

다중사용자 OFDM 광대역 무선인터넷 시스템의 자원할당 방법*

정용주**† · 백천현*** · 김후곤****

Resouce Allocation for Multiuser OFDM Systems*

Yong Joo Chung** · Chun Hyun Paik*** · Hu Gon Kim****

■ Abstract ■

This study deals with the adaptive multiuser OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) system which adjusts the resource allocation according to the environmental changes in such as wireless and quality of service required by users. The resource allocation includes subcarrier assignment to users, modulation method and power used for subcarriers. We first develop a general optimization model which maximizes data throughput while satisfying data rates required by users and total power constraints. Based on the property that this problem has the 0 duality gap, we apply the subgradient dual optimization method which obtains the solution of the dual problem by iteration of simple calculations. Extensive experiments with realistic data have shown that the subgradient dual method is applicable to the real world system, and can be used as a dynamic resource allocation mechanism.

Keyword : OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), Subcarrier, Resource Allocation, Subgradient dual optimization

논문접수일 : 2006년 10월 18일 논문게재확정일 : 2007년 08월 13일

* 이 논문은 2005년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2005-042-B00050).

** 부산외국어대학교 인터넷비즈니스공학과

*** 동의대학교 산업경영공학과

**** 경성대학교 디지털비즈니스학부 e-비즈니스 전공

† 교신저자

1. 서론

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)은 ADSL 등의 유선통신 시스템뿐만 아니라 와이브로(Wireless Broadband; 휴대인터넷), WIMAX(Worldwide Interoperability for Microwave Access) 등의 광대역 무선인터넷 통신 실현을 위해 가장 유력한 전송기술로 인식되고 있다. OFDM 방식은 가용 주파수자원을 여러 개의 부반송파(subcarrier)로 나누어 한 사용자에게 다수의 부반송파를 동시에 사용할 수 있도록 한다. 이때 각 부반송파의 대역폭과 시간축의 전송단위인 프레임의 길이는 부반송파간 상호간섭이 최소화하도록 설계함으로써 무선자원의 효율성을 제고한다. 또한 가변변조(adaptive modulation)방식을 적용하여 부반송파에서 전송환경의 변화에 따라 프레임별로 다른 변조방식을 사용하도록 하여 프레임별로 전송하는 비트의 수를 조정할 수 있다.

이러한 특징을 가진 OFDM 시스템에서는 부반송파, 전력(power) 또는 전송 데이터량¹⁾ 등의 가용 자원의 사용방법이 시스템 효율성에 결정적 영향을 미친다. 즉, 각 부반송파를 어떤 사용자에게 할당하고 할당된 부반송파에 얼마만큼의 전력을 할당할 것인가(또는 몇 비트를 전송할 것인가)를 결정하는 문제가 OFDM 시스템에서의 자원할당문제이다. 이때 사용자간 형평성(fairness), 총 전송 데이터량(throughput) 등의 시스템 수준의 성능 요소뿐만 아니라 사용자별 전송 데이터량, BER(Bit Error Rate) 등의 사용자 단위의 요구사항 및 특성이 고려되어야 한다.

일반적으로 전송 데이터량은 전력에 대한 비선형함수 형태로 표현되기 때문에 OFDM 시스템에서의 자원할당 문제는 목적함수 또는 제약식에 비선형함수가 포함된 비선형문제로 정의되고 결정변

수는 부반송파의 할당과 전력할당량(또는 전송 데이터량)이다. OFDM 시스템을 대상으로 하는 전송 자원의 최적활용과 관련된 대부분 연구는 크게 다음 두 가지 분야로 구분된다.

- Marginal Adaptive(MA) 문제: 최소의 전력으로 각 사용자의 요구 전송 데이터량을 보장하는 문제[7, 8, 19, 20]
- Rate Adaptive(RA) 문제: 제한된 전력으로 총 전송 데이터량을 최대화하는 문제[2, 4, 9, 10, 15, 17]

고속 무선인터넷 시스템에 앞서, 유선시스템에서 위 2가지 영역에 대한 연구가 이루어져 왔는데[18], 대부분 단일 사용자(single user)에 국한된 연구이다. 즉, 단일 사용자가 채널이득(channel gain)이 서로 다른 정해진 수의 부반송파를 사용할 때, 어떤 부반송파에 얼마만큼의 전력을 할당해야 제한된 전력을 이용해 데이터 전송속도를 극대화할 수 있는가를 연구하는 것이 유선시스템 분야에서 이루어진 RA문제이다. 실제로 단일 사용자 RA문제는 전통적인 볼록 계획법(convex programming) 문제가 되고, 최적해는 소위 water-filling이라고 불리는 식으로 구해질 수 있다[13]. 또한, 단일 사용자 RA문제의 쌍대문제(dual problem)가 바로 단일 사용자 MA문제가 되기 때문에, MA문제의 최적해 역시 구할 수 있다.

OFDM를 사용하는 무선인터넷 시스템은 특정 시점에 부반송파 자원의 할당을 요구하는 사용자가 다수 존재한다는 점이 기존 유선시스템 환경과는 다르다. 여기에, 무선환경 특성으로 인해, 각 사용자와 부반송파간 채널이득이 다르며, 사용자에 따라 요구 데이터 전송 속도도 역시 구분되는 것이 보통이다[2, 9, 19]. 이러한 요인들로 인해 OFDM 무선인터넷 시스템 환경하의 RA 및 MA문제는 유선시스템 환경하의 것들과 비교해 매우 복잡한 문제가 된다. 따라서, 이 분야 연구의 대부분은 최적해 보다는 근사해를 효율적으로 구하는 연구에 집중되어 있다. 또한 일반적으로 추가적인 가정을 도

1) 전송 데이터량(비트수)는 전력의 함수로 표현된다. 따라서 전력 또는 전송 데이터량을 결정하게 되면 나머지는 이 함수에 따라 결정된다.

입하여 문제를 단순화함으로써 부반송파 할당 단계와 전력(또는 비트)할당 단계로 구분하여 접근하고 있다[2, 4, 17].

먼저 MA문제에 대한 기존 연구를 살펴 보면 다음과 같다. Wong, C.Y. et al.[19]은 기존의 단일 사용자문제를 무선환경이 서로 다른 다수의 사용자가 있는 OFDM 시스템으로 확대하여 부반송파, 비트수 및 전력 등의 무선자원을 할당하기 위한 무선자원 할당문제를 정립하였다. 무선자원할당문제는 정수변수와 비선형 목적함수를 가지는 비선형 최적화문제로 모형화된다. 정수제약을 완화하고 라그랑지안 완화기법(Lagrangian relaxation)을 사용하여 최적해의 필요조건을 도출하고 이를 바탕으로 부반송파, 비트 및 전력 등의 무선자원에 대한 할당을 수행하는 휴리스틱 기법을 제시하였다. Kim, I. et al.[1]는 사용자의 전송비트수의 최소값을 최대화하는 RA문제를 제시하고 MA간의 관계를 증명하고 있다. 먼저 정수계획법(integer programming) 문제로 변환하여 구한 해의 특징을 분석한다. 해의 특징을 바탕으로 문제를 단순화시킴으로써 부반송파 할당과 비트할당 단계로 분할하고 선형프로그래밍을 적용하여 부최적해(suboptimal)를 구하는 방법을 제시하고 있다. Kivanc, D. et al.[7]은 MA문제를 각 사용자에게 필요한 부반송파의 수를 구하는 자원할당과 자원할당에서 구한 부반송파의 수에 따라 실제 부반송파를 할당하는 부반송파 할당문제로 분할하여 접근한다. 두 분할문제에 대한 해법으로 한계그리드 탐색법과 water-filling의 응용기법을 제시하고 있다.

RA문제에 대한 기존 연구는 다음과 같이 요약된다. Jang, J. et al.[4] 및 Li, G. et al.[10]는 부반송파들의 총 전송데이터량을 최대화하기 위해서는 부반송파 각각을 여러 사용자에게 분할하여 할당하지 않고 채널이득이 가장 좋은 사용자에게 할당해야 함을 이론적으로 증명하였다. Shen, Z. et al.[17]과 Mohanram, C. et al.[11]은 기존 RA문제에 사용자간 데이터 전송량에 대한 상대비율에 대한 제약식을 추가함으로써 사용자간 자원이용의

형평성(fairness) 개념을 도입하였다. Li, G. et al.[9]은 대기이론을 적용하여 사용자의 요구사항을 버퍼 overflow에 의한 데이터 폐기(outage) 확률로 설정하였다. 버퍼의 크기가 주어졌을 때 사용자의 폐기확률에 대한 요구사항을 만족하면서 데이터 전송량을 최대화하는 문제를 다루고 있다.

RA문제에 대한 기존의 연구들은 사용자별로 다른 요구 QoS(예를 들어 전송데이터율)수준을 반영하지 못하고 있을 뿐만 아니라 채널환경이 우수한 사용자에게 독점적으로 자원을 할당하는 불평등 현상을 보이고 있다. 또한, 채널환경이 고정된 시스템에서의 무선자원을 할당하는 것을 목표로 하여 사용자 및 무선의 환경 변화에 따라 역동적으로 자원을 할당해야 하는 현실을 반영하지 못하고 있다. 본 연구에서는 위와 같은 기존 RA관련 연구들이 가지는 문제점을 보완하여 보다 일반화된 모형을 제시한다. 총 가용전력에 대한 조건뿐만 아니라 사용자별 데이터 전송량에 대한 제약조건하에서 전체 시스템의 데이터전송량을 최대화하는 문제를 대상으로 한다. 문제의 해법으로 subgradient 쌍대최적화(dual optimization)해법에 의한 반복기법을 사용함으로써 최적해로의 수렴을 보장한다. 또한, 서비스 신규접속이나 접속해지 등에 따른 사용자의 수의 변경 및 시간의 흐름에 따른 채널이득의 변화 등 무선환경의 변화에 적극적으로 적응하는 무선자원 할당 메커니즘을 제시한다.

본 연구는 다음과 같이 구성된다. 제 2절에서는 대상으로 하는 최적화문제를 수리적으로 정리하고 라그랑지안 쌍대문제를 정의한다. 쌍대간격 및 최적해의 특성 등 쌍대문제를 분석하고 이를 바탕으로 subgradient 쌍대 최적화기법을 제시한다. 제 3절에서는 실험을 위한 시스템 구성요소 및 파라미터를 설명하고 환경변화에 적응하기 위한 동적 자원할당의 응용방법을 소개한다. 제 4절에서는 다양한 문제에 대한 반복적인 실험을 통하여 subgradient 쌍대기법의 수렴 패턴을 분석하고 수렴에 필요한 반복(iteration)의 수 등의 실험결과를 제시한다.

2. 문제 정의

2.1 최적화 문제

본 연구는 OFDM 무선접속기술을 사용하는 광대역 무선인터넷 시스템의 특정 셀의 순방향링크(downlink)를 대상으로 하여 사용자별 요구사항을 만족하면서 무선자원의 효율성을 극대화하는 무선자원의 할당 메커니즘을 모색한다. 이는 아래 모형(P)과 같이 사용자단위의 전송 데이터량과 전체 가용전력에 대한 제약하에서, 전체 시스템의 데이터 전송량을 최대화하는 각 사용자에 대한 부반송파의 할당 및 각 부반송파에 대한 전력할당량을 구하는 문제로 모형화 된다.

P:

$$\max \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N P_{k,n} \leq \bar{P} \quad (1)$$

$$\sum_{n=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) \geq R_k, \forall k=1, \dots, K \quad (2)$$

$$P_{k,n} P_{l,n} = 0, \forall k \neq l, n=1, \dots, N \quad (3)$$

$$P_{k,n} \geq 0, \forall k=1, \dots, K, n=1, \dots, N \quad (4)$$

여기서,

$k \in \{1, 2, \dots, K\}$: 사용자 인덱스

$n \in \{1, 2, \dots, N\}$: 부반송파 인덱스

$g_{k,n}$: 사용자 k 와 부반송파 n 간의 채널이득(channel gain)

$P_{k,n}$: 사용자 k 의 데이터를 전송하기 위하여 부반송파 n 에 할당된 전력량(watt)

\bar{P} : 총 가용 전력량(watt)

R_k : 사용자 k 의 전송 요구 데이터량(bits)

Γ_k : SNR(Signal to Noise Ratio) gap(사용자 k 의 목표 BER, 코딩 방법 등에 따라 결정 [4])

σ^2 : 잡음(noise power).

부반송파 n 이 사용자 k 의 데이터 전송을 위해서 가능한 전송 데이터량은 전력량 $P_{k,n}$ 와 간섭량 등의 함수로 표현된다. 본 연구에서는 사용되는 여러 가지 함수들 중에서 가장 일반적으로 사용되는 샤논(Shannon)의 용량공식을 채택한다. 샤논의 용량 공식은 대역폭 $\times \log_2(1+SNR)$ 으로 SNR(신호대잡음비=신호전력/잡음전력)의 로그함수로 표현되는데 (P)의 목적함수식에서 $P_{k,n} \cdot g_{k,n}$ 은 신호전력에, σ^2 는 다른 셀에서 주는 잡음전력에 해당한다. 즉, 송신전력 \times 채널이득($P_{k,n} \cdot g_{k,n}$)은 수신된 신호의 전력으로 해석된다. 채널이득은 기지국과 사용자간의 거리에 일차적인 영향을 받으며 부반송파와 시간에 따라 변화하는 양상을 보인다. 큰 채널이득($g_{k,n}$)은 사용자 k 가 부반송파 n 을 사용했을 때 상대적으로 우수한 무선환경을 제공한다는 것을 의미한다. SNR gap Γ_k 은 목표 BER, 코딩방법에 따라 결정되는 것으로 본 연구에서는 $\Gamma_k = -\ln(5BER_k) / 1.5$ 공식을 적용한다[4].

따라서 목적함수는 모든 부반송파를 사용자들에게 할당했을 때 가능한 총 전송 데이터량이 된다. 제약식 (1)은 전체 소모전력량에 대한 제약이고, 제약식 (2)는 각 사용자 별로 요구되는 전송 데이터량에 대한 제약이다. 그리고 제약식 (3)은 각 부반송파가 한 사용자에게만 할당되어야 한다는 조건을 의미한다. 문제 (P)는 비선형 함수를 목적식과 제약식에 포함하고 있는 비선형 최적화문제(non-linear programming)이다[20]. 문제 (P)의 목적함수가 오목(concave)하지만 실행가능해가 볼록한 집합(convex set)이 아니기 때문에 문제 (P)는 볼록 계획법 문제가 아니다.

2.2 라그랑지안 쌍대문제(Lagrangian Dual Problem)

문제 (P)의 제약식 (1)과 제약식 (2)를 완화한 라그랑지안 쌍대함수(Lagrangian dual function)는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 RP(\lambda_0, \lambda) &= \max \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) \\
 &+ \lambda_0 \left(\bar{P} - \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N P_{k,n} \right) + \sum_{k=1}^K \lambda_k \\
 &\left(\sum_{n=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) - R_k \right) \quad (5) \\
 \text{s.t. } &P_{k,n} P_{l,n} = 0, \quad \forall k \neq l, n = 1, \dots, N \\
 &P_{k,n} \geq 0, \quad \forall k = 1, \dots, K, n = 1, \dots, N
 \end{aligned}$$

여기서 $(\lambda_0, \lambda) = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_K)$ 는 라그랑지안 쌍대 변수로서 λ_0 는 단위 전력당 비용(price per unit power)으로, $\lambda_k, k \in \{1, \dots, K\}$ 는 사용자 k 의 전송 요구 비트수 R_k 를 초과하여 전송되는 비트당 수익(revenue per excessive bit)으로 해석된다.

문제 (P)의 라그랑지안 쌍대문제(DP)는 다음과 같이 정의된다.

$$DP: \min RP(\lambda_0, \lambda) \quad \text{s.t.} \quad (\lambda_0, \lambda) \geq 0.$$

식 (5)를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \left[(1 + \lambda_k) \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) - \lambda_0 P_{k,n} \right] \\
 - \sum_{k=1}^K \lambda_k P_{k,n} + \lambda_0 \bar{P} \quad (6)
 \end{aligned}$$

식 (6)에서 첫 번째 항은 부반송파 n 이 사용자 k 에게 $P_{k,n}$ 만큼의 전력이 사용되었을 때 전송되는 비트수로 발생하는 수익에서 사용된 전력으로 발생하는 비용을 뺀 것이다.

$RP(\lambda_0, \lambda)$ 다음과 같은 N 개의 상호독립적인 문제로 분할된다.

$$\begin{aligned}
 RP_n(\lambda_0, \lambda) &= \max \sum_{k=1}^K \left[(1 + \lambda_k) \right. \\
 &\left. \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) - \lambda_0 P_{k,n} \right] \\
 \text{s.t. } &P_{k,n} P_{l,n} = 0, \quad \forall k \neq l \\
 &P_{k,n} \geq 0, \quad \forall k = 1, \dots, K
 \end{aligned}$$

분할된 문제 $RP_n(\lambda_0, \lambda)$ 는 부반송파 n 을 어떤 사용자에게 할당하고 얼마만큼의 전력을 사용할 것인가를 결정하는 문제이다. 먼저 부반송파 n 은 $[1 + g_{k,n}/(\sigma^2 \Gamma_k)]^{(1 + \lambda_k)}$ 가 가장 큰 사용자(이를 $k(n)$ 이라고 하자)에 할당되어야 한다. 즉,

$$\begin{aligned}
 k(n) &= \operatorname{argmax}_k \left(1 + \frac{g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right)^{(1 + \lambda_k)}, \\
 P_{k(n),n} &> 0, P_{k,n} = 0, \quad \forall k \neq k(n)
 \end{aligned}$$

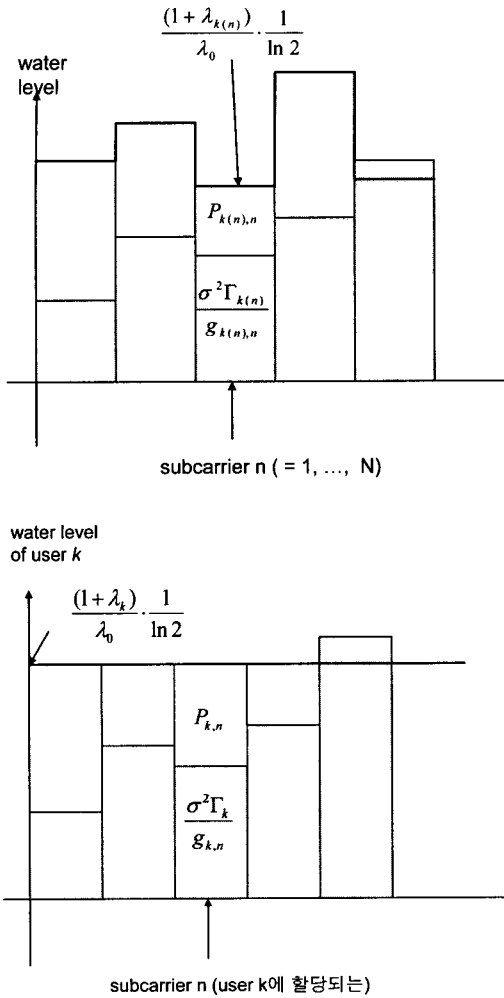
이다. 또한, 부반송파 n 에 주어지는 전력 $P_{k(n),n}$ 은 $dRP_n(\lambda_0, \lambda)/dP_{k(n),n} = 0$ 을 만족하는 다음의 식에 의해 결정된다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\sigma^2 \Gamma_{k(n)} + P_{k(n),n}}{g_{k(n),n}} + P_{k(n),n} &= \frac{(1 + \lambda_{k(n)})}{\lambda_0} \cdot \frac{1}{\ln 2} \quad n = 1, \dots, N. \\
 P_{k(n),n} &= \left(\frac{(1 + \lambda_{k(n)})}{\lambda_0} \cdot \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{\sigma^2 \Gamma_{k(n)}}{g_{k(n),n}} \right)^+ \\
 &n = 1, \dots, N. \quad (7)
 \end{aligned}$$

식 (7)을 전통적인 water-filling 식과 대비하여 ‘수정된 water-filling 식’이라 칭한다.²⁾ 위 식에 따르면 부반송파 n 에 배정되는 전력은 부반송파 n 이 할당되는 사용자 $k(n)$ 와 관련된 승수 $\lambda_{k(n)}$ 에 대한 증가함수이고 전력과 관련된 승수 λ_0 의 감소함수이다. 이를 도식화하면 [그림 1]과 같다.

[그림 1]의 첫 번째 그림은 전체 부반송파를 대상으로 water level과 전력간의 관계를 나타낸다. 전통적인 water-filling 식에서는 사용자 또는 부반송파에 관계없이 water level이 일정하지만, 수정된 water-filling 식에서는 사용자별로 서로 다른 water level을 가지게 된다. 그림에서 부반송파별 막대의 높이 $((1 + \lambda_k)/\lambda_0 \cdot 1/\ln 2)$ 는 각 부반송파가 할당된 사용자의 water level을 나타낸다. 사용자

2) 문제 (P)에서 사용자별 QoS 제약식 (2)가 없는 RA문제에서 식 (7)에 대응되는 식을 water-filling식이라고 한다[10]. 본 연구에서는 이를 식 (7)과 구분하여 ‘전통적인 water-filling’ 식이라고 부르기로 한다.



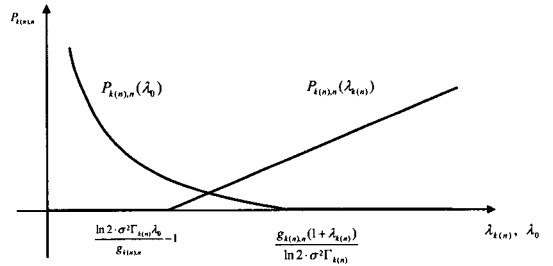
[그림 1] 수정된 water-filling 식

$k(n)$ 에 할당되는 부반송파 n 에게는 water level에서 채널이득의 역수 $\sigma^2 \Gamma_k / g_{k(n),n}$ 를 뺀 만큼의 전력이 배정된다. 한편, [그림 1]의 두 번째 그림은 특정 사용자 k 에 할당되는 부반송파만을 대상으로 water level과 전력간의 관계를 나타낸다. 가로축은 사용자 k 에게 할당된 부반송파들의 집합이고 각 부반송파들에게 할당되는 전력은 사용자 k 의 water level에 의해 결정된다.

(정리 1) 문제 (P)의 쌍대간격(duality gap)은 0이다. 즉, 문제 (P)와 쌍대문제 (DP)는 동일한 최적

해 목적함수 값을 가진다.

(증명) [16]의 정리 1에 따르면 $RP(\lambda_0, \lambda)$ 의 최적해 $\arg \max_{P_{kn}} RP(\lambda_0, \lambda)$ 가 최적 승수 (λ_0^*, λ^*) 에서 연속이면 문제 (P)의 쌍대간격은 0이다. 식 (7)에서의 $P_{k(n),n}$ 을 $\lambda_0, \lambda_{k(n)}$ 에 대한 함수 $P_{k(n),n}(\lambda_0), P_{k(n),n}(\lambda_{k(n)})$ 로 나타내면 [그림 2]와 같다. 그림에서 보듯이 $P_{k(n),n}$ 는 $\lambda_0, \lambda_{k(n)}$ 에 대하여 연속이다. ■



[그림 2] 승수에 대한 전력할당의 연속성

2.3 Subgradient 쌍대 기법

정리 1에서의 이론적인 결과를 바탕으로 본 연구에서는 다루기 어려운 원문제에 대한 해를 직접 시도하지 않고 쌍대문제에 대한 해를 구한다. 라그랑지안 $RP(\lambda_0, \lambda)$ 는 미분이 불가능한 함수이므로 탐색방향으로 subgradient³⁾를 활용하는 subgradient 쌍대기법을 적용한다. 즉, l 번째 iteration에서의 승수 (λ_0^l, λ^l) 는 다음과 같은 수식에 따라 갱신된다.

$$\lambda_k^{l+1} = \left(\lambda_k^l + s^l \cdot \left(R_k - \sum_{n=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) \right) \right)^+$$

$$k = 1, \dots, K$$

$$\lambda_0^{l+1} = \left(\lambda_0^l + s^l \cdot \left(\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K P_{k,n} - \bar{P} \right) \right)^+ \quad (8)$$

여기서 s^l 은 스텝크기(step size)를 나타낸다. 식

3) 함수 $f: R^n \rightarrow R$ 의 x 에서의 subgradient g 는 $f(y) - f(x) \geq g^T(y-x) \forall y$ 를 만족하는 벡터이다

(8)에 따르면 사용자 k 에 전송되는 데이터의 양이 요구량 R_k 보다 적으면 사용자 k 의 초과비트당 수익(λ_k)은 커지게 되고 식 (7)에 따라 사용자 k 로의 더 많은 자원(부반송파와 전력)할당을 유도한다. 또한 소모된 총 전력이 전력한계치보다 높으면 단위전력의 비용(λ_0)을 올리게 되고 식 (7)에 따라 전체 사용자의 전력 사용을 억제하게 된다.

Subgradient 쌍대기법이 수행하는 절차는 먼저 초기화 작업으로써 승수에 초기치 (λ_0^0, λ^0)를 구하고 식 (39)에 따라 초기 전력할당 $\{P_{k,n}^0\}$ 을 구한다. $(l+1)$ 번째 iteration에서는 l 번째 iteration의 결과를 바탕으로 식 (8)에 따라 새로운 승수값 ($\lambda_0^{l+1}, \lambda^{l+1}$)을 구하고 식 (7)에 의하여 새로운 전력할당 $\{P_{k,n}^{l+1}\}$ 을 구한다.

3. 실험환경의 구축

3.1 실험데이터 및 환경

본 연구에서 단일셀의 순방향링크(downlink)를 대상으로 제시된 subgradient 쌍대기법의 유용성을 검증하기 위하여 다음과 같은 시스템과 실험 환경을 가정한다.

3.1.1 문제 생성을 위한 시스템 파라미터

문제 생성을 위한 파라미터로 다음과 같은 현실

적인 값들을 사용한다[12, 21]. 2GHz대의5MHz 주파수대역폭을 100개의 부반송파로 분할하여 사용하는 OFDM 시스템을 대상으로 한다. 기지국의 총 가용전력은 20와트이다. 기지국은 원형 셀 중앙에 위치하고, 기지국으로부터 각 사용자와의 거리는 하한이 0이고 상한이 1km인 균등분포 (U(0, 1))에 따라 결정된다고 가정한다. 각 사용자의 전송요구 데이터량은 U(5, 15)에 따라 임의로 결정된다. r_k 는 $BER_k = 10^{-3}$ 를 기준으로 설정한다. 데시벨 단위로 표현된 채널이득은 경로손실(path loss), 음영(shadowing) 및 빠른 페이딩(fast fading)의 합으로 구성된다[6]. 경로손실은 기지국과 이동국간의 거리가 멀어짐에 따라 발생하는 신호의 감쇠(attenuation)를, 음영은 기지국과 이동국 사이의 방해물에 의한 신호의 변동(fluctuation)을, 빠른 페이딩은 이동국의 이동으로 인해 발생하는 신호의 급격한 변동현상을 일컫는다. 먼저 경로손실은 매크로 셀에 일반적으로 적용되는 다음과 같은 Okumura-Hata 모델을 사용한다[12].

$$69.55 + 26.16f_c - 13.82 \log h_b - (3.2[\log(11.7h_m)]^2 - 4.97) + [44.9 - 6.55 \log h_b] \log d$$

여기서, f_c 는 부반송파의 중심 주파수, h_b 와 h_m 는 기지국 및 이동국의 높이, d 는 기지국과 이동국간의 거리를 나타낸다. 음영은 평균이 0 표준편차가

〈표 1〉 시스템 파라미터

시스템 파라미터		채널이득	
사용자와의 거리	U(0, 1) km	경로손실 (path loss)	Okumura-Hata model 기지국 높이 : 150m 이동국 높이 : 1.5m
부반송파의 수(M)	100개		
총 가용전력(\bar{P})	20 Watt	음영 (shadowing)	Lognormal 파라미터(α) : 6
전송요구 데이터량(R_k)	U(5, 15)		
주파수 대역	2,000 MHz	빠른 페이딩 (fast fading)	Jakes' model 사용자 이동속도 : 60km/h
대역폭	5 MHz		

α 인 lognormal 분포를 따른다. 빠른 페이딩은 제이크(Jakes') 모델로부터 생성된다[21]. 제이크 모델은 이동국의 속도를 파라미터로 사용한다.

3.1.2 승수에 대한 초기치 및 상·하한 계산

총 데이터 전송량에 대한 상한은 아래와 같이 사용자별 전송요구 비트 제약식을 완화한 문제의 최적해를 구함으로써 도출해 낼 수 있다. 문제(RA)에 대한 해는 전통적인 water-filling 식으로 구할 수 있으며, 최적해의 라그랑지안 승수를 λ_0 의 초기치($\lambda_0^0 > 0$)로 설정한다.

(RA)

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K P_{k,n} \leq \bar{P} \\ & P_{k,n} P_{l,n} = 0 \quad \forall k \neq l, n \\ & P_{k,n} \geq 0 \quad \forall k, n \end{aligned}$$

(MA)

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{n=1}^N P_{k,n} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{n=1}^N \log_2 \left(1 + \frac{P_{k,n} \cdot g_{k,n}}{\sigma^2 \Gamma_k} \right) \geq R_k \\ & P_{k,n} P_{l,n} = 0 \quad \forall k \neq l, n \\ & P_{k,n} \geq 0 \quad \forall n \end{aligned}$$

또한, 문제 (MA)와 같이 사용자 k 만 존재하는 단일사용자 시스템에서 소모전력을 최소화하는 문제의 해를 구하면 이는 사용자 k 의 소모전력에 대한 하한이 된다. 이 문제에 대한 해도 전통적인 water-filling 식으로 구할 수 있으며, 최적해의 라그랑지안 승수를 λ_k 의 초기치($\lambda_k^0 > 0$)로 설정한다. 사용자별 소모전력에 대한 하한을 모든 사용자에 대하여 합하게 되면 이는 총 소모전력에 대한 하한이 된다.

3.1.3 스텝크기 s^l

스텝크기는 subgradient 쌍대기법의 수렴속도를 결정하는 중요한 요소로서, 본 연구에서는 아래와 같이 'square summable but not summable' 속성을 지닌 스텝크기로서 $s^l = a/(b+l)$ 를 사용한다.

$$\sum_{l=1}^{\infty} (s^l)^2 < \infty, \quad \sum_{l=1}^{\infty} s^l = \infty$$

$s^l = a/(b+l)$ 은 최적해로의 수렴을 보장한다[18]. 다수의 대안을 반복실험을 통하여 수렴속도와 패턴을 비교해 본 결과 $a=1, b=5$ 이 가장 우수한 결과를 제시하였다.

3.1.4 수렴 기준

수렴의 기준은 승수 (λ_0^0, λ_0^0)의 전체 변화량이 0.1%를 초과하지 않는 것으로 설정한다. 즉,

$$\sum_{k=0}^K |\lambda_k^l - \lambda_k^{l+1}| \sum_{k=0}^K \lambda_k^l \leq 0.001.$$

3.2 동적 자원할당

본 연구에서 제시하는 모형이 사용자별 QoS를 반영하고 있다는 특징 외에도 기존연구와 차별화되는 또 다른 요소는 사용자의 추가 또는 삭제, 무선 환경의 변화, 전송요구 데이터량의 변화 등 최적해에 결정적인 영향을 미치는 환경변화에 적응하는 동적 자원할당에 적용할 수 있다는 것이다. 즉, 환경변화가 발생했을 때 무선자원할당 해법을 처음부터 적용하는 것이 아니라 변화가 발생하기 이전에 구해졌던 해를 바탕으로 환경변화에 적응한 새로운 해로 수렴할 수 있도록 함으로써 계산시간을 줄이고 무선인터넷 시스템의 실시간 무선자원 운용기법을 위한 기본 메카니즘으로 활용될 수 있다.

실험을 위한 각 환경변화는 다음과 같이 반영되고 있으며, 환경변화가 발생한 시점에서의 부반송파할당, 전력할당 및 승수는 이전 iteration에서 구해진 해를 그대로 재사용한다.

- 사용자 추가 : 사용자의 신규접속으로 서비스해야 하는 사용자가 늘어나는 경우로서 신규 사용자의 위치, 부반송파별 채널이득, 전송요구 데이터량 등의 사용자 관련 파라미터를 생성한다. 신규 사용자의 승수 및 전력할당은 모두 0으로 초기화한다.
- 사용자 삭제 : 사용자의 접속해지로 서비스해야 하는 사용자가 줄어드는 경우로서, 삭제된 사용자와 관련된 제반 파라미터는 삭제된다.
- 무선환경 변화 : 시간의 흐름에 따라 이동국의 이동, 물리적인 환경의 변화로 무선환경(채널이득)도 변하게 된다. 본 연구에서는 각 사용자의 채널이득을 다시 생성한다.
- 전송 요구 데이터량 변화 : 사용자의 인터넷 사용패턴에 따라 전송데이터 요구량도 변하게 된다. 본 연구에서는 사용자의 전송데이터 요구량을 이전 값에 관계없이 다시 생성한다.

수렴패턴을 분석하기 위하여 <표 2>과 같이 사용자별 전송요구 데이터량과 평균 채널이득(dB)을 가진 10명의 사용자가 있는 시스템을 설정하였다. <표 2>에서 평균채널이득은 부반송파별로 서로 다른 채널이득에 대한 평균치($= \sum_{n=1}^N g_{k,n} / N$)를 데시벨단위로 표현한 것으로서 값이 작을수록 기지국에서 멀리 떨어져 있는 무선환경이 나쁜 사용자를 의미한다.

[그림 3]는 <표 2>에서의 시스템을 대상으로 subgradient 쌍대기법을 적용하고 수렴상태로 도달할 때까지의 사용자별 할당된 데이터량의 추이과정을 나타낸다. 그림에서 보듯이 160번째 iteration에서 수렴하고 있다. <표 3>는 수렴상태에서의 사용자별 전송데이터량, 할당된 채널의 수, 할당된 전력량 등 자원할당결과를 나타낸다. <표 3>에서 보듯이 수렴상태에서 총 19.36와트의 전력을 사용하고 있어 총 전력소모량 및 사용자 1을 제외한 사용자 데이터량에 대한 제약조건을 만족하고 있다는 것을 확인할 수 있다. 사용자 1에 대한 제약조건을 만족하지 못하는 이유는 다음과 같다. 사용자 1은 채널이득의 편차가 상대적으로 작고 채널이득이 비

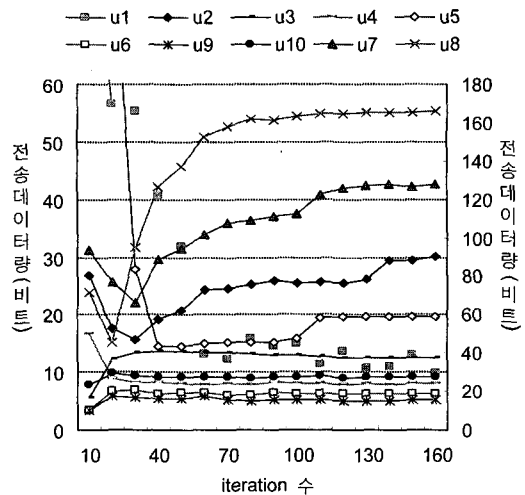
4. 실험결과분석

4.1 수렴과정 및 수렴해의 특징

Subgradient 쌍대기법으로 구해지는 자원할당의

<표 2> 평균 채널이득 및 전송데이터 요구량

사용자 인덱스	전송요구 데이터량(비트)	평균채널이득 (dB)
1	11	-132.92
2	7	-132.33
3	12	-153.45
4	8	-141.80
5	13	-132.60
6	6	-149.86
7	8	-128.81
8	7	-127.37
9	5	-146.76
10	9	-146.65



[그림 3] 사용자별 전송 데이터량의 수렴과정⁴⁾

4) 사용자 7, 8은 오른쪽 Y축을 사용한다.

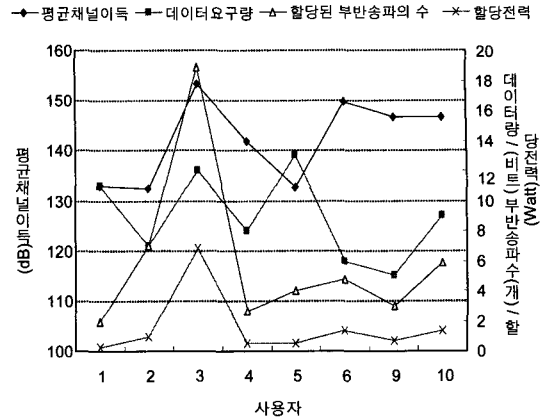
<표 3> 수렴상태에서의 자원할당 결과

사용자 인덱스	전송 데이터량 (비트)	할당된 부반송파의 수(개)	사용된 전력 (와트)
1	9.92	2	0.278528
2	30.18	7	0.899134
3	12.48	19	6.798173
4	8.11	2.7	0.494202
5	19.66	4	0.526248
6	6.28	4.8	1.385581
7	128.06	22.8	3.033964
8	165.77	29	3.869808
9	5.04	3	0.705343
10	9.21	5.9	1.369665

슷한 부반송파가 여러 개 존재한다. λ_1 이 커지게 되면 이들이 한꺼번에 사용자 1에게 할당되고 식 (8)에 따라 λ_1 이 작아지게 되면 다시 다른 사용자에게 할당되는 현상을 반복하고 있기 때문이다.

또한, 무선환경이 상대적으로 우수한 사용자 2, 5, 7, 8에게 부반송파와 전력이 집중적으로 할당되어 요구량 이상의 데이터를 전송하고 있으며 나머지 사용자에게는 제약조건을 만족할 정도까지만 자원이 할당되고 있다. 무선환경이 상대적으로 열악한 사용자 3, 6에게는 전송데이터 요구량을 만족하기 위하여 더 많은 부반송파와 전력이 사용되고 있다.

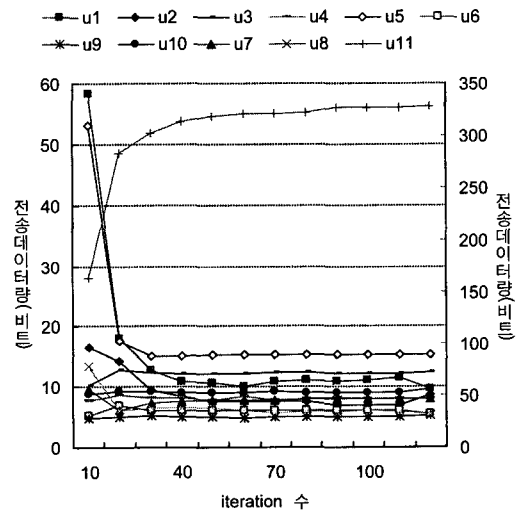
한편, [그림 4]는 수렴상태에서 주요 시스템 파라미터인 사용자별 평균 채널이득 및 전송요구 데이터량과 자원할당(사용자별 전력, 할당된 부반송파의 수)간의 관계를 나타내고 있다. 여유자원을 할당받아 사용하고 있는 사용자 2, 5, 7, 8은 배제하였다. 먼저 사용자별 전력할당량과 할당된 부반송파의 수는 유사한 패턴을 보이고 있다. 또한 전송요구 데이터량보다는 평균 채널이득이 자원할당량에 일차적으로 영향을 주고 있다는 것을 알 수 있다.



[그림 4] 시스템 파라미터와 자원할당과의 관계(5)

4.2 환경변화에 대한 적응

[그림 5]은 <표 2>에 있는 10명의 사용자로 시작하여 <표 3>의 수렴상태에 도달한 후 사용자 11이 추가되었을 때 subgradient 쌍대기법을 적용하여 다시 수렴할 때까지의 사용자별 할당된 데이터량의 추이를 나타낸다. 수렴하는데 추가적으로 110번의 iteration을 필요로 하고 있다. <표 4>는 수



[그림 5] 사용자 추가후 전송 데이터량의 수렴과정(6)

- 5) 채널이득은 왼쪽 Y축을 사용하고 나머지는 오른쪽 Y축을 사용한다.
- 6) 사용자 7, 8, 11은 오른쪽 Y축을 사용한다.

럼상태에서의 자원할당결과를 나타낸다. 사용자 11의 전송요구 데이터량은 13비트이고 평균채널이득은 -122.94dB로써 무선환경이 상대적으로 가장 우수한 사용자이다.

[그림 5]에서 보듯이 사용자 11이 추가되면서 추가되기 전에 무선환경이 좋은 사용자 2, 5, 7, 8에게 집중되었던 자원이 사용자 11에게로 급속히 이전되고 있다. 사용자 2, 5, 7, 8 가운데서도 상대적으로 덜 우수한 사용자 2와 5는 요구 데이터량만 만족할 정도로 자원할당이 감소되었다. 또한 <표 4>에서와 같이 총 19.76와트의 전력이 사용되어 제약 조건을 만족하고 있으며 무선자원이 사용자 11에게로 집중되어 있음을 확인할 수 있다.

<표 4> 사용자 추가후 수렴상태에서의 자원할당 결과

사용자 인덱스	전송 데이터량 (비트)	할당된 부반송파의 수(개)	사용된 전력 (와트)
1	9.64	2	0.300460
2	8.47	2	0.244750
3	12.38	15.5	6.844337
4	8.02	2.5	0.495853
5	15.25	4	0.376684
6	5.49	4	1.250187
7	46.64	8	1.015431
8	31.96	5	0.638889
9	5.29	3	0.788319
10	9.71	6	1.530586
11	327.50	49	6.269586

<표 5> 수렴에 필요한 iteration의 수

	변경 전	변경 후
사용자 추가	200	99
무선환경변화	218	109
데이터요구량 변화	185	102

<표 5>는 환경변화가 발생하기 전과 발생한 후의 수렴에 필요한 iteration의 수를 나타내고 있다. iteration의 수는 실험 결과에 대한 신뢰도를 위하여 각 환경변화에 대하여 100개의 서로 다른 문제를 생성하고 각 문제에 대하여 subgradient 쌍대해법을 적용하여 구한 수렴 iteration 수의 평균치이다. 환경변화가 발생하기 전에 수렴하는 데는 200번 정도의 iteration이 필요하지만 환경변화가 발생한 후 이전에 구한 승수와 전력할당값을 초기치로 활용하는 경우 100번 정도의 iteration으로도 충분히 수렴상태에 도달하고 있다.

4.3 한계상황에 대한 적음

사용자의 추가 또는 데이터 요구량의 증가가 지속적으로 일어나게 되면 시스템은 더 이상 수용할 수 없는 한계상황에 다다르게 된다. 본 연구에서는 사용자를 계속 추가함으로써 한계상황을 만들고 이때 subgradient 쌍대기법이 제시하는 결과를 분석한다.

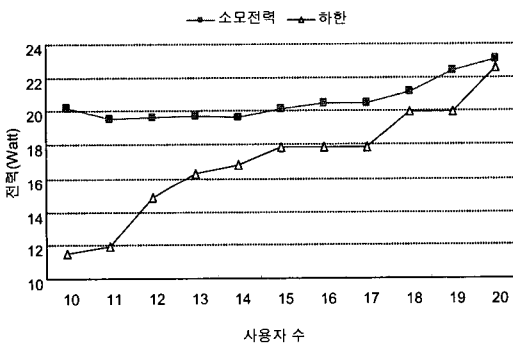
<표 6>은 10명의 사용자로 시작하여 20명까지 한 명씩 추가했을 때 수렴상태에서의 사용자별 전송데이터량을 보여주고 있다. 두 번째와 세 번째 열은 각각 사용자 20명에 대한 전송요구 데이터량과 평균채널이득을 나타낸다. 총 10명의 사용자가 있을 때 무선환경이 우수한 사용자 4에 자원이 집중되어 있지만, 사용자가 추가되면서 자원이 분산 이동되고 전송 데이터량도 지속적으로 줄어들게 된다. 사용자가 15명이 되면서 요구조건만 겨우 충족하고 있으며 전력소모량도 한계치를 넘어서고 있다. 사용자가 20명이 되면 전력 하한이 가용전력을 초과하여 이론적으로 실행불가능한 상황으로 사용자별 전송 데이터량이 전체적으로 급격하게 줄어든다.

기존의 연구들은 한계상황에서 실행가능해를 구할 수 없다는 단순한 결과를 제시한다. 반면 subgradient 쌍대기법은 비록 수리적으로는 실행불가능하지만 자원할당안을 제시하고 있으며 이 할당안

〈표 6〉 수렴상태에서의 전송 데이터량

사용자 인덱스	R_k	평균채널 이득	총 사용자가 a명일 때 사용자별 전송 데이터량(비트)										
			a=10	a=11	a=12	a=13	a=14	a=15	a=16	a=17	a=18	a=19	a=20
1	10	-141.27	10.2	10.3	10.3	10.1	10.2	10.3	10.3	9.9	10.0	10.2	9.7
2	7	-143.20	7.0	6.9	7.2	7.3	7.1	7.1	6.8	6.8	6.8	6.7	7.0
3	7	-148.13	6.9	7.0	7.1	6.9	7.1	7.2	7.2	7.2	7.0	7.3	5.8
4	10	-105.37	738.4	656.0	385.1	212.3	87.4	14.7	15.1	10.4	5.9	9.6	9.5
5	14	-152.97	14.0	14.0	13.9	13.5	13.5	13.1	13.4	13.3	12.0	12.7	11.1
6	7	-143.37	6.9	7.1	7.0	6.7	6.9	6.8	7.1	7.0	7.0	7.0	6.9
7	8	-141.64	7.8	8.3	8.0	8.0	7.8	8.0	8.1	8.2	7.7	7.9	7.7
8	7	-150.75	6.9	7.2	7.1	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	6.2	6.6	6.2
9	11	-129.17	11.3	9.2	10.4	10.7	10.8	11.6	11.7	11.6	11.1	10.6	10.7
10	8	-123.57	7.8	6.9	7.7	7.5	6.8	7.5	7.2	7.9	7.4	7.9	8.3
11	9	-143.37		8.9	9.1	9.1	9.1	8.9	9.1	9.1	8.6	8.9	8.6
12	13	-149.33			13.0	13.2	13.2	13.1	13.1	13.2	12.7	13.1	12.1
13	7	-150.18				7.5	6.8	6.7	6.8	6.8	5.8	6.3	6.2
14	7	-145.65					7.0	6.7	7.0	7.1	6.9	7.5	6.9
15	7	-147.97						7.0	7.0	7.0	6.9	7.5	6.2
16	9	-116.09							8.5	8.5	9.5	9.5	9.6
17	8	-123.66								7.5	7.7	8.3	7.7
18	9	-149.56									9.2	8.7	8.2
19	13	-80.49										38.1	14.0
20	14	-147.95											14.6

실제적인 자원할당을 위한 매우 유용한 정보로 활용될 수 있다.



〈그림 6〉 총 소모전력 및 하한

이 실행가능해가 되기 위해서 추가적으로 필요한 전력량에 대한 정보를 제공한다. 어느정도 여유전력을 확보하고 있는 현실을 감안하면 한계상황에서 subgradient 쌍대기법이 제시하는 자원할당안은

5. 결론 및 추후 연구방향

본 연구에서는 다중사용자 OFDM 시스템의 무선자원 할당을 위한 최적화 문제를 모형화하고 최적화 문제의 해법으로 subgradient 쌍대기법을 제시하였다. 최적화 문제는 기존의 연구에서 제시하고 있는 대부분의 모형을 포함하는 일반적인 모형이다. 또한, 본 연구에서 정의한 문제는 쌍대간격이 0이며 적절한 스텝크기를 사용하면 subgradient 기법은 최적해로의 수렴을 보장한다. Subgradient 쌍대기법은 빠른 수행시간과 변화에 신속히 적응하는 특징을 가짐으로써 사용자 추가, 무선채널이득

변화 등의 환경변화에 신속히 대응할 수 있는 동적 자원할당을 위한 메커니즘으로 활용될 수 있다.

다양한 현실적인 데이터를 대상으로 반복적인 실험을 거친 결과 수렴상태에서 쌍대기법이 제시하는 해는 제약조건을 거의 만족하고 있으며 약 200번 정도의 iteration만으로 최적해에 수렴하는 패턴을 확인하였다. 사용자 추가, 무선환경변화, 데이터 요구량 변화 등의 환경변화에 적응하는 데는 약 100번 정도의 iteration이 필요해서 초기 최적해보다 빠르게 수렴한다는 것을 확인하였다. 또한, 자원 요구량이 증가하여 수용할 수 없는 한계상황에서도 subgradient 쌍대기법은 실행 가능해를 구할 수 없다는 단순한 결과가 아니라 수리적으로는 제약조건을 위반하지만 전력자원을 조금 더 사용하면 실행가능한, 현실적으로는 의미 있는 자원할당안을 제시하고 있다.

본 연구는 잡음을 통해 간접적으로 인접 셀로부터의 전파간섭을 부분적으로 고려하고 있지만, 인접 셀의 트래픽 차이 등 전체 시스템의 성능분석을 위해 요구되는 셀별 특성차이를 반영하고 있지 않다, 따라서 이를 극복할 수 있는 다중 셀 시스템에 대한 연구로의 확장이 추후 연구과제로 진행되고 있다.

참 고 문 헌

- [1] 김인형, 이용훈, 선형 프로그래밍을 사용한 다중 사용자 OFDM 시스템에서의 부채널 및 비트할당 방법, Telecommunication Review, 제12권, 제4호, 2002.
- [2] Ergen, M., S. Coleri, and P. Varaiya, QoS aware adaptive resource allocation techniques for fair scheduling in OFDMA based broadband wireless access systems, IEEE Trans. on Broadcasting, Vol.49, No.4(2003), pp.362-370.
- [3] Gross, J., H. Karl, et al., Comparison of heuristic and optimal subcarrier assignment algorithm, Proc. of Wireless Networks, (2003), pp.249-255.
- [4] Jang, J., K.B. Lee, and Y.H. Lee, Transmit power and bit allocations for OFDM systems in a fading channel, Proc. of IEEE GLOBECOM, Dec. 2003.
- [5] Kim, H., Y. Han, and J. Koo, Optimal subchannel allocation scheme in multicell OFDMA systems, Proc. of Vehicular Tech. Conf., Vol.3(2004), pp.1821-1825.
- [6] Kim, K., Y. Han, S-L. Kim, Joint Subcarrier and Power Allocation in Uplink OFDMA Systems, IEEE Communication Letters, Vol. 9, No.6(2005).
- [7] Kivanc, D., G. Li, and H. Liu, Computationally efficient bandwidth allocation and power control for OFDMA, IEEE Trans. on Wireless Communications. Vol.2, No.6(2003), pp.1150-1158.
- [8] Li G. and H. Liu, Dynamic resource allocation with finite buffer constraint in broadband OFDMA networks, IEEE Wireless Comm. and Networking, Vol.2(2003), pp. 1037-1042.
- [9] Li G. and H. Liu, Optimal subchannel allocation scheme in multicell OFDMA systems, working paper.
- [10] Li, G. and H. Liu, On the Optimality of the OFDMA Network, working paper.
- [11] Mohanram, C., S. Bhashyam, A Sub-optimal Joint Subcarrier and Power Allocation Algorithm for Multiuser OFDM, submitted to IEEE Communications Letters.
- [12] Pahlavan, K. and P. Krishnamurthy, Principles of Wireless Networks, Prentice Hall, 2002.
- [13] Pfletschinger, S., G. Munz, and J. Speidel, Efficient subcarrier allocation for multiple

- access in OFDM systems, 7th Inter. OFDM-Workshop, Hamburg, (2002), pp.21-25.
- [14] Pietrzyk, S. and G.J.M. Janssen, Multiuser subcarrier allocation for QoS provision in the OFDMA systems, Proc. of Vehicular Tech. Conf., Vol.2(2002), pp.1077-1081.
- [15] Rhee, W. and J.M. Cioffi, Increase in capacity of multiuser OFDM system using dynamic subchannel allocation, Proc. of Vehicular Tech. Conf., Vol.2(2000), pp.1085-1089.
- [16] Seong, K., M. Mohseni, and J.M. Cioffi, Optimal Resource Allocation for OFDMA Downlink Systems, ISIT, 2006.
- [17] Shen, Z., J.G. Andrews, B.L. Evans, Adaptive Resource Allocation in Multiuser OFDM Systems with Proportional Fairness, To appear in IEEE Transactions on Wireless Communications.
- [18] Stephen Boyd, Lin Xiao, and Almir Mutapic, Subgradient Methods, Stanford University Lecture note, 2003.
- [19] Wong, C.Y., R.S. Cheng, K.B. Lataief, and R.D. March, Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit and power allocation, IEEE JSAC, Vol.17, No.10(1999), pp.1747-1757.
- [20] Yin, H., H. Liu, An efficient multiuser loading algorithm for OFDM-based broadband wireless systems, Globecomm, San Francisco, USA, 2000.
- [21] <http://wireless.per.nl/reference/chaptr03/rayjava/raysim.htm#jakes>.