 있다는 사실, 그리고 마름모가 조어진 배경을 교사가 학생들에게 알려주는 것은 바람직하다. 이를 위해서는 예비교사 교육이나 현직교사 교육에서 용어의 어원을 강조하여 교사들이 먼저 이를 숙지하고, 궁극적으로는 기하 수업에서 학생들에게 전달되도록 하는 것이 필요할 것이다.

기하의 도형은 그 개념에 속하는 모든 것을 포괄하는 일반형을 제시할 수 없다는 점에서 다른 영역과 차별화되는 특성을 지닌다 (Bishop, 1983). 예를 들어 대수 영역의 이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)과 같이 이를 대표하는 일반형이 존재한다. 그에 반해 기하에서는 도형의 일반형을 그릴 수 없다. 어떤 도형을 그리면

그 그림은 해당 도형의 범주에 속하는 특수한 한 예일 뿐이지 일반형이 될 수 없다. 그런 연유로 수학 교과서나 수학 수업에서는 도형에 대한 전형적인 모양을 제시할 수밖에 없는데, 이로 인해 학생들은 도형을 제한된 예로 국한하여 이해하게 되고 오개념의 원인을 제공한다 (Presmeg, 1992). 따라서 수학 교과서를 집필하거나 수학 수업을 할 때에는 도형에 대한 전형적인 예 뿐 아니라 가능한 한 다양한 예들을 제시하여, 학생들이 특정한 모양에 국한되지 않고 도형의 본질을 이해할 수 있도록 하는 배려가 필요하다.

2. 연구의 제한점

본 연구에서는 언어의 측면에 초점을 맞추었지만, 그 외에도 도형 개념의 이해에 영향을 미치는 요인은 다양하다. 교육과정의 도형 영역에서 강조하고 있는 내용이 무엇이며 교과서에서 제시하고 있는 도형의 정의와 예뿐만 아니라 교사의 수업 방식도 도형 개념의 습득에 큰 영향을 미친다. 예를 들어 정사각형을 직사각형으로 인식한 한국어 집단의 비율이 중국어나 영어 집단의 비율에 비해 월등하게 높았는데, 이는 본 연구에서 지목한 언어적 요인의 영향도 있지만, 우리나라의 교과서가 사각형들 사이의 포함 관계를 강조하고 있기 때문이기도 하다. 따라서 본 연구의 결과는 언어 이외의 요인과 더불어 다면적 관점에서 해석할 필요가 있다.

본 연구는 언어가 도형 개념의 습득에 미치는 영향력을 조사하기 위한 기초 연구의 성격을 띠므로, 설문조사에 앞서 한국어와 중국어와 영어 집단에게 검사를 실시하여 도형에 대한 학생들의 이해 수준을 표준화하는 통계적 과정을 거치지 않았다. 또한 설문조사 학생 중 일부의 학생들에게 면담을 실시하여 개념 이미지와 개념 정의의 메카니즘이 어떻게 작용하는지 알아보지 못한 점도 연구의 제한점이라고 할 수 있다. 본 연구는 학생들이 도형 개념을 이해하는데 있어 용어가 조어진 방식을 비롯한 언어적 측면이 영향력이 미칠 수 있다는 개연성을 밝힌 것으로, 그 영향력을 보다 엄밀하고 정교하게 탐구하는 것은 후속 연구에서 이루어질 것이다.

참 고 문 헌

- 강옥기·정순영·이환철 (2000). 중학교 수학 8-나. 서울: 두산동아.
- 강행고·이화영·박진석·이용완·한경연·이준홍·이혜련·송미현·박정숙 (2000). 중학교 수학 8-나. 서울: 중앙교육진흥연구소.
- 김연식·박교식 (1994). 우리 나라의 학교 수학 용어의 재검토, 대한수학교육학회 논문집 4(2), pp.1-10.
- 교육인적자원부 (2000). 수학 4-나. 서울: 대한교과서.
- 박경미·임재훈 (1998). 학교 수학 기하 용어의 의미론적 탐색 - 기하 용어의 역사적 변천 및 국제 비교를 중심으로-, 대한수학교육학회 논문집 8(2), pp.565-582.
- 임재훈·박경미·이경화 (2002). 남북한 수학 교과서 영역별 분석 및 표준 수학 교육과정안 개발 연구(1) - 남북한 학교 수학 용어 통합 방안 연구, 수학교육학연구 12(4), pp.493-508.
- 장혜원 (1997). 수학 학습에서의 표현 및 표상에 관한 연구 - 표상 모델 개발을 중심으로, 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- Bailey, R. et al (2006). *Mathematics: Applications and concepts, course 2*, New York: Glencoe/Mcgraw-Hill.
- Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, pp. 175-203, Academic Press, Inc.
- Craine, T. V. & Rubenstein, R. (1993). A quadrilateral hierarchy to facilitate learning in geometry, *The Mathematics Teacher* **86**, pp.30-36.
- Cummins, J. et al (2005). *Geometry: Concepts and Applications*, New York: Glencoe/Mcgraw-Hill.
- De Villers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals, *For the Learning of Mathematics* **14**, pp.11-18.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building Up Mathematics*, London: Hunchinson Educational.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*, London: The Falmer Press.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts, *Educational Studies in Mathematics* **24**, pp.139-162.
- Hasegawa, J. (1997). Concept formation of triangles and quadrilaterals in the second grade, *Educational Studies in Mathematics* **32**, pp.157-179.
- Heath, T. L. (1956). *The thirteen books of Euclid's Elements*, Vol. I, New York: Dover Publications, Inc.
- Keenan, E. P. & Dressler, I. (1999). *Integrated Mathematics, course 3*, New York: AMSCO School Publication, Inc.
- Laborde, C. (1990). Language and mathematics. In P. Neshet & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition*, Cambridge: Cambridge University Press. pp.53-69.
- Larson, R. E., Boswell, L. & Stiff, L. (1998). *Geometry*, Evanston: McDougal Littell Publishing Company.
- Mariotti, M. A. & Fischbein, E. (1997). Defining in classroom activities, *Educational Studies in Mathematics* **34**, pp. 219-248
- Matsuo, N.Y. & Yim, J. H. (1998). Comparative studies in learning geometry between Japan and Korea: Focus on affecting concept formation of rectangles. In H. S. Park, Y. H. Choe, H. Shin, & S. H. Kim (Eds.), *Proceedings of ICMI-EARCOME 1*, pp. 103-124.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals, *Educational Studies in Mathematics* **42**, pp.179-196
- Presmeg, N. C. (1992). Prototypes, metaphors, metonymies and imaginative rationality in high school mathematics, *Educational Studies in Mathematics* **23**, pp.595-610
- Rubenstein, R. N. et al (1998). *Integrated Mathematics 3*, Evanston: McDougal Littell Publishing Company.
- Schwartzman, S. (1994). *The Words of Mathematics*, Washington, D.C.: The Mathematical Association of America.
- Tall, D. & Vinner, S. (1983). Concept images and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity, *Educational*

- Studies in Mathematics* 12, pp.151-169.
- Triadafillidis, T. A. (1995). Circumventing visual limitations in teaching the geometry of shapes, *Educational Studies in Mathematics* 29, pp.225-233.
- Usiskin, Z. et al (1997). *UCSMP Geometry*, Glenview: Addison Wesley Publishing Company.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*, Orlando: Academic Press.
- Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function, *Educational Studies in Mathematics* 20, pp.356-366.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Eds.), *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. pp.65-81.
- Vygotsky (1986). *Thought and Language*, Cambridge: MIT Press.

A Study on the Linguistic Aspects of the Understanding of Geometric Figures

- Focused on the Origin and the Coining of Geometric Terms -

Kyungmee Park

Department of Mathematics Education, Hongik University, Sangsu-dong, Mapo-gu, Seoul, Korea, 121-791

E-mail : kpark@hongik.ac.kr

This paper deals with the possible problems which may arise when students learn the names of elementary geometric figures in the languages of Korean, Chinese, English. The names of some simple geometric figures in these languages are analyzed, and a specially designed test was administered to some grade eight students from the three language groups to explore the possible influence of the characteristics of the languages on students' capability in identifying the figures, the way students define the figures, and students' understanding of the inclusive relationship among figures.

It was found that the usage of the terms to describe geometric figures may indeed have affected students' understanding of the figures. The names of geometric figures borrowed from those of everyday life objects may cause students to fix on some attributes of the objects which may not be consistent with the definition of the figures. Even when the names of the geometric figures depict the features of the figures, the words used in the naming of the figures may still affect students' understanding of the inclusive relations. If there is discrepancy between the definition of a geometric figure and the features that the name depicts, it may affect students' understanding of the definition of the figure, and if there is inconsistency in the classification of figures, it may affect students' understanding of the inclusive relationship involving those figures. Some implications of the study are then discussed.

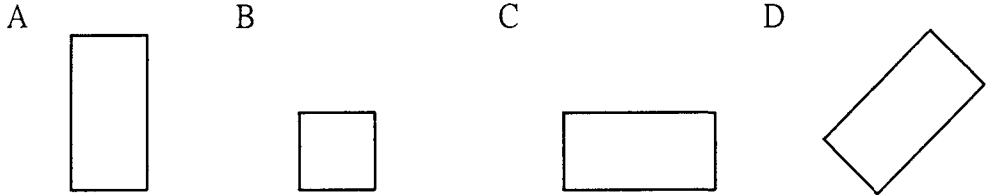
* ZDM Classification : G13

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

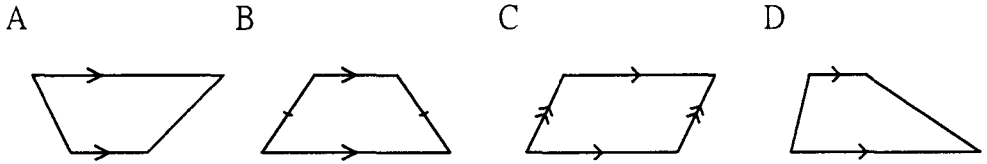
* Key Words : names of geometric figures, linguistic aspect, coining of geometric terms, trapezium, sector, rhombus, rectangle, triangle, isosceles trapezium

[부록 1] 한국어 설문지

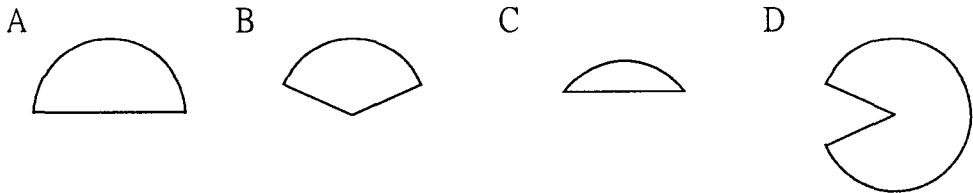
1. 다음 중 직사각형을 고르시오. 답은 하나 이상일 수 있다.



2. 다음 중 사다리꼴을 고르시오. 답은 하나 이상일 수 있다.



3. 다음 중 부채꼴을 고르시오. 답은 하나 이상일 수도 있다.



4. 삼각형의 정의로 보다 정확한 것은 다음 중 어느 것인가?

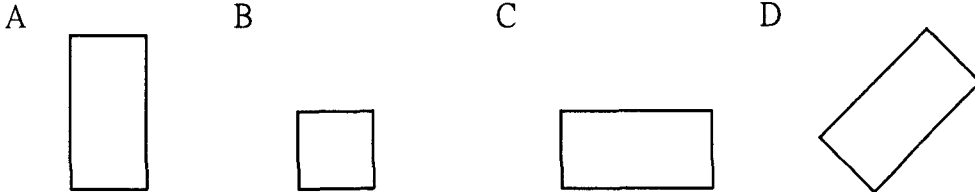
- A. 세 개의 선분(변)으로 둘러싸인 도형
- B. 세 개의 각으로 이루어진 도형

5. 등변사다리꼴의 정의를 적으시오.

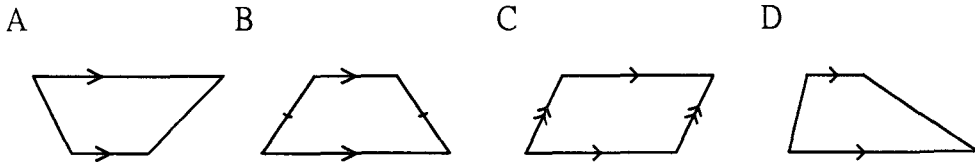
6. ‘마름모’라는 명칭은 ‘마름’이라는 이름에서 비롯되었다. ‘마름’의 뜻을 알면 적으시오.

[부록 2] 영어 설문지

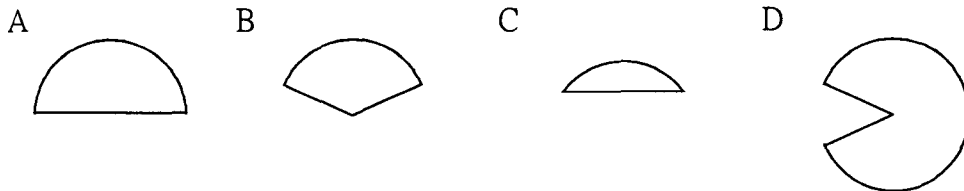
1. Which of the following are rectangles? (Circle the answer(s). You may choose more than one answer.)



2. Which of the following are trapezia (plural from of trapezium)? (Circle the answer(s). You may choose more than one answer.)



3. Which of the following are sectors (of a circle)? (Circle the answer(s). You may choose more than one answer.)



4. Which of the following is a more accurate definition of a triangle? (Circle the answer.)

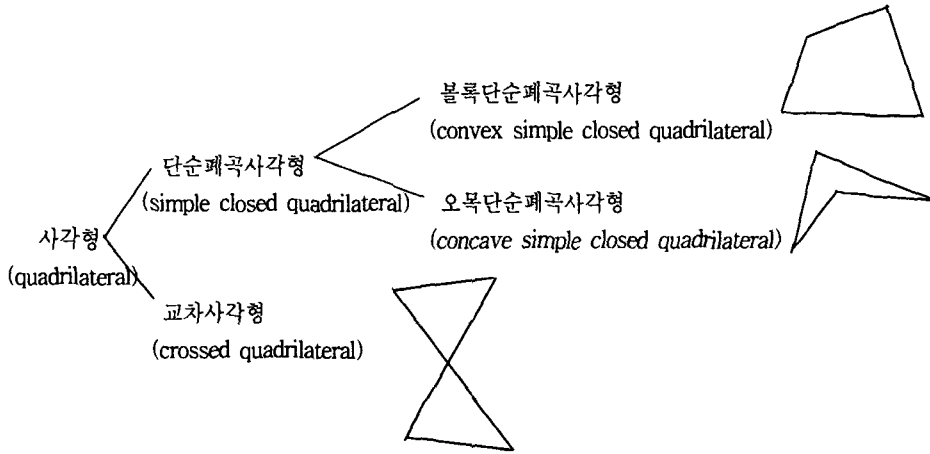
- A. A triangle is a figure with three sides.
- B. A triangle is a figure with three angles.

5. What is the definition of an isosceles trapezium?

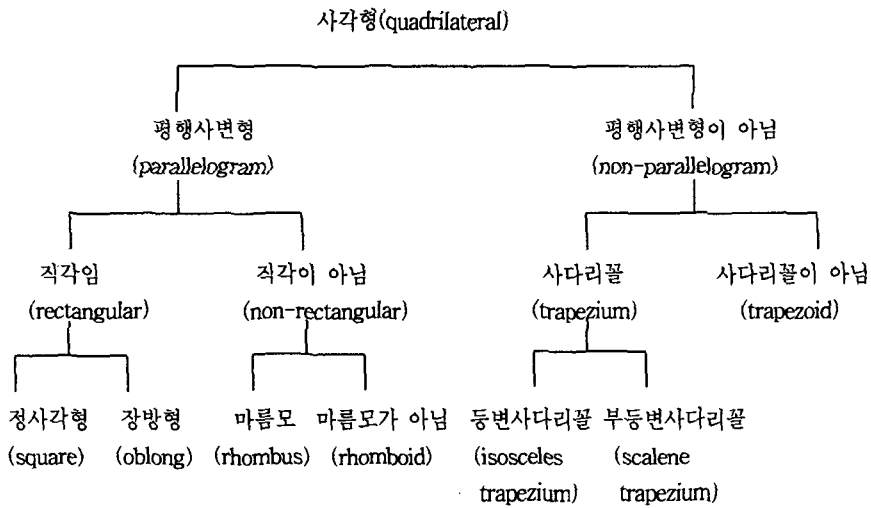
An isosceles trapezium is a trapezium _____

6. A rhombus is a quadrilateral with the four sides equal, and the word "rhombus" comes from the name of a certain object in this world. Do you know what this object named "rhombus" is?

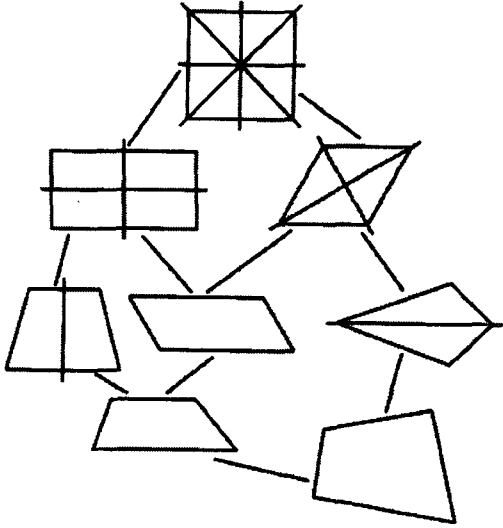
[부록 3] 배타적 정의에 따른 사각형의 분할적 분류



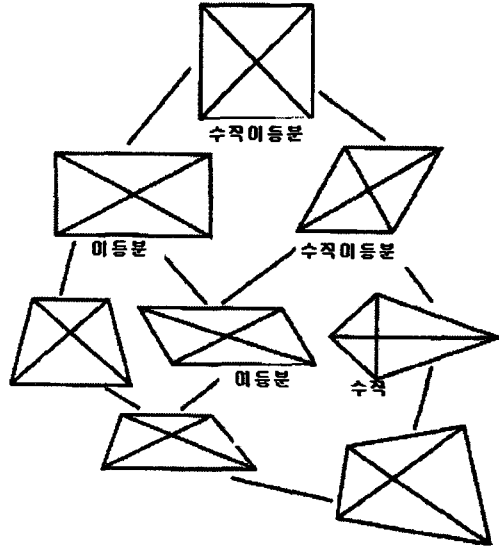
[부록 4] 위계적 분류와 분할적 분류가 혼재된 Euclid <Elements>의 사각형 분류



[부록 5] 대칭축의 개수에 따른 사각형의 분류



[부록 6] 두 대각선이 만나는 방식에 따른 사각형의 분류



[부록 7] 좌표평면과 결합시킨 사각형의 분류

