

중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 겪는 어려움에 관한 사례연구

진선미¹⁾ · 송영무²⁾

본 연구에서는 중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 나타나는 어려움과 이에 대한 지도방안에 대해 알아보고자 하는 목적으로 좀 더 심층적인 학습 부진 요인을 알아보기 위해 설문지, 인터뷰, 녹음과 관찰 등을 통한 사례연구를 하였다. 그 결과 수학학습부진아는 일반 학생들이 겪고 있는 어려움과 유사한 어려움을 겪고 있었다. 다음으로 수학학습부진아는 일반 학생들이 겪고 있는 어려움과 차이를 보이는 어려움으로 문제를 이해하는 데 어려움, 선수 학습 결손으로 인한 어려움, 형식화하여 답을 찾으려고 하는 어려움, 대수 기호의 구분을 정확히 하지 못함으로써 겪는 어려움 그리고 두 점을 지나는 직선의 기울기를 구하는데 있어 어려움을 겪는 것으로 나타났다.

주요 용어 : 수학학습 부진아, 함수

I. 서론

1. 연구 필요성 및 목적

‘가장 좋은 교육은 학생의 개인차가 충실히 고려되는 교육이며, 교육의 개별화는 교육 선진 정도의 가장 중요한 척도가 되므로, 학생들의 잠재능력 발휘를 극대화하기 위해서 개인차를 고려한 교육을 하여야 한다.’는 관점으로 수준별 교육과정이 7차 교육과정에서 중요시되고 있다(교육인적자원부, 1999). 이처럼 학생의 능력과 수준에 따른 수준별 교육과정을 편성·운영함으로써 학습자 중심의 교육을 기본 방향으로 하여 수준별 이동 수업이 실시되고 있다.

그러나 이질적인 다인수 학급, 교수 학습 자료 및 시설적인 면 등 여러 측면에서 볼 때 현재와 같은 학교의 교육여건상 개인의 능력에 따른 교육을 실시하기 어려운 실정이다. 따라서 같은 학급이라고 하더라도 학생의 이해 수준이나 속도에서 많은 차이를 보이고 있는 것이 사실이다. 이에 대해 7차 교육과정 수정 고시안에서도 문제점으로 지적하고 있다. (교육인적자원부, 2006)

1) 순천대학교 대학원 (jsm122121@hanmail.net)

2) 순천대학교 (ymsong@scnu.ac.kr)

특히 수학과는 계통적인 논리체계로 구성되어 있어 학습목표에 도달하는 것은 선수학습 내용의 목표가 도달되었을 때 가능한 것이다. 학교현장에서 수학학습부진아에게 선수학습의 보충지도가 거의 없는 상태에서 같은 학습 내용으로 수업을 지속한다면 학습 결손의 누적은 점점 커져 정상적인 수업을 받기가 어려워질 것이다. 이와 관련 수학학습부진아의 부진요인으로 선수 학습의 결손을 가장 일반적인 요인으로 보고 있다(김미영, 2002; 김사환, 2002; 김상진, 2001; 배진동, 2002; 이은숙, 2003). 따라서 특정 영역에서 수학 학습 부진을 보이는 학생의 경우 그 영역의 어느 단계에서 학습에 결손이 발생하였는지를 밝히는 것은 매우 중요하다. 만약 학습 부진아의 부진 요인을 발견하는데 관심을 가지지 않는다면 이로 인해 오류는 계속 반복되고 고착되어 학습 부진을 해결하기는 더욱 어려워지고 이 학생의 장래 수학 학습에 계속 어려움을 겪게 될 것이다. 그러므로 수학학습부진아의 지도에서 학습 부진아의 어려움을 조기에 발견하여 이를 해결해 주는 것이 중요한 문제라 할 수 있다. 이러한 이유로 수학학습부진아에 대한 연구와 노력은 매우 절실하다고 하겠다.

한편, 클라인(F. Klein)은 '함수적 사고'를 중심으로 학교 수학이 구성되어야 하고 수학교육의 목표는 함수개념의 양성에 있다고 주장했다. 우정호(1997) 역시 함수 개념은 그 역사적 발생의 맥락에서 보면 여러 가지 물리적, 사회적, 정신적 세계 특히 수학적 세계에서 일어나는 변화 현상 가운데 그 '종속관계'를 설명하고 기술하기 위한 도구로서 도입되었고, 두 대상 사이의 순서화된 종속성을 나타낸 것으로 수학, 물리 뿐 아니라 일상생활에서도 나타나며, 주변에서 찾아볼 수 있는 많은 인과 관계를 수학적으로 표현한 것으로 현대 과학적 사고방식의 중심에 있다고 할 만큼 중요한 개념으로 수학교육에서 핵심적 개념이라 주장하였다.

이처럼 함수는 현대 수학에서 중심이 되는 개념으로 초·중등수학에서 많은 부분을 차지하며, 미적분학과의 관련성을 고려할 때 학교 수학에서 중요한 역할을 하고 있다.

이와 같이 함수가 학교수학에서 중요하게 다루어져야 함에도 불구하고 수학학습부진아들은 여러 기초 선수 학습의 결손과 다른 여러 요인으로 인하여 함수 학습에 있어 어려움을 느끼고 있다. 하지만 수학학습부진아들의 함수 영역과 관련된 학습 부진 요인을 파악하는 연구는 아주 미비한 실정이다.

이런 입장을 바탕으로, 본 연구는 중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 나타나는 어려움과 이에 대한 지도방안에 대해 알아보고자 하는 목적으로 진행되었다. 이를 위해 설문지, 인터뷰, 녹음과 관찰 등을 통한 사례연구를 함으로써 다른 수학학습부진아들이 함수 분야에서 겪는 어려움을 이해하고 이들의 함수 학습 지도에 있어 조금이나마 보탬이 되고자 한다.

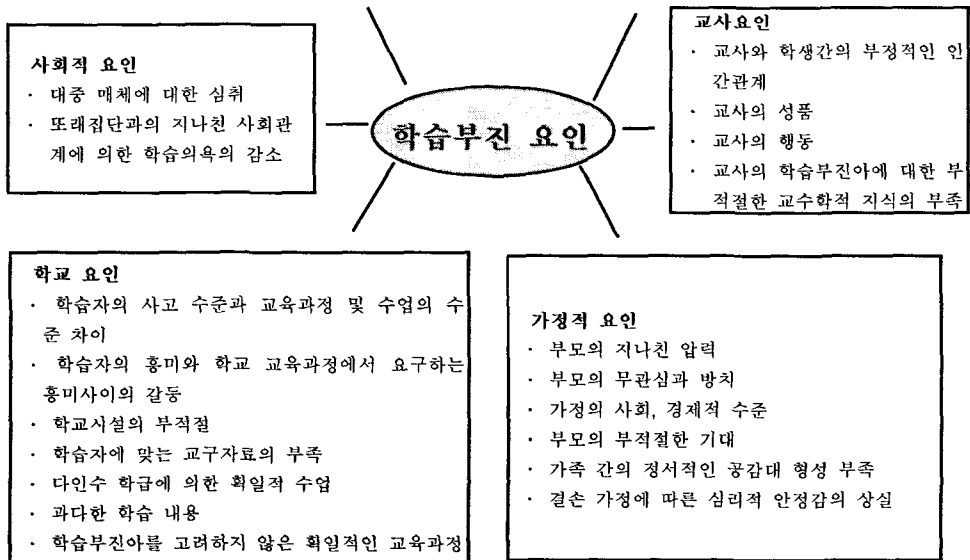
II. 수학학습 부진아의 부진요인과 함수의 오류유형

1. 수학학습 부진아의 부진요인

학습 부진 요인에 관한 선행연구의 결과들을 토대로 일반 학습부진요인 및 수학 학습부진요인을 요약하여<표1>과 같이 나타낼 수 있다(이은숙, 2003). 이표에 따르면 학습 부진의 요인을 크게 6가지 요인으로 나누고 있다. 이처럼 학습부진의 요인은 어떤 한 가지 변인에 의해 발생한다기보다는 여러 가지 변인에 의해 발생함을 알 수 있다.

- 학습자 요인**
- 낮은 지능 (사고력의 미흡)
 - 기초학습 부족 및 선수학습의 결손
 - 발달적 측면에서의 장애 (신체적, 정서적인 면)
 - 정서적인 면
 - 학습 결손의 누적
 - 성취하려는 노력이 부족
 - 청소년기부터 권위에 대한 반항적 태도
 - 학습방법 및 습관의 문제
 - 학습자의 충동적, 비조직적, 성급한 성격
 - 학습에 대한 흥미, 동기 및 의욕의 상실
 - 학교나 학급에 대한 부적응
 - 교사에 대한 부정적 인식
 - 교우관계의 실패에 따른 스트레스
 - 부정적 자아 정체감
 - 정서적 불안
 - 주의 집중력의 결핍에 따른 기억 능력의 저하
 - 자기 통제능력의 결여
 - 읽기 능력과 어휘력이 수준이하
 - 추상적인 언어 사용의 부족
 - 학습 실패경험의 누적에 의한 자신감 상실

- 수학교과의 부진 요인**
- 위계성과 계통성에 의한 선수학습의 결손
 - 지나친 논리성 강조에 의한 학습자의 학습 의욕 감소
 - 성급한 추상화, 형식화, 기호화에 따른 학습자의 직관 경시
 - 수학교과에 대한 불안
 - 수학적 문제해결 능력의 부족
 - 수학적 언어 사용능력의 미숙
 - 수학적 상황에 대한 표면적인 특징에만 집중하는 능력
 - 특정한 형식에 대한 인지적 고착
 - 관계성 파악에 따른 개념화 및 일반화 능력의 부족
 - 수학적 추론 및 가설 설정 능력의 부족
 - 시각적 지각의 혼란
 - 공간적 관계 파악의 어려움
 - 일상 언어의 규칙과 수학의 구문론 및 의미 체계 사이의 혼동
 - 잘못된 계열 선택



<표1> 일반 학습 부진요인 및 수학 학습 부진요인

2. 함수의 오류유형 및 원인

선행연구 결과들(신인숙, 1996; 오정현·송순희, 1997; 이경도, 2003; 최은경, 2004)을 토대로 함수에 관한 문제풀이 과정에서 나타나는 수학적 오류의 유형은 <표2>와 같이 분류할

중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 겪는 어려움에 관한 사례연구

수 있다.

오류 유형	세부사항
왜곡된 정의나 정리	① 알고리즘의 무지에서 오는 경우 ② 기초적인 사실의 부족한 숙련에서 오는 경우 ③ 필수적인 개념과 상징의 불충분한 지식에서 오는 경우 ④ 좌표 기호를 나타낼 때의 오류
문제 내용의 잘못된 해석	① 수학적 기호나 용어를 그래프로 나타낼 때의 오류 ② 그래프에 나타난 정보를 잘못 해석하는 경우 ③ 수학적 사실들을 하나의 수학적 기호 언어에서 다른 언어로 옮기는 과정의 부정확에서 오는 오류
기술적인 오류	① 계산상의 오류 ② 도표로부터 자료를 뽑을 때의 오류 ③ 대수 기호를 다룰 때의 오류 ④ 초등학교에서 습득된 연산 방식에서의 오류 ⑤ +, -를 잘못 사용하거나 빠뜨리는 경우 ⑥ 부주의로 인하여 발생하는 오류
문제의 자료를 잘못 사용하는 오류	① 문제에 서술되지도 않고 주어진 조건에서 즉시 나오지도 않는 것을 하나의 정보로 사용한 경우 ② 풀이에 필요한 주어진 자료를 무시하고 그 대신 관련이 없는 다른 자료를 보탬으로써 정보의 부족을 보충하는 경우 ③ 어떤 변수의 값을 다른 변수의 수치로 이용하는 경우
풀이 과정의 오류	① 풀이 과정을 쓰지 않고 다만 제시한 경우 ② 현 단계까지는 옳게 풀었으나 그 다음 단계의 풀이 과정이 없는 경우
문제에서 요구하지 않은 것을 답하는 오류	① 주어진 문제의 마지막 목표가 무엇인지를 확인하지 않는에서 일어나는 오류 (학생들의 풀이과정 각 단계는 옳지만 제시된 마지막 결과는 문제에서 요구하는 해답이 아닌 경우)
논리적으로 부적절한 추론	① 일반적으로 귀납 또는 연역적인 추론 도중에 발생하는 불합리한 추론 ② 주어진 정보에서의 타당치 못하게 이끌어내어진 새로운 정보이거나 이미 추론된 것에서 타당치 못하게 이끌어내어진 새로운 정보
애매모호한 오류	① 글자가 흐릿한 경우 ② 글자가 애매모호하여 식별하기 어려운 경우 ③ 풀이 과정의 일관성이 없는 경우 ④ 학생이 제시한 풀이와 답만으로는 그 의도를 정확히 알 수 없는 경우

<표2> 함수에 관한 문제풀이 과정에서 나타나는 수학적 오류의 유형

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상자 선정

J시 S중학교의 어느 한 선생님의 소개로 수학 학습에 부진을 보이면서 연구 참여에 관심을 보이는 은하(가명)와 지현이(가명)를 만나게 되었다. 은하와 지현이가 수학학습부진아로 적당한지를 알아보기 위해 경기도 교육청에서 개발한 '2005년도 제 1회 경기도 학업성취도 평가 3학년 2교시 문제지'를 활용하여 성취도 평가를 실시하고 평가 결과에서 개인별 도내 위치를 파악할 수 있는 엑셀 프로그램으로 학생들의 백분위 점수를 구하였다.

영역		수와 연산			문자와 식			규칙성과 함수			확률과 통계			도형			측정			계			백분위 점수
학년		1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
문항수		1	0	3	1	4	9	1	2	0	1	1	0	0	3	0	1	1	0	5	11	12	
맞 문 항 수	은	영역별 2			9			1			1			0			1			14			33.84
	하	학년별 0 · 2			1 4 4			0 1 ·			0 1 · · 0 ·			0 1 ·			1 7 6						
	지	영역별 1			7			0			2			1			1			12			26.15
	현	학년별 0 · 1			1 4 2			0 0 ·			1 1 · · 1 ·			0 1 ·			2 7 3						

<표3> 성취도 평가 결과표

그 결과 은하의 백분위 점수는 33.84점, 지현이의 백분위 점수는 26.15점이었다. 이에 은하와 지현이 모두 본 연구에서 정의한 수학학습부진아³⁾에 적합하다고 판단되어 연구 참여자로 선정하게 되었다.

2. 자료 수집 방법

1) 설문지

어느 한 선생님의 소개로 연구 참여자들을 만나게 되어 본 연구자는 연구 참여자에 대해 정보가 거의 없었다. 이를 보완하기 위하여 연구 참여자 소개서를 받았으며, 연구 참여자가 평소 수학 학습을 할 때 나타나는 습관이 어떠한지, 이러한 습관들이 어떠한 수학 학습 부진 요인으로 나타나는지 알아보기 위해 김사환(2003)의 수학 학습 습관 설문지를 참고하여 만든 수학 학습 습관 설문지로 설문 조사를 실시하였다. 이 설문지는 연구 참여자의 특성을 알아보는 데 활용하였다.

2) 인터뷰

일반적으로 인터뷰는 함수 분야의 문제에 대한 검사를 실시하는 도중이나 검사가 끝난 후 문제에 대한 느낌을 알아보고 함수 분야의 문제의 어떠한 부분에서 어려움을 느끼고 있는지를 알아보는 데 주로 활용되었다. 또한 학교생활이나 함수 분야의 문제 이외에 다른 부분에

3) 본 연구에서는 수학학습부진아를 정상적인 학습 능력이 있으면서도 선수 학습의 결손으로 인하여 수학과 교육과정상에 설정된 교육목표에 비추어 볼 때 최저 학업 성취 수준에 도달하지 못한 학습자로 성취도 평가를 실시하여 하위 40%미만의 학생으로 한정하여 정의 한다.

서 겪고 있는 어려움은 어떤 것이 있는 지 알아보는 데 활용하였다. 이는 함수 분야에 대한 어려움을 알아보기 위한 학생들의 심리적인 부분을 알아보는 데 가장 적합한 방법이라 판단되어 활용하게 되었다. 연구 참여자들과의 인터뷰는 2006년 6월 13일부터 9월 24일 사이에 8차례씩 하루에 1시간 정도로 이루어졌고, 자연스러운 대화 형식으로 간단히 진행되었다.

3) 검사지

연구 참여자들이 중학교의 함수 분야에서 어떤 어려움을 겪는지 알아보기 위하여 선행 연구(신인숙, 1996; 오정현·송순희, 1997))와 교과서(대한 교과서, 디딤돌, (주)두산, 천재교육)를 참고하여 기본 예제 문제수준의 검사지를 작성하였다. 2006년 6월 12일과 7월 4일에 걸쳐 2차례 1, 2학년 과정의 함수 분야의 문제와 3학년 과정의 함수 분야의 문제에 대한 검사를 실시하였다. 검사 시간은 각각 50분씩 정해 놓고 실시하도록 하였다. 이를 토대로 각 문제의 풀이 과정에서 어떠한 어려움을 겪는지 분석하는데 활용 하였다.

IV. 결과 분석 및 논의

1. 연구 대상자의 특성

1) 가정환경

은하는 2녀 중 첫째 딸로, 늦게 결혼하신 부모님과의 다툼에 불만을 가지고 있지만 남에게 알려지는 것을 꺼려하는 느낌을 받았다.

지현이는 2녀 중 막내딸이고, 어머니께서 수학을 못한다고 나무라시지 않지만 언니가 공부에 대한 잔소리를 한다고 하였다.

2) 성격

은하는 평소 조용하고 말수가 적으며 자신에 대해 표현을 잘 하지 않는 학생이고, 지현이는 자신에 대한 표현이 강한 학생이다.

3) 수학에 대한 생각

은하와 지현이 모두 수학이라는 과목에 대해 좋을 때도 있고 싫을 때도 있다고 하였다. 이 두 학생 모두 수학 문제가 공부한 범위에서 나오거나 자신이 풀어본 유형의 문제를 접하는 경우에는 문제를 해결할 수 있어 수학을 좋아한다고 하였다. 하지만 문제가 조금이라도 응용되어 나올 때 수학이 어렵다고 느끼고 있고 중학교 1학년 때부터 함수 학습을 제대로 하지 않아 이로 인해 기초학습 부진 및 선수 학습의 부진이 나타나고 있었다.

4) 수학 학습 습관

은하와 지현이에게 공통적으로 나타나는 수학 학습 습관은 학습에 대한 지구력이 부족하고 스스로 통제하는 능력이 부족한 것으로 나타났다. 그리고 적용하는 것에 어려움을 느껴 더 이상 생각하지 않으려고 하였고 모르는 문제가 있을 때 먼저 해답을 보는 습관을 지니고 있었다.

2. 함수 분야에서 겪는 어려움과 지도 방안

중학교 1, 2학년 과정의 함수 분야 문제와 중학교 3학년 과정의 함수 분야 문제의 검사 결과와 그 중 틀린 문제를 지도하는 과정에서 나타나는 어려움들을 분석한 결과 선행 연구에서 언급하고 있는 함수 풀이 과정에서 나타나는 수학적 오류의 유형과 유사한 어려움 그리고 선행 연구에서 언급하고 있는 함수 풀이 과정에서 나타나는 수학적 오류의 유형과 다소 차이를 보이는 어려움으로 분류할 수 있었다.

1) 일반적으로 나타나는 함수 분야에서의 어려움

은하와 지현이에게 함수 분야에서 나타나는 어려움 중 선행 연구에서 언급하고 있는 함수 풀이 과정에서 나타나는 수학적 오류의 유형과 유사한 어려움을 다음과 같이 분류하였다.

오류 유형	세부 사항
왜곡된 정의나 정리	① 정비례와 일차함수를 제대로 구분하지 못한다. ② 기본적인 용어에 대해 전혀 알고 있지 못한다.
문제 내용의 잘못된 해석	① 주어진 관계식을 보고 그래프를 찾지 못한다. ② 그래프를 보고 그 관계식을 찾지 못한다. ③ 그림을 함수식으로 연결시키지 못한다. ④ 순서쌍을 그래프에 잘못 표현하는 경우가 있다.
문제의 자료를 잘못 사용하는 오류	① 점을 대입할 때 다른 변수에 잘못 대입하는 모습을 볼 수 있다. ② 꼭지점이 아닌 점을 꼭지점으로 보는 경향이 있다.
기술적인 오류	부주의로 인하여 발생하는 오류

이와 같이 은하와 지현이는 일반적으로 나타나는 어려움과 유사한 어려움을 겪고 있었다. 예를 들면 은하는 3학년 과정의 문제 15번을 다시 보는 과정에서 점(3, 4)을 지난다고 주어졌음에도 불구하고 이 점을 꼭지점으로 보아 함수식 $y = a(x-3)^2 + 4$ 로 적었다.

은하 : 이거 둘 다 똑같은 거예요?

T: 하나는 꼭지점이고, 하나는 그냥 지나는 점이야.

또한 지현이는 3학년 과정의 문제 17번에서 세 점을 조건으로 주었는데 처음에는 점(-3, 0)을 잘못 표현하여 그래프를 그렸다. 이에 점을 다시 표시하도록 하였더니 다음과 같이 그래프를 그렸다. 즉, 세 점 중 가운데 위치한 점을 꼭지점으로 보고 그래프를 그리고 있음을 알 수 있다. 잘못 그린 그래프를 보고 가운데 점이 꼭지점이라고 가리키고 있었다.

이는 선행 연구에서 은하와 지현이와 같은 수학학습부진아를 포함한 모든 수준의 학생을 대상으로 함수 분야에서 어떠한 오류가 나타나고 있는지를 연구하였기 때문에 은하와 지현이가 겪고 있는 어려움이 선행 연구의 결과와 유사하게 나타날 수밖에 없는 듯하다.

중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 겪는 어려움에 관한 사례연구

17. 이차함수의 그래프가 세 점 $(-3,0)$, $(0,3)$, $(1,0)$ 을 지난 때, 그 이차함수를 구하여라.

지현 : 꼭지점 이건데. $((0,3)$ 을 꼭지점으로 가리키고 있다.)

T : 그냥 세 점이 지난다고 준건데.

지현 : 이거 $((0,3))$ 잖아요.

T : 왜?

지현 : 이거 지나가잖아요. 이렇게.

은하와 지현이에게 왜곡된 정의나 정리와 유사한 어려움이 기본적인 개념이나 용어의 미숙한 학습으로 인하여 자주 나타나고 있었다. 이는 선행 연구에서 언급하고 있는 오류 중 왜곡된 정의나 정리가 가장 많이 나타나고 있다는 연구 결과와 일치하는 듯하다.

하지만 용어 자체를 전혀 모르는 경우가 많은 것으로 보아 선행 연구의 연구 결과보다 더 낮은 수준에서 어려움이 나타나고 있음을 알 수 있었다.

2) 수학학습부진아들이 함수 분야에서 겪는 어려움

은하와 지현이가 중학교 전 과정의 함수 분야에서 겪고 있는 어려움 중에서 선행 연구의 연구 결과와 다소 차이를 보이는 어려움으로 함수 분야에서 은하와 지현이가 자주 겪는 어려움의 특징을 정리하면 다음과 같다.

(1) 점이 조건으로 주어질 때의 어려움

은하와 지현이 모두 1, 2학년 과정의 함수 분야의 문제를 풀 때, '점을 지난다.'는 조건이 있는 문제에 대해서 부정적인 반응을 보였다.

은하 : 아~이런 거 싫은데

T : 어떤 게 싫어? 점 두 개 있는 게?

은하 : 뭐 이렇게 돼 있는 거. (문제에서 조건으로 주어진 점들을 체크하며) 이거 하나 있고, 또 두 개 있는 거. 이런 괄호 두 개 있는 거. (문제에서 조건으로 주어진 점들을 모두 체크하며)

지현 : 이런 거 모르겠어요. 뭐 지나고 할 때.

또한 은하와 지현이 모두 중학교 전 학년 과정의 함수 분야 중 점을 조건으로 제시한 문제를 거의 풀지 못하거나 풀었다하더라도 모두 바르지 않은 풀이를 보였다. 이는 '점을 지난다.'는 조건을 제시한 문제에서 이항이나 점의 대입에서 어려움을 느껴 이 같은 문제를 매번 틀리게 됨으로써 자신감을 상실하여 부정적인 반응을 보이고 있음을 짐작할 수 있다.

(2) 반비례를 분수 꼴인 것으로 봄으로써 나타나는 어려움

지현이는 반비례를 분수 꼴로 형식화하여 봄으로써 $y=\frac{x}{2}$ 도 반비례로 보는 잘못을 범하

고 있다.

T : 아니.. 그럼 $y = \frac{x}{2}$ 는 뭐야? 정비레인가?

지현 : 반비례

...중략...

지현 : 근데요. 정비레는 그냥 y 는 뭐 그냥 그런 거고요. 반비레는 y 는 분수 있는 거죠? 그럼 그냥 그렇게 찾으시면 되요?

정비레와 반비레의 관계식을 분수 꼴인지 아닌지로 단순히 형식화시켜 암기하려 하면서 정비레의 비례상수가 정수가 아닌 유리수일 때의 관계식을 반비레로 보는 경향이 있다.

(3) 소수점과 수와 수 사이의 곱셈 기호 대신 적은 점과의 혼동으로 나타나는 어려움
 은하는 검사지에 2.3을 6으로 계산하였고 지현이 역시 이 문제를 다시 푸는 과정에서 $-6x$ 로 고쳐 적었다. 연구자가 은하와 지현에게 왜 6으로 계산하였는지 질문하였을 때 수업시간에 선생님께서 근의 공식에 수를 대입할 때 수와 수 사이의 곱을 점으로 대신 적는 것을 보고 가운데 점이 있어 곱하였다고 답하였다.

T : 왜 6으로 계산 했을까?

은하 : 가운데 점이 있어서 곱했어요.

...중략...

지현 : 이거 곱하면 $-6x$ 잖아요.

...중략...

지현 : 어. 그런데 선생님들 뭐 그냥 점 짝 짝잖아요.

은하 : 어~. 점.

...중략...

지현 : 그냥 뭐 루트 할 때. 뭐 근의 공식할 때 있잖아요. $2a$ 뭐 그런 데 값 넣어서 적을 때.

3-2. 두 변수 x, y 사이에 $y = -2.3x$ 관계가 있을 때 x, y 는 서로 정비레인지 반비레인지 말려시오.

이는 2.3의 소수점과 2·3에서 수와 수 사이의 곱셈 기호 대신 적은 점의 구분을 제대로 하지 못하여 나타나고 있는 어려움으로 보인다.

(4) 두 점을 지나는 직선의 기울기를 구할 때의 어려움

만약 점A와 점B사이의 기울기를 구한다고 할 때 은하는 점A에서 점B의 증가량으로 구해야 할지 점B에서 점A의 증가량으로 구해야 할지 어려워하는 모습을 볼 수 있다. 지현이 역시 두 점을 지나는 직선의 기울기 구할 때 어느 점에서 빼야 하는지 어려워하는 모습을 볼 수 있다. 이는 기울기의 정의에서 증가량을 구할 때 뺄셈이 사용되므로 뺄셈에 대한 교환법칙이 성립하지 않는 것과 같이 점A에서 점B로의 기울기와 점B에서 점A로의 기울기의 값도

중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 겪는 어려움에 관한 사례연구

다를 것이라고 보는 것에서 어려움이 나타나고 있다.

은하 : 이거 일 때요. 이렇게 가야 되요. 이렇게 가야 되요?

은하 : 매번 이거 헛갈려요.

...중략...

은하 : 그러니까 이거 가는 순서가 어떻게 가는 거예요?

...중략...

은하 : 아니 가는 게 헛갈렸어요.

지현 : 그러면은요. 이거 이렇게 가는지 이렇게 가는지는 어떻게 알아봐요?

(5) 적절하지 못한 문자사용에 있어서의 어려움

은하는 중학교 1학년 과정의 문제 8번의 풀이 과정에서 문자를 생략한후 다시 적고 있음을 확인할 수 있다.

또한 a 의 위치가 갑자기 우변에서 좌변으로 이동하였음을 알 수 있다. 그리고 3학년 과정의 함수 분야 문제 중 13번 문제의 풀이에서 은하는 함수식 $y=x(x-2)^2+1$ 는 x^2 항의 계수로 적절한 문자를 사용하지 못하고 x 를 중복 사용하고 있음을 알 수 있다. 마찬가지로 지현이도 풀이 과정에서 x^2 항의 계수 자리(a)에 적당한 문자를 사용하지 않은 잘못을 범하고 있다.

(6) 항의 계수에서의 어려움

지현이는 3학년 과정의 2-(2)번 문제를 다시 푸는 과정에서 원기둥의 부피에 π 를 붙여야 하는지, $\frac{10}{3}\pi$ 가 a 가 될 수 있는지 의문스러워 하였다.

지현 : $\frac{10}{3} \pi x^2$. 원기 너무 많은데. $\frac{10}{3} \pi$ 가요. a 값이 될 수 있어요?

이는 대부분의 문제에서 x^2 항의 계수가 정수나 간단한 분수 꼴의 수로 표현되고 있기 때문에 $\frac{10}{3}\pi$ 를 x^2 항의 계수로 보는데 어려움을 느끼고 있는 것으로 보인다.

(7) 문제를 읽을 때 나타나는 어려움

① 은하의 경우 2학년 과정의 문제 10번을 잘못 읽어서 답을 잘못 표시하다.

10. 다음 함수 중 일치함수를 찾아라.

- ㉠ $y = -3x + 4$ ㉡ $y = x^2$ ㉢ $y = x$
 ㉣ $y = \frac{6}{x}$ ㉤ $2y = x$ ㉥ $y = 4$?

은하 : 근데 이거 왜 했지?

T : 이제 틀린 거 알겠어?

은하 : 하하 어이었다.

그리고 지현이는 2학년 과정의 문제 13번을 다시 보는 과정에서 문제를 제대로 읽지 않아서 일차함수를 조건으로 준 문제임에도 불구하고 이차함수냐고 묻고 있었다. 또한 지현이는 3학년 과정의 2-(3)번 문제는 부피를 구하는 문제인데 문제를 건성으로 읽어서 부피를 겉넓이로 보고 답을 하였다.

(3) 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피 ycm^3 T : 근데 지현이는 왜 $6x^2$ 이라고 적었어?

지현 : 이거요? 정육면체라서 아~. 잠깐만요.

T: 혹시 겉넓이 구한 거 아니야?

지현 : (웃으며) 그런가 봐요. 하하. $3x^2$ 아니 x^3 .

특히 지현이는 조건은 무시한 채 문제에서 구하고자 하는 것이 무엇인지만 보고 답을 찾으려고 하는 경향이 있었다.

② 3학년 과정의 14번 문제의 풀이 과정에서 은하는 평행이동과 관련된 문제에서 두 함수를 모두 이동 시키면 안 되냐고 질문하였다. 이로 보아 은하는 문제에서 이동하는 주체가 무엇인지 구분하지 못함으로써 나타나는 어려움으로 보인다. 이처럼 평행이동 문제에 대해 자주 틀리게 되어 부정적인 반응을 보이고 있음을 알 수 있었다.

(8) 선수 학습의 결손으로 인하여 나타나는 어려움

① 은하는 2학년 과정의 문제 11번을 다시 보는 과정에서 양수에서 음수를 뺄 때 계속 더하고 있는 모습을 볼 수 있었다.

T : 큰 거(6)에서 작은 거(-1) 빼면 되겠지.

은하 : 5.

...중략...

T : 1에서 -2를 빼면,

은하 : 애는 -1인데,

지현이도 이 문제를 다시 보는 과정에서 양수에서 음수를 뺄 때 헛갈린다고 말하였다. 이처럼 은하와 지현이 모두 정수의 뺄셈에서 어려움을 느끼고 있음을 알 수 있다.

② 지현이가 3학년 과정의 2-(2)번 문제를 다시 보는 과정에서 원기둥의 부피가 $\frac{1}{3}sh$ 라

고 잘못 알고 있는 것으로 어려움이 나타나고 있었다. 이로 보아 초등학교 6학년 때 학습한 원기둥의 부피 단원에서 결손을 보여 식을 제대로 구하지 못하였고 그로 인해 이차함수인지조차 판단할 수 없게 되었다.

따라서 선수학습의 결손으로 인해 함수 분야에서 어려움을 보이고 있음을 알 수 있다.

(9) 일상어와의 혼동으로 인하여 나타나는 어려움

지현이는 기울기에서 x 의 증가량이 음수가 나오면 증가량이 아니라 감소량이라고 하였다.

지현 : 아니요. 기울기는 x 값의 증가량분의 y 값의 증가량이라고 했잖아요.

근데 이걸 x 값의 증가량이 안 되잖아요. 이걸 증가량이 아니라 감소하는 양이잖아요.

이로 보아 기울기에서 사용하는 증가량을 일반적으로 사용하는 ‘증가량’의 의미인 늘어난 양과 혼동을 함으로써 기울기를 이해하는 데 어려움을 느끼고 있었다.

3) 수학학습부진아들이 함수 분야에서 겪는 어려움에 대한 지도 방안

은하와 지현이가 함수 분야에서 겪는 어려움의 유형에 대하여 두려움을 떨치고 이해할 수 있도록 다음과 같이 지도하여 어느 정도는 어려움을 극복할 수 있었다.

어려움의 유형	지 도 방 안
점이 조건으로 주어질 때의 어려움	점이 조건으로 주어지는 문제에서 왜 부정적인 반응을 보이는지 알아보고 부족한 부분을 지도한다.
반비례를 분수 꼴인 것으로 봄으로써 나타나는 어려움	정비례와 반비례의 정의와 연관 지어 관계식을 설명해 주고 정비례의 비례 상수가 정수가 아닌 유리수일 때 반비례가 아님을 주의시킨다.
소수점과 수와 수 사이의 곱셈 기호 대신 찍은 점과의 혼동으로 나타나는 어려움	소수점과 수와 수 사이의 곱셈 기호 대신 찍은 점의 위치를 잘 파악하도록 하고 수와 수 사이의 곱셈 기호 대신 찍은 점은 이 같은 혼동을 느낄 수 있으므로 되도록 곱셈 기호(\times)를 사용하도록 지도한다..
두 점을 지나는 직선의 기울기를 구할 때의 어려움	두 방향 모두 기울기를 구하도록 하여 그 값이 같음을 알도록 하여 방향과 상관이 없음을 지도한다..
적절하지 않은 문자 사용에 있어서의 어려움	문자를 사용해야 하는 이유와 사용할 때의 편리성을 인지시키고 의미가 다를 때는 다른 문자를 사용해야 함을 지도한다.
항의 계수에서의 어려움	x^2 항의 계수에 정수나 간단한 유리수 이외의 다른 수가 올 수도 있음을 지도한다.

문제를 읽을 때 나타나는 어려움	① 문제를 소리 내어 읽도록 한 후 구하고자 하는 것과 주어진 조건을 구분하여 찾아내도록 하였다. ② 문제를 여러 번 읽어 문제에서 이동하는 주체가 무엇인지 찾도록 한다.
선수 학습의 결손으로 인하여 나타나는 어려움	① 수직선을 이용하여 정수의 뺄셈을 지도하였다. ② 직육면체와 사각뿔의 부피를 비교하여 기둥의 부피를 알도록 한다.
일상어와의 혼동으로 인하여 나타나는 어려움	수학에서는 감소량도 증가량으로 표현할 수 있음을 지도한다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구는 중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 나타나는 어려움이 무엇이고 이 어려움은 어떻게 극복될 수 있는지 알아보고자 하는 목적으로 설계되었다.

이를 위하여 수학학습부진자로 판단되는 J시 S중학교의 3학년 은하와 지현이를 연구 대상으로 선정하여 중학교 1, 2학년 과정의 함수 분야 문제와 중학교 3학년 과정의 함수 분야 문제로 나누어 검사를 실시하였고 이를 통해 은하와 지현이가 함수 분야에서 겪고 있는 어려움에 대해서 분석한 후 그에 따른 적절한 지도방안을 알아보았다, 그 결과 수학학습부진아는 일반 학생들이 겪고 있는 어려움과 유사한 어려움 왜곡된 정의나 정리, 문제 내용의 잘못된 해석, 문제의 자료를 잘못 사용하는 오류 그리고 기술적인 오류등을 겪고 있으며, 일반 학생들이 겪고 있는 어려움과 차이를 보이는 추가적인 어려움을 겪고 있었다. 이를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 수학학습부진아는 문제를 이해하는 데 어려움을 겪는다.

용어조차 알지 못하여 문제를 이해하지 못하거나 문제를 읽을 때 조건과 구하고자 하는 것을 확인하지 않고 건성으로 문제를 읽음으로써 어려움을 겪는 경우가 많았다. 이에 용어에 대한 기본적인 지식부터 철저히 이해하도록 지도하고 소리를 내어 읽거나 조건과 구하고자 하는 것에 표시를 해 두는 등 문제를 읽을 때 집중을 할 수 있도록 하는 방법적인 부분에 관심을 기울이면 문제를 이해하는데 도움을 준다.

둘째, 수학학습부진아는 선수 학습 결손으로 인한 어려움을 겪는다.

두 점 사이의 거리를 구하지 못한다든지 원기둥의 부피를 구하지 못하여 함수 분야에서 어려움을 겪고 있었다. 이처럼 어느 부분의 선수 학습이 결손 되었는지 학생 관찰이나 문제 풀이 검토를 통해 결손 된 부분을 조사하고 이를 보충 지도해 주므로써 선수 학습의 결손으로 인한 함수 분야의 어려움을 극복하는데 도움이 되리라 본다.

셋째, 수학학습부진아는 형식화하여 답을 찾으려고 하는 어려움을 겪는다.

문제를 풀 때 이해보다 형식화하여 단순히 답을 찾으려고 함으로써 정비례의 비례상수가 정수가 아닌 유리수 일 때의 관계식을 분수 꼴이어서 반비례 관계식이라고 하는 어려움을 겪고 있었으므로 정의와 연관 지어 정비례의 비례상수가 정수가 아닌 유리수일 때의 관계식이 반비례의 관계식이 아님을 이해할 수 있도록 지도하였다. 이후에 정비례와 반비례의 관

계식을 정의와 연관 지어 구분하려는 모습을 보였다.

넷째, 수학학습부진아는 대수 기호의 구분을 정확히 하지 못함으로써 어려움을 겪는다.

소수점과 수와 수 사이의 곱셈 기호 대신 적은 점을 제대로 구분하지 못하는 모습을 볼 수 있었다. 따라서 수와 수 사이의 곱셈 기호를 생략하여 점으로 대신 적을 때 소수점과 다름을 점의 위치를 통해 구분하도록 하였고 이와 같은 어려움을 겪을 수 있으므로 되도록 수와 수 사이에는 점 대신 곱셈 기호(\times)를 적도록 지도하였다.

다섯째, 수학학습부진아는 두 점을 지나는 직선의 기울기를 구하는데 어려움을 겪는다.

두 점을 지나는 직선의 기울기를 구할 때 두 점의 순서에 따라 기울기의 값이 다를 것이라 보았다. 따라서 기울기는 비의 값이어서 두 점의 순서에 상관없이 기울기의 값이 같음을 알도록 지도하였다. 이때 직접 두 점의 순서를 달리하여 기울기의 값을 구할 때 같은 값이 됨을 보여주어 이해하는데 도움을 주었다.

더불어, 수학학습부진아는 함수의 학습 시기 및 수업 시간표의 편성과 관련하여 어려움을 겪는다.

이는 함수 분야를 어려워하게 된 원인 중의 하나로 수학학습부진아들과의 인터뷰 중에 알 수 있었다. 이에 함수의 학습 시기 및 수업 시간표의 편성에 좀 더 관심을 기울여야 할 것으로 보인다.

2. 제언

수학학습부진아들의 사고 과정을 이해하고 그들의 지식 체계에 효과적인 교수법을 연구하려는 연구자들을 위해 본 연구에서 얻은 결과를 토대로 다음과 같은 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 수학학습부진아는 선수 학습의 결손으로 문제에 대해 부정적인 반응을 보였다. 따라서 선수 학습의 보충 지도를 통해 자신감을 심어주고 지속적인 관심을 보이는 것이 필요하다.

둘째, 수학학습부진아들이 함수 분야에서 겪는 어려움에 대해 알아보았는데 다른 분야에서는 어떤 어려움을 겪고 있는지 연구할 필요가 있다.

셋째, 함수 분야의 어려움이 함수 분야의 학습 시기 및 수업시간표의 편성과 관련이 있는 것으로 보이므로 이 점을 고려해야 할 필요가 있다.

참고문헌

- 강옥기 외 (2001). 중학교 수학 7-가. (주) 두산.
- 강옥기 외 (2002). 중학교 수학 8-가. (주) 두산.
- 강옥기 외 (2003). 중학교 수학 9-가. (주) 두산.
- 교육부 (1999). 중학교 7차 교육과정 해설. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2006). 수학과 교육과정 교육인적자원부 고시 제 2006-75호.
- 김명진 (2000). “ 중학교 2학년 학생들의 함수 개념에 대한 실태 조사 ”. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 김미영 (2002). “ 수학학습부진아의 오류분석 연구 -중학교 2학년 ‘식의 계산’ 단원을 중심

- 으로-”. 충북대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김사환 (2002). “일반계 고등학생의 수학 교과에 대한 기본 학습 부진 요인 분석”. 영남대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김상진 (2001). “‘이해력’ 개발 중심의 지도를 통한 학습 부진아의 학업 성취도 향상에 관한 연구 -고등학교 공통수학 함수 단원을 중심으로-”. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김성신 (2003). “수학과 학습 부진아를 위한 보충 프로그램 개발에 관한 연구 - 7-나 ‘확률과 통계’ 영역을 중심으로-”. 한국 교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김영진 (2000). 『효율적인 학습상담법』, 서울 : 양서원.
- 박선화 (2005). 『수학과 교육과정의 개선 방향』. 한국교육개발원.
- 박윤범 외 (2003). 중학교 수학 9-가. 대한교과서(주).
- 배진동 (2002). “중학교 수학 부진 학생들의 부진 요인에 대한 연구”. 영남대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 신인숙 (1996). “중학생의 함수에 대한 오개념 및 오류에 관한 연구”, 한국교원대학원 교육대학원 석사학위논문.
- 오정현, 송순희 (1997). “중학교 함수 영역에서 발생하는 수학적 오류에 대한 연구”, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이경도 (2003). “이차함수 성질에 관한 오류분석과 Excel을 사용한 교정에 관한 연구-중학교 3학년을 대상으로”, 한국교원대학원 교육대학원 석사학위논문.
- 이기수 (1999). “수학학습 부진아 지도를 위한 문제개발에 관한 연구”, 『한국학교수학회논문집』 제 2권 제 1호.
- 이상원 (2001). “수학과 학습 부진아에 대한 효율적인 지도 방법-고등학교 중심”, 『한국수학교육학회 시리즈 A』 제 40권 제 1호.
- 이은숙 (2003). “한 여고생이 겪는 수학 학습의 어려움에 대한 사례연구”, 영남대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 이준열 외 (2003). 중학교 수학 9-가. (주)도서출판디딤돌.
- 이화진 (2001). 『제 7차 교육과정 적용에 따른 수준별 수업 자료 개발 연구』. 한국교육과정평가원.
- 정순진 (2002). “‘수와 식’ 단원에서 수학학습부진아의 오류분석과 교정에 관한 연구 -고등학교 1학년을 대상으로-”. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 지선정 (2004). “수학학습부진아의 오류 분석 연구 - 제 7차 교육과정 9단계 ‘제곱근과 실수’ 단원을 중심으로”. 충북대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 최용준 (2003). 중학교 수학 9-가. (주)천재교육.
- 최은형 (2004). “함수의 그래프에 대한 이해와 오류 분석에 관한 연구 : 중학교 2학년을 대상으로”. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.

A Case Study on the Difficulties in the Area of Function Suffered by the 3rd Grade Middle School Mathematics Underachievers

Jin, Sun Mi⁴⁾ · Song, Yeong Moo⁵⁾

Abstract

The purpose of this study is to know what is the difficulties that mathematics underachievers are suffering from the area of mathematical function and how to overcome this difficulties. For this study, we have selected two mathematics underachievers and carried out the inspection.





The mathematics underachievers have undergone the difficulties of understanding mathematical problems, the difficulties from the deficit of prerequisite and basic learning, the difficulties of finding the answer typically and the difficulties of classifying an algebraic symbol, the difficulties of calculating the gradient of the straight line passing through two points.

Key Words : Learning of underachievers, Function,

4) Sunchon National University, Graduate School (jsm122121@hanmail.net)

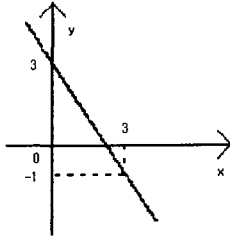
5) Sunchon National University (ymsong@scnu.ac.kr)

(부록1) 중학교 1, 2학년의 함수 분야의 문제 검사지

1. 함수의 정의를 쓰시오.
2. 함수가 되는 예를 하나 쓰시오.
- 3-1. 다음 중 두 변수 x, y 의 관계식이 정비례인 것은?
 - ① $y = 3x + 1$
 - ② $3x - 2y = 0$
 - ③ $xy = 5$
 - ④ $y = \frac{1}{x}$
- 3-2. 두 변수 x, y 사이에 $y = -2.3x$ 관계가 있을 때 x, y 는 서로 정비례인지 반비례인지 말하시오.
 - ① 정비례한다.
 - ② 반비례한다.
- 4-1. y 가 x 에 정비례하고 $x = 2$ 일 때 $y = 6$ 이다. x 와 y 사이의 관계식을 쓰시오.
- 4-2. y 가 x 에 반비례하고 $x = -2$ 일 때 $y = 18$ 이다. x 와 y 사이의 관계식을 쓰시오.
5. 정의역이 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 인 함수 $f(x) = -4x + 10$ 에 대하여 다음을 구하시오.
 - (1) 함수값 $f(1), f(3)$
 - (2) 치역
6. 다음의 각 점들을 좌표평면에 나타내어보고 각 점들은 제 몇 사분면 위에 있는지 말하시오.
 $A=(1,3)$ $B=(-5,1)$ $C=(3,-5)$ $D=(-2,-3)$
7. 정의역이 $\{x \mid x > 0\}$ 일 때, $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$)의 그래프로 옳은 것은?
 - ① 
 - ② 
 - ③ 
 - ④ 
8. 다음 함수의 그래프가 (1,2)을 지날 때 상수 a 의 값을 구하시오.

$$y = ax$$
9. 정사각형의 타일 72개를 맞추어 직사각형을 만들려고 한다. 가로 타일 수를 x 개, 세로 타일 수를 y 개라 할 때, x 와 y 의 관계식을 구하시오.
10. 다음 함수 중 일차함수를 찾아라.
 - ① $y = -3x + 4$
 - ② $y = x^2$
 - ③ $y = x$
 - ④ $y = \frac{6}{x}$
 - ⑤ $2y = x$
 - ⑥ $y = 4$
11. $x = -2$ 일 때 $y = 6$ 이고, $x = 1$ 일 때 $y = -1$ 인 일차함수의 기울기를 구하시오.
12. 일차함수 $y = -x - 4$ 의 그래프에서 x 절편과 y 절편을 구하고, 이를 이용하여 그 그래프를 그려라.
13. 점 (2,-1)과 점 (4,5)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.
14. 기울기가 2이고, 점 (-2,3)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.
15. 일차함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 평행하고, 점 (3,-4)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.
16. 좌표평면에서 (2,-4)를 지나고, y 절편이 4인 직선이 x 축과 만나는 점의 좌표를 구하시오.
17. 오른쪽 그림의 직선의 식을 구하시오.
18. 두 방정식 $ax - 3y = 6, x + by = 2$ 의 그래프의 교점이 (1,-1)일 때, a, b 의 값을 구하시오.
20. A지점을 출발하여 시속 80km의 속력으로 400km 떨어진 B지점까지 가려고 한다.

중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 겪는 어려움에 관한 사례연구



출발하여 x 시간 후의 남은 거리를 y km라고 할 때, y 를 x 에 관한 일차함수의 식으로 나타내어라.

(부록2) 중학교 3학년의 함수 분야의 문제 검사지

1. 다음 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 찾아라.

- ① $y = x(x-1)$ ② $y = 2x+2$
 ③ $y = 4-x^2$ ④ $y = -x^3+2x+1$
 ⑤ $y = 2$

2. 다음 y 를 x 에 관한 식으로 나타내고 이차함수인 것을 찾아라.

- (1) 둘레의 길이가 20cm, 세로의 길이가 x cm인 직사각형의 넓이 y cm²
 (2) 밑면의 반지름의 길이가 x cm, 높이가 10cm인 원기둥의 부피 y cm³
 (3) 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피 y cm³

3. 다음 이차함수 $y = -2x^2 + 1$ 에서 $f(0)$, $f(1)$, $f(-2)$ 의 값을 각각 구하여라.

- ① $f(0)$
 ② $f(1)$
 ③ $f(-2)$

4. 다음 이차함수의 그래프에 대하여 물음에 답하여라.

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = 2x^2$	㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$	㉣ $y = -x^2$	㉤ $y = -2x^2$
-------------	--------------	------------------------	--------------	---------------

- (1) 그래프가 아래로 볼록한 이차함수를 모두 말하여라.
 (2) x 축에 대하여 서로 대칭인 이차함수끼리 짝지어라.
 (3) 그래프의 폭이 가장 넓은 이차함수를 말하여라.
 (4) 그래프의 폭이 가장 좁은 이차함수를 말하여라.

5. 다음 함수의 그래프는 $y = 4x^2$ 의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

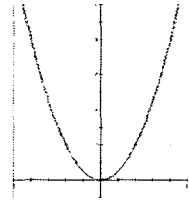
- (1) $y = 4x^2 + 1$
 (2) $y = 4x^2 - 5$

6. 다음 함수의 그래프를 y 축 방향으로 []안의 값만큼 평행이동한 함수를 구하고, 그 그래프를 그려라. 또 각 그래프의 축을 말하고, 꼭지점의 좌표를 구하여라.

- (1) $y = 2x^2$ [4]
 (2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ [-1]

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동시키면 점 (-1,1)을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

8. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다.



이 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리고, 각 그래프의 축을 말하고, 꼭지점의 좌표를 각각 구하여라.

- (1) $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$
 (2) $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$

9. 다음 이차함수의 그래프를 그리고, 각 그래프의 축을 말하고, 꼭지점을 구하여라.

- (1) $y = 2(x-1)^2 + 5$
 (2) $y = -(x+3)^2 - 2$

10. 다음 이차함수 $y = -3x^2 - 12x + 2$ $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳐 써라.

11. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 그 꼭지점이 점 (-2,3)에 옮겨지도록 하였을 때, 이 새로운 포물선은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 된다. a, b, c 의 값을 구하여라.

12. 다음 이차함수의 그래프를 그려라. 또 각 그래프의 축을 말하고, 꼭지점의 좌표를 구하여라.

- (1) $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$
 (2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 (4,3)을 지나고, 꼭지점의 좌표가 (2,1)일 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

14. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + 7$ 의 그래프를 어떻게 평행이동하면 이차함수 $y = -x^2 + 8x - 10$ 의 그래프에 포개지는가?

15. $x = 1$ 일 때, 최소값 -4를 갖고, 점 (3,4)를 지나는 이차함수의 식을 구하여라.

중학교 3학년 수학학습부진아가 함수 분야에서 겪는 어려움에 관한 사례연구

16. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점(1, -5)와 (-1,3)을 지나는 포물선의 식을 구하여라.
17. 이차함수의 그래프가 세 점 (-3,0), (0,3), (1,0)을 지날 때, 그 이차함수를 구하여라.
18. 다음 이차함수의 최대값과 최소값을 구하여라.
- (1) $y = (x-5)^2$
- (2) $y = -2(x+2)^2 - 4$
- (3) $y = 3x^2 + 12x - 1$
- (4) $y = -4x^2$