

## 論文

## 다양한 설계 요구조건을 고려한 복합재 평판의 신뢰성 해석

이석제\*, 김인걸\*\*\*, 장문호\*

**Reliability Analysis for Composite Plate  
with the Various Design Requirements**

Seokje Lee\*, In-Gul Kim\*\*\*, Moon-ho Jang\*

**ABSTRACT**

The advanced fiber-reinforced laminated composites are widely used in a variety of engineering applications such as aerospace, marine, mechanical and civil engineering for weight savings because of their high specific strength and stiffness. The material properties of ply is known to have larger variations than that of conventional materials and very sensitive to the loading direction. Therefore, it is important to consider the variations on designing the laminated composite. This paper demonstrates the importance of considering uncertainties through examining the effect of material properties variations on various design requirements such as tip deflection, natural frequency and buckling stress using COMSOL-MATLAB interface.

**초 록**

섬유강화 복합재료는 비강도 및 비 강성도가 뛰어나기 때문에 무게 절감을 위해 항공우주, 선박, 기계 같은 다양한 공학 분야에 널리 사용되고 있다. 각 층의 재료 물성치는 일반적인 금속재료에 비해 큰 변동성을 갖는 것으로 알려져 있으며 하중 방향에 따라 매우 민감하게 반응한다. 그러므로, 복합재 적층판의 설계에서 불확실성을 고려하는 것은 매우 중요하다. 본 논문은 COMSOL과 MATLAB을 이용하여 끝단 변위, 고유진동수, 좌굴응력이 설계 요구조건으로 정의된 경우, 재료 물성치의 불확실한 변동성을 고려하여 복합재 구조물의 거동에 대한 신뢰성 해석을 수행하였다.

**Key Words** : 신뢰성 해석(Reliability Analysis), 적층 복합재(Laminated Composites), 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo Simulation), 반응면 모델(Response Surface Model), 개선된 1계 2차 모멘트법(Advanced First Order Second Moment Method)

**1. 서론**

탄소섬유강화 복합재료는 항공우주 구조물에 본격적으로 쓰이기 시작하여 현재에도 가장 많이 이용되고 있는 대표적인 복합재료이다. 비강도 및 비강성도가 좋고 피로 특성이 우수하여 군용 항공기의 구조용 재료를 비롯하여, 열변형 안정성의 특성이 필요한 우주구조물의 주요 재료로 응용되고 있으며, 현재에는 신형 민간항공기에도 본격적으로 사용되고 있다

**[1, 2].**

구조물의 정확한 거동을 해석하는 데 있어서 일반적으로 이용해 온 방법은 해석에 고려되는 변수들이 일정한 불변의 값을 갖고 있다는 가정에 입각한 확정론적 방법(deterministic approach)이었다. 엄밀히 말하면 확정론적 접근방법에서도 해석에 사용되는 변수들이 고정된 어떤 값을 갖는다고는 평균적인 의미에서 구조물의 거동을 분석하기 위해 각 재료상수가 평균값을 갖는 경우에 대하여 중점적으로 해석을 수행해

\* 충남대학교 항공우주공학과 대학원

\*\*\* 충남대학교 항공우주공학과, 교신저자(E-mail: igkim@cnu.ac.kr)

왔다고 보는 것이 타당할 것이다. 그러나 구조물의 안전에 대한 사회적 관심이 높아지면서 경험적으로 설정된 안전계수를 이용한 설계로부터 설계 초기에 구조물의 불확실성을 고려하는 쪽으로 인식의 전환이 이루어지고 있다[3].

항공기 구조설계에서 재료물성이나 작용하중의 불확실성을 보다 합리적으로 고려하기 위해 확률통계 이론을 적용하려는 노력이 1950년경부터 토목분야를 중심으로 시작되어 최근에는 항공기나 대형 구조물의 안전성 평가 및 성능 최적화를 위하여 확률적 해석(probability analysis) 방법이 필수적인 기술로 간주되고 있다. 신뢰성 공학에서는 확률적 방법을 사용하여 불확실성을 정량적으로 고려함으로써 설계하는 시스템의 파괴 확률을 원하는 수준까지 감소시킴으로써 안전성을 확보한다 [4].

특히, 복합재의 경우는 제작 과정의 특성상 경화시의 온도 및 습도, 섬유내로의 기지 함침률, 기포 등 복합재내의 불연속 공간의 존재 유무, 그리고 특히 각 층(ply)의 두께에 따라 복합재의 재료 특성치는 동일한 섬유재와 기지재를 사용하더라도 변동성을 갖게 된다. 따라서 복합재 구조물의 다양한 구조 설계요구조건에 대한 합리적인 검토를 위해서는 이들 물성치의 변동량을 정량적으로 고려할 수 있는 신뢰성 해석에 기반한 확률론적 접근이 요구된다고 할 수 있다.

본 논문에서는 항공기 날개 형태를 갖는 Graphite/Epoxy 적층판에 대하여 단일층(lamina) 물성치가 분산형태를 가질때의 신뢰성 해석을 수행하였다. 설계 요구조건은 끝단의 변위, 고유진동수(natural frequency), 좌굴응력이고 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo Simulation)과 개선된 1계 2차 모멘트법(AFOSM) 같은 구조 신뢰성 방법을 통하여 해석 하였다[5, 6]. 구조해석은 유한요소 해석 모델을 사용한 경우와 반응면 모델(Response Surface Model)을 사용하여 근사한 모델을 사용하였다.

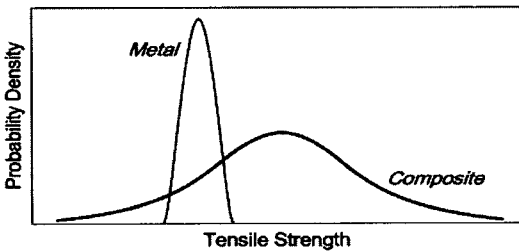


Fig. 1 Composites generally exhibit variation in material performance different from their metallic counterparts.

## 2. 적층판의 신뢰성 해석 방법

### 2.1 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo simulation)

주어진 구조물의 파괴를 정의하는 한계상태식이  $g(x)$ 로 주어

지고 확률변수들의 결합 확률밀도함수가  $f_X(x)$ 와 같을 때, 파괴확률  $P_f$ 을 식(1)과 같이 다중적분형태로 정의할 수 있다[7].

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx \tag{1}$$

몬테카를로 시뮬레이션은 파괴확률을 근사적으로 추정하는 가장 보편적인 방법 중 하나로써 확률변수의 분포특성이 반영된 난수(random number)를 추출하여 충분한 수의 확률변수의 표본 집단(set)을 생성한 다음, 생성된 각 확률변수의 값을 차례로 한계상태식에 대입하여 그 값이 0보다 큰지 작은지, 즉 구조물이 안전한지 파괴되는지를 판단한다. 그 결과로 모두  $N$ 개의 확률변수 집단을 추출하였을 때, 한계상태식이 0보다 작은 경우가  $N_f$ 번 관측되었다면 파괴확률  $P_f$ 는 식(2)와같이 근사적으로 추정할 수 있다.

$$P_f = \frac{N_f}{N} \tag{2}$$

이와 같이 몬테카를로 시뮬레이션은 한계상태식에 대해 어떠한 변형도 가지지 않고 원래의 형태를 그대로 보존하며 파괴확률을 구할 수 있다는 장점이 있으며, 특히 한계상태식이 확률변수의 외연적(explicit)인 형태로 주어지지 않은 경우에도 파괴여부에 대한 판단을 내릴 수만 있다면 쉽게 이용할 수 있다.

### 2.2 개선된 1계 2차 모멘트 방법

정규분포 확률변수  $x_i$ 의 평균과 표준편차가 각각  $\mu_i, \sigma_i$ 일 때, 다음과 같이 확률변수  $x_i$ 의 선형 합으로 정의되는 한계상태식이  $g$ 라고 하면,

$$g = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n \tag{3}$$

이때 한계상태식  $g$ 의 값을 새로운 확률변수  $G$ 라고 하면, 확률변수  $G$ 의 확률분포는 정규분포가 되며  $G$ 의 평균과 분산은 다음과 같다.

$$\mu_G = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_i \tag{4}$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j Cov[X_i, X_j] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \tag{5}$$

따라서 한계상태식  $g$ 에 대한 파괴확률은 새롭게 정의된 정규분포 확률변수  $G$ 가 0보다 작을 확률이므로 식 (6)과 같이 쓸 수 있다.

$$P(g \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_g}{\sigma_g}\right) = \Phi(-\beta) \tag{6}$$

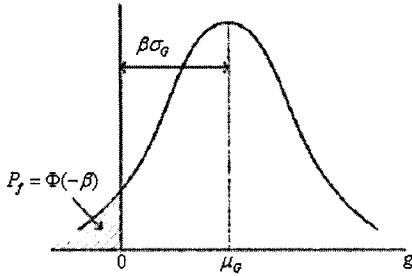


Fig. 2 Probability concept of reliability index.

이때  $\beta = \mu_G / \sigma_G$ 를 신뢰도 지수(reliability index)라 정의한다. 식 (6)은 한계상태 방정식이 선형이라는 것을 전제로 하므로 대개의 경우 한계상태 방정식을 선형 함수로 근사하는 과정이 필요하다. 각 확률변수를 표준정규분포 공간상의 좌표로 변환한 것을  $u_i$ 로 정의 하며, Shinozuka에 의하면 파괴확률은 가장 크게 하는 선형점(Most Probable Failure Point, MPPF)은 한계상태 방정식 위에 있으면서 표준정규 변수공간의 원점으로부터 한계상태 방정식까지의 길이를 최소화 하는 점이다[7].

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \beta = \sqrt{u^T u} \\ &\text{subject to } g(u^*) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

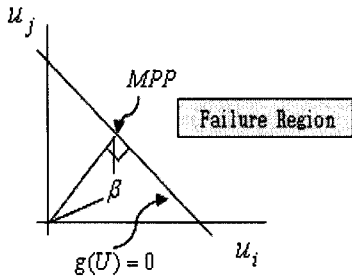


Fig. 3 Geometry concept of reliability index.

### 2.3 반응면 기법(Response Surface Method)

반응면 기법은 관심 있는 응답이 여러 설계 변수들에 의해 영향을 받을 때 설계 변수에 대하여 반응면을 근사적으로 모델링하고 해석하기 위한 유용한 수학적, 통계적 기술들의 집합을 말한다. 반응면 기법은 크게 근사 반응 함수를 생성하기 위한 최소자승법(least square method)과 변수 선택법(variable selection method), 근사화된 함수를 평가하기 위한 분산분석(ANOVA : ANalysis Of VAriance), 그리고 반응치를 구하기

위해 설계 공간에 실험점들을 선택하는 실험계획법(DOE : Design Of Experiment)으로 나뉘어진다[8].

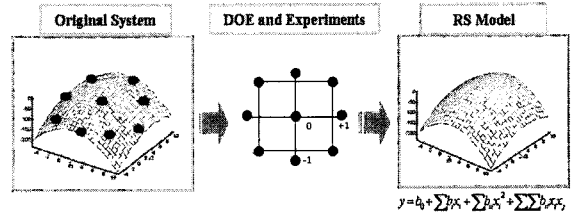


Fig. 4 Response surface method.

반응면 기법은 성능함수  $g(x)$ 를 평가하기 위한 확률변수들의 표본을 선택하는 것이 중요하다. 이러한 일반적인 실험계획법에는 무작위추출법(random design), 다원배치법(full factorial design), 중심합성계획법(CCD : Central Composite Design), Box-Benken 계획법, D-optimal 계획법 등이 많이 사용되고 있다. 선택되어진 실험점들로부터 확정론적 해석(deterministic approach)을 통하여 성능함수를 평가하고 결과 값을 회귀분석(regression analysis)을 통하여 1차 혹은 2차의 반응면 모델을 생성한다.

본 논문에서는 위에서 구성된 근사 반응면 모델에 대하여 개선된 1계 2차 모멘트 기법(AFOSM : Advanced First Order Second Moment method)과 몬테카를로 시뮬레이션 기법을 이용하여 파괴확률을 계산하였다.

## 3. 수치해석

### 3.1 해석모델 및 설계요구조건

수치해석에 사용한 프로그램은 유한요소해석 프로그램으로 다중 물리현상 모델링 전문 소프트웨어인 COMSOL(스웨덴)이다.

수치 해석에 사용된 날개형상은 Fig. 5와 같이 테이퍼와 후퇴각을 갖는 복합재 평판이다. 재료 물성치는 Graphite/Epoxy (T300/5208)를 쓰며 각 층의 두께는 0.125mm, 적층각은  $[0^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ]_{10S}$  이라고 가정하였다[9]. 구속조건은 익근(wing root)부분을 완전 고정(fixed)으로 하여 외팔보(cantilever beam)와 같이 구현하였고 두께 방향으로  $335N/m^2$ 의 균일한 분포하중을 가정하였다. 본 논문에서는 적층판의 강성도를 CLPT(Classical Laminate Plate Theory)[10]를 이용하여 직교이방성 적층판으로 이상화 하였다.

본 논문에서는 복합재 평판 날개가 받을 수 있는 외력, 구조물로서의 기능을 고려하여 설계요구조건을 끝단 변위(Case I), 고유진동수(Case II), 좌굴응력(Case III)으로 정하였다.

Table 1 Material properties of Gr/Ep(T300/5208) lamina

$E_1(GPa) / Cov$	132.0 / 0.1
$E_2(GPa) / Cov$	9.30 / 0.1
$G_{12}(GPa) / Cov$	3.74 / 0.1
$\nu_{12} / Cov$	0.3 / 0.1

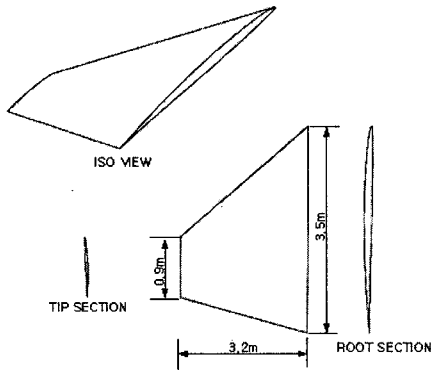


Fig. 5 Wing configuration.

Table 2 Finite element model summary

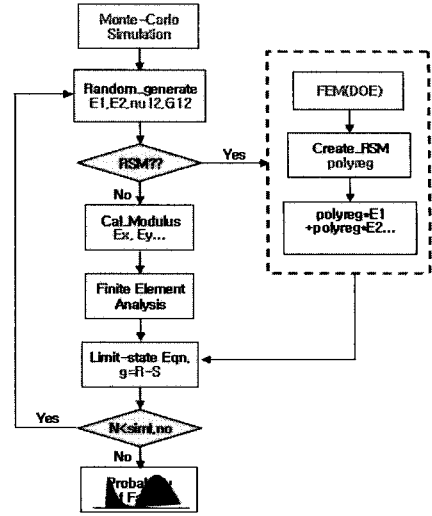
FEA Program	COMSOL 3.3a
Type of element	2-D Triangular
No. of grids	294
No. of elements	537

3.2 해석결과

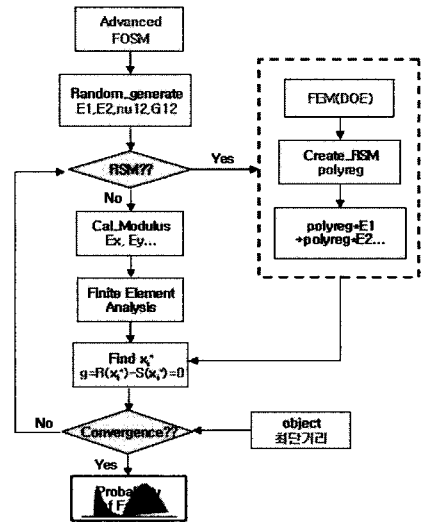
본 연구에서 수행한 신뢰성해석 방법인 몬테카를로 시뮬레이션 기법과 개선된 1계 2차 모멘트법에 대한 흐름도(flow chart)는 Fig. 6에 나타내었다.

각 설계요구조건(case I, case II, case III)에 대해 몬테카를로 시뮬레이션과 개선된 1계 2차 모멘트 방법을 이용하여 파괴확률을 계산하였다. 몬테카를로 시뮬레이션 횟수는 10% 내외의 파괴확률을 고려하여 식 (8)에 의해 1,000회로 하였고 1차 회귀분석식으로 근사시킨 반응면 기법과 개선된 1계 2차 모멘트법을 이용하여 계산결과와 계산시간을 비교, 분석하였다. 확률변수(random variable)는 Table 1에 나타난 것처럼 단일층의 재료 특성으로 하며 변동계수(coefficient of variance)는 0.1로 하였다.

$$N \geq \frac{10 \text{ or } 100}{P_f} \tag{8}$$



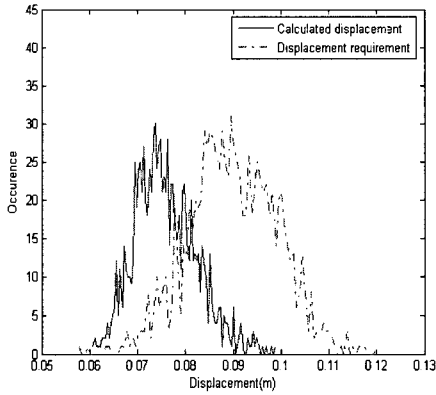
(a) Monte-Carlo simulation



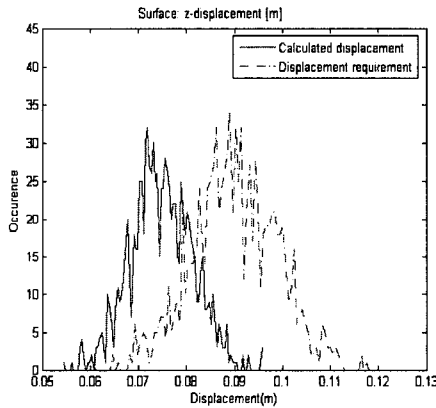
(b) Advanced first order second moment method

Fig. 6 Process of reliability analysis.

Case I에 대해 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 유한요소 해석과 반응면 모델에 대한 파괴확률분포는 Fig. 7에 나와 있다.

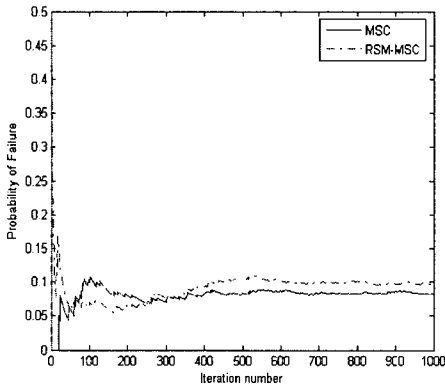


(a) Finite element model(full model)

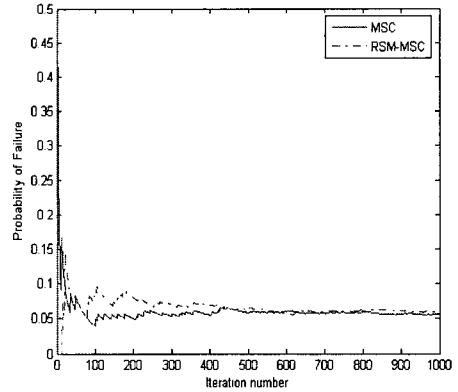


(b) Response surface model

Fig. 7 Probability of failure distribution. (Case I, MCS, simulation no.1000)



(a) Case I : tip deflection



(b) Case II : natural frequency

Fig. 8 The history for probability of failure.

Fig. 8은 시뮬레이션 횟수가 증가하는 동안 파괴확률이 수렴하는 과정을 나타내고 있다. 많은 변수들을 취급함에 따라 계산시간 또한 증가하게 되는데, 적은 횟수로도 파괴확률이 빠르게 수렴하는 방법이 효율적일 것이다.

각 설계요구조건에 대한 신뢰성 해석 방법에 따른 파괴 확률 및 계산 시간을 Table 3에 정리하였다.

Table 3 Probability of failure and cpu runtime

	MCS		AFOSM	
	Full	RSM	Full	RSM
Case I ( $<0.09m$ )	8.3%	9.2%	9.7%	9.8%
time(sec)	4020	600	1200	467
Case II ( $>4.5Hz$ )	5.9%	5.7%	—	5.8%
time(sec)	2215	307	—	302
Case III ( $<0.25MPa$ )	7.0%	7.8%	9.4%	10.7%
time(sec)	24780	2110	4860	2111

#### 4. 결론

상용 유한요소 프로그램을 이용하여 각 설계요구조건에 부합하는 유한요소해석을 수행하고 단일층의 재료특성이 불확실한 분포특성을 가질때 구조 신뢰성 해석을 수행하였다.

상대적으로 정확한 파괴확률을 구할 수 있는 몬테카를로 시뮬레이션과 개선된 1계 2차 모멘트 방법을 비교해 보면 유사한 결과를 나타냄을 알 수 있었고 반응면을 생성한 경우는 해석시간이 현저히 줄어들었다.

다양한 설계요구 조건하에서 설계변수의 불확실성을 정량적으로 고려함으로써 보다 안전한 설계방법이라는 점에서 매우

중요한 의미를 가지며, 향후 복합재 비행체 구조물의 신뢰성 해석과 신뢰성 기반의 최적설계에도 활용할 수 있으리라 생각된다. 그리고 시스템의 파괴에 대한 명확한 판단과 더 나은 확률 변수의 통계적 수치가 적용될 경우 파괴확률을 수치적으로 나타냄으로써 구조물의 수명 예측이나 비용 및 무게를 감소시킬 수 있다. 그러나, 대형 구조물이고 설계 변수가 많을 경우에는 계산시간의 단축을 위한 새로운 확률론적 신뢰성 알고리즘에 대한 지속적인 연구가 필요하다.

## 후 기

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다. (계약번호 UD070041AD)

## 참고문헌

- 1) Baker, A., Dutton, S., and Kelly D., *Composite Materials for Aircraft Structures, 2nd ed.*, AIAA Education Series, 2004.
- 2) 이대길 외, *복합재료 역학 및 제조기술*, 시그마프레스, 1998.
- 3) Haldar, A., Mahadevan, S., *Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons, 2000.
- 4) Cassenti, B. N., "Probabilistic Static Failure of Composite Material," *AIAA Journal*, 1984, Vol. 22, No. 1, pp. 103-110.
- 5) Cederbaum, G., and Elishakoff, I., "Reliability of Laminated Plates via the First-Order Second Moment Method," *Journal of Composite Structure*, 1990, Vol. 15, pp. 161-167.
- 6) Kam, T. T., and Lin, S. C., "Reliability Analysis of Laminated Composite Plates," *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 33, pp. 375-398.
- 7) 양영순 외, *구조신뢰성 공학*, 서울대학교 출판부, 1999.
- 8) Myers, R. H., and Montgomery, D. C., *Response Surface Methodology*, John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- 9) Park, C., Park, B., Joo, Y., and Kim, I., "Monitoring Impact Forces of an Aircraft Wing," *Proceeding of International Joint Conference of INABIO/SMEBA 2006*, Daejeon, Korea, Sept., 2006, pp. 101.
- 10) Swanson, S. R., *Introduction to Design and Analysis with Advanced Composite Materials*, Prentice-Hall International, Inc., 1997.